中国科学技术大学 物理学院
School of Physical Sciences, University of Science and Technology of China

测量的不确定度

（第一册第二章）

测量的不确定度

- 物理量的测量
- 等精度测量
- 误差
- A 类标准不确定度
- B 类标准不确定度
- 合成不确定度
- 展伸不确定度
- 间接测量的不确定度
- 研究不确定度的意义

物理量的测量

- 把待测物理量**直接**或**间接**地与一个被选做标准的同类物理量做比较。

- 测量结果**4要素：**包括这种比较操作所得到的**比值**、**单位**，还应说明这一结果在什么**范围**内的**置信概率**。

等精度测量

同一人、同一方法、同一仪器、同等条件对同一物体进行多次测量（5 同）

误　差

误差的来源

- **方法误差**　测量方法或测量原理本身所引起的
- **仪器误差**　测量设备或仪器本身固有的各种因素的影响
- **环境误差**　周围环境的影响
- **主观误差**　测量操作人员的素质影响

真值：物理量在一定实验条件下的客观存在值，

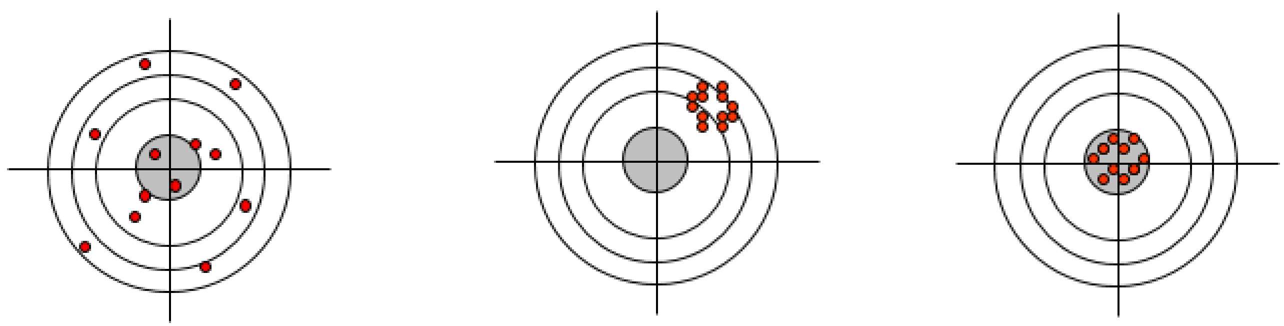
即物理量的真实值(一般不知道)

测量误差 = 测量值-真值

测量误差存在于一切测量过程中，可以控制得越来越小， 但不可能为零

正确度、精密度、精确度

- **正确度**：测量值与真值的接近程度。反映测量结果系统误差大小的术语。
- **精密度**：重复测量所得测量结果相互接近的程度。反映测量结果随机误差大小的术语。
- **精确度**：综合评定测量结果的重复性和接近真值的程度。反映随机误差和系统误差的综合效果。



