# 大学物理
# 一级实验绪论
# （二）

物理实验教学中心
赵 霞

2019年3月19日

今天课后到所在实验室完成、

单摆、自由落体两个实验！

预习报告必须手写，上课先交预习报告再做实验，获得相应预习报告分！

单摆：预习15/操作45/报告40

自由落体：预习20/操作40/报告40

# 复　　习

A 类标准不确定度

$$u_A = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

$\left[\bar{x} - u_A, \bar{x} + u_A\right]$上的概率为 68.3%

B 类标准不确定度

$$u_B = \Delta_B / C$$

$C$：置信系数，与仪器测量误差的分布概率有关

$$\Delta_B = \sqrt{\Delta_{仪}{}^2 + \Delta_{估}{}^2}$$

正态分布：$C = 3,\ \left[-u_B, u_B\right],\ \ P = 0.68$

均匀分布：$C = \sqrt{3},\ \left[-u_B, u_B\right],\ \ P = 0.58$

三角分布：$C = \sqrt{6},\ \left[-u_B, u_B\right],\ \ P = 0.74$

## 合成标准不确定度

$$U=\sqrt{{u_A}^2+{u_B}^2}$$

**P=0.68**

$$U_{0.68}=\sqrt{\left(\mathrm{t_p}u_A\right)^2+{u_B}^2}=\sqrt{\left(\mathrm{t_p}u_A\right)^2+\left(\Delta_{\text{仪}}/\mathrm{C}\right)^2}$$

## 展伸不确定度

**P=0.95**

$$U_{0.95}=\sqrt{\left(\mathrm{t_{0.95}}u_A\right)^2+\left(\mathrm{k_p}\Delta_{\text{仪}}/\mathrm{C}\right)^2}$$

# 实验结果的表示

1、不确定度通常只取一位有效数字，首位数字小于3时，也可取两位有效数字。

2、不确定度的取舍采用四舍六入五凑偶。

3、测量结果有效数字的位数取决于测量结果的不确定度，测量结果的有效位数要向不确定度看齐。

4、实验结果一般用绝对不确定度表示，也可用相对不确定度表示。

# 读数的有效数字

- 有效数字：测量结果中可靠的几位数加上有误差的一位数
- 测量只写到开始有误差的那一位，该位数后：四舍六入五凑偶
- 有效数字的位数与小数点无关：1.23　　同123

  0.0123和0.01230；前者为3位，后者为4位

  1.35  和1.3500；前者为3位，后者为5位
- 直接测量：仪器的最小分度+1位估读位
- 间接测量：与运算方式有关

# 间接测量的有效数字

- 加减运算，由最大不确定度分量决定：

  432.3+0.1263-2=430

- 乘除运算，由最少有效数字分量决定：

  48 × 3.2345/1.732=52

  48 × 3.2345/0.173$^2$=5.2x10$^3$

- 运算结果第一位是1, 2, 3时，可以多保留一位：

  6.3×4.3=27.1

- 常数（如π等）多保留1位
- 中间计算结果的有效数字：可多保留1位

# 例：测量合金圆柱体的密度，求其标准不确定度

m=14.00 g ,最大允差0.04g

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| D/cm | 1.0502 | 1.0488 | 1.0516 | 1.0480 | 1.0495 | 1.0470 |
| H/cm | 2.000 | 2.002 | 1.998 | 2.000 | 2.000 | 2.002 |

P=0.683

$$\bar{D}=1.04918cm$$

中间结果可多保留一位

螺旋测微器

$$u_{AD}=\sigma_{\bar{D}}/\sqrt{6}=0.0007cm$$

$$u_{BD}=\Delta_{仪}/3=0.0004/3=0.00013cm$$

$$u_D=\sqrt{\left(t_p u_{AD}\right)^2+\left(k_p u_{BD}\right)^2}=\sqrt{\left(1.11u_{AD}\right)^2+\left(u_{BD}\right)^2}=0.0008cm$$

$$D=\bar{D}\pm u_D=(1.0492\pm 0.0008)cm \qquad \left(P=0.683\right)$$

$$\bar{H} = 2.0003cm$$

$$u_{AH} = \sigma_{\bar{H}} / \sqrt{6} = 0.0006cm$$

$$u_{BH} = \Delta_{仪} / \sqrt{3} = 0.002 / \sqrt{3} = 0.0012cm$$

$$u_H = \sqrt{(t_p u_{AH})^2 + (k_p u_{BH})^2} = \sqrt{(1.11 u_{AH})^2 + (1.183 u_{BH})^2} = 0.0016cm$$

$$H = \bar{H} \pm u_H = (2.0003 \pm 0.0016)cm$$

游标卡尺

$$u_{Bm} = 0.04g/3 \approx 0.013g$$

$u_{Am} = 0$

$$u_m = \sqrt{u_{Am}^{\ 2} + u_{Bm}^{\ 2}} = 0.013g$$

$$m \pm \sigma_m = (14.00 \pm 0.01)g$$

$$\overline{\rho}=\frac{4m}{\pi D^2 H}=\frac{4\times 14.00}{\pi 1.0492^2\times 2.0003}=8.094g/cm^3$$

