359109, Michelle Milde
356148, Philipp Hochmann
356092, Daniel Schleiz

1	2	3	4	5	$\sum$
/3	/5	/5	/7	/10	/30

Korrigiert am:______________

Aufgabe 6.1 (Punkte: /3)

Es gelte $\alpha \to \beta\gamma$ und $\gamma \to \delta\epsilon$. Mit A_5 (Dekomposition) gelten dann auch $\alpha \to \beta$ und $\alpha \to \gamma$. Mit A_3 (Transitivität) gilt dann $\alpha \to \delta\epsilon$. Mit A_5 folgt daraus $\alpha \to \delta$. (Und $\alpha \to \epsilon$.)
Mit A_4 (Vereinigung) gilt dann auch $\alpha \to \beta\gamma$ und mit nochmaliger Anwendung von A_4 folgt $\alpha \to \beta\gamma\delta$, dies war zu zeigen. Somit ist aufgrund der Korrektheit von A_1 bis A_6 ebenfalls A_7 korrekt.

Aufgabe 6.2 (Punkte: /5)

(a)

(1) Die funktionale Abhängigkeit ist gültig, da alle vorkommenden Attributkombinationen von A und E zu eindeutigen restlichen Attributen führen. (Einzige Dopplung bei a_1, e_4, jedoch sind die betroffenen Tupel gleich.)
(2) Die funktionale Abhängigkeit gilt nicht. Im vierten Tupel stehen d_2, e_2 mit b_3, f_3, im achten Tupel aber mit b_4, f_3.
(3) Die funktionale Abhängigkeit gilt nicht. Im sechsten Tupel steht c_2 mit d_4, e_5, im neunten Tupel aber mit d_5, e_7.
(4) Die funktionale Abhängigkeit ist gültig, da alle vorkommenden Attributkombinationen von A,C und F zu eindeutigen restlichen Attributen führen. (Einzige Dopplung bei a_1, c_8, f_9, jedoch sind die betroffenen Tupel gleich.)

(b)

(1) Nein, da $E \to K$ als funktionale Abhängigkeit nicht impliziert, dass auch $K \to E$ gilt und sich diese FD nicht aus den Übrigen herleiten lässt (mit Hilfe des Armstrong Kalküls, E steht stets nur auf der linken Seite einer FD.)
(2) Ja, da die FD sich aus den gegebenen FDs (mit Hilfe des Armstrong Kalküls) ableiten lässt.
$(E \to BD) \Rightarrow (E \to B) \Rightarrow (CE \to CB) \Rightarrow (CE \to B)$.
(3) Ja, da die FD sich aus den gegebenen FDs (mit Hilfe des Armstrong Kalküls) ableiten lässt.
$(E \to IK \text{und} E \to BD) \Rightarrow (E \to IKBD) \Rightarrow (E \to BIK) \Rightarrow (AE \to ABIK,$ mit $A \to CL) \Rightarrow (AE \to CLBIK) \Rightarrow (AEL \to CLBIK) \Rightarrow (AEL \to BCIK)$.

Aufgabe 6.3 (Punkte: /5)

(a)

Im Folgenden bezeichne Erg die sich iterativ vergrößernde Attributhülle von X. In jedem Schritt wird zur Erweiterung von Erg benutzte FD mittels der auf dem Übungsblatt gegebenen Nummer notiert.

- $Erg \leftarrow \{X\}$. (Entspringt aus trivialer FD $X \to X$)

- $Erg \leftarrow \{X, A, P\}$. (5) (Da $\{X\} \subseteq \{X\}$)
- $Erg \leftarrow \{X, A, P, R\}$. (1) (Da $\{A\} \subseteq \{X, A, P\}$)
- $Erg \leftarrow \{X, A, P, R, Y\}$. (4) (Da $\{P, R\} \subseteq \{X, A, P, R\}$)

Da keine weiteren FDs zur Erweiterung von Erg existieren, ist die Attributhülle von X gegeben durch $\{X, A, P, R, Y\}$.

(b)

Es existieren die Schlüsselkandidaten $\{X, B, C\}$ und $\{X, B, Q\}$. Zeige zunächst, dass $\{X, B, C\}$ und $\{X, B, Q\}$ Superschlüssel sind:
Zeige hierzu zunächst, dass $\{X, B, C\}$ Superschlüssel ist. Dies gilt gdw. die Attributhülle von $\{X, B, C\}$ der Gesamtmenge der attribute entspricht. Berechne also wieder iterativ die Attributhülle.