正确度高 精密度低

正确度低 精密度高

精确度高

误差类别

- **系统误差**
  - 公式近似
  - 仪器结构不完善
  - 环境条件：环境误差
  - 生理、心理因素

特点：恒定，经验积累减小误差

- **偶然误差**：随机性

系统误差

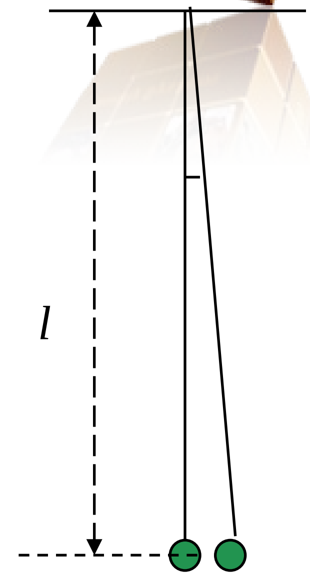
公式近似：理论误差

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

单摆：$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2}+\cdots)$

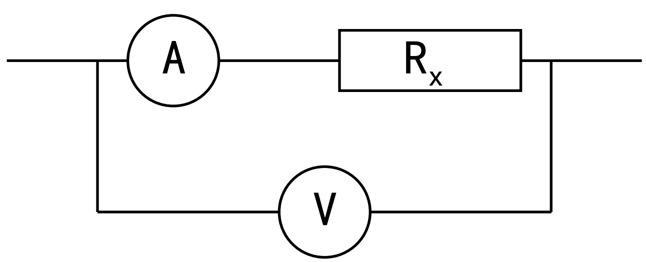
$A = 1, \theta = 0$

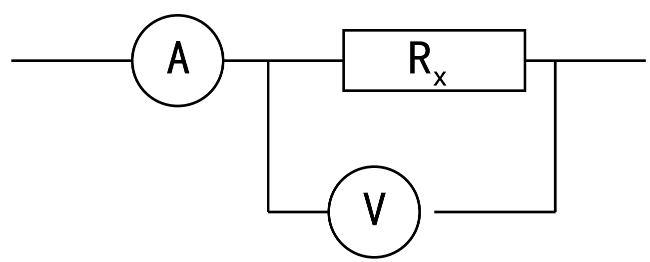
$A = 1.0005, \theta = 5°$



绝热系统：补偿法

伏安法测电阻
- 内接法 $R_x > \sqrt{R_A \cdot R_V}$
- 外接法 $R_x < \sqrt{R_A \cdot R_V}$





减小电表内阻引起的误差

系统误差

- 仪器误差：

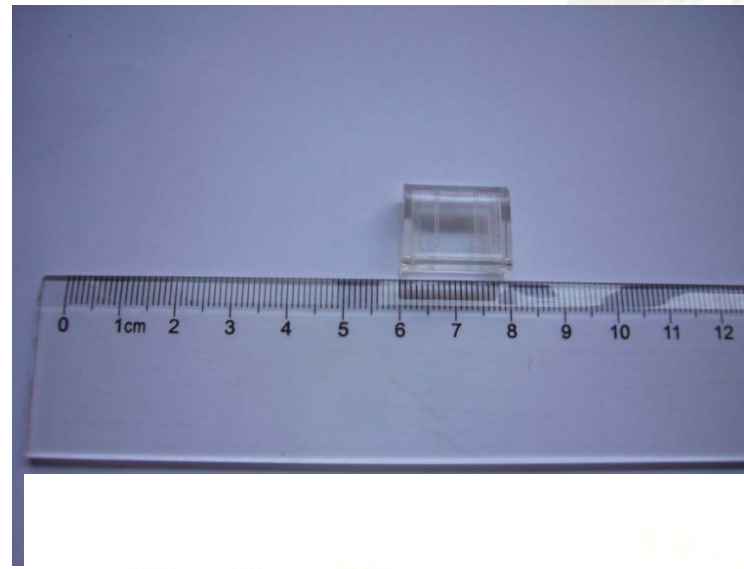
结构不完善

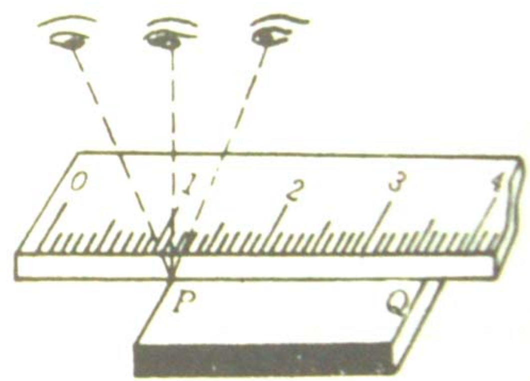
螺旋测微计零点不准确（校准）

天平不等臂（交换）

系统误差

– 个人误差：生理、心理因素；按钮超前、滞后，斜视





测量误差=测量值-真值

一般不知道!!

$$Y = N \pm \Delta N$$

如何描述？

测量误差→不确定度

$$Y = N \pm U_P$$

物理量Y

$$Y = N \pm \Delta N$$

待测量

测量值：单次，多次平均，间接测量值

不确定度

不确定度：代表测量值 N 不确定的程度，也是对测量误差的可能值的测度，对待测真值可能存在的范围的估计。

测量结果范围：$[N-\Delta N, N+\Delta N]$

置信区间大，置信概率大

相对不确定度： $\Delta N / N$

测量不确定度:它是与测量结果相关联的参数,用以表征测量值可信赖的程度,或者说它是被测量值在某一范围内的一个评定.

A类不确定度：由观测列统计分析评定也称统计不确定度 (**多次等精度测量**)

B类不确定度：不用统计分析评定，也称非统计不确定度 (**单次测量、仪器误差、估计误差**)

测量列：多次等精度测量，*n* 次

- 无法判定哪一次更可靠；
- 可以预期它们的平均值最可靠；
- 当测量次数 n 趋于无穷时，只要能排除系统误差（如仪器或环境因素），其平均值就是被测物理量的“真值”。

A 类不确定度

☞问题的提出

- 设想球磨机生产出一批钢球。用螺旋测微器测得一个球的一个直径值为

$$D = 12.345\ mm$$

- 我们无法判断这个球“圆的程度”，
- 更无法判断这批球“圆的程度”以及它们大小的“均匀度”。

为此要采集多个样本

- 对于第一种情况，沿不同方向多次测量直径，求平均值，并研究各个测量值与平均值的离散性，得到“圆的程度”。
- 对于第二种情况，随机取若干钢球, 分别测量它们的直径，求平均值，并研究各个测量值与平均值的离散性，“均匀度”。

测量列的期望值— 平均值

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

如何评价该测量列中测量值的离散程度：
测量列的标准差

- **Bessel Formula**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

正态分布

当**有大量的、彼此无关的等权重的次要因素随机地影响测量结果，而测量次数趋于无穷时**，测量值与平均值之差成为连续型随机变量，其概率密度分布为正态分布：

$$y(x-\overline{x})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-(x-\overline{x})^2/2\sigma^2}$$

正态分布特点

对称性：测量值比平均值大或小者几率相等

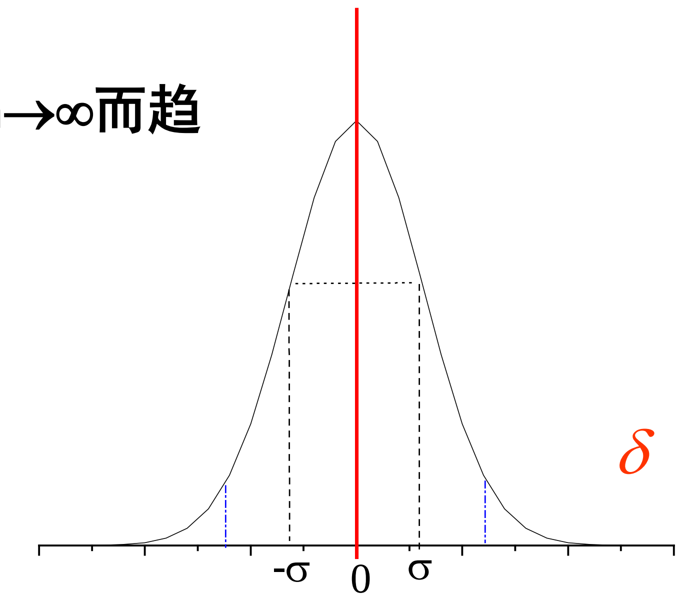
单峰性：测量值接近平均值的几率最大, 与平均值相差越大者几率越小

有界性：在一定条件下，标准差的绝对值有一定限度

抵偿性：标准差的算术平均值随着n→∞而趋于零

归一化：曲线下面积为1

$$Y(\delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}$$



$$\int_{-\sigma}^{\sigma} Y(\delta)d\delta = 0.683$$

$$\int_{-2\sigma}^{2\sigma} Y(\delta)d\delta = 0.955$$

$$\int_{-3\sigma}^{3\sigma} Y(\delta)d\delta = 0.997$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} Y(\delta)d\delta = 1$$