常数多取一位3.1415

$$\frac{u_\rho}{\rho}=\sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2+\left(\frac{2u_D}{D}\right)^2+\left(\frac{u_H}{H}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{0.013}{14.00}\right)^2+\left(\frac{2\times 0.0008}{1.0492}\right)^2+\left(\frac{0.0016}{2.0003}\right)^2}$$

$$=0.0022$$

$$u_\rho=8.094\times 0.0022=0.018g/cm^3$$

$$\overline{\rho}=\overline{\rho}\pm u_\rho=\left(8.094\pm 0.018\right)g/cm^3$$

P = 0.68

## 不同分布测量仪器的置信概率P与置信因子$K_p$

| Kp \ P | 0.500 | 0.577 | 0.650 | 0.683 | 0.900 | 0.950 | 0.955 | 0.990 | 0.997 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 正态分布 | 0.675 | | | 1.000 | 1.650 | 1.960 | 2.000 | 2.580 | 3.000 |
| 均匀分布 | 0.877 | 1.000 | | 1.183 | 1.559 | 1.645 | 1.654 | 1.715 | 1.727 |
| 三角分布 | 0.717 | 0.862 | 1.000 | 1.064 | 1.675 | 1.901 | 1.929 | 2.204 | 2.315 |

## 几种常见仪器的误差分布与置信系数

| 仪器 | 米尺 | 游标卡尺 | 千分尺 | 物理天平 | 秒表 |
|---|---|---|---|---|---|
| 误差分布 | 正态 | 均匀 | 正态 | 正态 | 正态 |
| 置信系数C | 3 | $\sqrt{3}$ | 3 | 3 | 3 |

# 常用数据处理方法

(1) 列表法

(2) 作图法

(3) 最小二乘法

(4) 曲线改直

# 一、列表法

列表法是记录数据的基本方法。可使实验结果一目了然，避免混乱和丢失数据，便于查对，列表法是记录的最好方法。

列表法的优点：

1. 数据易于参考比较，便于检查数据的合理性，发现和分析问题，指导实验；

2. 形式紧凑；

3. 同一表被可以同时表示几个变量间的变化而不紊乱。

表1：伏安法测电阻实验数据

| *U* (*V*) | 0.74 | 1.52 | 2.33 | 3.08 | 3.66 | 4.49 | 5.24 | 5.98 | 6.76 | 7.50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *I* (*mA*) | 2.00 | 4.01 | 6.22 | 8.20 | 9.75 | 12.00 | 13.99 | 15.92 | 18.00 | 20.01 |

**列表法的注意事项：**

1. 测量量的名称、单位应在名称栏中注明；
2. 要正确反映测量数据的有效数字；
3. 表格应力求简单明了。
4. 用钢笔/圆珠笔，如实记录数据

## 测量圆柱体的直径D（千分尺）和高H（游标卡尺）

| D/mm | 10.502 | 10.488 | 10.516 | 10.480 | 10.495 | 10.470 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| H/mm | 20.00 | 20.02 | 19.98 | 20.00 | 20.00 | 20.02 |

