ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

Факультет компьютерных наук
Образовательная программа «Прикладная математика и информатика»

УДК 004.62

Исследовательский проект

на тему Изменчивость «константы» в эмпирическом правиле Гневышева-Вельдмайера

Выполнила:
Студентка группы БПМИ194 Набатова Дарья Сергеевна, 02.06.2021

Принял:
руководитель проекта Александр Борисович Шаповал
Имя, Отчество, Фамилия
Профессов ФКН / Департамент больших данных и информационного поиска, д-р физ.-мат. наук
Должность
ДБДИП
Место работы

Москва 2021

Реферат

В данной работе изучено правило Гневышева-Вельдмайера, которое связывает такие характеристики пятен на солнечном диске, как время жизни и максимальная площадь, а также рассмотрена зависимость константы от временного диапазона исследований. Полученные результаты слабо отличаются при разных подходах к выделению групп пятен, при этом обнаружен спад значений в 1960-2000гг, а затем возврат к значениям 1910-1920гг, что согласуется с наличием цикла Гляйсберга.

Ключевые слова: солнце, солнечные пятна.

Оглавление

Основные термины и определения

Солнечные пятна – области на солнце с более низкой температурой фотосферы.

Правило Гневышева-Вальдмайера – правило, характеризующее зависимость между площадью группы солнечных пятен и их временем жизни:

$$A_{max} = \alpha T \quad (1)$$

где A_{max} – максимальная площадь для группы пятен (измеряется в mhv – милионных долях полусферы), T – время жизни группы пятен (измеряется в сутках), α – константа.

Рекуррентные группы – группы солнечных пятен, появляющиеся на солнечном диске более одного раза. При этом метод выделения рекуррентных групп из базы данных совпадает с тем, который использовали Наговицын и др. [1].

Цикл Гляйсберга – периодическое изменение в солнечной активности с периодом 80-100 лет.

Введение

Правило Гневышева-Вельдмайера (1) – одно из эмпирических правил солнечной активности. Оно характеризует зависимость максимальной площади группы солнечных пятен от её времени жизни и утверждает, что эта зависимость линейна, причем константа в правиле равна 10. Правило было установлено Гневышевым в 1938 году и сформулировано Вельдмайером в 1955 году, основываясь на данных Гринвичской обсерватории за 1912 – 1934гг. При этом были изучены только группы пятен с продолжительностью жизни, не превышающей 40 дней.

Дальнейшие исследования правила Гневышева-Вельдмайера привели к уточнению константы до 13.0 ± 1.1 [1], благодаря более аккуратной обработке больших солнечных пятен. При этом база данных была существенно расширена до 140 лет. Также был найден диапазон значений константы для короткоживущих и небольших по площади групп пятен (8.02 ± 0.41 [2]). Отдельно для рекуррентных групп пятен, идентифицированных Наговицыным и др., было установлено, что константа равна 13.93 ± 0.41 [2].

Возникает гипотеза, что «константа» в правиле (1) отличается от полученной Гневышевым и Вельдмайером и медленно возрастает при увеличении размера солнечных пятен.

Цель проекта – изучить детали зависимости времени жизни группы солнечных пятен от максимальной площади и от временного диапазона наблюдений, опираясь на базу данных Гринвичской обсерватории за 1874 – 2020гг.

Для достижения цели выделен следующий **список задач**:

- Изучить и проанализировать существующие способы уточнения константы в правиле Гневышева-Вальдмайера и выявить возможные неточности.
- Изучить значения константы для каждого появления группы солнечных пятен на солнечном диске.
- Исследовать значение константы для короткоживущих групп пятен и выявить зависимость константы от площади.
- Изучить зависимость константы от площади группы солнечных пятен с ростом максимальной площади.
- Оценить вариативность отношения площади группы солнечных пятен ко времени жизни.

Обзор и сравнительный анализ источников

Следующие две работ являются уточнением правила Гневышева-Вельдмайера:

1. Уточнение правила Гневышева-Вельдмайера на основе 140-летнего ряда наблюдений [1].

   Работа расширяет диапазон времен жизни рекуррентных групп до 90 дней, доказывает линейность правила Гневышева-Вельдмайера, а также уточняет значение константы до 13.0 ± 1.1.

