Spanakis Dimitrios – sdi1800183 – 1115201800183

Project 4

ΑΣΚΗΣΗ 1. (a). Για να δώσουμε μια ερμηνεία για την παραπάνω εικόνα θα ορίσουμε το πεδίο I, που περιέχει τα αντικείμενα της εικόνας.

Για αρχή ας δούμε στην εικόνα, ποιος είναι ποιος, από τα άτομα που μας ενδιαφέρουν (τα υπόλοιπα δεν χρειάζονται γιατί καλύπτονται όλες οι περιπτώσεις)

|I| = {Macarena, Saray}.

Για την I θα γίνουν οι εξής αντιστοιχίσεις: Macarena$^I = Macarena$, Saray$^I = Saray$

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος **Blonde** την ακόλουθη μοναδιαία σχέση:

{<Macarena>}

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος **Woman** τις ακόλουθες μοναδιαίες σχέσεις:

{<Macarena> , <Saray>}

ΑΣΚΗΣΗ 1. (β).

Για τον τύπο **φ1**, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$\vDash_I$ Blonde(Macarena)[s] ανν <ṡ(Macarena)> ε $Blonde^I$

Όμως ṡ(Macarena) = Macarena$^I = Macarena$

Και $Blonde^I$ = {<Macarena>}

Άρα το παραπάνω ισχύει και συνεπώς ο **φ1 ικανοποιείται** από την I.

Για τον τύπο **φ2**, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$\vDash_I$ Blonde(Saray)[s] ανν < ṡ(Saray)> ε $Blonde^I$

Όμως ṡ(Saray) = $\text{Saray}^I = Saray$

Και δεν ανήκει η Saray στο σύμβολο κατηγορήματος **Blonde.**

Άρα η **φ2 δεν ικανοποιείται** από την Ι.

Για τον τύπο **φ3**, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$\vDash_I$ (∃x)Blonde(x)[s] που ισχύει ανν για υπάρχει dx ε |Ι|
$\vDash_I$ (∃x)Blonde(x)[s(x|ds)] **(*)**
Δεδομένου ότι το πεδίο |Ι| είναι το {<Macarena>,< Saray>} υπάρχουν 2 περιπτώσεις ανάθεσης τιμών.

(α’) Στην χ ανατίθεται η τιμή Macarena

(β’) Στην χ ανατίθεται η τιμή Saray

Βλέπουμε ότι κατά την ανάθεση της τιμής Macarena, η σχέση **(*) ΕΠΑΛΗΘΕΥΕΤΑΙ**, καθώς το μοναδιαίο σύμβολο **Blonde** αντιστοιχίζεται με την μοναδιαία σχέση Blonde = {<Macarena>}

Άρα η **φ3 ικανοποιείται** από την Ι.

Για τον τύπο **φ4,** από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$\vDash_I$ (∀x)(Woman(x) ⇒ Blonde(x))[s]

Που ισχύει ανν $\forall dx \ \in$ |Ι|

$\vDash_I$ (Woman(x) ⇒ Blonde(x))[s(x|dx)]

Που ισχύει ανν $\forall dx \ \in$ |Ι|

$\nvDash_I$ Woman(x) [s(x|dx)] Ή $\vDash_I$ Blonde(x)[s(x|dx)]

Δεδομένου ότι το πεδίο της Ι είναι το {<Macarena>,< Saray>}υπάρχουν 2 περιπτώσεις ανάθεσης τιμών.

(α’) Στην χ ανατίθεται η τιμή Macarena

(β’) Στην χ ανατίθεται η τιμή Saray

Αρχικά είναι όλες γυναίκες άρα το $\nvDash_I$ Woman(x) [s(x|dx)] δεν χρειάζεται να εξεταστεί, ενώ παρατηρούμε ότι κατά την επαληθεύση της β’ σχέσης ότι δεν ικανοποιείται, αφού η Saray **δεν** είναι ξανθιά παρόλο που **είναι γυναίκα**.

Άρα η **φ4 ΔΕΝ ικανοποιείται** από την Ι.

ΑΣΚΗΣΗ 2. Για την εύρεση του γενικού ενοποιητή θα χρησιμοποιήσουμε τους 6 κανόνες εύρεσης.