## 或者

## 测量圆柱体的直径D（千分尺）和高H（游标卡尺）

D/mm 10.502 10.488 10.516 10.480 10.495 10.470

H/mm 20.00 20.02 19.98 20.00 20.00 20.02

# 二、作图法

- 坐标纸

  直角、半对数、对数坐标纸等

- 应用软件

  origin、matlab、mathematica

作图法可形象、直观地显示出物理量之间的函数关系，也可用来求某些物理参数，因此它是一种重要的数据处理方法。

1. 作图时要先整理出数据表格

选择合适的坐标分度值，确定坐标纸的大小。

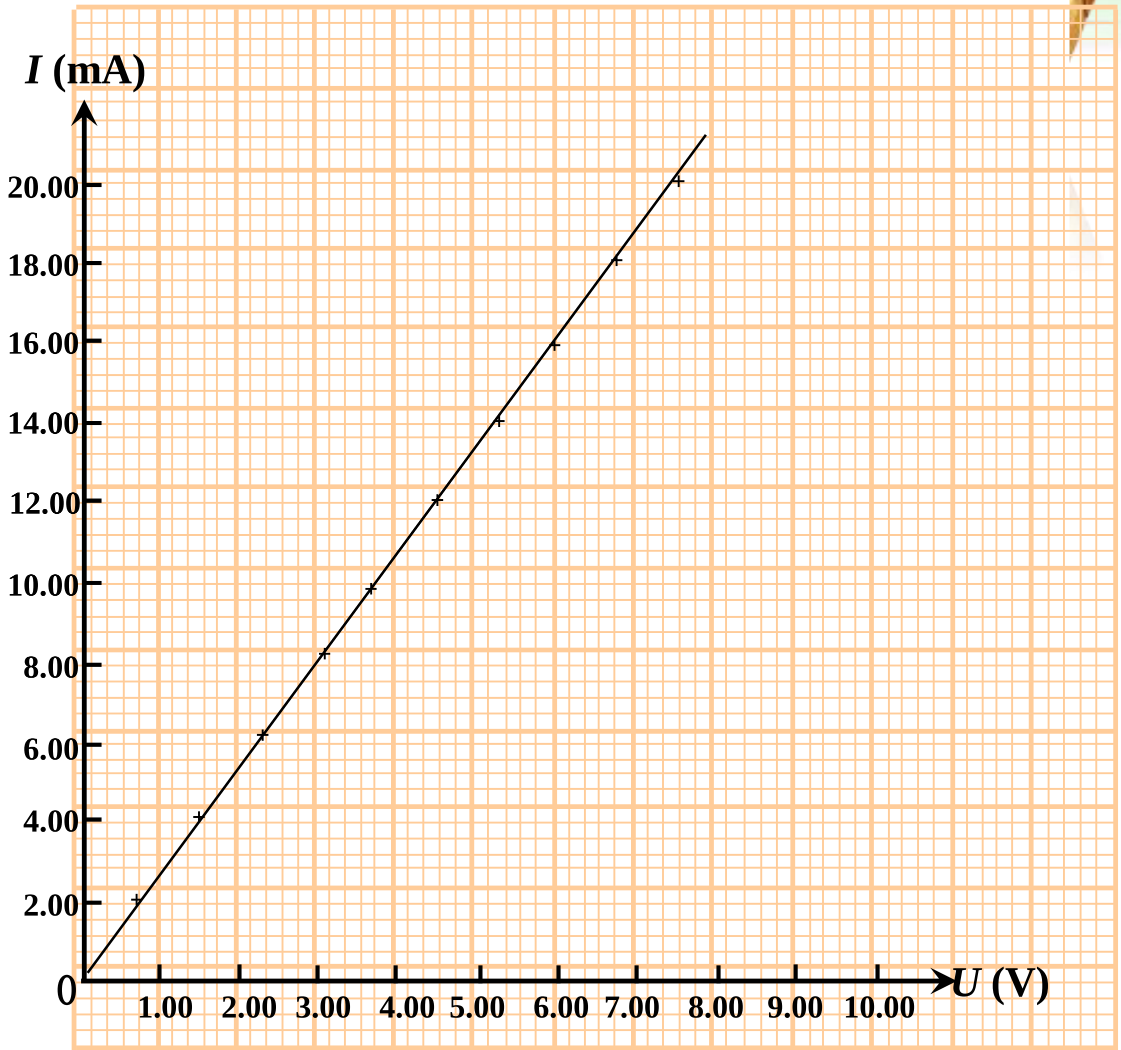
坐标分度值的选取应能基本反映测量值的准确度或精密度。

可靠数字在图中也应可靠，可疑位在图中应是估计的，即图纸中的一小格对应数值中可靠数字的最后一位。

适当选取 x 轴和 y 轴的比例和坐标的起点，使图线比较对称的充满整个图纸，不要缩在一边或一角。除特殊需要以外，坐标轴的起点一般不一定取为零值。根据表 1 数据$U$ 轴可选1mm对应于0.10 V，$I$ 轴可选1mm对应于0.20 mA，并可定坐标纸的大小（略大于坐标范围、数据范围） 约为130 mm×130 mm。

## 2. 标明坐标轴：

用粗实线画坐标轴，用箭头标轴方向，标坐标轴的名称或符号、单位，再按顺序标出坐标轴整分格上的量值。




## 3. 标实验点：

实验点可用“ ＋ ”、“ ● ”、“ ○ ”等符号标出（同一坐标系下不同曲线用不同的符号）。

## 4. 连成图线：

用直尺、曲线板等把点连成直线、光滑曲线。一般不强求直线或曲线通过每个实验点，应使图线两边的实验点与图线最为接近且分布大体均匀。

## 5. 标出图线特征：

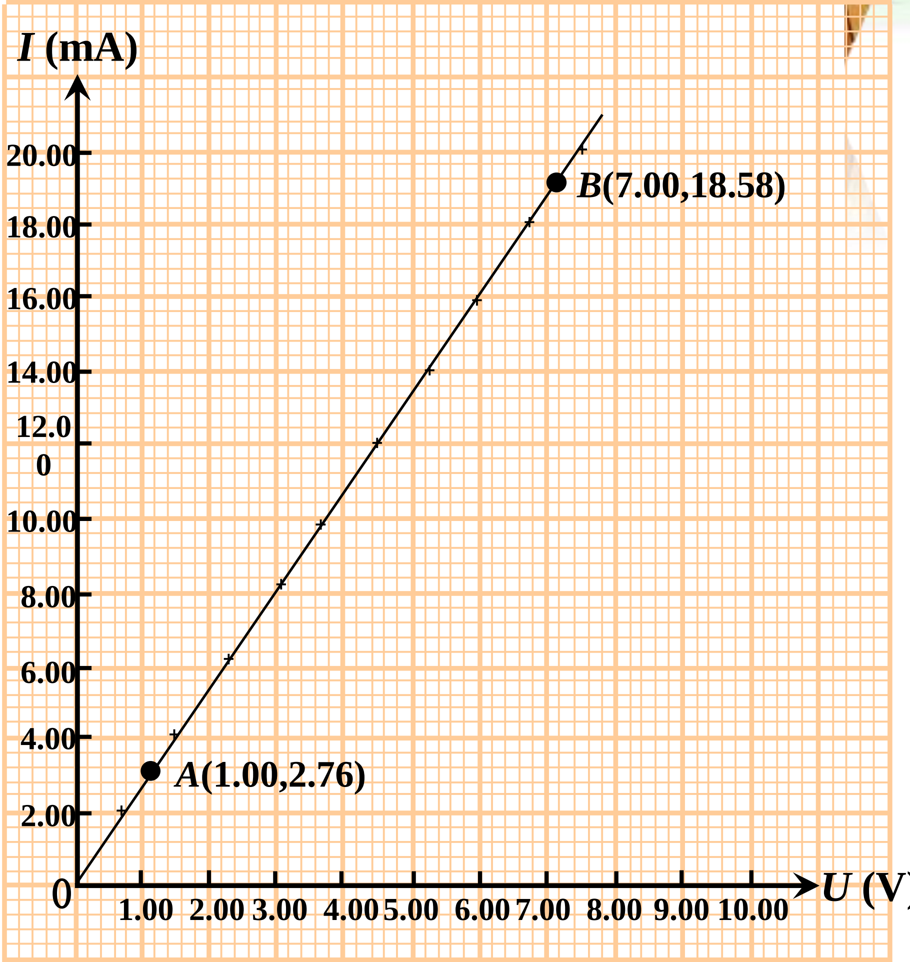
在图上空白位置标明实验条件或从图上得出的某些参数。如利用所绘直线可给出被测电阻***R***大小：从所绘直线上读取两点 ***A*** 、***B*** 的坐标就可求出 ***R*** 值。