测量列标准差的统计学意义

- 标准差反映了测量值的离散程度；
- 当测量次数足够大时（比如大于 10 次），测量列中任一测量值与平均值之差落在正负标准差范围内的概率为 0.683；
- 落在 2 倍正负标准差内的概率为 0.955；
- 落在 3 倍正负标准差内的概率为 0.997。

数据的舍弃

在多次等精度测量中，如果有个别数据偏差很大，应慎重对待。往往新规律就孕育于“异常”之中；

3σ 法则：与测量列的平均值之差大于该测量列标准差的 3 倍，按高斯分布，其概率小于0.3%。对于有限次测量,可以判断为测量失误，予以剔除。

A 类标准不确定度

❖ 测量列的平均值与测量次数有关，它的涨落随着次数增加而减小。**测量列平均值的标准差**即测量列的 **A 类标准不确定度为**

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

平均值标准差的统计意义

- 待测物理量在 $\left[\overline{x} \pm u_A\right]$ 的概率为0.683；
- 在 $\left[\overline{x} \pm 2u_A\right]$ 的概率为0.955；
- 在 $\left[\overline{x} \pm 3u_A\right]$ 的概率为0.997；
- **若不写明置信概率，应默认为0.95。**

$$\overline{D} = 12.345mm \qquad n = 10$$

$$\sigma = 0.009mm$$

$$u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.003mm$$

$$D = (12.345 \pm 0.003)mm \qquad P = 0.68$$

$$D = (12.345 \pm 0.006)mm \qquad P = 0.955$$

- 对钢球“**圆的程度**”的评价:

$$\Delta = \frac{0.006}{12.345} \approx 0.0002$$

- 其直径的相对偏差小于 0.02% 的可能性超过(大于等于)95.5%.

- 或对这一批钢球“**均匀度**”的评价:其直径在

$$[12.345 \pm 0.006]mm$$

范围内的可能性超过95.5 %.

其它分布

- 三角分布
- 均匀分布
- 学生分布（ t 分布 ）
- 泊松分布

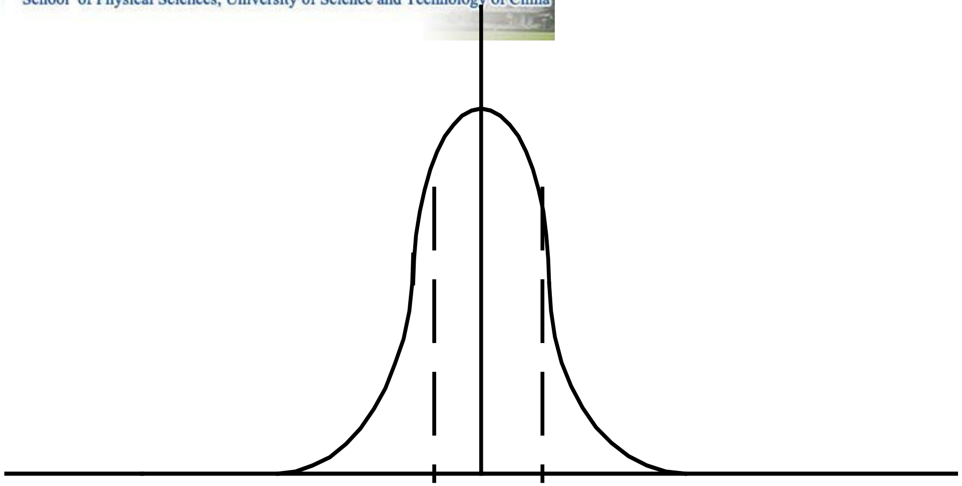


图1

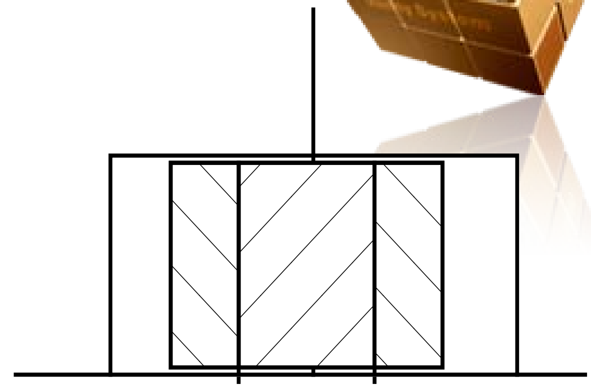


图2

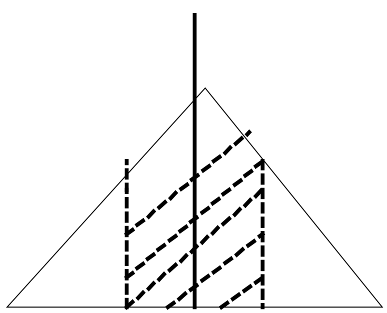
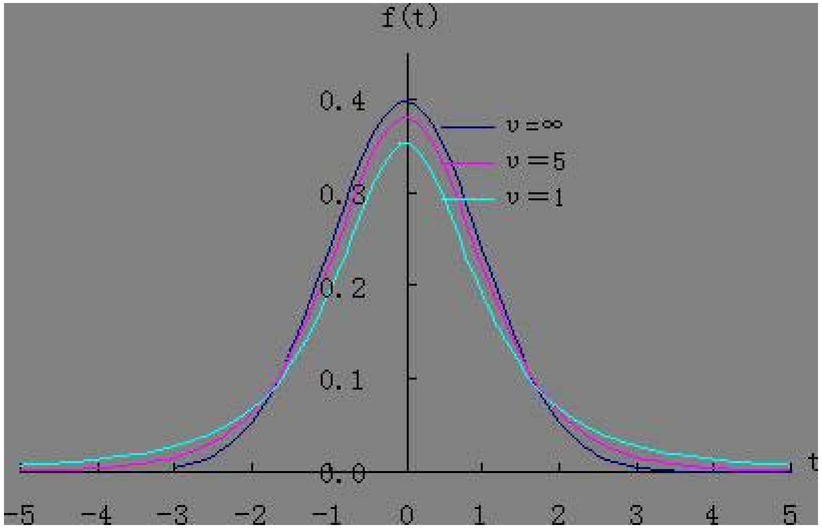