- P(x,x) και P(G(F(v)),G(u))

  Αρχικά έχουμε P = P και από τον 1^o κανόνα:

  Θ = [G(F(v)) / x, G(u) / x]

  Εφαρμόζουμε τον κανόνα 5^o και έχουμε:

  Θ = [G(F(v)) / x, G(u) / G(F(v))]

Εφαρμόζουμε τον κανόνα 1ο και έχουμε:

Θ = [G(F(v)) / x, u / F(v)]

Άρα τελικά έχουμε:

Θ = [F(v)/u, G(F(v)/x]

- P(x1, G(x2, x3), x2, B) και P(G(H(A, x5), x2), x1, H(A, x4), x4)

Αρχικά έχουμε:

Θ = [P(x1, G(x2, x3), x2, B) / P(G(H(A, x5), x2), x1, H(A, x4), x4)]

Από τον 1ο κανόνα έχουμε (ίδιο πλήθος ορισμάτων στην P):

P = P

Θ = [G(H(A, x5),x2) / x1 , x1 / G(x2,x3), H(A,x4) / x2 , x4 / B]
Από τον 5ο κανόνα αντικαθιστούμε x1 με G(x2,x3) (αφού αντιστρέψουμε τον trivial 4ο κανόνα)

Θ = [G(H(A, x5),x2) / G(x2,x3) , G(x2,x3) / x1, H(A,x4) / x2 , x4 / B]
Από τον 1ο κανόνα έχουμε:

Θ = [H(A, x5) / x2, x2 / x3 , G(x2,x3) / x1, H(A,x4) / x2 , x4 / B]

Από τον 5ο κανόνα αντικαθιστούμε x2 με H(A,x4) στην πρώτη δέσμευση:

Θ = [H(A, x5) / H(A,x4), x2 / x3 , G(x2,x3) / x1, H(A,x4) / x2 , x4 / B]

Από τον 1ο κανόνα έχουμε:

Θ = [A / A, x5 / x4, x2 / x3 , G(x2,x3) / x1, H(A,x4) / x2 , x4 / B]

Από τον 3ο κανόνα έχουμε (A/A αφαίρεση):

Και άρα τελικά έχουμε

Θ = [x5 / x4, x2 / x3 , G(x2,x3) / x1, H(A,x4) / x2 , x4 / B]

- P(x1, x2, . . . , xn, F(y0, y0), . . . , F(yn−1, yn−1), yn) και P(F(x0, x0), F(x1, x1), . . . , F(xn−1, xn−1), y1, . . . , yn, xn)

Από τον 1ο κανόνα έχουμε (ίδιο πλήθος ορισμάτων στην P):

P = P

Θ = [F(x0,x0)/x1, F(x1,x1)/x2…, F(xn−1, xn−1)/xn , y1/ F(y0, y0), ……., yn/ F(yn−1, yn−1), xn/yn]

ΑΣΚΗΣΗ 3.)

(a) Για αρχή θα ονομάσουμε την παρακάτω βάση γνώσης ως KB.

i. Ο Κυριάκος, ο Αλέξης και η Φώφη είναι μέλη του πολιτικού κόμματος ΚΟΡΩΝΑ.

i) ΚΟΡΩΝΑ(Κυριάκος) ∧ ΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) ∧ ΚΟΡΩΝΑ(Φώφη)

Το κατηγόρημα ΚΟΡΩΝΑ(x) δηλώνει ότι το x είναι μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ.

ii. Κάθε μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ που δεν είναι δεξιός, είναι φιλελεύθερος.

ii) ∀x(PERSON(x) ∧ ΚΟΡΩΝΑ(x) ∧ ¬ΔΕΞΙΟΣ(x) => ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x))

Το κατηγόρημα PERSON(x) δηλώνει ότι το x απευθύνεται σε άνθρωπο

Τα κατηγορήματα ΔΕΞΙΟΣ(x) και ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x) δηλώνουν ότι τα x ανήκουν σε Δεξιούς και Φιλελεύθερους υποστηρικτές αντίστοιχα

iii. Στους δεξιούς δεν αρέσει ο σοσιαλισμός.

iii) ∀x(PERSON(x) ∧ ΔΕΞΙΟΣ(x) =>¬$LIKES$(x, Σοσιαλισμός))

Το δυαδικό κατηγόρημα LIKES(x,y) δηλώνει ότι στον x αρέσει το y.

Η σταθερά Σοσιαλισμός συμβολίζει το κίνημα και την ιδεολογία του Σοσιαλισμού.

iv. Σ' όποιον δεν αρέσει ο καπιταλισμός, δεν είναι φιλελεύθερος.

iv) ∀x(PERSON(x) ∧ ¬LIKES(x, Καπιταλισμός) => ¬ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x)

Η σταθερά Καπιταλισμός συμβολίζει το κίνημα και την ιδεολογία του Καπιταλισμού.