由图上*A*、*B*两点可得被测电阻*R*为：

$$R=\frac{U_B-U_A}{I_B-I_A}=\frac{7.00-1.00}{18.58-2.76}=0.379(\mathrm{k\Omega})$$

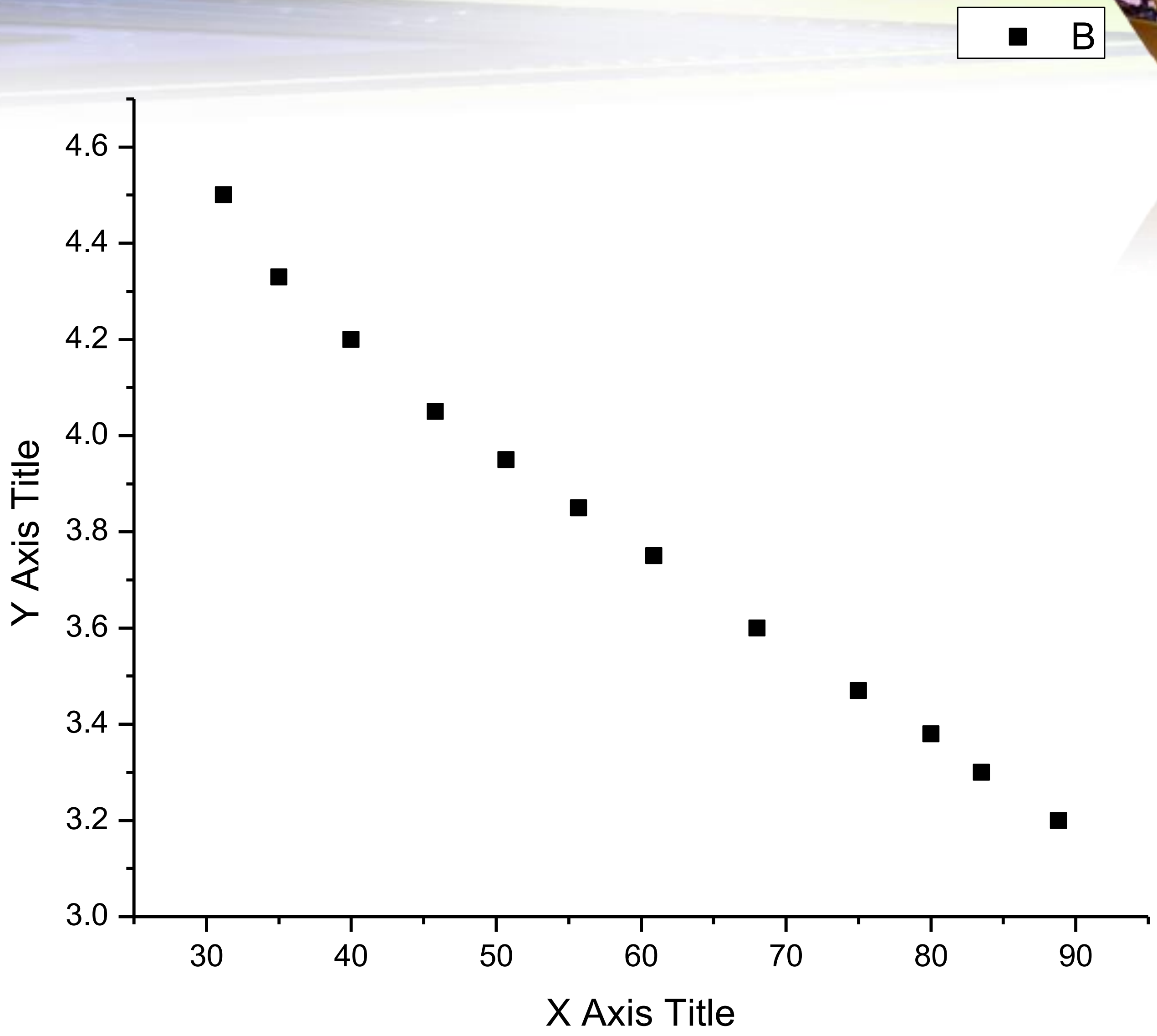
## 6. 标出图名：

在图线下方或空白位置写出图线的名称及某些必要的说明。




电阻伏安特性曲线

至此一张图才算完成


B
4.6
4.4
4.2
4.0
3.8
3.6
3.4
3.2
3.0
Y Axis Title
30
40
50
60
70
80
90
X Axis Title

