

Prova 1 de MAT0120, IME-USP

Aluno(a): Test System

Início da prova:

Instruções:

- Justifique suas afirmações. Respostas sem justificativa não serão consideradas.
- Escreva o nome e matrícula em todas as folhas.
- É proibido consultar qualquer material no internet, celular ou colega, mas pode usar seus anotações.

Questões da Prova

Q1) [2,0 pontos]

a) Mostre que $12^{2n-1} + 1$ é múltiplo de 13 para todos $n > 0$.

b) Mostre que:

$$\frac{1}{3 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 15} + \cdots + \frac{1}{(4n+3) \cdot (4n+7)} = \frac{n+1}{3 \cdot (4n+7)},$$

para todo $n > 1$.

c) Mostre que

$$F_1 + F_2 + F_3 + \cdots + F_n = F_{n+2} - 1,$$

para todos $n > 1$. Onde $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, \dots, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.

Q2) [2,0 pontos]

a) Encontre o resto da divisão de 38^{47} por 13.

b) Encontre o resto da divisão de 4^{33} por 11.

Q3) [2,0 pontos] Sejam m e n dois inteiros, mostre que Suponha que $\text{mdc}(m, n) = 1$ mostre que

$$\text{mdc}(11n - m, n) = 1,$$

também.

Q4) [2,0 pontos]

a) Determine todos os múltiplos de 13 e de 43 cuja soma seja 150.

b) Resolva uma congruência

$$68x \equiv 52 \pmod{76}$$

Q5) [2,0 pontos] Encontre todos inteiros p tais que $p, p+2, p+6, p+8, p+12, p+14$ são todos primos.

Boa prova!