- $Erg \leftarrow \{X, A, P, R, Y, B, C\}$. (mit Ergebnis aus **(a)** und trivialer FD $XBC \rightarrow XBC$)
- $Erg \leftarrow \{X, A, P, R, Y, B, C, Q\}$. (2)
- $Erg \leftarrow \{X, A, P, R, Y, B, C, Q, Z\}$. (3)

Analog für $\{X, B, Q\}$:

- $Erg \leftarrow \{X, A, P, R, Y, B, Q\}$. (mit Ergebnis aus **(a)** und trivialer FD $XBQ \rightarrow XBQ$)
- $Erg \leftarrow \{X, A, P, R, Y, B, Q, C, Z\}$. (3)

Da in beiden Fällen die Attributhülle der Menge aller Attribute im Schema entspricht, handelt es sich bei $\{X, B, C\}$ und $\{X, B, Q\}$ um Superschlüssel. Nun zur Minimalität der beiden Schlüsselkandidaten:
Stelle zunächst fest, dass jeder Schlüsselkandidat X enthalten muss, da X lediglich auf der linken Seite, und damit ein Schlüsselkandidat ohne X kein Superschlüssel wäre, da X nie auf der rechten Seite einer FD steht. Gleiches gilt für B. Jeder Schlüsselkandidat muss also mindestens B und X enthalten. Schaue noch, ob $\{B, X\}$ ein Superschlüssel ist. Mit Aufgabenteil **(a)** ergibt sich die Attributhülle $\{X, A, P, R, Y, B\}$. Ohne C oder Q wird Z nie ableitbar sein. Somit ist $\{B, X\}$ kein Superschlüssel. Aus den beiden Beobachtungen folgt nun, dass $\{X, B, C\}$ und $\{X, B, Q\}$ minimal sind, da jeder Schlüsselkandidat B und X enthalten muss, aber diese nicht genügen.

Weiterhin existieren keine anderen Schlüsselkandidaten. Betrachtet man die Attributhülle $\{X, A, P, R, Y, B\}$ von XB, so fehlen lediglich noch die Attribute C, Q, Z, um Superschlüssel zu sein. Würde man ein Attribut aus der Hülle von XB hinzufügen, um einen Schlüsselkandidaten zu erzeugen, so würde dies sofort dem Minimalitätskriterium widersprechen. Somit lässt sich XB nur um C, Q, oder Z ergänzen. Dabei ist $\{X, B, Z\}$ kein Superschlüssel und somit kein Schlüsselkandidat, weil z.B. Q nicht in der Attributhülle dieser Menge liegt. Insgesamt folgt nun, dass die gegebenen Kandidaten die Einzigen sind.

Aufgabe 6.4 (Punkte: /7)

(a)

Das Relationenschema liegt in 1NF vor, da die Aufgabenstellung impliziert, dass keine mengenwertige Attribute vorhanden sind. Es liegt ebenfalls in 2NF vor, denn der einzige Schlüsselkandidat ist $\kappa := \{B, D, G, F\}$. Jedes der Nichtschlüsselattribute (A, C, E, H) ist dabei voll funktional von κ abhängig, da man einerseits mithilfe des Dekompositionsaxioms und der FD $BDGF \to ACEH$ die entsprechende FD ableiten lässt, und man dabei jeweils auf der linken Seite kein Attribut weglassen kann. (Die FD $H \to F$ hilft dabei nicht.)

Es liegt ebenfalls in 3NF vor, da die einzigen FDs, welche in F^+ liegen und auf der rechten Seite einen Nichtschlüssel haben, der Form $BDGF \to Z$ sind, für $Z \in \{A, C, E, H\}$. Die Linke Seite ist dabei insbesondere Superschlüssel, da diese bereits Schlüsselkandidat ist und damit X voll funktional abhängig von κ.

(b)

Das Relationenschema liegt in 1NF vor, da die Aufgabenstellung impliziert, dass keine mengenwertige Attribute vorhanden sind. Es liegt ebenfalls in 2NF vor. (Einziger Schlüsselkandidat $\kappa := \{A, D, H\}$, gleiche Argumentation wie in **(a)**.) Auch in 3NF, gleiche Argumentation wie in **(a)** und offensichtlich keine FDs zwischen Nichtschlüsseln.

(c)

Das Relationenschema liegt in 1NF vor, da die Aufgabenstellung impliziert, dass keine mengenwertige Attribute vorhanden sind. Auch in 2NF, da einziger Schlüsselkandidat mit $\kappa := \{C, D, E, G\}$. Jedes der Nichtschlüsselattribute (A, B, F, H) ist dabei voll funktional von κ abhängig, da mittels Transitivitätsaxiom alle FDs $CDEG \to Z$ für $Z \in \{A, B, F, H\}$ ableitbar sind und diese jeweils nicht linksreduzierbar sind.