   В данном исследовании можно выделить следующие плюсы: база данных расширена в сравнении с той, которую использовали Гневышев и Вельдмайер, изучено и уточнено правило для рекуррентных групп, а также для короткоживущих и долгоживущих групп пятен.

   Из минусов, работа опирается только на данные по рекуррентным группам пятен с ограниченным временем жизни и итоговый результат вычисления константы для групп пятен имеет достаточно широкий диапазон значений: от 11.9 до 14.1.

2. Особенности правила Гневышева-Вальдмайера для различных времен жизни и площадей групп солнечных пятен [2].

   Исследование направлено на изучение константы отдельно для каждой из выделенных групп солнечных пятен. Для рекуррентных групп пятен получена константа 13.93 ± 0.41, для долгоживущих 12.9 ± 1.1. Для короткоживущих групп пятен доказано, что зависимость нелинейна и имеет следующий вид:

   $$A_{max} = (8.02 \pm 0.41)T^{1.105 \pm 0.022}$$

   С одной стороны, исследование уменьшает диапазон значений для рекуррентных групп пятен, а также более точно характеризует зависимость отдельно для короткоживущих и долгоживущих пятен.

   С другой стороны, в этих исследованиях есть четкая граница, отделяющая короткоживущие и долгоживущие пятна друг от друга и от пятен, не входящих ни в одну из этих групп. Это определенно является минусом, так как другое определение границы или возможность сделать её более расплывчатой могли бы дать более точные результаты. Также в исследованиях не учитываются другие характеристики солнечных пятен, кроме времени жизни и площади.

Итак, оба исследования используют похожие методы вычисления константы и направлены на изучение рекуррентных групп пятен с ограниченым временем жизни и на доказательство линейности правила Гневышева-Вальдмайера. Работы различаются подходом к предварительной подготовке данных для анализа и количеством способов выделить группу пятен: в то время как в [2] преимущественно исследуются только рекуррентные пятна, в [1] исследуются дополнительно две популяции групп солнечных пятен (короткоживущие и долгоживущие).

Таким образом, эти исследования намного подробнее изначального правила Гневышева-Вальдмайера, однако не охватывают некоторые группы пятен и пренебрегают некоторыми их характеристиками.

Теоретическая часть

Для каждого рассматриваемого множества пятен будет применен следующий способ поиска линейной зависимости: для множества точек, одна из координат которых – время жизни соответствующего солнечного пятна, а другая – время его жизни на солнечном диске, будет найдено линейное приближение, которое даст оптимальное значение константы в правиле для множества точек.

Выделение пятен из нужного диапазона площадей будет проведено двумя способами:

1. Из фиксированного множества пятен будут удалены неподходящие по площади, а далее будет применен алгоритм для поиска линейного приближения.
2. Множество пятен будет разделено на равные доли таким образом, что в каждом интервале длины 1 с центром в целочисленной точке множество достигаемых площадей будет упорядочено по возрастанию и затем разделено на равные доли.

Вычислительный эксперимент

1. Исследование константы для короткоживущих групп пятен.

Среди всех пятен выделим те, время жизни которых превышает 15 дней. Таких пятен будет менее 0.1% от общего числа пятен, поэтому на данном этапе они изучаться не будут. Таким образом, рассмотрим пятна с временем жизни, не большем 15 дней на графике (рис.1), где каждому пятну соответствует точка на графике.

Из рис. 1 видно, что для пятен с временем жизни более 12 дней диапазон значений площади пятна больше в сравнении с группой пятен с продолжительностью жизни менее 12 дней. Изучим в таком случае вариативность константы для второй группы пятен.

Далее будем придерживаться следующего алгоритма действий:

1. Для скользящего 11-летнего окна с шагом в год найдем приближенное значение константы. При этом в окно попадают все пятна, последний день жизни которых лежит в этом окне.
2. Отобразим полученные значения на графике, где одной из осей соответствует 11-летнее окно, а другой – значение контанты для этого окна.

На примере 11-летнего окна за 1874 – 1885гг (рис.2) покажем алгоритм поиска значения константы.