Το κατηγόρημα ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x) δηλώνει ότι το x είναι μέλος του φιλελεύθερου κινήματος.

v. Στον Κυριάκο δεν αρέσει ό,τι αρέσει στον Αλέξη, και του αρέσει ό,τι δεν αρέσει στον Αλέξη.

v) ∀x (LIKES(Κυριάκος, x) ⇔ ¬LIKES(Αλέξης, x))

vi. Στο Αλέξη αρέσει ο σοσιαλισμός και ο καπιταλισμός.

vi) PERSON(Αλέξης) ∧ LIKES(Αλέξης, Σοσιαλισμός) ∧ LIKES(Αλέξης, Καπιταλισμός)

vii. Υπάρχει ένα μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ που είναι φιλελεύθερος αλλά δεν είναι δεξιός.

vii) ∃ x (PERSON(x) ∧ ΚΟΡΩΝΑ(x) ∧ ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x) ∧ ¬ΔΕΞΙΟΣ(x))

Την παραπάνω πρόταση θα την ορίσουμε σαν **φ**.

β) Για να αποδείξουμε ότι ΚΒ ⊨ φ θα πρέπει να δείξουμε ότι για ανάθεση τιμών που ικανοποιεί κάθε μέλος της ΚΒ, τότε υπάρχει και ανάθεση και ανάθεση που να καλύπτει τον φ τύπο.

Για να αποδείξουμε ότι ΚΒ ⊨ φ θα πρέπει η ΚΒ ∧ ¬φ να είναι μη ικανοποιήσιμη.

Σε CNF η πρόταση ¬φ γίνεται:

¬φ-> ¬(∃ x (PERSON(x) ∧ ΚΟΡΩΝΑ(x) ∧ ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x) ∧ ¬ΔΕΞΙΟΣ(x)))

-> (∀x) ¬(PERSON(x) ∧ ΚΟΡΩΝΑ(x) ∧ ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x) ∧ ¬ΔΕΞΙΟΣ(x))

-> (∀x) (¬PERSON(x) ∨ ¬ΚΟΡΩΝΑ(x) ∨ ¬ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x) ∨ ΔΕΞΙΟΣ(x))

-> ¬PERSON(x) ∨ ¬ΚΟΡΩΝΑ(x) ∨ ¬ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x) ∨ ΔΕΞΙΟΣ(x)

Όμοια πρέπει να γίνει και για τις υπόλοιπες προτάσεις τις ΚΒ:

i) ΚΟΡΩΝΑ(Κυριάκος), ΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) , ΚΟΡΩΝΑ(Φώφη)

ii) ∀x(PERSON(x) ∧ ΚΟΡΩΝΑ(x) ∧ ¬ΔΕΞΙΟΣ(x) => ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x))

-> ∀x¬ (PERSON(x) ∨ ΚΟΡΩΝΑ(x) ∨ ¬ΔΕΞΙΟΣ(x)) ∨ ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x)

-> ∀x (¬PERSON(x) ∨ ¬ΚΟΡΩΝΑ(x) ∨ ΔΕΞΙΟΣ(x) ∨ ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x))

Άρα έχουμε:

->¬PERSON(x) ∨ ¬ΚΟΡΩΝΑ(x) ∨ ΔΕΞΙΟΣ(x) ∨ ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x)

iii) ∀x(PERSON(x) ∧ ΔΕΞΙΟΣ(x) =>¬$LIKES$(x, Σοσιαλισμός))

->∀x¬(PERSON(x) ∧ ΔΕΞΙΟΣ(x)) ∨¬$LIKES$(x, Σοσιαλισμός)

->∀x(¬PERSON(x) ∨ ¬ΔΕΞΙΟΣ(x) ∨ ¬$LIKES$(x, Σοσιαλισμός))

Άρα έχουμε:

->¬PERSON(x) ∨ ¬ΔΕΞΙΟΣ(x) ∨ ¬$LIKES$(x, Σοσιαλισμός)

iv) ∀x(PERSON(x) ∧ ¬LIKES(x, Καπιταλισμός) => ¬ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x))

->∀x¬ (PERSON(x) ∧ ¬LIKES(x, Καπιταλισμός)) ∨ ¬ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x))

->∀x (¬PERSON(x) ∨ LIKES(x, Καπιταλισμός) ∨ ¬ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x))

Άρα έχουμε:

->¬PERSON(x) ∨ LIKES(x, Καπιταλισμός) ∨ ¬ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x)

v) ∀x (LIKES(Κυριάκος, x) ⇔ ¬LIKES(Αλέξης, x))

-> (¬LIKES(Αλέξης, x) ∨ LIKES(Κυριάκος, x)) ∧ (LIKES(Αλέξης, x) ∨¬LIKES(Κυριάκος, x))

vi) PERSON(Αλέξης) ∧ LIKES(Αλέξης, Σοσιαλισμός) ∧ LIKES(Αλέξης, Καπιταλισμός)

Έχοντας μετατρέψει όλες τις προτάσεις της ΚΒ ,χρησιμοποιούμε τις προτάσεις που ναι απαραίτητες για την απόδειξη που θέλουμε. Παρακάτω παρατίθεται η απόδειξη της πρότασης φ με ανάλυση. Στο τελευταίο βήμα, παράγεται η κενή φράση από την βάση γνώσης, δηλαδή προκύπτει αντίφαση. Άρα ΚΒ⊨φ.

