Prova 1 de MAT0120, IME-USP

Aluno(a): Test System

Início da prova:

Instruções:

— Justifique suas afirmações. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

— Escreva o nome e matrícula em todas as folhas.

— É proibido consultar qualquer material no internet, celular ou colega, mas pode usar seus anotações.

Questões da Prova

Q1) [*2,0 pontos*]

a) Mostre que $15^{2n-1}+1$ é multiplo de 16 para todos $n>0$.

b) Mostre que:

$$\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{(n+2)\cdot(n+3)}=\frac{n+1}{2\cdot(n+3)},$$

para todo $n>1$.

c) Mostre que

$$F_1+F_2+F_3+\ldots+F_n=F_{n+2}-1,$$

para todos $n>1$. Onde $F_1=1$, $F_2=1$, $F_3=2$, $F_4=3$, $F_5=5$, $\ldots$, $F_{n+2}=F_{n+1}+F_n$.

Q2) [*2,0 pontos*]

a) Encontre o resto da divição de 68^{53} por 23.

b) Encontre o resto da divição de 4^{36} por 11.

Q3) [*2,0 pontos*] Sejam m e n dois inteiros, mostre que Suponha que $\mathrm{mdc}(m,n)=1$ mostre que

$$\mathrm{mdc}(11n+m,n)=1,$$

também.

Q4) [*2,0 pontos*]

a) Determine todos os múltiplos de 23 e de 31 cuja soma seja 120.

b) Resolve uma congruência

$$68x\equiv 52 \pmod{76}$$

Q5) [*2,0 pontos*] Encontre todos n tais que $2^{2n}-1$ é um primo.

Boa prova!