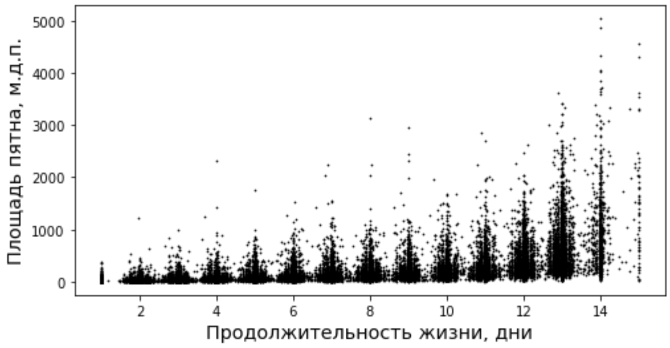

Рисунок 1, соотношение площади и времени жизни для каждого пятна, время жизни которого не превышает 15 дней

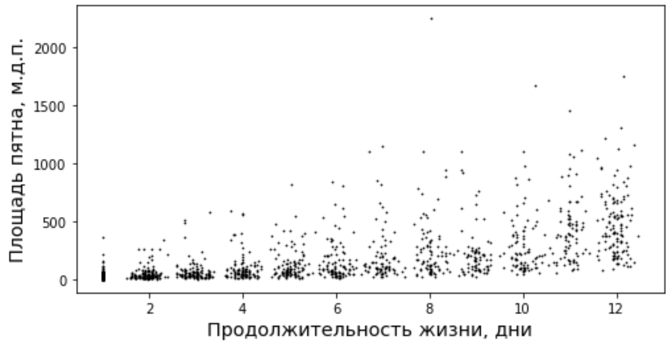

Рисунок 2, соотношение площади и времени жизни для каждого пятна из 11-летнего окна за 1874 – 1885гг, время жизни которого не превышает 15 дней

Линейное приближение для множества точек на рис.2 даст значение константы, более чем в два раза превышающее полученное Гневышевым и Вельдмайером (23.6), так как существуют редкие точки с большой площадью, которые сильно увеличивают значение константы в линейном приближении.

В первую очередь, ограничим площадь пятен сверху значениями 200 м.д.п. и 100 м.д.п., и изучим линейное приближение для новых подмножеств точек из 11-летнего окна (рис. 3, рис. 4)

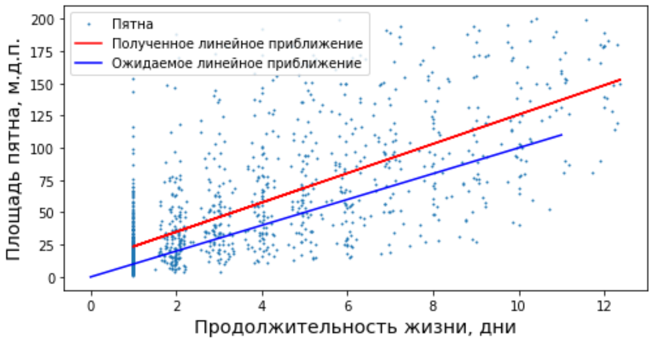

Рисунок 3, линейное приближение множества точек в 11-летнем окне с ограничением размера пятна в 200 м.д.п

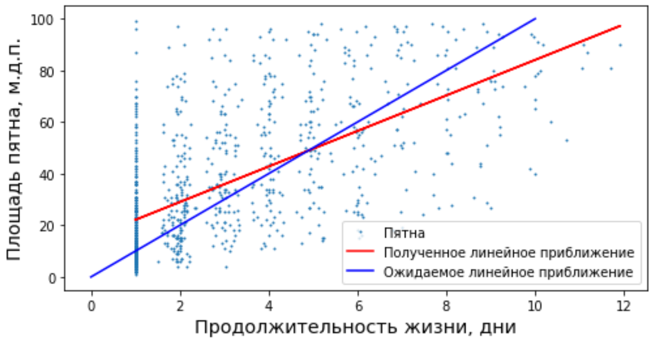

Рисунок 4, линейное приближение множества точек в 11-летнем окне с ограничением размера пятна в 100 м.д.п

Заметим следующие наблюдения:

1. На рис.3 линейное приближение имеет коэффициент 11.3, что входит в диапазон, найденный Наговицыным и др. [2] (12.1 ± 0.8)
2. На рис. 4 линейное приближение имеет коэффициент 6.9, который не входит в диапазон, указанный выше, однако входит в диапазон для короткоживущих пятен (8.02 ± 0.41). Такое небольшое значение коэффициента объясняется ограничением по площади, что не позволяет коэффициенту быть сильно большим.

