Единая фазово-геометрическая теория (ЕФГТ): Основы

Дмитрий Шурбин

10 Октября, 2025

10.5281/zenodo.17334971
Русская версия

Аннотация

В этой статье сформулирована единая геометрическая структура, в рамках которой классическая механика, электродинамика, теория относительности и квантовая механика возникают как предельные случаи единой фазовой динамики группы SU(2) на компактной трёхсфере S^3. Внутреннее фазовое поле $U(x) \in \mathrm{SU}(2)$ определяет кривизну, спин и временную структуру внутри глобально конечного и локально непрерывного многообразия. Все физические сущности – материя, излучение и гравитация – трактуются как проявления кривизны и эволюции этой фазовой геометрии. Модель вводит двойственное понятие времени, где локальное операционное время $t(x)$ определяется скоростью фазового изменения $\omega(x)$ относительно глобального параметра эволюции T, тем самым объединяя гравитационное и кинематическое замедление времени. Ньютонова механика, уравнения Максвелла и уравнения Эйнштейна получаются как последовательные пределы одной и той же лагранжевой структуры, в то время как квантовая дискретность возникает из компактности S^3 и спиновой топологии SU(2). Эта структура предлагает геометрические интерпретации релятивистских и квантовых явлений, включая отклонение света, запутанность, туннелирование и космологическое красное смещение, и предсказывает проверяемые отклонения от зависимости между красным смещением и светимостью в модели ΛCDM. Таким образом, фазовая геометрия SU(2) предоставляет согласованное и самодостаточное основание, связывающее классическую и квантовую области посредством единого компактного фазового многообразия.

Содержание

1 Введение и постановка задачи

Цель данной работы – построить единую геометрическую структуру, в рамках которой все известные физические взаимодействия – гравитационные, электромагнитные и квантовые – возникают как проявления одной фазовой структуры, определённой на компактной трёхсфере S^3. Внутренняя геометрия этого фазового пространства описывается группой Ли $\mathrm{SU}(2)$, топологически эквивалентной S^3. В таком подходе материя, излучение и кривизна пространства-времени появляются как различные проявления единого фундаментального поля – *фазового поля* $U(x) \in \mathrm{SU}(2)$.

Выбор $\mathrm{SU}(2)$ и S^3[1] выбраны не случайно. Компактность трёхсферы естественным образом приводит к дискретизации собственных мод, обеспечивая квантование физических состояний без дополнительных постулатов. Группа $\mathrm{SU}(2)$ представляет собой минимальную неабелеву структуру, допускающую как вращательное, так и спинорное поведение, что позволяет напрямую связать геометрическую кривизну с внутренними степенями свободы спина. В этом смысле фазовое многообразие $\mathrm{SU}(2)$ является простейшей замкнутой и самосогласованной ареной, способной вместить наблюдаемое сосуществование волновых и корпускулярных свойств.

Геометрически стереографическая проекция S^3 на $\mathbb{R}^3$ показывает, как параллельные и меридиональные семейства образуют ортогональную сетку, сохраняя локальную евклидову структуру при наличии глобальной кривизны. Это свойство позволяет существовать локальным инерциальным системам на глобально замкнутом многообразии, создавая естественную геометрическую основу для релятивистских и квантовых эффектов.

Обоснование предлагаемого подхода проистекает из требования, чтобы физическая Вселенная была одновременно глобально конечной и локально непрерывной. Компактное фазовое пространство гарантирует существование нормируемых собственных мод и конечную полную фазовую энергию, устраняя расходимости, типичные для некомпактных формулировок. Кроме того, структура $\mathrm{SU}(2)$ позволяет объединить калибровочные, спиновые и гравитационные свойства в едином математическом объекте, тем самым связывая геометрию пространства-времени с геометрией материи.

Ранее идея фазовой природы физического мира излагалась в полу-популярной форме. Настоящая работа переформулирует её на строгом математическом языке и создаёт теоретический фундамент, необходимый для дальнейшего развития. Последующие исследования будут расширять этот подход, описывая атомные, ядерные и космологические системы как частные реализации одной и той же фазовой геометрии $\mathrm{SU}(2)$.

[1] В космологических масштабах данный подход остаётся согласованным с современными наблюдениями пространственной плоскостности. Для радиуса трёхсферы $R_{S^3} \gtrsim 10^{28}\,\mathrm{m}$ внутренняя кривизна становится наблюдательно неотличимой от евклидовой, поэтому модель не противоречит крупномасштабным измерениям геометрии Вселенной (Planck Collaboration, 2020, сообщающим $|\Omega_k| < 10^{-3}$). Хотя пространственная компактность S^3 принципиальна для возникновения квантования – обеспечивая дискретный спектр фазовых собственных мод, – она не требует, чтобы Вселенная была глобально сферической. Топологические варианты, такие как додекаэдрическое пространство Пуанкаре или трёхтор T^3, могут служить эквивалентными компактными многообразиями, влияя лишь на космологический аспект теории, не изменяя её локальных квантовых и динамических следствий. В настоящей формулировке трёхсфера S^3 выбрана как *минимально достаточная конфигурация*, позволяющая объяснить все наблюдаемые физические явления в рамках предложенной фазовой геометрии $\mathrm{SU}(2)$, при этом сохраняя глобальную структуру математически замкнутой и самосогласованной.

2 Онтологические основы и связь с глобальной моделью S^3

Перед введением локального формализма фазового поля SU(2) полезно напомнить онтологическую картину, из которой эта формулировка возникла. В предыдущей версии теории, изложенной в работе [3], Вселенная рассматривалась как компактная трёхсфера S^3, вложенная в четырёхмерное евклидово пространство $\mathbb{R}^4$. В таком представлении все физические сущности возникают из внутренней фазовой динамики гиперсферы, а пространство-время, материя и энергия являются различными аспектами одной самодостаточной геометрической системы.

Компактная гиперсферическая Вселенная. В этой онтологической картине Вселенная отождествляется с замкнутой гиперповерхностью $S^3 \subset \mathbb{R}^4$ постоянного радиуса R, определяемой уравнением $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = R^2$. Каждая точка этого многообразия соответствует физическому состоянию мира, а его эволюция во вложенном пространстве представляет собой глобальное фазовое вращение. Физические величины, такие как масса, импульс и спин, интерпретируются как проявления кривизны и вращения в рамках этой глобальной фазовой геометрии. Само время возникает как циклическая эволюция гиперсферической фазы.

Компактность и квантование. Компактность глобальной гиперсферы гарантирует существование только дискретных стоячих волновых конфигураций на S^3. Это свойство обеспечивает прямое геометрическое происхождение квантования, законов сохранения и устойчивости физических мод, без введения внешних ограничений или граничных условий. Конечная полная энергия и самосогласованность естественным образом вытекают из замкнутой топологии многообразия.

Ограничения глобальной формулировки. Хотя гиперсферическая модель даёт философски более чистую и концептуально единую картину реальности, её чисто геометрическую структуру трудно выразить на языке стандартных лагранжевых и калибровочных формализмов современной физики. Естественным математическим аппаратом для такого онтологического описания могла бы служить геометрическая алгебра, например евклидова алгебра Клиффорда Cl(4, 0), которая рассматривает вращения, спиноры и бивекторы в рамках единой согласованной схемы. Такой подход устранил бы необходимость в матричных представлениях, прояснил бы двойную структуру $\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{SU}(2)_R$ группы $SO(4)$ и позволил бы выражать квантование, кривизну и полевые взаимодействия непосредственно как свойства базовой геометрии 10. Однако, столь радикальная формулировка выходит за рамки современного теоретического подхода и вряд ли будет сразу принята научным сообществом. Поэтому, для совместимости с устоявшимися методами теории поля, в настоящей работе используется локально дифференцируемое описание в терминах фазовых полей SU(2).

Переход к локальным фазовым полям SU(2). Чтобы выразить ту же геометрию в локальной дифференциальной форме, каждой точке пространства-времени можно сопоставить унитарную ориентацию $U(x) \in \mathrm{SU}(2) \simeq S^3$, представляющую локальное фазовое состояние глобальной гиперсферы. Дифференциал этой ориентации, описываемый током Маурера-Картана $J_\mu = U^{-1}\nabla_\mu U$, содержит информацию о кривизне и фазовых изменениях, ответственных за физические поля. Таким образом, фазовое поле SU(2) представляет собой локализованную версию той же внутренней геометрии, которая определяла глобальную вселенную на S^3.

Сохранение компактности и квантования. Хотя локальная формулировка больше не требует, чтобы само пространство-время было глобально замкнутым, фундаментальная компактность теории сохраняется внутренне за счёт многообразия группы SU(2). Каждая локальная фазовая ориентация $U(x)$ принадлежит компактной трёхсфере, что гарантирует, что квантование и законы сохранения остаются внутренними следствиями геометрии, а не внешними допущениями. Дискретный, самозамкнутый характер исходной модели таким образом сохраняется и на локальном уровне.