图3

曲线下面积归一化

学生分布

- 高斯分布是无穷多次数测量的一种极限情况。有限次数时，成为学生分布（*t* 分布）。
- 曲线较平缓。



t 因子

测量次数很少时，不确定度的修正

$$u_t = t_p u_A$$

扩大置信区间 $\left[-t_p u_A, t_p u_A\right]$ ，以获得相同的概率

t_p与测量次数有关，见P30：

n/tp	3	4	5	6	7	8	9	10	∞
0.68	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1
0.90	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.86	1.83	1.76	1.65
0.95	4.30	3.18	2.78	2.57	2.46	2.37	2.31	2.26	1.96
0.99	9.93	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	2.58

课堂小实验：时间的统计分布

参见第一册书 p66-67

- 用手机连接名称为ustcnet的校内WIFI
- 登录网址：http://202.38.85.52/web；
- 点击“学生登陆”按钮；
- 输入老师设置的“课程号”；
- 待全班登录完成后，教师关闭登录权限；
- 依次点击“开始计时、停止计时、提交结果”，记录节拍器相邻两个铃声之间的时间间隔，并上传你的测量结果。每人至少测量并上传10次，记录数据如有误，不要提交，重新测量；
- 观察统计的时间分布是否符合正态分布。

B 类测量不确定度

凡是**不能**用统计方法来处理的不确定度均为**B类不确定度，** 如**单次测量**的B类不确定度

（1）仪器精度的限制：最大允差$\Delta_{仪}$

（2）测量者估算产生的部分$\Delta_{估}$

- 用同一型号的多个仪器测量同一物理量，测量值不尽相同，这种差别有一定的范围

- 在此范围内，这种差别也遵循某种分布

例如，工厂大量生产某一量具，当设备、技术、原材料、工艺等可控制的生产条件都相对稳定，不存在系统误差的明显因素，则产品的质量指标近似服从正态分布。

如果仪器的测量误差在最大允差范围内出现的概率都相等（如长度块规在一定温度范围内由于热胀冷缩导致的长度值变化），就为**均匀分布**。界于两种分布之间则可用三角分布来描述。

❶ 仪器的最大允差$\Delta_{仪}$　B类不确定度的来源之一

$\Delta_{仪}$包含了仪器的系统误差，也包含了环境以及测量者自身可能出现的变化（具随机性）对测量结果的影响。$\Delta_{仪}$可从仪器说明书中得到，**它表征同一规格型号的合格产品，在正常使用条件下，可能产生的最大误差**。一般而言，$\Delta_{仪}$为仪器最小刻度所对应的物理量的数量级（但不同仪器差别很大）。（见第一册第26页）

各种仪器的最大允差

- 指针电表级别C：5.0,2.0,1.5,1.0,0.5,0.2,0.1
- 指针电表：量程× 级别 %
- 数字电表：读数× 级别%+稳定显示后一位的几个单位
- 钢卷尺：1m/1mm/+-0.8mm,2m/1mm/+-1.2mm
- 游标卡尺： 125mm/0.02mm/+-0.02mm
300mm/0.02mm/+-0.05mm
- 螺旋测微器： 25mm/0.01mm/+-0.004mm

模拟（指针）电表的最大允差

量程乘上级别的百分数

- 例：量程为 100 伏的1.0级的电压表，测量一个电池的电动势为 1.5 V。仪表的不确定度为1.0 V。
- 若量程为 10 伏，则降低到 0.1 V。

数字式仪表：

$\Delta_{\text{仪器}}$ =读数×C% + 稳定显示后一位的几个单位

例：某精度为1.0级的三位半电表，用20.0伏量程测量电池电动势，读数为1.50V。按其说明书，读数乘级别的1%， 假设末位数字跳动5个单位，

则最大允差为：

(0.015+0.05) =0.065 V。

改用2V量程，读数为1.500V

则最大允差为（0.015+0.005）= 0.020 V。

❷测量者估算产生的$\Delta_{估}$ B类不确定度的来源之二

模拟式仪表：$\Delta_{估计}$ <最小分度的一半

数字式仪表：$\Delta_{估计}=0$

例如：

用秒表测量时间,估算误差为 0.2 秒左右，在几十秒钟的时间段，远大于仪器的最大允差。

在暗室中做几何光学实验，进行长度测量时，长度的估算误差也可达±（1-2）mm 。

选Δ估、Δ仪二者中较大的为测量值的B类不确定度。

❖ **B类不确定度的最大值**

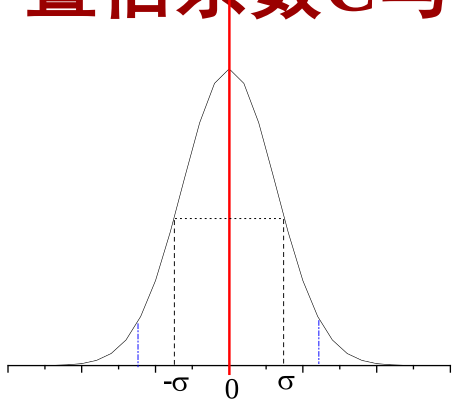
$$\Delta_B = \sqrt{\Delta_{仪}^2 + \Delta_{估}^2}$$