Теперь для скользящего 11-летнего окна с шагом в год рассмотрим значение константы, полученное линейным приближением в каждом из описанных выше множеств пятен (рис.5, рис.6)

Рисунок 5, Зависимость коэффициента линейного приближения от временного промежутка, в котором рассматриваются пятна с ограничением площади 200 м.д.п.

Рисунок 6, Зависимость коэффициента линейного приближения от временного промежутка, в котором рассматриваются пятна с ограничением площади 100 м.д.п.

На первом графике мы получили значение коэффициента на интервале от 7.6 до 12.4, на втором – от 4.2 до 7.8. Большие скачки объясняются резким спадом в 1960-х гг, которые будут подробнее рассмотрены позднее.

Из графиков можно сделать вывод, что при уменьшении максимальной площади рассматриваемых пятен коэффициент в линейном приближении уменьшается, что никак не противоречит гипотезе, которую мы стремимся доказать. С другой стороны, есть очевидный минус такого подхода: с ростом продолжительности жизни пятен растет процент пятен, не рассматриваемых при построении линейного приближения.

Для того, чтобы каждая группа с фиксированным временем жизни одинаково влияла на линейное приближение, разделим каждую группу с фиксированным временем жизни на 5 долей и будем работать с каждой из них отдельно. Получим разбиение 11-летнего окна на подгруппы (рис.7). Теперь для каждой из подгрупп найдем линейное приближение (рис. 8).

Коэффициенты линейного приближения для подгрупп в порядке возрастания площадей равны 7.3, 12.9, 21.4, 33.7, 76.7 соответственно. При этом интервалы, внутри которых находятся значения площадей для каждой из долей, равны соответственно [1, 103], [7, 170], [10, 241], [15, 421], [29, 2246]. Большие коэффициенты объясняются большим отношением максимальной площади ко времени жизни в группах с большими площадями и широким интервалом, содержащим в себе все значения площадей.

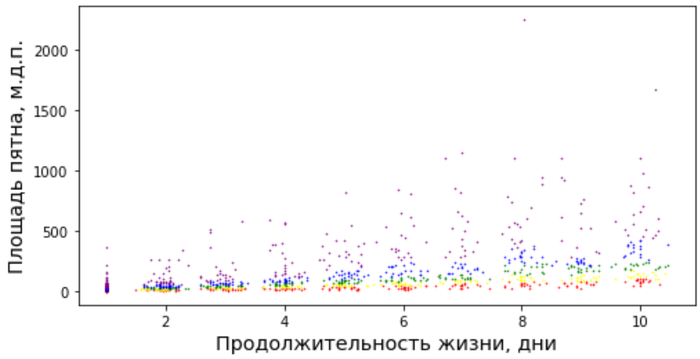

Рисунок 7, соотношение площади и времени жизни для пятен, появляющихся на солнечном диске в период 1874-1885гг. с учетом деления на подгруппы

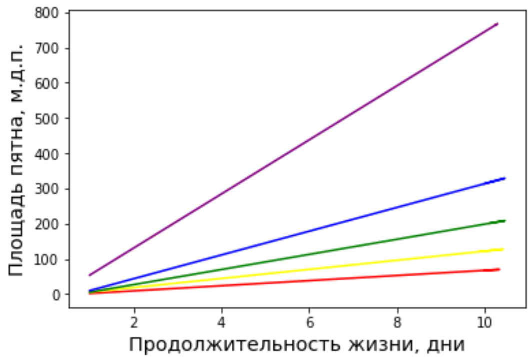

Рисунок 8, линейное приближение множества точек в 11-летнем окне для каждой из подгрупп

Если теперь взять скользящее 11-летнее окно и внутри него искать коэффициент для каждой из выбранных таким образом групп, то получим значения коэффициента, слабо колеблющиеся для малых площадей (рис.9). Существенно увеличивает диапазон значений спад в 1980-х гг. Это видно на графике для каждого из подгрупп, а также на графиках выше (рис. 5 - 6). Значения коэффициента для каждой из долей лежат в отрезках [1.7, 7.4], [5.6, 13], [10.5, 21.4], [17.7, 33.7], [41, 81.5].