Восстановление глобальной картины. Когда все локальные фазы SU(2) когерентны глобально, $U(x) = U_0(\xi)$, поле воспроизводит исходную гиперсферическую геометрию. В этом пределе локальная формулировка SU(2) сворачивается обратно в единую компактную вселенную S^3, и космологическая замкнутость вновь проявляется как условие фазовой когерентности, а не как искусственно наложенное ограничение. Таким образом, глобальное и локальное описания не являются альтернативными моделями, а представляют собой взаимодополняющие пределы одной и той же единой структуры.

Переход к локальному полевому формализму. В последующих разделах подробно развивается локальный формализм фазового поля SU(2). Его лагранжева структура, тензор энергии-импульса и свойства кривизны дают прямую дифференциальную реализацию внутренней динамики компактной гиперсферы. Таким образом, онтологическая модель замкнутой вселенной S^3 и операционная теория поля SU(2) представляют собой два взгляда на одну и ту же единую фазовую геометрию.

3 Геометрическая основа: фазовое поле $\mathrm{SU}(2)$ на S^3

Фундаментальной основой настоящей формулировки является четырёхмерное лоренцево многообразие пространства-времени $(\mathcal{M}, g_{\mu\nu})$, оснащённое внутренним компактным фазовым пространством, изоморфным групповому многообразию $\mathrm{SU}(2) \simeq S^3_{\text{phase}}$. Каждой точке пространства-времени $x \in \mathcal{M}$ сопоставляется элемент $U(x) \in \mathrm{SU}(2)$, представляющий локальную ориентацию фазового поля. Физические величины строятся из левоинвариантной формы (тока) Маурера-Картана

$$J_\mu \equiv U^{-1}\nabla_\mu U \;\in\; \mathfrak{su}(2), \tag{1}$$

где ∇_μ обозначает ковариантную производную Леви-Чивиты, согласованную с метрическим тензором пространства-времени $g_{\mu\nu}$.

Геометрические и размерностные соглашения

Четырёхмерное лоренцево многообразие $(\mathcal{M}, g_{\mu\nu})$ описывает наблюдаемую геометрию пространства-времени с локальным операционным временем $t(x)$. В каждой точке пространства-времени присоединяется внутреннее компактное фазовое пространство, топологически эквивалентное S^3, задаваемое групповым элементом $U(x) \in \mathrm{SU}(2)$. Оно может быть параметризовано координатами $(a_0, a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}^4$ с условием $a_0^2+a_1^2+a_2^2+a_3^2 = 1$, то есть как вложенная гиперсфера в $\mathbb{R}^4$. Четвёртая вложенная координата не расширяет внешнее пространство-время; она кодирует внутреннюю фазовую ориентацию $U(x)$ и эволюционирует относительно глобального фазового параметра T. Таким образом, глобальная эволюция по T отражает развитие компактной фазы $\mathrm{SU}(2)$, а не движение вдоль внешнего пространственного направления. Этот внутренний параметр имеет геометрическую, а не пространственную природу; он проявляется через наблюдаемые величины, такие как спин и фазовая кривизна, а не как дополнительная координата пространства-времени.

Используется лоренцева сигнатура $(-,+,+,+)$. Греческие индексы $\mu, \nu, \dots$ обозначают компоненты пространства-времени; латинские индексы $a, b, \dots$ нумеруют компоненты алгебры $\mathfrak{su}(2)$. Генераторы T_a нормированы как

$$\mathrm{Tr}(T_a T_b) = \tfrac{1}{2}\, \delta_{ab}.$$

При таком нормировании фазовый ток

$$J_\mu := U^{-1} \nabla_\mu U \in \mathfrak{su}(2)$$

является $\mathfrak{su}(2)$-значной одномерной формой с размерностью массы 1 (то есть $[J_\mu] = L^{-1}$). Проекции, например фиксированное электромагнитное направление T_{em}, удовлетворяют $\mathrm{Tr}(T_{\mathrm{em}}^2) = \frac{1}{2}$, что обеспечивает стандартное нормирование топологического заряда и возникающей электромагнитной напряжённости поля, использующейся далее.

Мы применяем систему естественных единиц ($\hbar = c = 1$), если не указано иное. В этих единицах действие безразмерно (при восстановлении констант $[S] = \hbar$), а энергия и масса имеют размерность $[E] = [M] = L^{-1}$, при этом $[T] = [L]$. Электромагнитные величины выражаются в *системе Хевисайда-Лоренца* при $c = 1$, так что диэлектрическая и магнитная постоянные вакуума удовлетворяют $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, и

$$u_{\mathrm{em}} = \tfrac{1}{2}(E^2 + B^2), \qquad \mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}.$$

Для дальнейших ссылок отметим, что после введения лагранжевой плотности фазового поля $\mathcal{L}_{\mathrm{phase}}$ её константы связи κ и α обладают размерностями

$$[\kappa] = E/L, \qquad [\alpha] = E\cdot L,$$

что приводит к характерным масштабам

$$L_* \sim \sqrt{\alpha/\kappa}, \qquad E_* \sim \sqrt{\kappa\, \alpha}.$$

Нормировка коэффициентов следует той же размерностной структуре, что и в стандартных моделях Скёрма и нелинейных сигма-моделях, где лагранжева плотность обычно записывается как

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Skyrme}} = -\frac{f_\pi^2}{4}\, \mathrm{Tr}(J_\mu J^\mu) + \frac{1}{32e^2}\, \mathrm{Tr}\big([J_\mu, J_\nu][J^\mu, J^\nu]\big).$$

Наши константы κ и α соответствуют, $f_\pi^2/4$ и $1/(32e^2)$, так что в естественных единицах $[\kappa] = L^{-2}$ и $[\alpha] = L^0$. Физически κ характеризует фазовую жёсткость поля SU(2) и определяет внутренние энергетический и длиновой масштабы $E_* = \sqrt{\kappa\alpha}$ и $L_* = \sqrt{\alpha/\kappa}$.

Фазовый лагранжиан и полное действие

Внутренняя динамика фазового поля определяется лагранжевой плотностью типа нелинейной сигма-модели и модели Скёрма:

$$\mathcal{L}_{\text{phase}} = \frac{\kappa}{2}\,\mathrm{Tr}(J_\mu J^\mu) + \frac{\alpha}{4}\,\mathrm{Tr}\big([J_\mu, J_\nu][J^\mu, J^\nu]\big) - V(U). \tag{2}$$

Здесь κ и α – положительные константы связи, а $V(U)$ – калибровочно-инвариантный потенциальный член. Первый член описывает плавные фазовые вариации (фазовую жёсткость), в то время как второй обеспечивает стабилизирующую поправку, препятствующую чрезмерной локальной кривизне, аналогично члену Скёрма в хиральной теории поля [4]. Баланс между этими двумя вкладами определяет характерный масштаб длины

$$L_* \sim \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}},$$

который задаёт типичный размер локализованных фазовых возбуждений – солитонов или вихрей.

В физических единицах κ имеет размерность энергии на единицу длины ($[\kappa] = E/L$), а α – размерность энергии, умноженной на длину ($[\alpha] = E{\cdot}L$). При таких размерностях L_* имеет размерность длины, а соответствующий характерный масштаб энергии (или массы) равен

$$E_* \sim \sqrt{\kappa\,\alpha}.$$

Эти параметры могут быть откалиброваны так, чтобы L_* соответствовал эмпирическим микроскопическим масштабам (например, ядерным или атомным радиусам), после восстановления фундаментальных констант $\hbar$, c и G.

Полный функционал действия объединяет гравитационный, фазовый и материальный сектора:

$$S = \int d^4x\,\sqrt{-g}\left[\frac{c^3}{16\pi G}\,R(g) + \mathcal{L}_{\text{phase}}(U, g) + \mathcal{L}_{\text{matter}}\right], \tag{3}$$

где $R(g)$ – скаляр кривизны Риччи метрики $g_{\mu\nu}$.
Все члены в выражении (3) записаны в согласованных физических единицах, так что $\mathcal{L}_{\text{phase}}$ и $\frac{c^3}{16\pi G}R(g)$ имеют одинаковую размерностную нормировку, соответствующую плотностям энергии в искривлённом пространстве-времени. Фундаментальные константы здесь явно восстановлены, чтобы подчеркнуть это соответствие.

Единицы и масштабирование параметров. В естественных единицах ($\hbar = c = 1$) имеем

$$[\kappa] = /, \qquad [\alpha] = \ \times\ ,$$

так что характерные солитонные масштабы определяются как

$$M_{\text{sol}} \sim \sqrt{\kappa\,\alpha}, \qquad L_* \sim \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}}.$$

Такое нормирование согласуется с конвенциями, используемыми в последующих расширениях модели – *атомном* и *ядерном*.