¬φ & ii

(¬PERSON(x) ∨ ¬ΚΟΡΩΝΑ(x) ∨ ~~ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x)~~ ∨ ΔΕΞΙΟΣ(x)) ∧ (¬PERSON(x) ∧ ¬ΚΟΡΩΝΑ(x) ∧ ¬~~ΦΙΛΕΛΕΥΘΕΡΟΣ(x)~~ ∧ ΔΕΞΙΟΣ(x))

Result & iii

(¬PERSON(x) ∨ ¬ΚΟΡΩΝΑ(x) ∨ ~~ΔΕΞΙΟΣ(x))~~ ∧ (¬PERSON(x) ∨ ~~¬ΔΕΞΙΟΣ(x)~~ ∨ ¬$LIKES$(x, Σοσιαλισμός))

Result &vi, i-> (ΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)) (Απαλείφεται το ¬PERSON(x) και ¬ΚΟΡΩΝΑ(x))

¬$LIKES$(Αλέξης, Σοσιαλισμός) ∧ LIKES(Αλέξης, Σοσιαλισμός)

Το οποίο δημιουργεί αντίφαση, συνεπώς έχουμε ΚΒ⊨φ.

Τα παραπάνω είχα αρκετή δυσκολία στην διατύπωση, ελπίζω να τα καταλάβετε…

c.)

ΑΣΚΗΣΗ 4) (α).

A. (∀x)(∀s)(∀t)(In(x, s) ∧ In(x, t) ⇔ In(x, Intersection(s, t)))

Η πρόταση που έχουμε είναι της μορφης A ∧ B ↔ C.

Έτσι προκύπτει ότι το CNF θα είναι μορφής:

(¬C ∨ A) ∧ (¬C ∨ B) ∧ (¬A ∨ ¬B ∨ C)

Άρα τελικά έχουμε:

A:(¬In(x, Intersection(s, t)) ∨ In(x, s)) ∧ (¬In(x, Intersection(s, t)) ∨ In(x, t)) ∧ (¬In(x, s) ∨ ¬ In(x, t) ∨ In(x, Intersection(s, t))

B. (∀s)(∀t)((∀x)(In(x, s) ⇒ In(x, t)) ⇒ SubsetOf(s, t))

Η πρόταση που έχουμε είναι της μορφής (A => B) => C

Έτσι προκύπτει ότι το CNF θα είναι της μορφής:

(A ∨ C) ∧ (¬B ∨ C)

Έτσι τελικά έχουμε:

B: (In(x, s) ∨ SubsetOf(s, t)) ∧(¬ In(x, t) ∨ SubsetOf(s, t))

C. (∀s)(∀t)SubsetOf(Intersection(s, t), s)

¬C: ¬ SubsetOf(Intersection(s, t), s)

(β.) Έστω KB βάση γνώσης οι A,B προτάσεις.

Για να αποδείξουμε την λογική συνέπεια χρησιμοποιώντας resolution, αρκεί η KB ∧ ¬C να **ΜΗΝ** ικανοποιείται.

Έχουμε:

(¬In(x, Intersection(s, t)) ∨ In(x, s)) ∧ (¬In(x, Intersection(s, t)) ∨ In(x, t)) ∧ (¬In(x, s) ∨ ¬ In(x, t) ∨ In(x, Intersection(s, t))

∧ (In(x, s) ∨ SubsetOf(s, t)) ∧(¬ In(x, t) ∨ SubsetOf(s, t))

∧ ¬SubsetOf(Intersection(s, t), s)

Αν σκεφτούμε διαισθητικά, Αφού έχουμε In(x,s)=> In(x,t) άρα το x εμπεριέχεται και στο σύνολο s και στο σύνολο t. Εφόσον ισχύει αυτό,και εφόσον έχουμε (In(x, s) ⇒ In(x, t)) ⇒ SubsetOf(s, t) μπορούμε να αντικαταστήσουμε όπου s με t (s μικρότερο ίσο με t χάρη στις προτάσεις A,B και ειδικότερα στην β που μας εκφράζει πως ότι εμπεριέχεται στο s, εμπεριέχεται και στο t) και έτσι έχουμε:

(¬In(x, Intersection(t, t)) ∨ In(x, t)) ∧ (¬In(x, Intersection(t, t)) ∨ In(x, t)) ∧ (¬In(x, t) ∨ ¬ In(x, t) ∨ In(x, Intersection(τ, t))

∧ (In(x, t) ∨ SubsetOf(t, t)) ∧(¬ In(x, t) ∨ SubsetOf(t, t))

∧ ¬SubsetOf(Intersection(t, t), t)

Τελικά θα έχουμε:

(¬~~In(x, t)~~ ∨ ~~In(x, t)~~) ∧ (¬~~In(x, t)~~ ∨ ~~In(x, t)~~) ∧ (¬~~In(x, t)~~ ∨ ¬ ~~In(x, t)~~ ∨ ~~In(x, t)~~)

∧ (~~In(x, t)~~ ∨ SubsetOf(t, t)) ∧(¬ ~~In(x, t)~~ ∨ SubsetOf(t, t))

∧ ¬SubsetOf(t, t)

Έτσι προκύπτει

SubsetOf(t, t) ∧ ¬SubsetOf(t, t) === [] Και έτσι δεν ικανοποιείται η KB ∧ ¬C, συνεπώς η C είναι λογική συνέχεια των προτάσεων A B.

Ο παραπάνω ισχυρισμός ότι s=t δεδομένες τις προτάσεις λογικής A και B δεν μας επηρεάζει πουθενά στο τι «επιστρέφουν» οι functions In() και Subset() καθώς το x άνηκε έτσι και αλλιώς και στο s και στο t και έτσι Subset πάντα θα γύριζε True καθώς το s είναι υποσύνολο του t αλλά και το t είναι υποσύνολο του t.

ΑΣΚΗΣΗ 5. (a).

Η ελένη είναι όμορφη.

$$FEMALE(Ελένη) \land \mathrm{BEAUTIFUL}(\mathrm{Ελένη}) => PERSON(Ελένη)$$

Ο Γιάννης είναι όμορφος και πλούσιος.

$$\mathrm{MALE}(\mathrm{Γιάννης}) \land \mathrm{BEAUTIFUL}(\mathrm{Γιάννης}) \land \mathrm{RICH}(\mathrm{Γιάννης}) => \mathrm{PERSON}(Γιάννης)$$

Ο Πέτρος είναι μυώδης και πλούσιος.

$$\mathrm{MALE}(\mathrm{Πέτρος}) \land MUSCULAR(\mathrm{Πέτρος}) \land \mathrm{RICH}(\mathrm{Πέτρος}) => \mathrm{PERSON}(Πέτρος)$$

Ο Τίμος είναι μυώδης και ευγενικός.

$$\mathrm{MALE}(\mathrm{Τίμος}) \land MUSCULAR(\mathrm{Τίμος}) \land KIND(\mathrm{Τίμος}) => \mathrm{PERSON}(\mathrm{Τίμος})$$

Σε όλους τους άνδρες αρέσουν οι όμορφες γυναίκες.

$$MALE(X) \land \mathrm{FEMALE(Y)} \land \mathrm{BEAUTIFUL(Y)} => \mathrm{LIKES(X,Y)}$$

Όλοι οι πλούσιοι είναι ευτυχισμένοι.

$$RICH(X) => \mathrm{HAPPY(X)}$$

Όλοι οι άνδρες που τους αρέσει μια γυναίκα, στην οποία αρέσουν, είναι ευτυχισμένοι.

$$(MALE(X) \land FEMALE(Y) \land \mathrm{LIKES}(\mathrm{X},Y) \land (\mathrm{LIKES}(Y,\mathrm{X})) => \mathrm{HAPPY(X)}$$

Όλες οι γυναίκες που τους αρέσει ένας άνδρας, στον οποίο αρέσουν, είναι ευτυχισμένες.

$$(FEMALE(Y) \land MALE(X) \land \mathrm{LIKES}(\mathrm{Y},X) \land (\mathrm{LIKES(X,Y)}) => \mathrm{HAPPY(Y)}$$

