

# Prova 1 de MAT0120, IME-USP

Aluno(a): Test System

Início da prova:

## Instruções:

- Justifique suas afirmações. Respostas sem justificativa não serão consideradas.
- Escreva o nome e matrícula em todas as folhas.
- É proibido consultar qualquer material no internet, celular ou colega, mas pode usar seus anotações.

## Questões da Prova

Q1) [2,0 pontos]

a) Mostre que  $17^{2n-1} + 1$  é múltiplo de 18 para todos  $n > 0$ .

b) Mostre que:

$$\frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 13} + \cdots + \frac{1}{(3n+4) \cdot (3n+7)} = \frac{n+1}{4 \cdot (3n+7)},$$

para todo  $n > 1$ .

c) Mostre que

$$F_1 + F_2 + F_3 + \cdots + F_n = F_{n+2} - 1,$$

para todos  $n > 1$ . Onde  $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, \dots, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ .

Q2) [2,0 pontos]

a) Encontre o resto da divisão de  $13^{57}$  por 7.

b) Encontre o resto da divisão de  $3^{38}$  por 11.

Q3) [2,0 pontos] Sejam  $m$  e  $n$  dois inteiros, mostre que Suponha que  $\text{mdc}(m, n) = 1$  mostre que

$$\text{mdc}(11n + m, n) = 1,$$

também.

Q4) [2,0 pontos]

a) Determine todos os múltiplos de 31 e de 23 cuja soma seja 180.

b) Resolva uma congruência

$$39x \equiv 33 \pmod{69}$$

Q5) [2,0 pontos] Encontre todos os primos  $p$  tais que  $p + 4$  é quadrado de um inteiro (ou seja, existe  $n$  tal que  $n^2 = p + 4$ ).

**Boa prova!**