Связь с эффективной электрослабой динамикой. Потенциальный член $V(U)$ в фазовом лагранжиане может включать эффективные механизмы спонтанного нарушения симметрии, аналогичные потенциалу Хиггса. В низкоэнергетическом приближении локальная фазовая амплитуда $\phi(x)$ может быть параметризована коэффициентами (μ^2, λ) как

$$V(U) \;\simeq\; -\tfrac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \tfrac{1}{4}\lambda\phi^4,$$

где параметры выражаются через базовые связи SU(2) и глобальную кривизну:

$$\mu^2 = \zeta_2\,\kappa + \zeta_R/R^2, \qquad \lambda = \zeta_4\,\alpha, \qquad v = \mu^2/\lambda.$$

Такое эффективное приближение, применяемое в *атомных* и *ядерных* расширениях модели, порождает электрослабий масштаб масс и вакуумное среднее значение как выведенные, а не постулированные величины, в то время как настоящая базовая формулировка оставляет $V(U)$ в общем виде.
Поскольку $U(x)$ является безразмерной фазовой переменной SU(2), потенциал $V(U)$ имеет ту же размерностную нормировку, что и кинетический член в выражении (2). Следовательно, константа связи λ безразмерна в естественных единицах ($\hbar = c = 1$), что согласуется со стандартным нормированием, используемым в нелинейных сигма- и скёрмовских теориях поля. Такое соглашение гарантирует, что параметры (μ^2, λ) сохраняют корректные физические размерности при выражении через κ и α, как указано выше.

Уравнения поля

Вариация действия по метрике приводит к уравнению Эйнштейна с дополнительным фазовым вкладом в тензор энергии-импульса, расширяя классическую формулировку общей теории относительности [1]:

$$G_{\mu\nu}(g) + \Phi_{\mu\nu}(U, g) = \frac{8\pi G}{c^4}\,T^{(\text{matter})}_{\mu\nu}, \tag{4}$$

где

$$\Phi_{\mu\nu} \equiv -\frac{8\pi G}{c^4}\,T^{(\text{phase})}_{\mu\nu}, \qquad T^{(\text{phase})}_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\delta(\sqrt{-g}\,\mathcal{L}_{\text{phase}})}{\delta g^{\mu\nu}}. \tag{5}$$

Это определение напрямую вытекает из вариационного принципа, применённого к полному действию, поэтому $\Phi_{\mu\nu}$ не является произвольным добавлением, а представляет собой геометрический вклад, возникающий из самой фазовой динамики SU(2).

Сокращённая тождественность Бианки $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$, совместно с приведённым определением, означает ковариантный закон сохранения

$$\nabla_\mu\big(T^{(\text{matter})\,\mu\nu} + T^{(\text{phase})\,\mu\nu}\big) = 0,$$

что гарантирует согласованное сохранение полного тензора энергии-импульса материи и фазового поля в искривлённом пространстве-времени.

Явно симметричный (в смысле Гильберта) тензор энергии-импульса фазового поля, получаемый вариацией действия по метрике, раскладывается на три слагаемых:

$$T^{(\sigma)}_{\mu\nu} = \kappa\,\mathrm{Tr}(J_\mu J_\nu) - \frac{\kappa}{2}\,g_{\mu\nu}\,\mathrm{Tr}(J_\alpha J^\alpha), \tag{6}$$

$$T^{(\mathrm{Sk})}_{\mu\nu} = \alpha\,\mathrm{Tr}([J_\mu, J_\alpha][J_\nu, J^\alpha]) - \frac{\alpha}{4}\,g_{\mu\nu}\,\mathrm{Tr}([J_\alpha, J_\beta][J^\alpha, J^\beta]), \tag{7}$$

$$T^{(V)}_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}V(U). \tag{8}$$

Здесь κ определяет фазовую жёсткость, а α характеризует кривизну (жёсткость Скёрма) поля SU(2).

Это выражение представляет собой гильбертову (симметричную) форму фазового тензора напряжений. Оно эквивалентно, с точностью до стандартной симметризации Белинфанте, каноническому тензору, который следует из трансляционной инвариантности лагранжиана, и далее используется для определения полной энергии и углового момента фазовой конфигурации.

Фазовый тензор напряжений может быть перенесён либо в геометрическую (левую), либо в энергетическую (правую) сторону уравнения (4); в настоящей интерпретации он трактуется как геометрическая модификация кривизны, аналогичная подходу Калуцы-Кляйна. В пределе однородного фазового поля ($J_\mu \to 0$, $V(U) \to \mathrm{const}$) фазовый вклад $\Phi_{\mu\nu}$ исчезает, и уравнение (4) точно сводится к Эйнштейновским уравнениям общей теории относительности.

Вариация по фазовому полю. Чтобы получить уравнение для $U(x)$, рассмотрим бесконечно малые вариации на многообразии группы SU(2):

$$\delta U = U\,\varepsilon, \qquad \varepsilon(x) \in \mathfrak{su}(2).$$

Тогда $\delta J_\mu = [J_\mu, \varepsilon] + \nabla_\mu\varepsilon$, и вариации членов сигма- и скёрмовского типа дают соответственно:

$$\delta\mathcal{L}_\sigma = -\,\kappa\,\mathrm{Tr}(\varepsilon\,\nabla_\mu J^\mu)\,, \qquad \delta\mathcal{L}_{\mathrm{Sk}} = -\,\alpha\,\mathrm{Tr}(\varepsilon\,\nabla_\mu([J_\nu,[J^\mu, J^\nu]]))\,,$$

в то время как $\delta V = \mathrm{Tr}\big(\frac{\partial V}{\partial U}\,\varepsilon\big)$. Так как $\varepsilon(x)$ произвольно, из принципа Эйлера-Лагранжа следует уравнение

$$\nabla_\mu(\kappa\,J^\mu) + \alpha\,\nabla_\mu([J_\nu,[J^\mu, J^\nu]]) - \frac{\partial V}{\partial U}\,U^{-1} = 0, \tag{9}$$

описывающее нелинейную динамику фазового поля SU(2) в искривлённом пространстве-времени. Таким образом, полная система уравнений поля – как для гравитации, так и для внутренней фазы SU(2) – следует из экстремизации единого функционала действия, обеспечивая теоретическую самосогласованность и объединение геометрии и внутренней фазовой динамики в рамках одного вариационного принципа.

Двойственность времени и фазовая скорость

Чтобы связать внутреннюю фазовую эволюцию с операционным понятием времени, вводится глобальный параметр эволюции T. Пусть $n^\mu(x)$ – направленное в будущее единичное времениподобное векторное поле, удовлетворяющее условию $g_{\mu\nu}n^\mu n^\nu =$

-1. Определив скалярный фазовый угол $\theta(x)$ вдоль фиксированного генератора алгебры $\mathfrak{su}(2)$, введём локальную фазовую скорость:

$$\omega(x) = n^\mu \partial_\mu \theta(x) = \frac{d\theta}{d\tau}, \tag{10}$$

где $d\tau$ – собственное время вдоль интегральных линий поля n^μ. Наблюдаемое, или операционное, время $t(x)$ связано с глобальным параметром фазы T через локальное отношение фазовых скоростей:

$$\boxed{\frac{dt(x)}{dT} = \frac{\omega_*}{\omega(x)}}, \tag{11}$$

где ω_* – универсальная опорная частота. Таким образом, часы замедляются в областях, где фазовая скорость $\omega(x)$ уменьшается под действием геометрии или фазовой энергии, что придаёт замедлению времени и красному смещению геометрическое происхождение. В пределе однородной фазы $\omega(x) \equiv \omega_*$ восстанавливается соответствие $t \equiv T$, и стандартное релятивистское время возникает как предельный случай.

В практических приложениях – например, в *атомных* и *ядерных* расширениях модели – используется этот локальный предел: фазовая скорость $\omega(x)$ изменяется незначительно на атомных масштабах, поэтому операционное время $t(x)$ совпадает с глобальным параметром эволюции T. Лишь в космологических масштабах, где $\omega(x)$ медленно изменяется вследствие глобальной кривизны R, различие между t и T становится наблюдаемым, проявляясь в виде частотных сдвигов или красных смещений.

4 Элементарные фазовые возбуждения: электрон и фотон

Определённое выше фазовое поле SU(2) допускает два фундаментальных класса возбуждений: локализованные топологические вихри, соответствующие материальным частицам, и делокализованные колебательные моды, соответствующие излучению. Оба типа возбуждений возникают как самосогласованные решения фазового уравнения (9), причём их различие определяется топологическими и динамическими свойствами конфигурации.

