Datum: 17. Juli 2017 Zeit: 08:30 Ort: U212 / U213

Signalverarbeitung

Modulprüfung Sommersemester 2017

Name: ________________________ Matrikel-Nummer: ______________Platz: ______

Zeit: 90 Minuten

Vorgehen:

1. Legen Sie Ihren Studierendenausweis auf den Tisch.
2. Schalten Sie Ihre Mobiltelefone aus!
3. Tragen Sie Namen, Matrikelnummer sowie Platznummer jetzt gleich auf dem Deckblatt ein.
4. Kontrollieren Sie, ob Sie alle Aufgabenblätter erhalten haben.
5. Schreiben Sie auf jedes abzugebende Zusatzblatt oben rechts Ihren Namen.
6. Streichen Sie ungültige Lösungsteile deutlich durch. Mehrfachlösungen sind falsch.
7. Geben Sie am Prüfungsende Ihre Lösung zusammen mit allen Unterlagen ab.
8. Eine vorzeitige Abgabe ist bis maximal 15 Minuten vor Prüfungsende möglich.
9. Bleiben Sie am Prüfungsende sitzen, bis alle Prüfungen eingesammelt wurden!
10. **Bitte lesen Sie die Aufgabenstellungen ganz genau durch!**

Nr.	Aufgabe	max. Punkte	Punkte
1	Elementare Signale und Signaleigenschaften	12	
2	Faltung	12	
3	Korrelation	9	
4	Abtastung	19	
5	LTI – Systeme 1	9	
6	LTI – Systeme 2	8	
7	Diskrete Fouriertransformation (DFT)	13	
8	Filterentwurf	13	
	Gesamt	**95**	

1. Aufgabe: Elementare Signale und Signaleigenschaften (12 Punkte)

Gegeben ist das folgende zeitdiskrete Signal

$$x(n) = [2, 4, \underline{3}, 2, 1].$$

a) (4P) Ermitteln Sie den geraden Signalanteil $x_g(n)$ und den ungeraden Signalanteil $x_u(n)$:

$x_g =$ ______________________________

$x_u =$ ______________________________

b) (6P) Geben Sie $x(n)$ als Zusammensetzung von Einheitsrampensignalen $u_R(n)$ an:

$x(n) =$ ______________________________

____

____

c) (2P) Erklären Sie den Unterschied zwischen einem analogen und einem digitalen Signal.

____

____

2. Aufgabe: Faltung (12 Punkte)

Gegeben sind die folgenden zeitdiskreten Signale

$$x(n) = [\underline{2}, 4, 3, 2, 1]$$

$$h(n) = \left[\frac{1}{2}, \underline{0}, -\frac{1}{2}\right]$$

a) (5P) Ermitteln Sie $y_1(n) = x(n) * h(n)$

$y_1(n) =$

b) (1P) Ermitteln Sie $y_2(n) = h(n) * x(n)$

$y_2(n) =$

c) (1P) Ermitteln Sie $y_3(n) = x(n) * h(n-1)$

$y_3(n) =$

d) (3P) Ermitteln Sie $y_4(n) = h(n) * h(-n)$

$y_4(n) =$

e) (2P) Erklären Sie die Wirkung der Faltung eines Signals mit $h(n)$ kurz. Welcher mathematischen Operation auf dem Signal entspricht diese Faltung?

3. Aufgabe: Korrelation (9 Punkte)

a) (4P) Ermitteln Sie die Autokorrelationsfunktion $r_{xx}(l)$ für das Signalbeispiel $x(n) = [\underline{2}, 4, 3, 2, 1]$ (Signalbeispiel aus Aufgaben 1 und 2).

b) (5P) Gegeben sind zwei Signale

$x(n) = \left[\underline{2}, 4, 3, 2, 1\right]$ und $y(n) = \left[-\frac{1}{2}, \underline{0}, \frac{1}{2}\right]$

Berechnen Sie die Kreuzkorrelationsfunktion $r_{x,y}(l)$.

4. Aufgabe: Abtastung und Quantisierung (19 Punkte)

a) (6P) Ein zeitkontinuierliches Signal

$x_a(t) = 2 + \cos(80Hz\,\pi t) + 2\sin(180Hz\,\pi t) - \cos(220Hz\,\pi t)$

wird mit der Abtastrate $F_s = 200\ samples/s$ abgetastet.

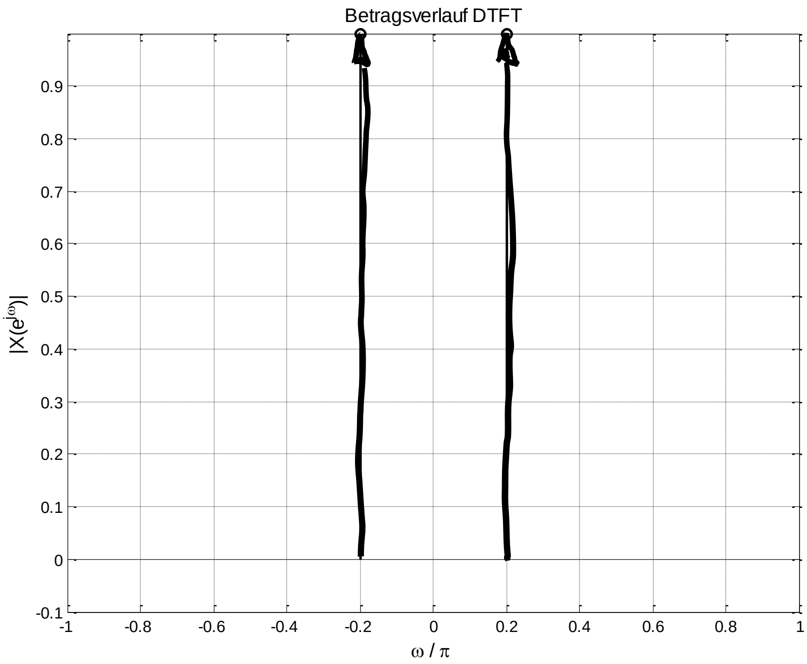
Ermitteln Sie das zeitdiskrete Signal $x(n)$, das als Ergebnis der Abtastung entsteht (3P).