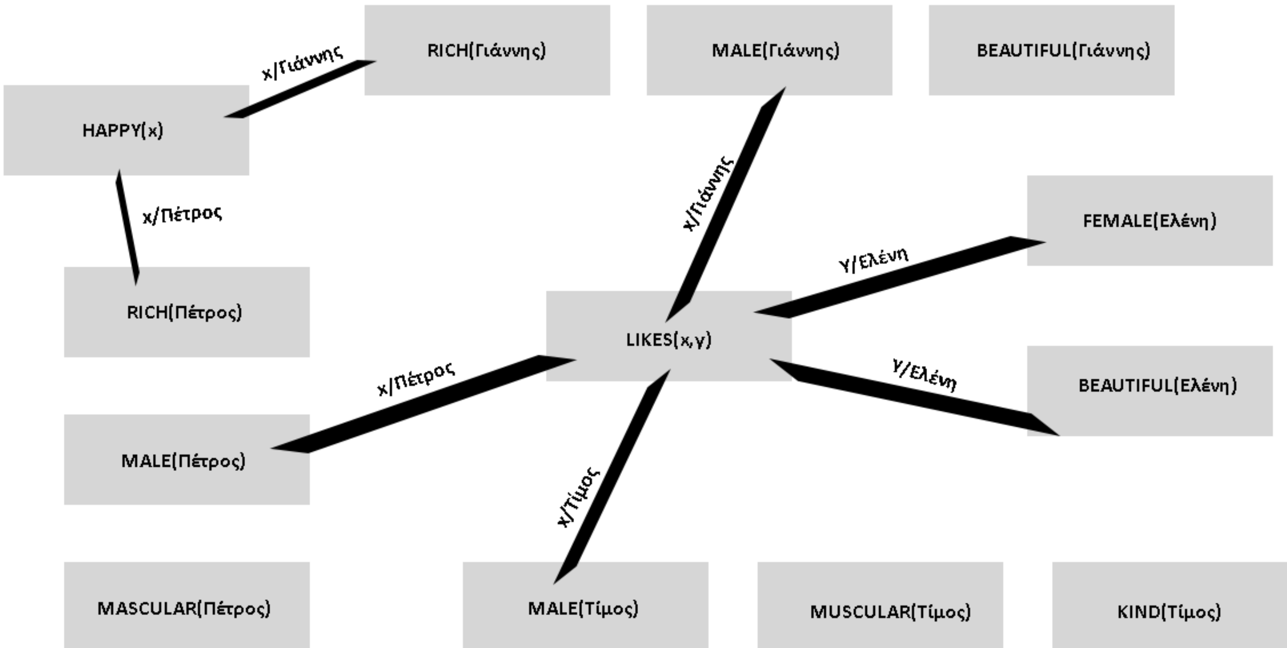
Στην Κατερίνα αρέσουν όλοι οι άνδρες, στους οποίους η ίδια αρέσει.

$$(MALE(X) \land \mathrm{LIKES}(X, Κατερίνα)) => LIKES(Κατερίνα, X)$$

Στην Ελένη αρέσουν όλοι οι άνδρες που είναι ευγενικοί και πλούσιοι ή μυώδεις και όμορφοι.

$$MALE(X) \land \big(KIND(X) \land \mathrm{RICH(X)}\big) \lor \big(MUSCULAR(X) \land \mathrm{BEAUTIFUL(X)}\big) => LIKES(Ελένη, X)$$

5. (b). Για το β, έχουμε το παρακάτω σχήμα, όπου αναπαρίσταται οι λύσεις που θέλουμε σε forward Chaining.



ΑΣΚΗΣΗ 7.) a + b + c(χωρίς prover9)

Class != Country.

Class != DecentralizedAdministration.

Class != Region.

Class != RegionalUnit.

Class != Municipality.

Class != MunicipalityUnit.

Class != MunicipalCommunity.

Class != LocalCommunity.

Class != MunicipalityOfAthens.

AdministrativeUnit != Country.

AdministrativeUnit != DecentralizedAdministration.

AdministrativeUnit != Region.

AdministrativeUnit != RegionalUnit.

AdministrativeUnit != Municipality.

AdministrativeUnit != MunicipalityUnit.

AdministrativeUnit != MunicipalCommunity.

AdministrativeUnit != LocalCommunity.

AdministrativeUnit != MunicipalityOfAthens.

Municipality != MunicipalityUnit.

Municipality != MunicipalCommunity.

Municipality != LocalCommunity.

Municipality != MunicipalityUnit.

Municipality != MunicipalityUnit.

Municipality != MunicipalityOfAthens.

MunicipalityUnit != MunicipalCommunity.

MunicipalityUnit != LocalCommunity.

MunicipalityUnit != MunicipalityOfAthens.

MunicipalCommunity != LocalCommunity.

MunicipalCommunity != MunicipalityOfAthens.

LocalCommunity != MunicipalityOfAthens.

RegionalUnit != Municipality.

RegionalUnit != MunicipalityUnit.

RegionalUnit != MunicipalCommunity.

RegionalUnit != LocalCommunity.

RegionalUnit != MunicipalityOfAthens.

Region != RegionalUnit.

Region != Municipality.

Region != MunicipalityUnit.