Электрон как локализованный вихрь SU(2)

Стационарная локализованная конфигурация с нетривиальным числом намотки

$$B = \frac{1}{24\pi^2} \int_{S^3_{\text{space}}} \epsilon^{ijk} \operatorname{Tr}(J_i J_j J_k)\, d^3x, \tag{12}$$

описывает квантованный вихрь SU(2). Ориентация и нормировка выбраны так, что сферически симметричная конфигурация “ёжика” $U(\mathbf{x}) = \exp[i\,F(r)\,\hat{\mathbf{x}}\cdot\boldsymbol{\sigma}]$ несёт топологический заряд $B = +1$, что фиксирует общий знак соглашения и обеспечивает согласие со стандартным определением числа намотки в модели Скёрма.

Целое число B измеряет степень топологического отображения $S^3_{\text{space}} \to S^3_{\text{phase}}$, гарантируя глобальную устойчивость таких конфигураций. Наинизшая нетривиальная конфигурация $B = 1$ соответствует локализованному вихрю SU(2), идентифицируемому с электроном. Здесь S^3_{space} обозначает компактную пространственную срезку физического трёхмерного пространства, а S^3_{phase} – внутреннее фазовое многообразие, связанное с группой SU(2).

Топологическое замечание. В статическом приближении, лежащем в основе атомной модели, электрон может быть представлен локализованной конфигурацией фазового поля SU(2) с локальным числом намотки $B = 1$. В рамках настоящей динамической формулировки это описание обобщается: электрон соответствует делокализованному возбуждению фазового поля SU(2), мгновенная структура которого локально может иметь $B = 1$, тогда как полный топологический заряд всей зависящей от времени конфигурации остаётся $B = 0$. Такое различие согласует топологический и волновой аспекты электрона, позволяя его непрерывное распространение и аннигиляцию пары без потери топологической согласованности.

В этой интерпретации компоненты электромагнитного поля возникают как эффективные проекции тензора кривизны SU(2). Определяя

$$F_{\mu\nu} = -\,i\,\mathrm{Tr}(T_{\text{em}}[J_\mu, J_\nu])\,, \tag{13}$$

получаем стандартные соотношения

$$E_i = F_{0i}, \qquad B_i = \tfrac{1}{2}\epsilon_{ijk}F_{jk}.$$

Следовательно, на локальном уровне:

$$E_i \propto -\,i\,\mathrm{Tr}(T_{\text{em}}[J_0, J_i])\,, \qquad B_i \propto -\tfrac{i}{2}\epsilon_{ijk}\,\mathrm{Tr}(T_{\text{em}}[J_j, J_k])\,. \tag{14}$$

Здесь T_{em} – фиксированный генератор, определяющий электромагнитную ориентацию во внутреннем пространстве. Локальная циркуляция фазового поля порождает собственный магнитный момент, а двусвязная топология группы SU(2) естественным образом объясняет спин-$\frac{1}{2}$ поведение. В связанных системах локализованный вихрь становится делокализованным вдоль резонансной собственной моды атомного фазового поля. Получающаяся расширенная конфигурация сохраняет тот же локальный топологический характер, но обладает распределённой плотностью и угловым моментом, что соответствует обычной орбитальной структуре атомных состояний.
Эти определения согласованы с тензорной формулировкой поля,

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu J_\nu - \partial_\nu J_\mu + [J_\mu, J_\nu],$$

которую можно получить непосредственно из фазового уравнения (9), определяющего динамику поля $U(x)$. Его проекция на фиксированный генератор T_{em} даёт электромагнитный тензор поля (29).

Фотон как фазовая волна

Второй класс возбуждений возникает из малых по амплитуде колебаний фазового поля с нулевым топологическим зарядом:

$$B = 0, \qquad U(x) \simeq \exp[i\theta(x)T_{\text{em}}], \tag{15}$$

что приводит к линеаризованному волновому уравнению для фазовой компоненты. Соответствующее поле удовлетворяет однородным и неоднородным уравнениям Максвелла в пределе слабых полей, что согласуется с определением кривизны, данным в уравнении (13).

Состояние поляризации соответствует внутренней ориентации колебания в пространстве SU(2), тогда как частота ω и волновой вектор k^μ связаны с временными и пространственными градиентами фазового угла $\theta(x)$. Таким образом, фотон представляет собой *распространяющуюся кривизну фазового поля* SU(2), передающую энергию и импульс через вариации внутренней ориентации.

В областях, где сосуществуют локализованные вихри и делокализованные волны, взаимодействие между этими двумя типами возбуждений порождает известные явления поглощения, испускания и давления излучения. Никакое внешнее калибровочное поле при этом не требуется – электромагнитные взаимодействия возникают как внутренние деформации самой фазовой геометрии.

Материя и излучение как единые фазовые состояния

Таким образом, как корпускулярные, так и волновые возбуждения возникают из одного и того же фундаментального объекта $U(x)$. Локализованные вихри соответствуют конечным по энергии топологическим дефектам, тогда как фотоны представляют собой плавные периодические модуляции того же поля. Переход между этими режимами является непрерывным и определяется относительной величиной локального члена кривизны в уравнении (2). Это даёт единую физическую интерпретацию материи и излучения как различных проявлений одной и той же фазовой динамики SU(2).

5 Классическая механика как фазовая кинематика

Классическая механика возникает как макроскопический предел фазовой динамики SU(2) в случае, когда фазовые вариации являются плавными на масштабе компактного многообразия, а нелинейные вклады в уравнении (9) малы. В этом режиме локализованные фазовые вихри ведут себя как квазичастицы, а их коллективное движение подчиняется привычным законам ньютоновской механики.

Фазовый импульс и энергия

Канонический тензор энергии-импульса, связанный с фазовым полем, следует из теоремы Нётер для бесконечно малых трансляций координат. Он эквивалентен (с точностью до симметризации Белинфанте) симметричному тензору энергии-импульса Гильберта, выведенному в разделе 3, и предоставляет удобную форму для вычисления сохраняющихся величин:

$$T^{\mu\nu}_{(\text{phase})} = \kappa\,\mathrm{Tr}(J^\mu J^\nu) + \alpha\,\mathrm{Tr}([J^\mu, J_\alpha][J^\nu, J^\alpha]) - g^{\mu\nu}\mathcal{L}_{\text{phase}}. \tag{16}$$

Для локализованной конфигурации полный четырёхимпульс имеет вид

$$P^\mu = \int T^{0\mu}_{(\text{phase})}\, d^3x, \tag{17}$$

а инвариантная масса покоя определяется как

$$mc^2 = \int T^{00}_{(\mathrm{phase})}\, d^3x. \tag{18}$$

Подынтегральное выражение соответствует плотности фазовой энергии, накопленной в кривизне поля $U(x)$.

В нерелятивистском пределе, когда $J_0 \gg J_i$, временная часть уравнения (9) сводится к эффективному уравнению движения центра вихря:

$$m\,\frac{d^2x^i}{dt^2} = F^i, \tag{19}$$

где эффективная сила F^i возникает из пространственных градиентов окружающей фазовой энергии. Уравнение (19) воспроизводит второй закон Ньютона как описание трансляционной динамики локализованного вихря SU(2).

Угловой момент и вращательная динамика

Вращательное движение соответствует внутренней переориентации фазового поля. Сохраняющийся угловой момент вытекает из глобальной внутренней инвариантности Лагранжиана относительно преобразований группы SU(2), получаемой при вариации действия относительно бесконечно малых внутренних вращений $U \to e^{\epsilon^a T_a} U$. Он получает вклады как от σ-члена, так и от члена Скёрма:

$$L^a = \int \epsilon^{ijk} x_i \,\mathrm{Tr}\Big(T^a \big[\kappa\, J_j J_k + \alpha\, [J_j, J_\ell][J_k, J^\ell]\big]\Big)\, d^3x. \tag{20}$$

где T^a – генераторы алгебры $\mathfrak{su}(2)$. Для медленно вращающихся конфигураций можно ввести эффективный тензор момента инерции I_{ab}, определяемый как

$$L^a = I_{ab}\,\Omega^b, \tag{21}$$

где Ω^b – обобщённые угловые скорости, описывающие внутреннее вращение фазовой ориентации. Кинетическая энергия вращения тогда принимает стандартную квадратичную форму:

$$E_{\mathrm{rot}} = \frac{1}{2} I_{ab}\,\Omega^a \Omega^b. \tag{22}$$

Таким образом, обычные соотношения между моментом силы, угловым ускорением и угловым моментом возникают как макроскопические проявления переориентации фазового поля SU(2).

Потенциальная энергия и фазовая деформация

Внешние поля и взаимодействия соответствуют пространственным вариациям фоновой фазовой конфигурации. Градиент скалярного фазового угла $\theta(x)$ создаёт эффективный потенциал

$$V_{\mathrm{eff}}(\mathbf{x}) \propto \frac{\kappa}{2}\,\mathrm{Tr}\big(J_i J^i\big)\,, \tag{23}$$

который действует как восстанавливающая или притягивающая сила в зависимости от кривизны окружающей фазы. Малое отклонение δU от равновесия удовлетворяет линеаризованному уравнению движения, аналогичному гармоническому осциллятору:

$$\kappa\, \partial_t^2 \delta U = -\frac{\partial^2 V}{\partial U^2}\, \delta U, \tag{24}$$

что показывает: инерционные и потенциальные эффекты имеют общий геометрический источник – локальную кривизну фазового многообразия.