❖ **B类标准不确定度 (68.3%)**

$$u_B = \Delta_B / C$$

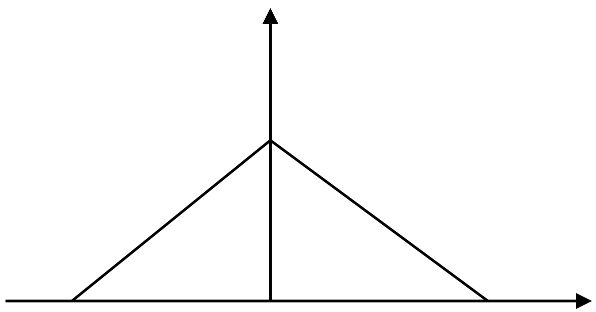
***C*: 置信系数**

置信系数C与仪器测量误差的分布概率有关



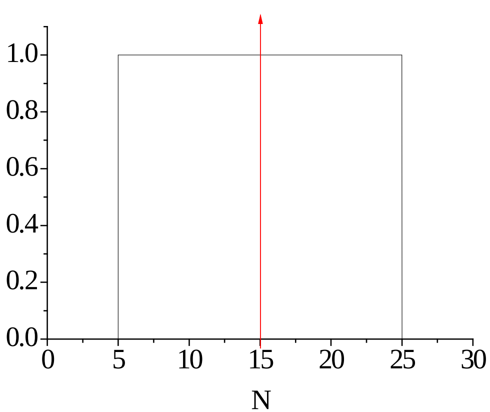
正态分布：

$$C=3,\left[-u_B,u_B\right],P=0.68$$



三角分布：

$$C=\sqrt{6},\left[-u_B,u_B\right],P=0.65$$



均匀分布：

$$C=\sqrt{3},\left[-u_B,u_B\right],P=0.58$$

几种常见仪器的误差分布与置信系数

仪器	米尺	游标卡尺	千分尺	物理天平	秒表
误差分布	正态	均匀	正态	正态	正态
置信系数C	**3**	$\sqrt{3}$	**3**	**3**	**3**

展伸不确定度

将不确定度乘以一个与一定置信概率相联系的因子 *k*，得到扩大了置信概率(通常为0.95)的不确定度叫做展伸不确定度（或扩展不确定度）

❖ B类展伸不确定度

$$k_P \frac{\Delta_B}{C}$$

书上P.32

P	0. 500	0. 683	0. 900	0. 950	0. 955	0. 990	0. 997
k_P(正态分布)	0. 68	1. 00	1. 65	1. 96	2. 00	2. 58	3. 00

合成标准不确定度

多次测量中每一次测量都有 B 类不确定度，而其多次测量结果的离散性由 A 类不确定度来表示，它们都对测量结果的不确定度有贡献，所以要合成。

相同置信概率的不确定度按平方和来合成.

合成标准不确定度 $U=\sqrt{u_A{}^2+u_B{}^2}$

P=0.68

$$U_{0.68}=\sqrt{\left(\mathrm{t}_{0.68}u_A\right)^2+u_B{}^2}=\sqrt{\left(\mathrm{t}_{0.68}u_A\right)^2+\left(\Delta_B/\mathrm{C}\right)^2}$$

将置信概率都是 0.68 的A类和B类标准差合成得到置信概率 $P=0.68$ 的合成标准不确定度。

展伸不确定度

P=0.95

$$U_{0.95}=\sqrt{\left(\mathrm{t}_{0.95}u_A\right)^2+\left(\mathrm{k_p}\Delta_{仪}/\mathrm{C}\right)^2}$$

上式中的 $\Delta_{估}$ 被舍去

$$U_{0.68} = \sqrt{\left(\mathrm{t}_{0.68} u_A\right)^2 + \left(\Delta_{仪}/\mathrm{C}\right)^2}$$

$$U_{0.95} = \sqrt{\left(\mathrm{t}_{0.95} u_A\right)^2 + \left(\mathrm{k}_{0.95}\Delta_{仪}/\mathrm{C}\right)^2}$$

$$U_{0.99} = \sqrt{\left(\mathrm{t}_{0.99} u_A\right)^2 + \left(\mathrm{k}_{0.99}\Delta_{仪}/\mathrm{C}\right)^2}$$

只有相同置信概率的不确定度才可以按平方和来合成

测量结果的表示：

$$X=\left(\overline{X}\pm U_{0.95}\right)\ \text{单位}\qquad (\mathrm{P}=0.95)$$

$$X=\left(\overline{X}(1\pm\frac{U_{0.95}}{\overline{X}}\times 100\%)\right)\ \text{单位}\qquad \left(\mathrm{P}=0.95\right)$$

合成具有不同置信概率 A 类与 B 类不确定度的参数 k_p

k_p \ P	0.500	0.577	0.650	0.683	0.900	0.950	0.955	0.990	0.997
正态分布	0.675			1	1.65	1.96	2	2.58	3
均匀分布	0.877	1		1.183	1.559	1.645	1.654	1.715	1.727
三角分布	0.717	0.862	1	1.064	1.675	1.901	1.929	2.204	2.315

A类标准不确定度 $u_A = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$ $\left[\bar{x} - u_A, \bar{x} + u_A\right]$ 上的概率为 68.3%

B类标准不确定度 正态分布，

$$u_B = \Delta_B / C$$

$$C = 3$$

均匀分布：$C = \sqrt{3}, \left[-u_B, u_B\right], \ P = 0.58$ $\qquad k_p u_B = k_p \Delta_B / C$

三角分布：$C = \sqrt{6}, \left[-u_B, u_B\right], \ P = 0.65$

合成标准不确定度 $\qquad U = \sqrt{u_A{}^2 + u_B{}^2}$

$$U_{0.68} = \sqrt{\left(t_p u_A\right)^2 + u_B{}^2} = \sqrt{\left(t_p u_A\right)^2 + \left(\Delta_B / C\right)^2} \qquad P = 0.68$$

展伸不确定度

$$U_{0.95} = \sqrt{\left(t_{0.95} u_A\right)^2 + \left(k_p \Delta_B / C\right)^2} \qquad P=0.95$$

测量结果的最后表达式

$\overline{D} = 12.345mm$ $\sigma = 0.006mm$

$u_A = 0.003\ mm,$ $\Delta_B = 0.004mm$

P=0.95

$$U_{0.95} = \sqrt{\left(\mathrm{t}_{0.95} u_A\right)^2 + \left(\mathrm{k_p} \Delta_{仪} / \mathrm{C}\right)^2}$$

10 次测量

$$U_{0.95} = \sqrt{(2.26 \times 0.003)^2 + (1.96 \frac{0.004}{3})^2}$$

$$U_{0.95} = 0.007(mm)$$

$$D = (12.345 \pm 0.007)mm \qquad P = 0.95$$

误差传递的基本公式

☞ 问题的提出

间接测量量：$W = f(x, y, z, \cdots)$, x、y、$z\cdots$ 是彼此独立的直接测量量。

方法一：

① 对函数求全微分或先取对数再求微分

② 合并同类项

③ 将微分符号改成不确定度符号

④ 求各项平方和

方法二：

$$\Rightarrow \quad U_P^2(y) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \cdot U_P^2(x_i)$$