Es liegt nicht in 3NF vor, da FDs zwischen Nichtschlüsselattributen vorliegen (z.B. $F \to H$). Wandle also um mittels Synthesealgorithmus:

Für die kanonische Überdeckung muss nichts getan werden. (Weder links- noch rechtsreduzierbar, nichts vereinigbar.) Generiere nun für jede FD ein Relationenschema:

- $R_1 = (\{C, D, E, F, G\}, \{CDEG \to F\})$
- $R_2 = (\{F, H\}, \{F \to H\})$
- $R_3 = (\{A, H\}, \{H \to A\})$
- $R_4 = (\{A, B\}, \{A \to B\})$

Nun enhält R_1 den Schlüsselkandidaten κ. Da zudem keine Attributmenge eines enstandenen Schemas in einem anderen Schema liegt, ist man hier fertig.

(d)

Das Relationenschema liegt in 1NF vor, da die Aufgabenstellung impliziert, dass keine mengenwertige Attribute vorhanden sind. Stelle zunächst fest, dass der einzige Schlüsselkandidat $\kappa := \{E, G\}$ ist: κ ist Superschlüssel da die Attributhülle von EG gerade X ist (wegen $G \to B$ und $E \to AF$ ist die Attributhülle zunächst $\{E, G, B, A, F\}$, im nächsten Schritt mit $F \to CDH$ ergibt sich X). κ ist außerdem minimal, da man bei Weglassen eines der Attribute (E oder G) jeweils abgeleitete FDs verliert, es gilt z.B. weder $G \to A$, noch $E \to B$.

Das Schema liegt nicht in 2NF vor, da aufgrund gerade genannter Beispiele ein paar Attribute nicht voll funktional abhängig von κ sind. Überführe nun in 2NF, es ergeben sich folgende Schemata:

- $R_1 = (\{E, A, F, C, D, H\}, \{E \to AF, F \to CDH\})$
- $R_2 = (\{G, B\}, \{G \to B\})$
- $R_3 = (\{E, G\}, \{\})$ (Hier FD einfügen? TODO)

Nun sind R_2 und R_3 in 3NF, da keine FDs zwischen Nichtschlüsselattributen vorhanden sind. (In R_2 ist offensichtlich G Schlüssel, da sonst keine FDs auch Superschlüssel.) R_1 ist aber nicht in 3NF, da mit $F \to CDH$ eine FD zwischen Nichtschlüsselattributen besteht, da E der Superschlüssel ist. (Ergibt sich mit Transitivitätsaxiom.) Wandle das Schema also in 3NF um:
Die kanonische Überdeckung ist bereits gegeben. Generiere also für jede FD ein Relationenschema:

- $R_{11} = (\{E, A, F\}, \{E \to AF\})$
- $R_{12} = (\{F, C, D, H\}, \{F \to CDH\})$

Da nun R_{11} den Schlüsselkandidaten E enthält und keine Attributmenge eines enstandenen Schemas in einem anderen Schema liegt, ist man fertig.

Aufgabe 6.5 (Punkte: /10)

(a)

R ist nicht in BCNF, da z.B. das Attribut A kein Superschlüssel ist, es aber die FD $A \to C$ gibt. Die Attributhülle von A ist $\{A, C\}$, was nicht der Menge aller Attribute aus R entspricht.

(b)

1. Z enthalte:
   $R_1 = (\{A, B, C, D, E, F, G, H, I\},$
   $\{A \to C, B \to A, DE \to I, CI \to GH, EI \to AB, DB \to C\})$

2. Dekomposition entlang $A \to C$ in R_1:
   $R_{12} = (\{A, B, C, D, E, G, H, I\}, \{B \to A, DE \to I, EI \to AB\})$
   $R_{11} = (\{A, C\}, \{A \to C\})$

3. Dekomposition entlang $B \to A$ in R_{12}:
   $R_{122} = (\{B, D, E, G, H, I\}, \{DE \to I\})$
   $R_{121} = (\{B, A\}, \{B \to A\})$
   $R_{11} = (\{A, C\}, \{A \to C\})$

4. Dekomposition entlang $DE \to I$ in R_{122}:
   $R_{1222} = (\{B, D, E, G, H\}, \emptyset)$
   $R_{1221} = (\{D, E, I\}, \{DE \to I\})$
   $R_{121} = (\{B, A\}, \{B \to A\})$
   $R_{11} = (\{A, C\}, \{A \to C\})$

   Damit ist jede Relation in BCNF.

(c)

Die Zerlegung war nicht abhängigkeitserhaltend, da z.B. die FD $EI \rightarrow AB$ in keiner der aus der Zerlegung resultierenden Relationen besteht, jedoch in der Ursprungsrelation R_1 bestand.