Гамильтонова и лагранжева структура

Локальная плотность лагранжиана (2) определяет сопряжённые импульсы:

$$\Pi^\mu = \frac{\partial \mathcal{L}_{\rm phase}}{\partial(\partial_\mu U)} = \kappa\, U^{-1}\partial^\mu U + \alpha\, [J_\nu, [J^\mu, J^\nu]], \tag{25}$$

что приводит к гамильтоновой плотности

$$\mathcal{H}_{\rm phase} = \mathrm{Tr}(\Pi_\mu\, \partial^\mu U) - \mathcal{L}_{\rm phase}. \tag{26}$$

В пределе плавного поля $\mathcal{H}_{\rm phase}$ сводится к стандартной сумме кинетического и потенциального членов:

$$\mathcal{H}_{\rm phase} \simeq \frac{\kappa}{2}\, \mathrm{Tr}(J_0 J^0) + \frac{\kappa}{2}\, \mathrm{Tr}(J_i J^i) + V(U), \tag{27}$$

что соответствует привычному разложению механической энергии на вклад движения и вклад деформации.

Возникновение классических законов

Уравнения (18)–(19) показывают, что масса, импульс и сила могут быть интерпретированы как меры кривизны и потока энергии внутри фазового поля. Классические законы движения, включая законы сохранения энергии и углового момента, вытекают непосредственно из внутренней SU(2)-симметрии и инвариантности действия относительно преобразований пространства-времени. Следовательно, ньютоновская механика восстанавливается не как самостоятельный постулат, а как низкочастотный предел общей фазовой динамики SU(2).

6 Электродинамика как проекция фазовой геометрии

Электродинамика возникает как проекция фазовой динамики SU(2) на фиксированное внутреннее направление, связанное с электромагнитной ориентацией. В этом представлении электромагнитное поле соответствует абелеву сектору неабелевой фазовой геометрии, получаемому проецированием тока Маурера-Картана J_μ на один из генераторов алгебры $\mathfrak{su}(2)$.

Проекция и эффективный четырёхпотенциал

Пусть T_{em} – фиксированный нормированный генератор алгебры $\mathfrak{su}(2)$, удовлетворяющий условию $\mathrm{Tr}(T_{\mathrm{em}}^2) = \frac{1}{2}$. Проекция тока SU(2) на это направление определяет эффективный электромагнитный четырёхпотенциал:

$$a_\mu = -i\,\mathrm{Tr}\big(T_{\mathrm{em}}\,U^{-1}\nabla_\mu U\big)\,. \tag{28}$$

Соответствующий тензор поля выражается как

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu = -i\,\mathrm{Tr}(T_{\mathrm{em}}[J_\mu, J_\nu])\,, \tag{29}$$

что представляет собой кривизну проецированного фазового соединения.

В пределе слабого поля, когда нелинейные коммутаторные члены малы, тождество Бьянки для кривизны SU(2) приводит к соотношению

$$\partial_{[\lambda}\mathcal{F}_{\mu\nu]} = 0, \tag{30}$$

которое соответствует однородным уравнениям Максвелла. Вариация действия по компонентам фазы, выровненным вдоль направления T_{em}, даёт

$$\partial_\mu \mathcal{F}^{\mu\nu} = j^\nu, \tag{31}$$

где j^ν обозначает эффективный ток, создаваемый движением заряженных фазовых вихрей. Таким образом, уравнения (29)–(31) воспроизводят уравнения Максвелла как предельный случай общего уравнения для поля SU(2) (9).

Электрическое и магнитное поля

В локальной системе покоя электрическое и магнитное поля выражаются как

$$E_i = \mathcal{F}_{0i}, \qquad B_i = \frac{1}{2}\epsilon_{ijk}\,\mathcal{F}^{jk}. \tag{32}$$

Плотность энергии и вектор Пойнтинга непосредственно следуют из тензора энергии-импульса фазового поля:

$$u_{\mathrm{em}} = \frac{1}{2}\big(E^2 + B^2\big)\,, \qquad \mathbf{S} = \mathbf{E}\times\mathbf{B}. \tag{33}$$

Таким образом, поток электромагнитной энергии соответствует переносу кривизны фазы через пространство-время.

Замечание о калибровочной симметрии. Проекция на фиксированный внутренний генератор T_{em} явно понижает полную локальную калибровочную симметрию SU(2) до её подгруппы U(1). Такое понижение выделяет предпочтительное внутреннее направление, соответствующее электромагнитной фазе, в результате чего проецированный потенциал $a_\mu \equiv -i\,\mathrm{Tr}(T_{\mathrm{em}}\,J_\mu)$ ведёт себя как абелево соединение. Следовательно, полученный тензор поля $F_{\mu\nu}$ удовлетворяет уравнениям Максвелла как кривизна этого остаточного сектора U(1) внутри единой фазовой геометрии SU(2).[2]

[2] Каллиграфическое обозначение $\mathcal{F}_{\mu\nu}$, использованное ранее, обозначает кривизну SU(2), спроецированную на электромагнитное направление до явного сведения SU(2)$\to$U(1). В этом абелевом пределе $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ переходит в обычный электромагнитный тензор $F_{\mu\nu}$, что согласуется с уравнением (29).

Ток, напряжение и сопротивление

Эффективный электрический ток j^μ в уравнении (31) возникает из градиентов фазового угла SU(2), переносимого локализованными вихрями:

$$j^\mu \propto \nabla^\mu \theta(x), \tag{34}$$

где $\theta(x)$ – локальная проекция внутренней фазы на направление T_{em}.

Скалярная разность потенциалов между двумя точками A и B вдоль пути Γ выражается как

$$V_{AB} = -\int_\Gamma \partial_i a_0 \, dx^i, \tag{35}$$

где скалярный потенциал

$$a_0 = -\,i \,\mathrm{Tr}\big(T_{\mathrm{em}}\, U^{-1}\partial_0 U\big)$$

представляет собой временную компоненту проецированного фазового соединения. В квазистационарном пределе, когда временные изменения поля медленны и $\partial_t a_i \approx 0$, можно положить $a_0 \propto \dot{\theta}$, и тогда уравнение (35) сводится к виду $V_{AB} = -\int_\Gamma \partial_i \theta \, dx^i$, что описывает чисто потенциальный вклад в электродвижущую разность.

В общем случае электрическое поле определяется полным соотношением

$$E_i = F_{0i} = -\,\partial_t a_i - \partial_i a_0,$$

так что индуктивные и радиационные эффекты проявляются всякий раз, когда квазистационарное приближение перестаёт быть применимым.

Локальное сопротивление определяется скоростью потери фазовой когерентности. Для ансамбля вихрей с временем когерентности τ_c проводимость может быть записана как

$$\sigma \propto \tau_c, \tag{36}$$

что показывает: идеальная когерентность $(\tau_c \to \infty)$ приводит к бесконечной проводимости. Таким образом, омическое сопротивление не является фундаментальным свойством, а служит мерой степени фазового беспорядка.

Сверхпроводимость как фазовая когерентность

В идеально когерентной фазовой области ковариантная производная фазового угла обращается в ноль:

$$\nabla_\mu \theta(x) = 0, \tag{37}$$

и проецированное электрическое поле внутри материала исчезает, тогда как поверхностные токи поддерживают постоянную фазу. Это состояние соответствует состоянию Мейсснера, при котором магнитный поток вытесняется, а сопротивление исчезает. Следовательно, сверхпроводимость естественным образом возникает как макроскопическое проявление когерентного выравнивания фаз SU(2).

На микроскопическом уровне плотность сверхтока пропорциональна градиенту глобальной фазы:

$$\mathbf{j}_s \propto \nabla \theta, \tag{38}$$

и удовлетворяет уравнению типа Лондона:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_L^2}\,\mathbf{B}, \qquad \lambda_L^{-2} \propto \kappa\, |\Psi|^2. \tag{39}$$

Здесь λ_L – глубина проникновения Лондона, а $|\Psi|$ обозначает амплитуду когерентной фазы. Пропорциональность $\lambda_L^{-2} \propto \kappa\,|\Psi|^2$ понимается феноменологически: точный коэффициент зависит от микроскопических свойств конденсата и может быть откалиброван путём сравнения с формализмами Гинзбурга-Ландау или БКШ. Это гарантирует, что макроскопический предел фазовой теории SU(2) воспроизводит стандартное поведение по Лондону, не предполагая какого-либо конкретного микроскопического механизма спаривания. В таком представлении сверхпроводимость возникает как следствие глобальной фазовой когерентности на компактном многообразии SU(2), а не из внешнего потенциала или взаимодействия.