$x(n) =$ ____

Tritt Aliasing auf? Falls ja, welche <u>zeitkontinuierliche(n)</u> Frequenz(en) erscheinen fehlerhaft (3P)?

b) (7P) Ein zeitkontinuierliches Signal $x_a(t) = \sin(1000Hz\ \pi t)$ wird mit dem Abtastintervall ΔT abgetastet. Die nachfolgende Abbildung zeigt den Betragsverlauf der Fouriertransformierten (DTFT) $\left|X\left(e^{j\omega}\right)\right|$ des diskreten Signals $x(n) = x(n\ \Delta T)$ mit zwei Dirac-Impulsen.

Ermitteln Sie das Abtastintervall ΔT. (Rechenweg angeben)



c) (6P) Digitale Speicherfolien für Röntgengeräte haben oft eine nutzbare Bitbreite von 12 Bit. Geben Sie das damit erzielbare bestmögliche Signal – Rausch – Verhältnis in dB an. (Rechenweg angeben!)

Angenommen, die Signalleistung sei $P_{Signal} = 1\mu W$. Wie groß ist dann die durch die Quantisierung eingeführte (Quantisierungs-) Rauschleistung? (Rechenweg angeben!)

5. Aufgabe: LTI – Systeme 1 **(9 Punkte)**

a) (5P) Die folgende Tabelle gibt Funktionen an, die einen Systemeingang $x(n)$ in einen Systemausgang $y(n)$ übersetzen. Kreuzen Sie an, ob eine solche Funktion ein lineares und/oder zeitinvariantes System beschreibt oder nicht.
(Bewertungshinweis: jede richtige Antwort → 1/2P, jede falsche Antwort → 1/2P Abzug)

Die Funktion …	lineares System	**kein** lineares System	zeitinvariantes System	**kein** zeitinvariantes System
$y(n) = 3\,x(n) + y(n-1)$				
$y(n) = x(n-2) + y(n+1)$				
$y(n) = x(n-1) + x(0)$				
$y(n) = 0.8\,x(n-2) + 0.9^n\,y(n-3)$				
$y(n) = 0.9\,a(n)\,x(n)$				

b) (4P) Zwei FIR – Systeme mit den Impulsantworten $\mathrm{h}_1 = \left[2,\ \underline{4}\,, -4, -2\right]$ und $\mathrm{h}_2 = \left[\frac{1}{2},\ \underline{\frac{3}{2}},\ 1,\ \frac{1}{2}\right]$ werden in Reihe geschaltet.

Geben Sie die Impulsantwort h der Reihenschaltung an (2P):

Ist die Reihenschaltung kausal? (1P)

Ist die Reihenschaltung stabil? (1P)

6. Aufgabe: LTI – Systeme 2 (8 Punkte)

Gegeben ist ein LTI – System mit der Differenzengleichung

$$y(n) = x(n) - \frac{5}{7}x(n-2) + y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2)$$

a) (2P) Ist das System kausal? Begründen Sie!

b) (6P) Ist das System stabil? Begründen Sie / leiten Sie her!

7. Aufgabe: Diskrete Fourier – Transformation (DFT) (8+5 Punkte)

a) (4P) Berechnen Sie die 4 – Punkte DFT $X(k)$ für das Signal $x(n) = [\underline{1}, 0,0, 1]$ (Rechenweg angeben!)

$X(k) =$ ______________________________

b) (4P) Bestimmen Sie das Signal $y(n)$, das zu der 4 – Punkte DFT

$$Y(k) = e^{-j\frac{\pi}{2}k}\, X(k)$$

gehört (wobei $X(k)$ die DFT ist, die in Aufgabe a) zu ermitteln war).

$y(n) =$

c) [Zusatz] (5P) Bestimmen Sie die N – Punkte DFT für das endliche Signal

$$x(n) = u(n) - u(n - n_0), \qquad 0 < n_0 < N$$

8. Aufgabe: Filterentwurf (FIR – Bandsperre) (13 Punkte)

Entwerfen Sie eine Bandsperre als FIR – Filter mit dem Sperrbereich:

$$\left|H_d\left(e^{j\omega}\right)\right| = 0 \text{ für } \frac{1}{3}\pi \leq |\omega| \leq \frac{2}{3}\pi$$

a) (1P) Skizzieren Sie den Amplitudengang der Wunschfunktion $H_d\left(e^{j\omega}\right)$ über dem gesamten Frequenzbereich.

b) (4P) Berechnen Sie die Filterkoeffizienten $b_0, b_1, \dots b_{24}$ für ein FIR – Filter der Ordnung $M = 24$ ohne Anwendung einer Fensterfunktion nach der Fourier-Entwurfsmethode.

c) (4P) Die Bandsperre soll für $\omega > \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{10}$ und $\omega < \frac{2}{3}\pi - \frac{\pi}{10}$ eine Dämpfung von mindestens $40\ dB$ erzielen.

Lässt sich diese Vorgabe mit den berechneten Filterkoeffizienten erreichen (Begründung angeben!)? Falls nicht, skizzieren Sie die Vorgehensweise, um die Dämpfungsvorgabe umzusetzen.

d) (4P) Geben Sie eine möglichst kleine Obergrenze für die Verstärkung im Durchlassbereich an, die sicher nicht überschritten wird.