Region != MunicipalCommunity.

Region != LocalCommunity.

Region != MunicipalityOfAthens.

DecentralizedAdministration != Region.

DecentralizedAdministration != RegionalUnit.

DecentralizedAdministration != Municipality.

DecentralizedAdministration != MunicipalityUnit.

DecentralizedAdministration != MunicipalCommunity.

DecentralizedAdministration != LocalCommunity.

DecentralizedAdministration != MunicipalityOfAthens.

Country != DecentralizedAdministration.

Country != Region.

Country != RegionalUnit.

Country != Municipality.

Country != MunicipalityUnit.

Country != MunicipalCommunity.

Country != LocalCommunity.

Country != MunicipalityOfAthens.

subclass(AdministrativeUnit,Class).

subclass(Country,AdministrativeUnit).

subclass(DecentralizedAdministration,AdministrativeUnit).

subclass(Region,AdministrativeUnit).

subclass(RegionalUnit,AdministrativeUnit).

subclass(Municipality,AdministrativeUnit).

subclass(MunicipalityUnit,AdministrativeUnit).

subclass(MunicipalCommunity,AdministrativeUnit).

subclass(LocalCommunity,AdministrativeUnit).

belongsto(MunicipalCommunity,MunicipalityUnit).

belongsto(LocalCommunity,MunicipalityUnit).

belongsto(MunicipalityUnit,Municipality).

belongsto(Municipality,RegionalUnit).

belongsto(RegionalUnit,Region).

belongsto(Region,DecentralizedAdministration).

belongsto(DecentralizedAdministration,Country).

memberof(MunicipalityOfAthens,Municipality).

∀x ∀y ∀z ((belongsto (x,y) Λ belongsto (y,z)) => belongsto (x,z))

∀x ∀y ∀z ((subclass (x,y) Λ subclass (y,z)) => subclass (x,z))

∀x ∀y ∀z ((memberof (x,y) Λ memberof (y,z)) => memberof (x,z))

∀x ¬ belongsto(x,x)

∀x ¬ subclass (x,x)

∀x ¬ memberof (x,x)

Όλα τα χ != y γράφτηκαν μόνο και μόνο για να μπορούν να τρέξουν οι σχέσεις σε Prover9

ΑΣΚΗΣΗ 8.)

a) Έγινε :ρ

b)

Person(Donald)

Person(Melania)

Person(Ivanka)

Person(Barron)

Loves(Donald, Donald)

Loves(Donald, Ivanka)

Loves(Ivanka, Donald)

Loves(Melania, Barron)

Loves(Barron, Melania)

c) Εκφρασεις λογικής πρώτης τάξης

i) ∃ x ∃y (Person(x) ∧ Person(y) ∧ Loves(x,y) ∧ Loves(y,x))

ii) ∃ x ∃y (Person(x) ∧ Person(y) ∧ Loves(x,y) ∧ Loves(y,x) ∧ x!=y)

iii) ¬Loves(Melania, Donald)

iv) ∃ x (Person(x) ∧ $\neg Loves(x, Donald)$)

v) ∀x ∃y (Person(x) ∧ Person(y) ∧ Loves(y,x) ∧ x!=y)

vi) ∀x ∃y (Person(x) ∧ Person(y) ∧ ¬Loves(y,x) ∧ x!=y)

vii) ∃ x ∃ y ∃ z (Person(x) ∧ Person(y) ∧ Person(z) ∧ Loves(x,y) ∧ Loves(x,z) ∧ y!=z) (δεν μας ενδιαφέρει ο y και ο z να είναι ίσοι με x έτσι όπως διατυπώνεται το ερώτημα)

Για να δείτε τις αποδείξεις στο Prover9 διατρέξτε το αρχείο Exercise8_Code.txt

d) Exercise8_Code.txt

ΑΣΚΗΣΗ 9.)

a) ∀x ((x = Γιάννης | x = Μαρία | x = Γιώργος | x = Ελένη) => Μέλη_Συνδέσμου(x, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»))

Married(Γιάννης, Μαρία), Married(Μαρία, Γιάννης)

Siblings(Γιώργος, Ελένη), Siblings(Ελένη, Γιώργος)

∀ x ∀y∀z(Married(x,y) ∧ Μέλη_Συνδέσμου(x, z)) => Μέλη_Συνδέσμου(y, z))

Το δυαδικό κατηγόρημα Married(x,y) δηλώνει ότι ο x είναι παντρεμένος με τον y.

Το δυαδικό κατηγόρημα Siblings(x,y) δηλώνει ότι ο/η x είναι αδερφός/ή με τον y

Το δυαδικό κατηγόρημα Μέλη_Συνδέσμου(x, y) δηλώνει ότι ο χ είναι μέλος του συνδέσμου y.