Резюме

Таким образом, электродинамика отождествляется с абелевой проекцией фазовой геометрии SU(2). Электрический заряд соответствует топологической намотке фазы, электрическое и магнитное поля представляют собой её градиенты и роторы, а электрический ток отражает коллективный перенос внутренней фазовой ориентации. Уравнения Максвелла, перенос электромагнитной энергии и сверхпроводимость возникают как предельные выражения фундаментальной фазовой динамики SU(2).

7 Теория относительности и фазовый тензор напряжений

Геометрическая структура фазового поля SU(2) обеспечивает естественное основание как для специальной, так и для общей теории относительности. Компактность S^3 гарантирует существование локальных евклидовых окрестностей, в которых возможны инерциальные системы отсчёта, в то время как вариации скорости фазового изменения порождают эффективную кривизну и замедление времени. Релятивистские явления, таким образом, проявляются как реакция пространства-времени на внутреннюю фазовую энергию.

Специальная теория относительности как предел однородного фазового потока

Рассмотрим однородную фазовую конфигурацию, в которой скорость фазового изменения постоянна, $\omega(x) = \omega_*$. В этом случае локальное операционное время t, определяемое уравнением (11), совпадает с глобальным параметром T, а метрика пространства-времени локально имеет форму метрики Минковского:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2. \tag{40}$$

Малые возмущения фазового поля соответствуют локальным бустам внутренней ориентации, что приводит к преобразованиям Лоренца между движущимися наблюдателями. Инвариантность фазового действия относительно таких преобразований гарантирует постоянство скорости света c, поскольку она представляет собой скорость распространения бесконечно малых фазовых возмущений на S^3.

Таким образом, специальная теория относительности восстанавливается как симметрия однородной фазовой эволюции, при которой все области имеют одинаковую скорость фазы ω_*, а внутренняя геометрия является изотропной.

Гравитационные эффекты как вариации скорости фазы

Когда скорость фазового изменения $\omega(x)$ зависит от координат вследствие локальной кривизны поля SU(2), связь между операционным временем $t(x)$ и глобальным временем T становится нетривиальной, как показано в уравнении (11). Отношение $\omega_*/\omega(x)$ действует как эффективный коэффициент красного смещения, и гравитационное замедление времени непосредственно следует:

$$\frac{dt}{dT} = \frac{\omega_*}{\omega(x)} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\tau_1}{d\tau_2} = \frac{\omega(x_2)}{\omega(x_1)}. \tag{41}$$

Области с повышенной фазовой кривизной соответствуют уменьшенной локальной частоте $\omega(x)$, что приводит к замедлению хода часов и образованию более глубоких потенциальных ям. Ньютоновский потенциал ϕ восстанавливается в слабополевом пределе из соотношений:

$$\frac{\omega(x)}{\omega_*} \simeq 1 + \frac{\phi}{c^2}, \qquad g_{00} \simeq -\left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right), \tag{42}$$

воспроизводя стандартное постньютоновское приближение.

Фазовое напряжение и тензор Эйнштейна

Геометрическая связь между фазовой энергией и кривизной выражается уравнением (4):

$$G_{\mu\nu} + \Phi_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}^{(\text{matter})}, \tag{43}$$

где тензор фазового напряжения $\Phi_{\mu\nu}$ представляет собой кривизну, индуцированную внутренней динамикой поля SU(2). В явном виде:

$$\Phi_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu}^{(\text{phase})}, \tag{44}$$

при этом $T_{\mu\nu}^{(\text{phase})}$ задаётся уравнениями (16)–(20). Этот тензор описывает полное влияние фазового поля на геометрию пространства-времени и может рассматриваться как геометрический аналог тензора энергии-импульса самого гравитационного поля.

В областях, где $\mathcal{L}_{\text{phase}} \to 0$, тензор $\Phi_{\mu\nu}$ исчезает, и восстанавливаются обычные уравнения Эйнштейна:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu}^{(\text{matter})}. \tag{45}$$

Таким образом, общая теория относительности возникает как предел при исчезающей внутренней фазовой кривизне, тогда как ненулевой $\Phi_{\mu\nu}$ вводит геометрические поправки высшего порядка, которые могут объяснять дополнительные эффекты кривизны, обычно приписываемые тёмной энергии или поляризации вакуума.

Геодезические и фазовое движение

Движение пробного вихря в искривлённом пространстве-времени следует из закона сохранения $\nabla_\mu T^{\mu\nu}_{(\text{phase})} = 0$, который в пределе малых градиентов фазового напряжения приводит к стандартному уравнению геодезической:

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\,\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0. \tag{46}$$

Таким образом, свободное движение соответствует переносу вдоль экстремальных траекторий фазового многообразия. Отклонения от геодезического поведения возникают лишь тогда, когда внутренние фазовые взаимодействия вносят заметное напряжение, что приводит к гравитационному самовзаимодействию или радиационным поправкам.

Единство гравитационной и электромагнитной геометрии

Уравнения (4) и (29) показывают, что и гравитация, и электромагнетизм возникают как различные проявления одной и той же фазовой геометрии SU(2). Кривизна, связанная с диагональным генератором T_{em}, порождает электромагнитное поле, в то время как общая кривизна SU(2) входит в метрику пространства-времени через тензор $\Phi_{\mu\nu}$. Такое соответствие отражает структуру объединений типа Калуцы-Кляйна и калибровочно-гравитационных теорий, но без введения дополнительных измерений пространства-времени: внутреннее компактное пространство само порождает как калибровочные, так и гравитационные явления.

Резюме

Специальная теория относительности возникает из равномерной эволюции фазового поля, а общая теория относительности следует при наличии локальных вариаций фазовой частоты $\omega(x)$, которые изменяют метрику через тензор напряжений $\Phi_{\mu\nu}$. Таким образом, как инерционные, так и гравитационные эффекты имеют общий геометрический источник – кривизну фазового поля SU(2), что обеспечивает единую и согласованную основу для релятивистской физики.

8 Квантовая механика как динамика компактной фазы

Квантовая механика возникает как естественное описание компактной эволюции фазы на многообразии SU(2). Поскольку внутреннее пространство S^3 конечно и замкнуто, все собственные моды оператора Лапласа на этом многообразии образуют дискретный спектр. Следовательно, квантование является геометрической необходимостью, а не дополнительным постулатом.

Волновое уравнение на компактном многообразии

Рассмотрим малые гармонические возмущения фазового поля около стационарной конфигурации:

$$U(x) = U_0 \exp\bigl[i\,\psi(x)\bigr], \qquad |\psi| \ll 1. \tag{47}$$

Линеаризация уравнения (9) приводит к выражению

$$\nabla_\mu \nabla^\mu \psi + M^2 \psi = 0, \tag{48}$$

где M^2 – это эффективный массовый член, возникающий из кривизны потенциала $V(U)$. На компактной трёхсфере радиуса R собственные функции оператора Лапласа удовлетворяют соотношению

$$\nabla^2_{S^3} Y_n = -\frac{n(n+2)}{R^2}\, Y_n, \qquad n = 0, 1, 2, \dots, \tag{49}$$

так что уровни энергии стационарных мод квантованы:

$$E_n = \hbar\omega_n = \hbar c\sqrt{k^2 + \frac{n(n+2)}{R^2}}, \tag{50}$$

что даёт геометрическое объяснение дискретным спектрам в связанных системах.

Возникновение уравнения Шрёдингера

В нерелятивистском пределе, когда пространственные градиенты малы по сравнению с временными осцилляциями, поле $\psi(x)$ можно разложить в виде

$$\psi(x,t) = \Psi(\mathbf{x},t)\, e^{-iMc^2 t/\hbar}. \tag{51}$$

Тогда уравнение (48) сводится к виду

$$i\hbar\,\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2M}\,\nabla^2\Psi + V_{\mathrm{eff}}\Psi, \tag{52}$$

что представляет собой уравнение Шрёдингера для эффективной волновой функции $\Psi(\mathbf{x},t)$. Таким образом, фундаментальная квантовая эволюция возникает как медленная модуляция внутренней осцилляции фазы SU(2), при этом постоянная Планка $\hbar$ выступает коэффициентом пропорциональности между внутренним угловым моментом и скоростью фазового вращения.

Коммутационные соотношения и неопределённость

Каноническая структура фазового поля приводит к стандартной операторной алгебре. Оператор импульса следует из генератора пространственных трансляций фазы:

$$\hat{p}_i = -i\hbar\,\partial_i, \tag{53}$$

а коммутатор $[x_i, \hat{p}_j] = i\hbar\,\delta_{ij}$ является прямым следствием структуры алгебры Ли группы SU(2) в бесконечно малом пределе. Соотношение неопределённостей $\Delta x_i\,\Delta p_i \geq \hbar/2$ таким образом отражает ненулевую кривизну и некоммутативность сопряжённых фазовых переменных на компактном многообразии.