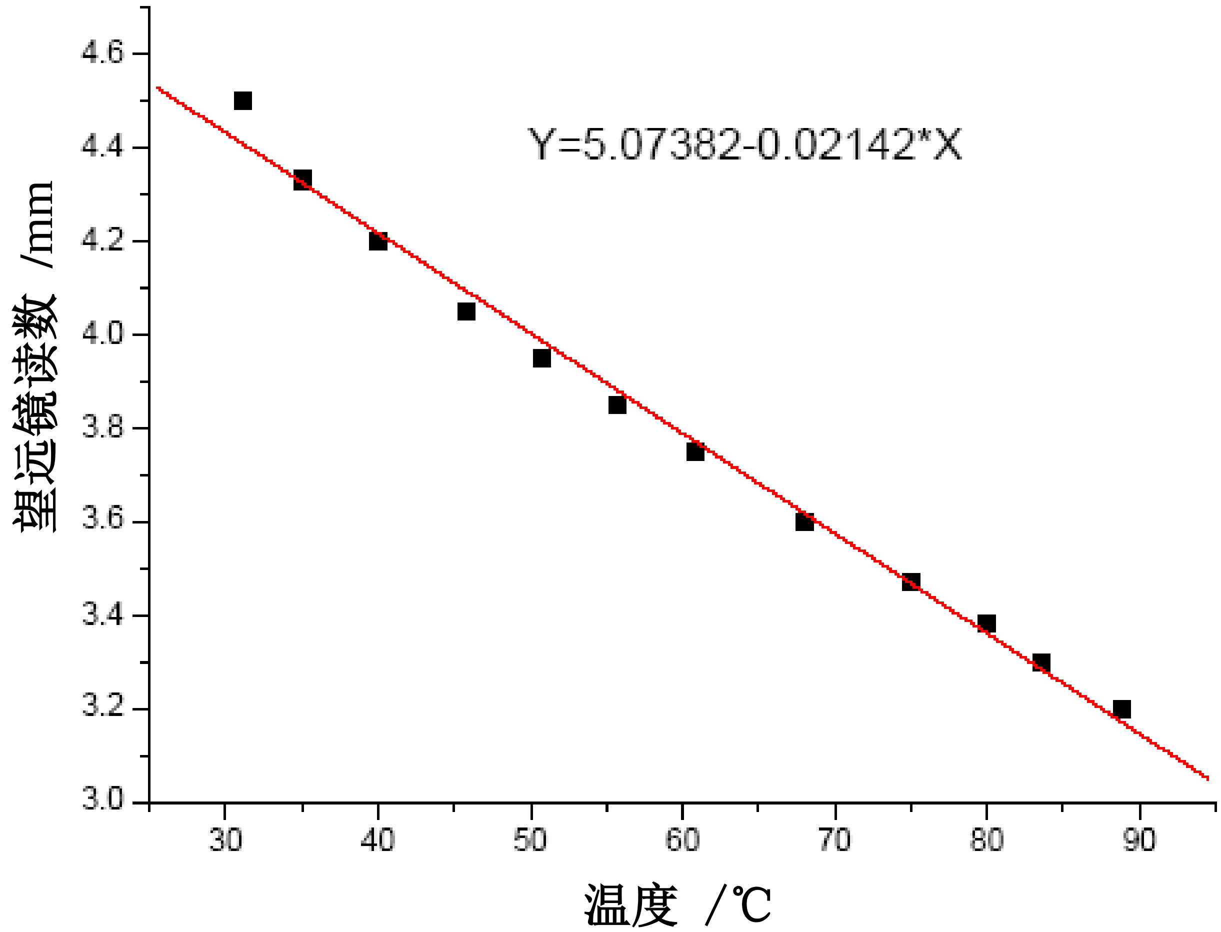



图1　　光杠杆法测铜棒的长度与温度的关系

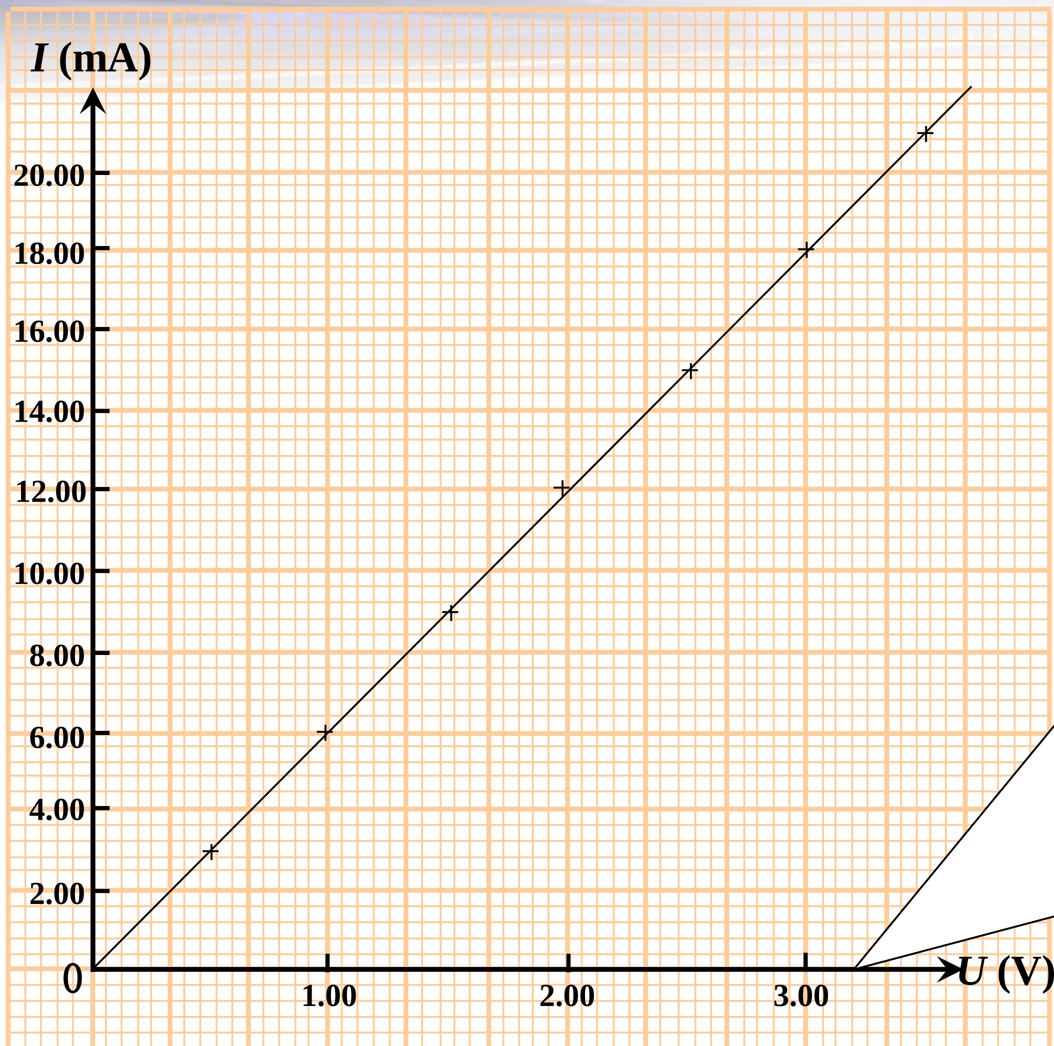



图1. 电学元件伏安特性曲线

不当：横轴坐标分度选取不当。

**横轴以3 cm 代表1 V，使作图和读图都很困难。实际在选择坐标分度值时，应既满足有效数字的要求又便于作图和读图，一般以1 mm 代表的量值是10的整数次幂或是其2倍或5倍。**

# 作图软件介绍：Origin

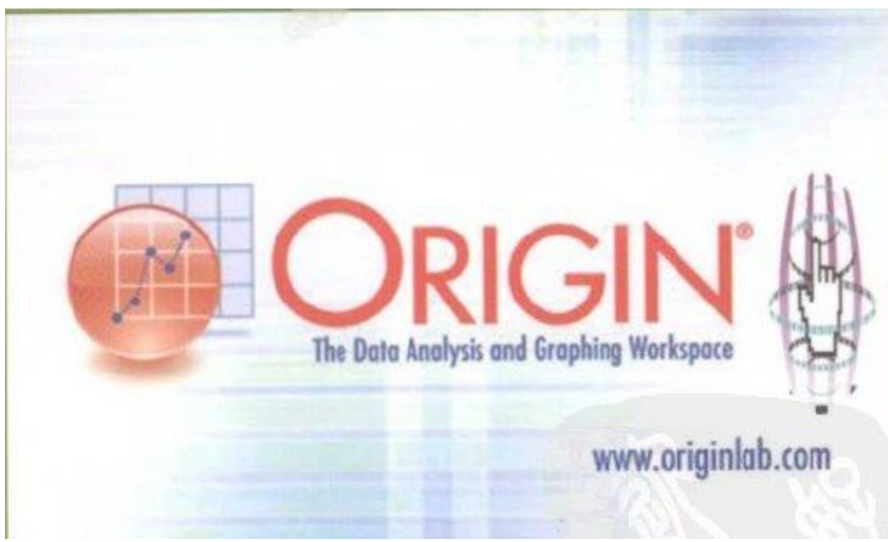
- 学校主页——信息门户——正版软件
- 方法——自己摸索
- 教学平台课件：Origin简易使用教程

■ 产品列表

Windows | Office | **ORIGIN** | MATLAB | 高斯 | 福昕PDF | NOD32

| 产品名称 | | 工具或使用说明 |
|---|---|---|
| · OriginPro 2017 | 提取密码:ucj3t4 | 使用说明 培训材料 |
| · OriginPro 2018 | 提取密码:hqfvhh | 使用说明 培训材料 |

· Origin公司提供的资料等已经上载到此页面，如有我校老师教学中需要Origin公司协助准备教程等，可以联系李会民老师（63600316, hmli@ustc.edu.cn），软件授权及相关问题请联系沈瑜老师（63602248, shenyu@ustc.edu.cn）。



# 三、最小二乘法

用作图法把实验数据表示成曲线，固然可以看出事物之间的规律，但毕竟不如方程来得**确切**。