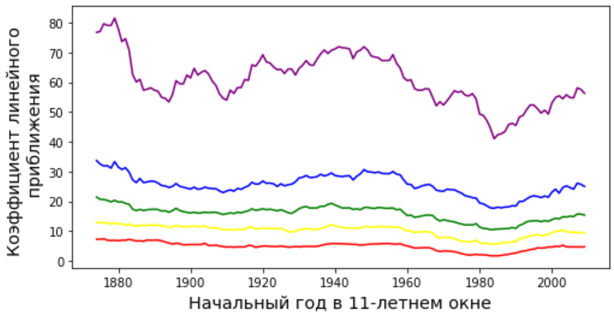

Рисунок 9, линейное приближение множества точек в 11-летнем окне для каждой из подгрупп

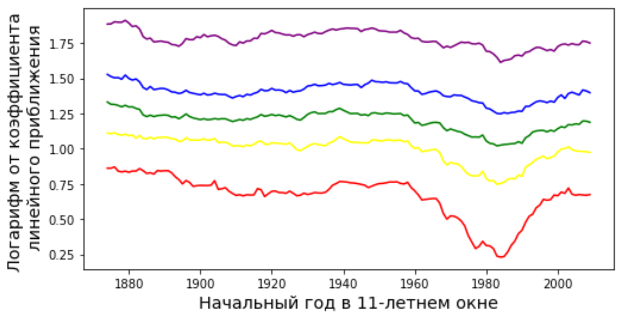

Рисунок 10, линейное приближение множества точек в 11-летнем окне для каждой из подгрупп, график прологарифмирован по одной из осей

Также рассмотрим нижнюю и верхнюю границу по площадям для каждой из групп за каждый год (рис. 11 - 15).

Рисунок 11, минимальное и максимальное значения площадей в каждый исследуемый год для одной из долей

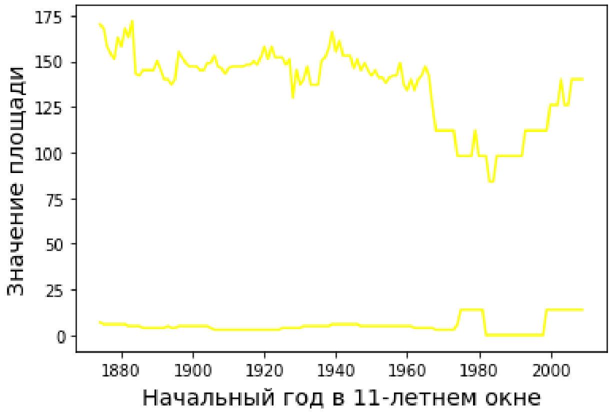

Рисунок 12, минимальное и максимальное значения площадей в каждый исследуемый год для одной из долей

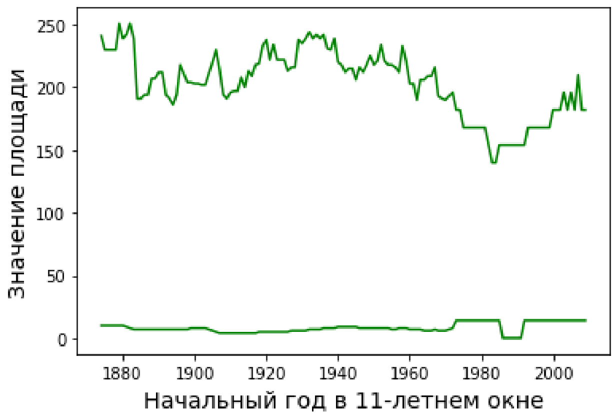

Рисунок 13, минимальное и максимальное значения площадей в каждый исследуемый год для одной из долей

Рисунок 14, минимальное и максимальное значения площадей в каждый исследуемый год для одной из долей

Рисунок 15, минимальное и максимальное значения площадей в каждый исследуемый год для одной из долей

Максимальная площадь для каждой из долей в 1960-2000 гг. более чем в два раза меньше, чем в остальное время (рис.11-15). Это наблюдение, а также то, что количество пятен большой площади в эти годы в целом уменьшается, объясняют спад значений на графике.