Вероятность и нормировка на S^3

Плотность вероятности, соответствующая квантовому состоянию, интерпретируется как норма фазовой амплитуды на S^3:

$$\int_{S^3} |\Psi(\xi)|^2\, dV_{S^3} = 1. \tag{54}$$

Для физических наблюдаемых в трёхмерном пространстве плотность получается интегрированием по скрытой координате компактного многообразия:

$$\rho(\mathbf{x}) = \int_{\pi^{-1}(\mathbf{x})} |\Psi(\xi)|^2\, d\mu_{\mathrm{fiber}}(\xi), \tag{55}$$

где $\pi : S^3 \to \mathbb{R}^3$ обозначает стереографическую проекцию, а $d\mu_{\mathrm{fiber}}$ – меру вдоль волокна. Таким образом, обычная вероятностная интерпретация квантовой механики соответствует проекции нормированной фазовой амплитуды SU(2).

Спин и внутренний угловой момент

Дважды связанная топология группы SU(2) означает, что вращение на угол 2π в физическом пространстве соответствует изменению знака внутренней фазовой ориентации. Это свойство естественным образом приводит к спиновому поведению фермионов с $s = \frac{1}{2}$ без необходимости вводить дополнительные постулаты. Матрицы Паули представляют собой бесконечно малые генераторы группы SU(2), а операторы спина непосредственно следуют из внутренней алгебры:

$$\hat{S}_i = \frac{\hbar}{2}\sigma_i, \qquad [\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\hbar\,\epsilon_{ijk}\hat{S}_k. \tag{56}$$

Внутренний магнитный момент электрона соответствует взаимодействию ориентации спина с электромагнитной проекцией T_{em}.

Когерентность и квантовая суперпозиция

Поскольку многообразие SU(2) является компактным и унитарным, линейная суперпозиция собственных мод фазового поля соответствует конструктивной или деструктивной интерференции внутренних ориентаций. Когерентные состояния занимают минимальные объёмы на групповом многообразии и характеризуются устойчивыми фазовыми соотношениями, тогда как декогеренция соответствует диффузии фазовой ориентации и потере недиагональной когерентности в матрице плотности. Таким образом, статистическая природа квантовой механики проистекает из усреднения микроскопических конфигураций SU(2)-фазы.

Резюме

Квантовая механика возникает как предельный случай динамики SU(2)-фазы в компактном режиме. Дискретность уровней энергии является следствием конечности пространства S^3; уравнение Шрёдингера представляет собой нерелятивистский предел фазового волнового уравнения; а принцип неопределённости отражает внутреннюю кривизну фазового многообразия. Таким образом, квантовое поведение материи непосредственно вытекает из тех же геометрических принципов, которые порождают классическую механику, электродинамику и относительность в рамках единой SU(2)-фазовой геометрии.

9 Геометрическая интерпретация релятивистских и квантовых эффектов

Единая SU(2)-фазовая геометрия не только воспроизводит формальную структуру известных физических законов, но и предоставляет наглядные геометрические интерпретации широкого круга экспериментально подтверждённых явлений. Ряд ключевых эффектов, которые традиционно считаются парадоксальными или контринтуитивными в теории относительности и квантовой механике, в данном подходе естественно объясняются как прямые следствия кривизны и эволюции компактного фазового многообразия.

Отклонение света и гравитационное красное смещение

Отклонение света в гравитационном поле следует из пространственных вариаций локальной скорости фазового вращения $\omega(x)$. Фотон распространяется вдоль нулевых геодезических эффективной метрики

$$g_{\mu\nu}^{\text{eff}} = g_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}(\omega),$$

где возмущение $\delta g_{\mu\nu}$ зависит от градиента $\omega(x)$. Разложив по первому порядку по гравитационному потенциалу ϕ,

$$\frac{\omega(x)}{\omega_*} \simeq 1 + \frac{\phi}{c^2},$$

мы получаем стандартный угол отклонения света, проходящего вблизи массивного тела,

$$\Delta\theta = \frac{4GM}{c^2 b},$$

где b – параметр воздействия. Таким образом, гравитационное линзирование и эффект красного смещения Эйнштейна возникают непосредственно из геометрической модуляции скорости фазового вращения, без необходимости вводить дополнительные постулаты.

Замедление времени и фазовая геометрия

Из уравнения (11) следует, что локальные часы измеряют время согласно соотношению

$$dt = \frac{\omega_*}{\omega(x)}\, dT,$$

так что более медленная эволюция фазы соответствует более медленному течению времени. В движущихся системах отсчёта эффективная скорость фазового вращения уменьшается на множитель Лоренца:

$$\omega(x, v) = \omega_* \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

что воспроизводит кинематическое замедление времени специальной теории относительности. Следовательно, как гравитационное, так и кинематическое замедление времени объединяются в данном подходе как проявления локальных вариаций скорости фазовой эволюции SU(2)-поля.

Эффект наблюдателя как фазовая синхронизация

Акт измерения или наблюдения соответствует синхронизации между локальной фазой измерительного прибора и фазой наблюдаемой системы. Во время этого взаимодействия внутренняя ориентация системы $U(x)$ выравнивается с фазовой системой отсчёта наблюдателя, в результате чего уменьшается доступное системе пространство состояний. Так называемый «коллапс» волновой функции, следовательно, представляет собой геометрическую проекцию распределённой фазовой конфигурации на синхронизированное подмногообразие полного SU(2)-многообразия. Вероятностные исходы отражают относительные объёмы этих подмногообразий в рамках инвариантной меры группы. *Относительные объёмы таких подмногообразий определяют вероятности соответствующих исходов, что даёт прямое геометрическое основание статистической интерпретации квантовой механики.*

Квантовая запутанность как коррелированная фазовая ориентация

Для двух пространственно разделённых возбуждений, описываемых коррелированными SU(2)-фазовыми полями $U_1(x_1)$ и $U_2(x_2)$, единое глобальное условие на совокупную фазовую ориентацию гарантирует сохранение корреляции их внутренних состояний, даже при большом пространственном разделении. Эти корреляции возникают благодаря общему глобальному параметру T, управляющему эволюцией фазы, в то время как каждый наблюдатель воспринимает локальное время $t(x)$. Поскольку никакой причинный сигнал не передаётся во времени $t(x)$, релятивистская причинность остаётся соблюдённой. Таким образом, запутанность представляет собой нелокальное ограничение на совместную SU(2)-фазовую конфигурацию, а не физическое сверхсветовое взаимодействие.

Квантовое туннелирование как непрерывный фазовый переход

Прохождение через потенциальный барьер интерпретируется как непрерывное вращение SU(2)-фазы в области с повышенной кривизной энергии. Экспоненциальное подавление вероятности прохождения

$$P \propto e^{-2\int \sqrt{2m(V-E)}\,dx/\hbar},$$

соответствует геометрическому затуханию амплитуды фазы при переходе через искривлённый участок многообразия. Этот механизм согласуется с экспериментальными наблюдениями макроскопического квантового туннелирования, в частности, с работами Джона Кларка, Мишеля Деворе и Джона Мартиниса в сверхпроводящих системах [2], для которых скорость туннелирования определяется той же зависимостью от кривизны фазы.

Космологическое красное смещение как старение фазы

Космологическое красное смещение не обязательно указывает на метрическое расширение Вселенной. В рамках SU(2)-фазовой модели свет, испущенный при глобальном времени T_{emit} и наблюдаемый при T_{obs}, испытывает изменение частоты вследствие медленной эволюции глобальной скорости фазового вращения:

$$1 + z = \frac{\omega_{\text{emit}}}{\omega_{\text{obs}}} = \frac{\omega_*(T_{\text{emit}})}{\omega_*(T_{\text{obs}})}.$$

Если функция $\omega_*(T)$ монотонно убывает с течением глобального времени, то наблюдаемое в далёких галактиках красное смещение возникает естественным образом как следствие *старения фазы*, без необходимости предполагать расширение пространственных расстояний. Фотон, таким образом, «стареет» в фазе, распространяясь через глобальное SU(2)-поле, и его частота уменьшается по мере того, как Вселенная эволюционирует к более низкой глобальной фазовой энергии. *Данная интерпретация предсказывает соотношение между красным смещением и светимостью стандартных свечей, отличное от модели ΛCDM, что открывает возможность экспериментальной проверки в будущих астрономических обзорах.*

Резюме

Релятивистские и квантовые явления получают наглядное геометрическое толкование в рамках SU(2)-фазовой модели. Отклонение света, замедление времени, запутанность, туннелирование и космологическое красное смещение объединяются как различные проявления кривизны и эволюции на компактном фазовом многообразии. При рассмотрении материи и излучения как проявлений единой SU(2)-фазовой геометрии, эволюционирующей во времени T, никакие парадоксы не возникают.