如何从实验数据出发求出方程，这也是数据处理中常常遇到的问题。在多数情况下，两个物理量直接的关系在一定的范围内应是渐变的。应当用光滑连续的曲线来拟合"数据点"，描述其关系。因此，拟合的原则是**使各数据点（沿纵轴方向）到所拟合的曲线的距离平方之和为最小**。在数学上这叫**最小二乘法**。根据这个原则，各数据点要均匀分布在曲线的两侧。

## 方程的回归，首先要确定函数的形式

- **线性的函数关系，则可写成：** $Y = aX + b$；
- **指数函数关系，则可写成：** $Y = ae^{bx} + c$

❖ **函数关系不明确，则常用多项式来表示：**

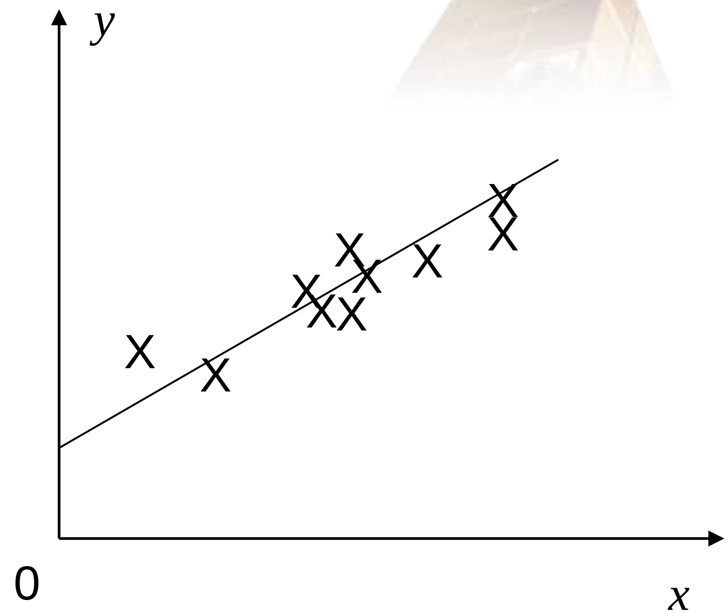
$$Y = a_0 X + a_1 X^2 + \cdots\cdots$$

# 原则：

$$\varepsilon=\sum_{i=1}^{k}\left[y_i-(b_1x_i+b_0)\right]^2$$ 为最小

$$b_1=\frac{\overline{xy}-\bar{x}\cdot\bar{y}}{x^2-(\bar{x})^2}$$

$$b0=\bar{y}-b_1x$$




$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \qquad \overline{xy}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$$

$$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i \qquad \overline{x^2}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\ 2}$$