P36 例2

$$\rho = \frac{m}{m - m_1}\rho_0$$

- 两边取对数得： $\ln\rho = \ln m + \ln\rho_0 - \ln(m - m_1)$

- 求全微分得：

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} + \frac{d\rho_0}{\rho_0} - \frac{d(m - m_1)}{m - m_1}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} + \frac{d\rho_0}{\rho_0} - \frac{dm}{m - m_1} + \frac{dm_1}{m - m_1}$$

- 合并同类项：

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{-m_1 dm}{m(m - m_1)} + \frac{d\rho_0}{\rho_0} + \frac{dm_1}{m - m_1}$$

- 将微分号变为不确定度符号：

$$\frac{u_\rho}{\rho} = \sqrt{[\frac{-m_1}{m(m - m_1)}]^2 u_m^2 + \frac{u_{\rho_0}^2}{\rho_0^2} + (\frac{1}{m - m_1})^2 u_{m_1}^2}$$

常用函数不确定度传递公式

函数表达式	传递（合成）公式
$W = x \pm y$	$U_x = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$
$W = x \cdot y$	$U_W/W = \sqrt{(U_x/x)^2 + (U_y/y)^2}$
$W = x/y$	$U_W/W = \sqrt{(U_x/x)^2 + (U_y/y)^2}$
$W = x^k y^n / z^m$	$U_W/W = \sqrt{k^2(U_x/x)^2 + n^2(U_y/y)^2 + m^2(U_z/z)^2}$
$W = kx$	$U_W = kU_x, U_W/W = U_x/x$
$W = k\sqrt{x}$	$U_W/W = \frac{1}{2} U_x/x$
$W = \sin x$	$U_W = \lvert\cos x\rvert U_x$
$W = \ln x$	$U_W = U_x/x$

最大不确定度（仅用于设计！）

在很多情况下，往往只需**粗略估计**不确定的大小，可采用较为保守的线性（算术）合成法则

$$\Delta w = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \cdot \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \cdot \Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right| \cdot \Delta z + \cdots$$

$$\frac{\Delta w}{w} = \left|\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right| \cdot \Delta x + \left|\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right| \cdot \Delta y + \left|\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right| \cdot \Delta z + \cdots$$

标准不确定度：$L = 2.350 \pm 0.012$ (cm)

最大不确定度：L= 2.35±0.05(cm)

例:测量一个圆柱体的体积

直径大约0.8厘米，长度3.2厘米，要求测量精度在0.5%以内，用算术合成来估算。

$$V = \frac{\pi D^2 H}{4}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2\Delta D}{D} + \frac{\Delta H}{H}$$

$$2\frac{\Delta D}{D} \le 0.25\%$$

$$\frac{\Delta H}{H} \le 0.25\%$$

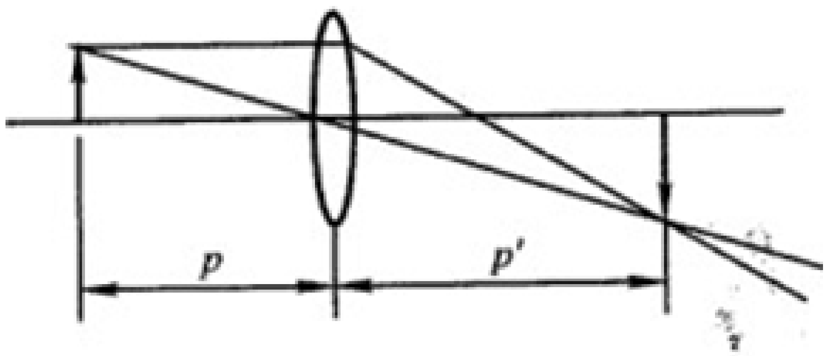
$$\Delta D \le 0.01mm$$

$$\Delta H \le 0.08mm$$

游标卡尺： 125mm/±0.02mm
300mm/±0.05mm
螺旋测微器：25mm /±0.004mm

H: 游标卡尺
D: 螺旋测微器

光路图



计算公式

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$$

原始数据：为了保证等精度测量，我们在固定物距的前提下，对像距进行5次测量

物距p＝15.00 cm；

像距（五次）$p1'$= 31.65 cm , $p2'$= 31.68 cm, $p3'$=31.68 cm, $p4'$=31.63 cm, $p5'$=31.66 cm

1.物距（单次）：$p_{单}$ = 15.00cm

$$u_{p\ B} = \frac{\Delta_{仪}}{C} = \frac{1.2mm}{3} = 0.4mm = 0.04cm$$

$$U_p = 0.04cm$$

$$p = p_{单} \pm U_p = 15.00 \pm 0.04(cm) \qquad (P = 0.68)$$

$$p = p_{单} \pm 2U_p = 15.00 \pm 0.08(cm) \qquad (P = 0.95)$$

2.像距（五次）p1’=31.65cm ，p2’=31.68cm ，p3’=31.68cm ， p4’=31.63cm ，p5’=31.66cm

$$\overline{p^{'}}=\frac{\sum_{i=1}^{5}p_i^{'}}{5}=31.66(cm) \qquad \sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(p_i^{'}-\overline{p'})^2}{n-1}}=0.02(cm)$$

$$u_{p^{'}A}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=0.009cm \qquad u_{p^{'}B}=\frac{\Delta_{仪}}{C}=\frac{1.2mm}{3}=0.04cm \qquad (P=0.68)$$

$$U_{p^{'}}=\sqrt{(t_p\cdot u_{p^{'}A})^2+u^2{}_{p^{'}B}}=\sqrt{(1.14\times 0.009)^2+(0.04)^2}$$

$$=0.04(cm) \qquad (P=0.68)$$

$$p^{'}=\overline{p^{'}}\pm U_{p^{'}}=31.66\pm 0.04(cm) \qquad (P=0.68)$$

$$p^{'}=\overline{p^{'}}\pm 2U_{p^{'}}=31.66\pm 0.08(cm) \qquad (P=0.95)$$

由焦距公式

$$\bar{f} = \frac{\bar{p} \cdot \overline{p'}}{\bar{p} + \overline{p'}} = \frac{15.00 \times 31.66}{15.00 + 31.66} = 10.18(cm)$$