10 Итоги и направления дальнейших исследований

Представленная выше формулировка задаёт единый геометрический каркас, в котором классическая механика, электродинамика, теория относительности и квантовая механика возникают как предельные случаи одной и той же SU(2)-фазовой динамики на компактной трёхсфере S^3. Материя, излучение и гравитация рассматриваются не как отдельные сущности, а как различные проявления кривизны и движения в рамках одной внутренней фазовой геометрии.

Компактность многообразия SU(2) обеспечивает как глобальную конечность, так и локальную непрерывность, естественным образом приводя к квантованию, внутренней спиновой структуре и отсутствию сингулярностей. В этом контексте традиционные физические величины – масса, заряд, напряжённость поля и энергия – соотносятся с геометрическими инвариантами фазового поля: масса – с локализованной энергией кривизны, заряд – с топологическим закручиванием, напряжённость поля – с градиентами фазы, а излучение – с распространяющимися волнами кривизны. Время получает двойную интерпретацию: как глобальный параметр эволюции T и как локально измеряемая скорость, определяемая фазовой частотой $\omega(x)$.

Анализ показывает, что:

- ньютоновская динамика возникает как низкочастотный предел локализованного фазового движения;
- электромагнетизм соответствует абелевой проекции SU(2)-кривизны;
- релятивистские эффекты следуют из пространственных вариаций скорости фазы и её связи с кривизной через тензор $\Phi_{\mu\nu}$;
- квантовая механика описывает динамику собственных мод на S^3, порождая дискретные спектры и внутреннюю спиновую структуру без введения внешних постулатов квантования.

Это единое геометрическое толкование сохраняет всё содержание современной физики, устраняя искусственное разделение между частицами, полями и пространством-временем. Все наблюдаемые явления описываются как различные аспекты одного дифференцируемого объекта $U(x) \in \mathrm{SU}(2)$, чья локальная ориентация задаёт внутренние степени свободы, а кривизна определяет силы и динамику.

Настоящая работа сосредоточена на общем формализме и его прямых следствиях для фундаментальных взаимодействий. Дальнейшее развитие теории предполагает детальную проработку трёх направлений:

1. **Атомные системы:** связанные конфигурации делокализованных SU(2)-вихрей на резонансных модах, объясняющие магнитные моменты, спектральную структуру и условия устойчивости. Эта тема требует отдельного исследования.

2. **Ядерная структура:** коллективные фазовые конфигурации на глобальной оболочке S^3, описывающие магические числа и энергии связи как устойчивые многовихревые моды.

3. **Космология:** крупномасштабная кривизна и расширение глобального SU(2)-фазового многообразия, связывающие гравитационные константы и космическую эволюцию с геометрией компактного фазового пространства.

Таким образом, SU(2)-фазовая модель обеспечивает непрерывный переход от микроскопических к космологическим масштабам в рамках одного математического принципа. Будущие исследования будут направлены на уточнение количественных предсказаний, анализ устойчивости составных конфигураций и сопоставление наблюдаемых следствий с экспериментальными данными. В конечном счёте цель заключается в построении полностью геометрического описания физической реальности, в котором кажущееся разнообразие природных явлений объединяется топологией и кривизной компактного SU(2)-фазового многообразия.

Возникающая иерархия физических масштабов. SU(2)-фазовое поле описывает внутреннюю геометрию каждой точки пространства-времени, а не внешнюю пространственную структуру. Огромная разница между адронными, атомными и космологическими масштабами возникает динамически – из баланса между градиентной энергией (с константой связи κ) и стабилизирующим членом Скирма (с коэффициентом α) в едином лагранжиане. Это взаимодействие задаёт характерную длину

$$L_* \;\sim\; \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}},$$

которая определяет порядок величины равновесных конфигураций поля.

В топологическом секторе с числом зацепления $B = 1$ минимизация статической энергии

$$E_{\mathrm{stat}}(r_0) \;=\; A\,\kappa\, r_0 \;+\; B\,\frac{\alpha}{r_0}$$

даёт компактный солитон радиуса $r_0^* \sim \sqrt{\alpha/\kappa}$, естественно отождествляемый с ядром нуклона – высокоэнергетической ветвью теории. Для лептонной ветви ($B = 0$) преобладают градиентные и электромагнитные члены самодействия, что приводит к расширенной конфигурации с характерным размером порядка комптоновской длины волны $\lambda_C = \hbar/(m_e c)$, соответствующей атомным и субатомным масштабам. На противоположном конце шкалы радиус кривизны фона R глобальной трёхсферы определяет космологический масштаб модели. Физические размеры ядер и атомов, таким образом, выражаются как малые отношения r_{nuc}/R и a_0/R, что естественным образом объясняет наблюдаемую иерархию масштабов.

Следовательно, одно SU(2)-фазовое поле допускает несколько классов устойчивых решений – локализованные солитоны, расширенные лептонные моды и глобальную фоновую кривизну – каждая из которых имеет свой характерный размер, определяемый минимизацией энергии в рамках одного и того же лагранжиана. Групповая структура остаётся универсальной, а наблюдаемые масштабы являются следствием внутренней динамики этой структуры.

Приложение: Формулировка онтологии S^3 в терминах геометрической алгебры

Глобальная гиперсферическая модель может быть наиболее естественно выражена на языке геометрической алгебры. В евклидовой клиффордовой алгебре $\mathrm{Cl}(4,0)$ точки трёхсферы $S^3 \subset \mathbb{R}^4$ соответствуют единичным роторам R, удовлетворяющим условию $R\tilde{R} = 1$, где $\tilde{R}$ обозначает реверсию. Эти роторы порождают вращения векторов через геометрическое произведение $x' = R\,x\,\tilde{R}$ и в совокупности образуют группу $\mathrm{Spin}(4) \simeq SU(2)_L \times SU(2)_R$.

Локальная фазовая структура гиперсферы может быть представлена полем ротора $R(X)$, чья производная определяет бивекторное поле тока:

$$J_\mu = R^{-1}\partial_\mu R.$$

Этот объект непосредственно аналогичен форме Мора-Картана $U^{-1}\nabla_\mu U$, используемой в SU(2)-формализме, но теперь выступает как геометрическая величина, а не как матричный оператор. Скалярная часть выражения $J_\mu J^\mu$ задаёт кинетический член лагранжиана, в то время как его внешние произведения описывают внутреннюю кривизну фазового поля.

Координатно-независимое выражение для лагранжиана может быть записано в виде

$$\mathcal{L} = \frac{\kappa}{2}\,\langle J_\mu J^\mu\rangle_0 + \frac{\alpha}{4}\,\langle (J_\mu \wedge J_\nu)(J^\mu \wedge J^\nu)\rangle_0 - V(R),$$

где $\langle\cdot\rangle_0$ обозначает скалярную (нулевую) компоненту мультивектора. Такое представление устраняет необходимость в явном использовании операции следа и матричных базисов, описывая вращения, спиноры и бивекторы как элементы единой унифицированной структуры.

Электромагнитные и калибровочные проекции могут быть заданы геометрически выбором единичного простого бивектора B_e, который определяет ориентированную двухплоскость в самодуальном подпространстве $\mathrm{Cl}(4,0)$. Эффективный электромагнитный потенциал и тензор поля тогда выражаются как

$$a_\mu = -\langle B_e J_\mu\rangle_0, \qquad F_{\mu\nu} = -\langle B_e (J_\mu \wedge J_\nu)\rangle_0.$$

Таким образом, то, что в SU(2)-формулировке выражается через выделенный генератор T_{em}, в геометрической алгебре представляется как чисто геометрический выбор двухплоскости в фазовом пространстве.

Такое представление в терминах геометрической алгебры проясняет двойственную структуру симметрии $\mathrm{SU}(2)_L{\times}\mathrm{SU}(2)_R$ гиперсферы и выражает квантование, кривизну и взаимодействия полей напрямую через алгебру мультивекторов. Хотя этот подход математически элегантен и философски согласуется с исходной онтологией S^3, он значительно отличается от привычных полевых формализмов и поэтому приводится здесь лишь как формально эквивалентное описание SU(2)-матричному представлению, развитому в основном тексте.

Список литературы

[1] A. Einstein. The foundation of the general theory of relativity. *Annalen der Physik*, 1916.

[2] John M. Martinis, Michel H. Devoret, and John Clarke. Energy-level quantization in the zero-voltage state of a current-biased josephson junction. *Physical Review Letters*, 55(15):1543–1546, 1985. doi: 10.1103/PhysRevLett.55.1543.

[3] Dmitry Shurbin. Matter and gravity as phase structures on a 4d hypersphere (su(2) model). `https://doi.org/10.5281/zenodo.17112588`, June 2025. Published June 5, 2025.

[4] T. H. R. Skyrme. A non-linear field theory. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 260:127–138, 1961.