Теперь сравним результаты, полученные при разных способах ограничения исходного множества точек. Сохраняя цвета на графике с рис.9, добавим графики с рис. 5-6 (рис. 16-17 соответственно).

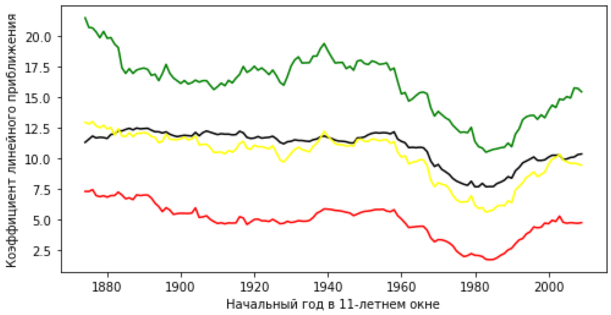

Рисунок 16, линейное приближение множества точек в 11-летнем окне для каждой из подгрупп, а также для изначального множества точек с ограничением площади в 200 м.д.п

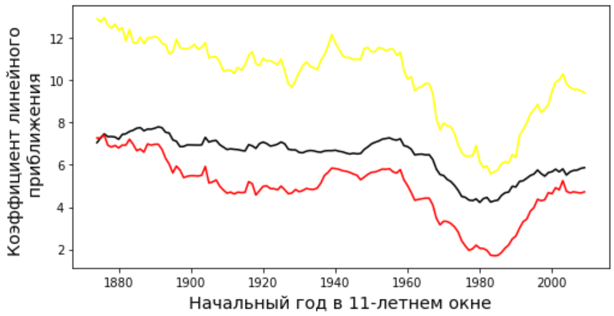

Рисунок 17, линейное приближение множества точек в 11-летнем окне для каждой из подгрупп, а также для изначального множества точек с ограничением площади в 200 м.д.п

Из графиков (рис. 16 - 17) видно, что ограничение площади значением 200 м.д.п. даст результат, похожий на результат во второй доле при делении на 5 долей, а ограничение площади значением 100 м.д.п. даст результат, похожий на результат первой из пяти долей.

Заключение

Были получены похожие результаты при двух разных подходах к выделению подходящих групп пятен (рис.16 - 17). Кроме того, результат, полученный на рис. 6 и 17, дает коэффициент, менее чем на 0.5 отличающийся от коэффициента, полученного Наговицыным и др [2].

Исследован спад значений коэффициента в 1960-2000гг, который объясняется небольшим числом пятен большой площади, а также в целом небольшой площадью пятен в эти года. При этом сейчас наблюдается возврат к значениям 1910-1920гг, хотя текущие значения несколько ниже. Этот возврат согласуется с наличием цикла Гляйсберга.

Значение константы при увеличении площадей рассматриваемых групп пятен действительно возрастает (рис. 5, 6, 9), однако с ростом площади расширяется диапазон значений.

В перспективе возникает гипотеза, что если делить пятна на группы, опираясь не на максимальную площадь, а на положение на солнце, то результаты также могут быть похожи на результаты рис.16 – 17.

Список источников

1. Yu. A. Nagovitsyn, V. G. Ivanov, N. N. Skorbezh, Refinement of the Gnevyshev–Waldmeier Rule Based on a 140-Year Series of Observations, ISSN 1063-7737, Astronomy Letters, 2019, Vol. 45, No. 6, pp. 396–401, Pleiades Publishing, Inc., 2019
2. Yu. A. Nagovitsyn, V. G. Ivanov, A. A. Osipova, Features of the Gnevyshev–Waldmeier Rule for Various Lifetimes and Areas of Sunspot Groups, ISSN 1063-7737, Astronomy Letters, 2019, Vol. 45, No. 10, pp. 695–699, Pleiades Publishing, Inc., 2019