Η σταθερά «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ» εκφράζει τον σύνδεσμο "Γάβροι όλου του κόσμου ενωθείτε".

Οι τιμές χ Γιώργος, Ελένη, Γιάννης, Μαρία δηλώνουν πρόσωπα του κόσμου της ΚΒ

Τα παραπάνω δημιουργούν την βάση γνώσης ΚΒ μας.

$\forall$ y (¬Married(Ελένη, y))

Την παραπάνω φράση θα την ορίσουμε ως φ

β) Θέλουμε να αποδείξουμε ότι ΚΒ ∧ ¬φ ΔΕΝ μας δίνει την κενή φράση η αλλιώς ότι η φράση φ ΔΕΝ ΕΠΕΤΑΙ λογικά από την ΚΒ.

Μετατρέπουμε όλες τις προτάσεις σε φράσεις CNF.

Μέλη_Συνδέσμου(Γιάννης, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»)

Μέλη_Συνδέσμου(Μαρία, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»)

Μέλη_Συνδέσμου(Γιώργος, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»)

Μέλη_Συνδέσμου(Ελένη, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»)

Married(Γιάννης, Μαρία), Married(Μαρία, Γιάννης)

Siblings(Γιώργος, Ελένη), Siblings(Ελένη, Γιώργος)

(¬Married(x,y) ∨ ¬ Μέλη_Συνδέσμου(x, z) ∨ Μέλη_Συνδέσμου(y, z))

¬φ : Married(Ελένη, y))

Αν εφαρμόσουμε την φράση -φ στην (¬Married(x,y) ∨ ¬ Μέλη_Συνδέσμου(x, z) ∨ Μέλη_Συνδέσμου(y, z))

Έχουμε (χ = Ελένη) (z = Γαβροι Ενωθείτε)

Married(Ελένη, y) ∧(¬Married(x,y) ∨ ¬ Μέλη_Συνδέσμου(x, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»)

∨ Μέλη_Συνδέσμου(y, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»))

Και μας μένει: (ενώνουμε με Ι (Μέλη_Συνδέσμου(Ελένη, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»))

¬ Μέλη_Συνδέσμου(Ελένη, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ») ∨ Μέλη_Συνδέσμου(y, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»)

Και μένει

Μέλη_Συνδέσμου(y, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ»)

Έτσι αν πάρουμε οποιοδήποτε μέλος της Μέλη_Συνδέσμου(y, «ΓΑΒΡΟΙ ΕΝΩΘΕΙΤΕ») καταλήγουμε στην μη κενή φράση που σημαίνει ότι η Ελένη έχει την δυνατότητα να παντρευτεί ΚΑΙ αδερφό της, αλλά ΚΑΙ ήδη παντρεμένο…δεδομένου ότι το y μας μπορεί να πάρει συγκεκριμένες τιμές του κόσμου μας.

c) Οπότε για να έπεται λογικά η φ θα πρέπει να κόψουμε αυτές τις δύο περιπτώσεις

∀x∀y∀z (Married(x,y) ∧ Married(y,x)) =>(¬Married(x,z) ∧ ¬Married(z,x) ∧ ¬Married(y,z) ∧ ¬Married(z,y))

Καιι

∀x∀y (Siblings(x,y) ∧ Siblings(y,x)) =>(¬Married(x,y) ∧ ¬Married(y,x))

ΑΣΚΗΣΗ 10.)

(a) $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$

Έστω ότι το πρώτο μέρος της συνεπαγωγής ικανοποιείται για x = λ. Έτσι έχουμε:

$P(\lambda) \wedge Q(\lambda)$ να ισχύει. Έτσι τα $P(\lambda)$ και $Q(\lambda)$ ικανοποιούνται το καθένα ξεχωριστά και ανεξάρτητα. Άρα αφού ισχύει το $(\exists x)P(x)$ και το $(\exists x)Q(x)$ για x = λ και στα δύο, τότε θα ισχύει και η σύζευξη τους.

(b) $(\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$

Έστω ότι το πρώτο μέρος της συνεπαγωγής ικανοποείται μόνο για $P(\lambda 1)$ και για $Q(\lambda 2)$ έτσι ώστε $(P(\lambda 1) \wedge Q(\lambda 2)$ να ισχύει.

Αν υποθέσουμε τώρα ότι το λ1 διαφορετικό του λ2, τότε το δεύτερο μέρος δεν ικανοποιείται γιατί το P(x) και το Q(x) θα πρέπει να τους ανατεθούν δύο διαφορετικές τιμές του x και έτσι η b.) δεν είναι έγκυρη.