

Prova 1 de MAT0120, IME-USP

Aluno(a): Test System

Início da prova:

Instruções:

- Justifique suas afirmações. Respostas sem justificativa não serão consideradas.
- Escreva o nome e matrícula em todas as folhas.
- É proibido consultar qualquer material no internet, celular ou colega, mas pode usar seus anotações.

Questões da Prova

Q1) [2,0 pontos]

a) Mostre que $11^{2n-1} + 1$ é múltiplo de 12 para todos $n > 0$.

b) Mostre que:

$$\frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 10} + \cdots + \frac{1}{(2n+4) \cdot (2n+6)} = \frac{n+1}{4 \cdot (2n+6)},$$

para todo $n > 1$.

c) Mostre que

$$F_1 + F_2 + F_3 + \cdots + F_n = F_{n+2} - 1,$$

para todos $n > 1$. Onde $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, \dots, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.

Q2) [2,0 pontos]

a) Encontre o resto da divisão de 56^{65} por 19.

b) Encontre o resto da divisão de 4^{32} por 13.

Q3) [2,0 pontos] Sejam m e n dois inteiros, mostre que Suponha que $\text{mdc}(m, n) = 1$ mostre que

$$\text{mdc}(13n + m, n) = 1,$$

também.

Q4) [2,0 pontos]

a) Determine todos os múltiplos de 47 e de 11 cuja soma seja 180.

b) Resolva uma congruência

$$52x \equiv 44 \pmod{92}$$

Q5) [2,0 pontos] Encontre todos os primos p tais que $p + 4$ é quadrado de um inteiro (ou seja, existe n tal que $n^2 = p + 4$).

Boa prova!