现在由原始公式导出传递公式

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow f = \frac{pp'}{p + p'}$$

求对数

$$\ln f = \ln p + \ln p' - \ln(p + p')$$

求微分

$$\frac{df}{f} = \frac{dp}{p} + \frac{dp'}{p'} - \frac{dp + dp'}{p + p'}$$

合并同类型，系数取绝对值并改成不确定度符号

$$\frac{df}{f} = \frac{p'dp}{p(p + p')} + \frac{pdp'}{p'(p + p')}$$

$$\frac{u_f}{f} = \frac{p' u_p}{p(p+p')} + \frac{p u_{p'}}{p'(p+p')}$$

$$\frac{Uf}{f} = \sqrt{\left[\frac{p' Up}{p(p+p')}\right]^2 + \left[\frac{p Up'}{p'(p+p')}\right]^2}$$

$$\frac{U_f}{f} = \sqrt{\left[\frac{31.66\times 0.08}{15.00(15.00+31.66)}\right]^2 + \left[\frac{15.00\times 0.08}{31.66(15.00+31.66)}\right]^2}$$

$$\Rightarrow U_f = 0.04(cm)$$

$$\therefore f = \overline{f} \pm U_f = 10.18 \pm 0.04(cm)$$

拉伸法测量钢丝的杨氏模量

$$E = \frac{2DLF}{Slb} = \frac{8mgDL}{\pi d^2 lb}$$

$$\ln E = \ln 8g + \ln m + \ln D + \ln L - \ln \pi - 2\ln d - \ln l - \ln b$$

$$\frac{dE}{E} = \frac{dm}{m} + \frac{dD}{D} + \frac{dL}{L} - 2\times\frac{dd}{d} - \frac{dl}{l} - \frac{db}{b}$$

$$\frac{u_E}{E} = \sqrt{(\frac{u_m}{m})^2 + (\frac{u_D}{D})^2 + (\frac{u_L}{L})^2 + (2\times\frac{u_d}{d})^2 + (\frac{u_l}{l})^2 + (\frac{u_b}{b})^2}$$

不确定度分析的意义

不确定度表征测量结果的可靠程度，反映测量的**精确度**。更重要的是人们在接受一项测量任务时，要根据对测量不确定度的要求**设计实验方案，选择仪器和实验环境**。在实验过程和实验后，通过对不确定度大小及其成因的分析，找到影响实验精确度的原因并加以校正。

不确定度均分原理

在间接测量中，每个独立测量量的不确定度都会对最终结果的不确定度有贡献。如果已知各测量量之间的函数关系，可写出不确定度传递公式，并按均分原理，将测量结果的总不确定度均匀分配到各个分量中，由此分析各物理量的测量方法和使用的仪器，指导实验。一般而言，这样做比较经济合理，对测量结果影响较大的物理量，应采用精确度较高的仪器，而对测量结果影响不大的物理量，就不必追求高精度仪器。

中国科学技术大学 物理学院
School of Physical Sciences, University of Science and Technology of China

下周先上大课，再回实验室做实验

从教学平台下载《绪论课实验讲义》

预习：

1、自由落体测重力加速度(预习15/操作45/报告40）

自己设计实验原理与方案，并写一份预习报告;