# 一元线性回归

$$r=\frac{\overline{xy}-\bar{x}\bar{y}}{\left[\overline{x^2}-(\bar{x})^2\right]\left[\overline{y^2}-(\bar{y})^2\right]}$$

$$-1\le r\le 1$$

**相关系数 $r$：定量描述x、y变量之间线性相关程度的好坏。**

**$r$ 值在 $0<|r|<1$， $r$ 越接近于1, $x$ 和 $y$ 之间线性相关越好； $r$ 为正，称为正相关； $r$ 为负，称为负相关； $r$ 接近于0，$x_i$ 和 $y_i$ 为非线性。**

# 斜率$m$和截距$b$的不确定度评定

- 斜率$m$的标准差为

$$s_m = m\sqrt{\left(\frac{1}{r^2}-1\right)/(n-2)}$$

- 截距$b$的标准差为

$$s_b = \sqrt{\overline{x^2}} \cdot s_m$$

- 斜率$m$和截距$b$的扩展不确定度

$$u_m = t_p s_m; \quad u_b = t_p s_b$$

式中$t_P$是置信概率$P$（或显著性水平$\alpha$=1-$P$）时，根据自由度$v$=$N$-2查$t$分布表所得到的$t$值。

# $t$ 分布表

| $\nu$ \ $t_P$ \ $P$ | 0.997 | 0.95 | 0.683 |
|---|---|---|---|
| 1 | 235.80 | 12.71 | 1.84 |
| 2 | 19.21 | 4.30 | 1.32 |
| 3 | 9.21 | 3.18 | 1.20 |
| 4 | 6.62 | 2.78 | 1.14 |
| 5 | 5.51 | 2.57 | 1.11 |
| 6 | 4.90 | 2.45 | 1.09 |
| 7 | 4.53 | 2.36 | 1.08 |
| 8 | 4.28 | 2.31 | 1.07 |
| 9 | 4.09 | 2.26 | 1.06 |
| 10 | 3.96 | 2.23 | 1.05 |
| 11 | 3.85 | 2.20 | 1.05 |
| 12 | 3.76 | 2.18 | 1.04 |
| 13 | 3.69 | 2.16 | 1.04 |
| 14 | 3.64 | 2.14 | 1.04 |
| 15 | 3.59 | 2.13 | 1.03 |
| 16 | 3.54 | 2.12 | 1.03 |
| 17 | 3.51 | 2.11 | 1.03 |
| 18 | 3.48 | 2.10 | 1.03 |
| 19 | 3.45 | 2.09 | 1.03 |
| 20 | 3.42 | 2.09 | 1.03 |
| $\infty$ | 3.00 | 1.96 | 1 |

# 作图法和最小二乘法
# 所求解的方程参数及不确定度之比较

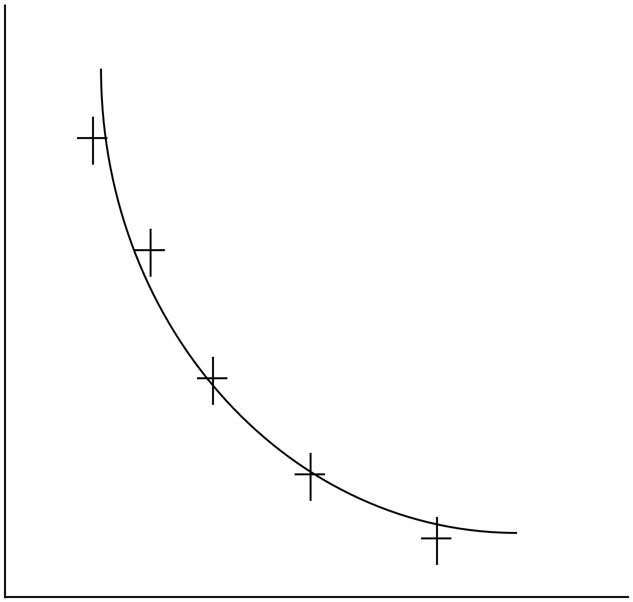
- 作图法的最大优点是直观。在诸多数据点的拟合中，如果发现有一个点明显偏离所拟合的曲线，就需要在这个点所处物理条件附近，再进行仔细的实验，查明是否是实验误差，还是有新的现象或规律。
- 所拟合曲线的曲率变化较大处, 测量点要密集. 因此, 根据曲线有助于设计改进实验.
- 作图法需较长时间，曲线拟合过程中也会引入误差；求解实验方程参数及其不确定度比较麻烦。
- 用回归法只需按动计算器的几个键，就可以确定实验方程的参数及其不确定度。
- 但如果实验数据有误，或所拟合的方程形式不合适，则相关系数小，须重新检查数据或方程形式。由于不直观，难以断定问题之所在。

