

2	3	4	5	$\Sigma$
/14	/3	/7	/6	/30

Gruppe **G**

## Aufgabe 2 (Punkte: /14)

- (a)  
 $\Phi_{\mathcal{K}_1} := \{\forall x(Sx \rightarrow \exists y(Ty \wedge Rxy \wedge \forall z(Tz \wedge Rxz \rightarrow y = z))), \forall x\forall y\forall z(Rxz \wedge Ryz \rightarrow x = z), \forall y(Ty \rightarrow \exists x(Sx \wedge Rxy))\}$
- (b)  
 Definiere  $\varphi_n := \exists x_1 \dots \exists x_n \left( \bigwedge_{i=1, \dots, n} (\exists y(fx_i = y)) \wedge \bigwedge_{1 \leq i \leq j \leq n} x_i \neq x_j \right)$ .  
 Dann ist  $\Phi_{\mathcal{K}_2} := \{\varphi_n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- (c)  
 Definiere  $\psi_n := \exists x_1, \dots, \exists x_n (\bigwedge_{i=1, \dots, n-1} (Rx_i x_{i+1}) \wedge Rx_n x_1)$ . Dies ist erfüllt, wenn ein Kreis der Länge  $n$  existiert. Dann ist das gesuchte Axiomensystem gegeben durch:  
 $\Phi_{\mathcal{K}_3} := \{\neg \varphi_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ . (Nach Skript sind für gerichteten Graphen Schlingen erlaubt.)
- (d)  
 $\Phi_{\mathcal{K}_4} := \{\forall x_0 \dots \forall x_n \left( x_0 \wedge Sx_n = f(x_n) \rightarrow \left( \bigvee_{i < n} \neg Rx_i x_{i+1} \right) \right)\}$
- (e)  
 $\Phi_{\mathcal{K}_5} := \{\forall a(\neg Raa), \forall a\forall b\forall c(Rab \wedge Rbc \rightarrow Rac), \forall a\forall b(Rab \vee a = b \vee Rba), \forall x(Rxfx)\}$
- (f)  
 $\Phi_{\mathcal{K}_6} := \{\forall x(Tx \rightarrow \exists y(Ty \wedge fy = x))\}$
- (g)  
 $\Phi_{\mathcal{K}_7} := \{\forall x\forall y(Rxy \rightarrow \exists z(Sz \wedge fz = x \wedge Ty))\}$

## Aufgabe 3 (Punkte: /3)

(a)

## Aufgabe 4 (Punkte: /7)

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**Aufgabe 5 (Punkte:     /6)**

(a)

(b)