2、单摆的设计和研究P125(预习20/操作40/报告40）

请参考P40页例5写一份设计报告当作预习报告

预习报告在实验前提交；

没有设计报告不能作实验！

下周先上1小时绪论课，再回各自实验室完成以下两个实验：

从教学平台下载《绪论课实验讲义》：

1、“自由落体测重力加速度”实验，按前述要求写一份预习报告

2、“单摆的设计和研究”实验，请参考《大学物理实验》第一册第40页例5写一份设计报告当作预习报告

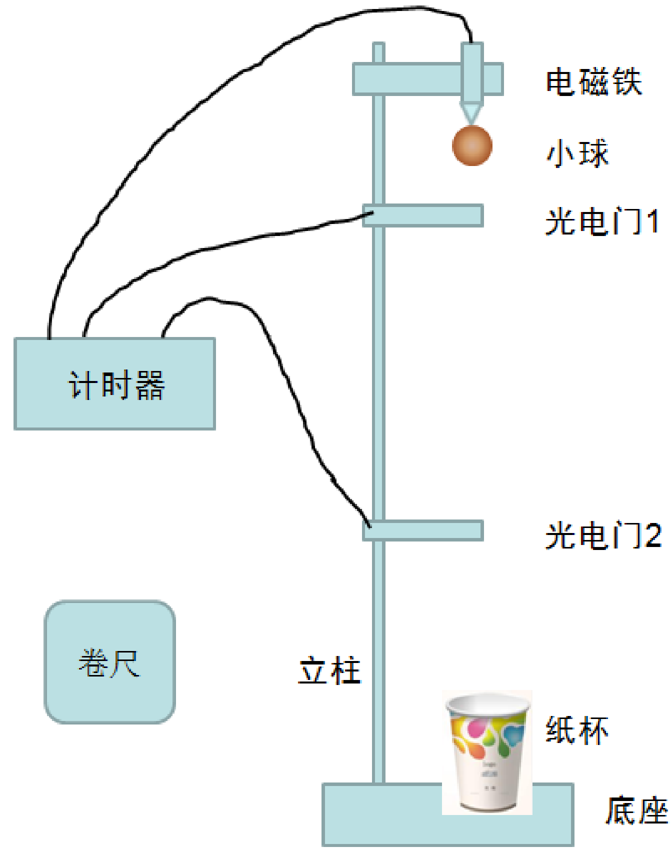
自由落体测重力加速度

❖ **从起点开始下落距离不易测准**

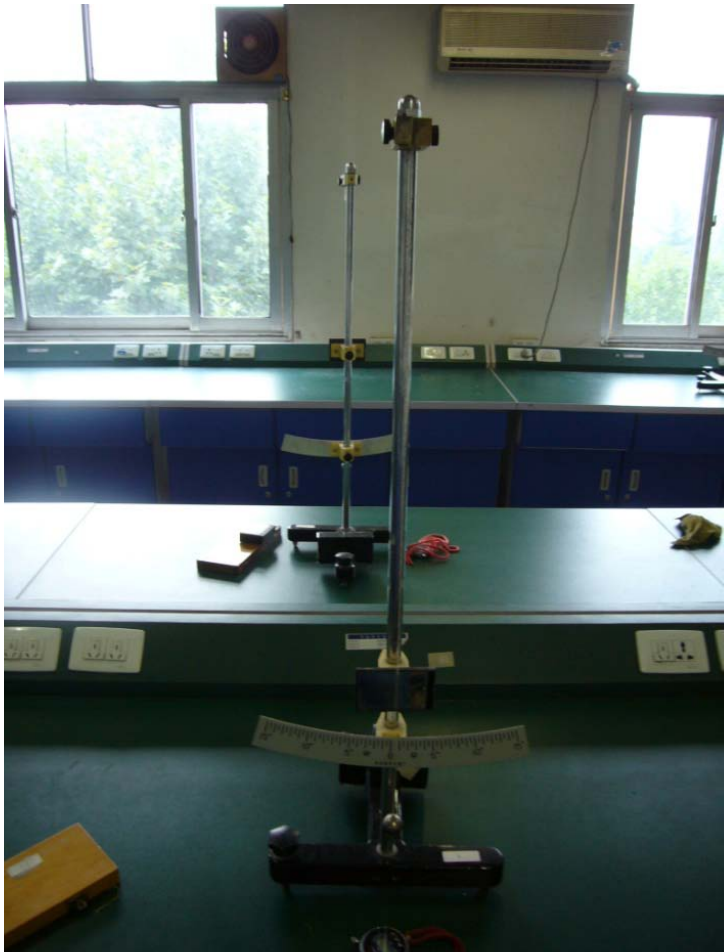
下落的起始和终止位置不明确

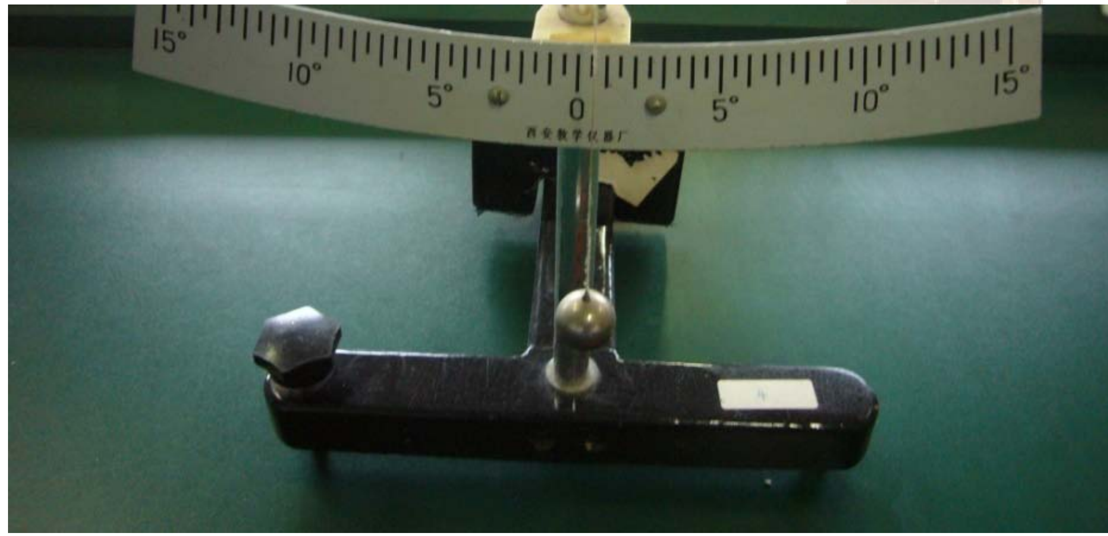
❖ **从起点开始下落时间不易测准**

由于电磁铁有剩磁，因此小球下落的初始时间不准确



单摆的设计与制作





单摆实验原理

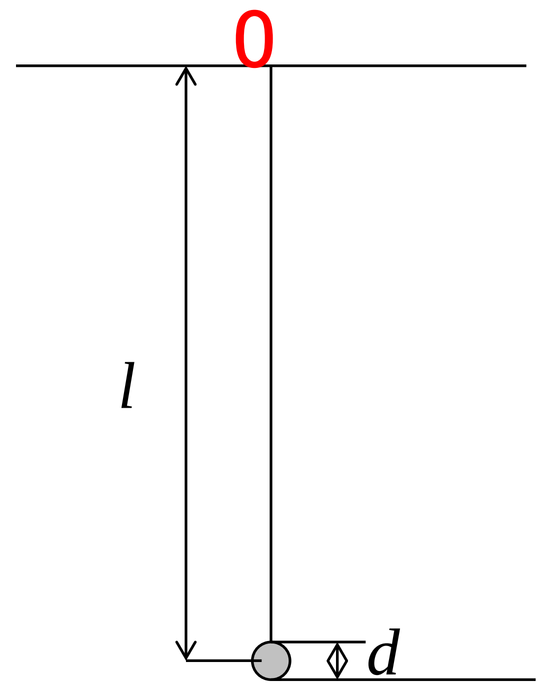
线的质量<<小球的质量

球的直径<<线的长度

忽略：空气阻力、浮力、线的伸长

近似：小摆角作简谐振动

无质量细线
系一质点



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad \left(\frac{\Delta g}{g} < 1.0\%\right)$$

在设计报告上给出

- 摆长用什么仪器测量？摆球直径需要用游标卡尺测量吗？

- 至少需要测几个周期？

Thank You！