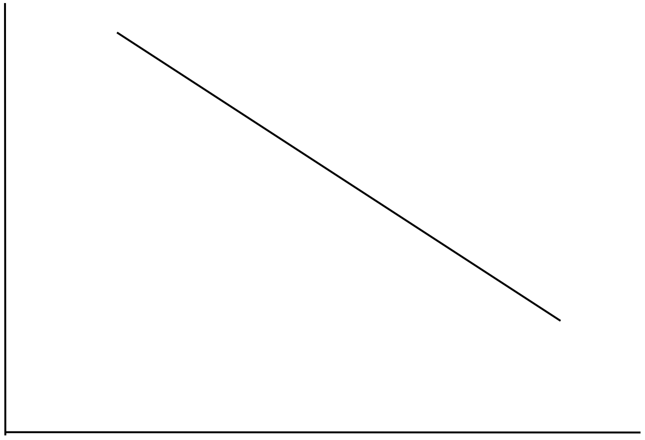
# 四、非线性关系:曲线改直

**探测线圈上的感应电压与屏蔽铝箔的厚度之间的关系, 求衰减系数**

$$V = V_0 e^{-\alpha d} \rightarrow \ln V = \ln V_0 - \alpha d$$

$\ln V - d$ 曲线





- 在直角坐标纸上作 $lnV$-$d$ 图。
- 或在半对数纸上，作 $V$-$d$ 图。要在对数轴上标记$V$。
- 这时求斜率要注意，用纵坐标的长度差除以横坐标的长度差。

# 幂函数

$$y = ax^b \quad \Rightarrow \quad \lg y = \lg a + b \lg x$$

# 双曲线

$$I\omega = a \quad \Rightarrow \quad I - \frac{1}{\omega}$$

# 二次函数

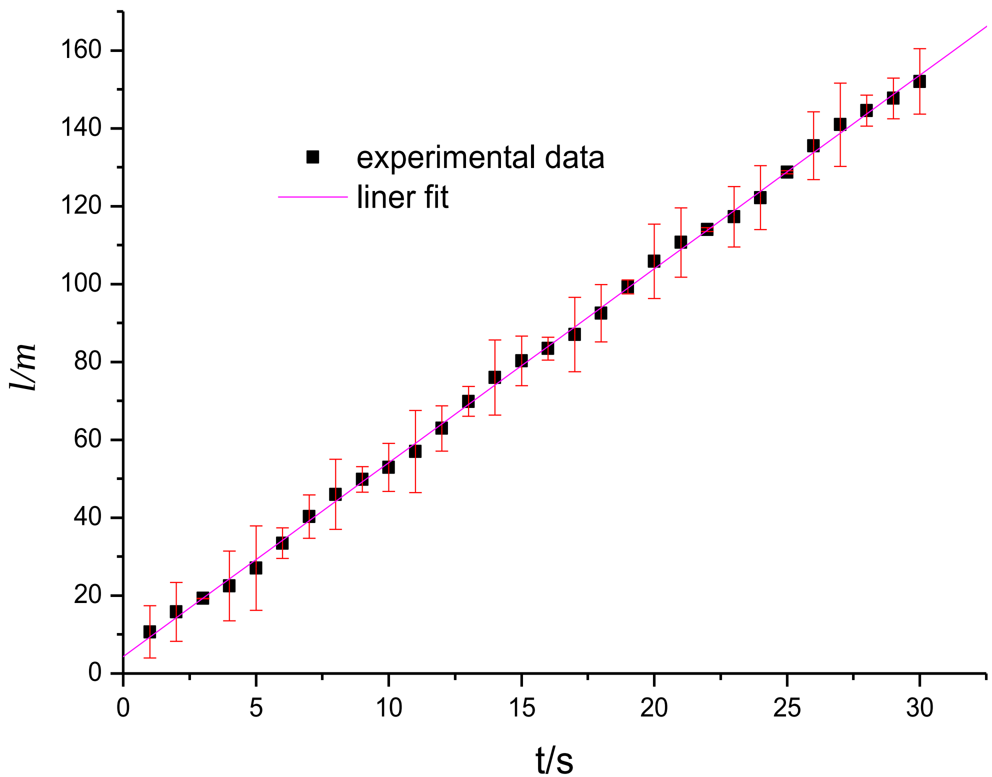
$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\frac{s}{t} = v_0 + \frac{1}{2} a t$$

$$\frac{s}{t} - t$$

# 五、误差杆（棒）

如果在作图时用线段标示出测量值的不确定度$\pm\Delta_{仪}$，则将会更全面地反映出实验的精度。线段的长度为$2\Delta_{仪}$，这种小线段称为误差杆。



# 数据点的舍弃

- 如果绝大多数数据点可以拟合成一条直线（或曲线），只有一个点偏离甚远，就要考虑这一对测量值的可靠性了。严格地讲，应该重新测量。
- 但有时无法或没必要重做实验，可不可以舍弃这个点呢？

一般来说，在有限范围内，两个物理量之间的关系多为连续的；反映其关系的曲线不大可能有大的突然起伏。我们可以参照测量不确定度理论中剔除坏值的3σ原则来处理。如果该点到按其他点拟合的曲线的距离大于1.5倍误差杆的长度，且曲率变化不大时，可以考虑舍弃该点。

不画出误差杆就难以判断。要注意，曲线拟合是对多个数据点的统计学意义下的操作，若一共只有3、4个点，就不能草率地舍弃任何一个点了。

还要注意，各个数据点的误差杆长度不一定相等。或者，对数据做某种处理（如取对数）后，再进行作图，误差杆的长度也会变化。

- 在作图中，画出误差杆，标明每一个数据点的合理范围，显现出科学负责的态度。
- 在科研中常常见到。
- 在某些年的国际奥林匹克竞赛的评分标准中有此项。

$$U = U_0 e^{-ad}$$

| $d/\mu m$ | 25 | 50 | 75 | 100 | 125 | 150 | 175 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U$/V | 44.26 | 37.71 | 31.19 | 25.79 | 20.90 | 18.36 | 15.00 |
| $\Delta U$/V | 1.9 | 1.6 | 1.3 | 1.1 | 0.9 | 0.8 | 0.6 |

**$U$-$d$: $2\Delta U$**

**ln$U$-$d$: $2\Delta U/U$**

请到相应实验室完成实验！

Thank You！