

Reporte Técnico

Corrección de la elevación de la superficie libre y la velocidad del viento debido el movimiento de la BOMM



Grupo de oleaje

Departamento de Oceanografía Física

Centro de Investigación Científica y de Educación Superior

Ensenada, B.C., México

30 de enero de 2019

Elaboró: D.S.P. Zapata

Revisión 2.0

Índice

1	Introducción	3
2	Definición marco de referencia	3
2.1	Cambio de marco de referencia	4
3	Inclinación, orientación y movimientos lineales	5
3.1	Inclinación de la boya	5
3.2	Cálculo de la orientación de la boya	9
3.3	Movimientos lineales de la boya	10
4	Corrección de los datos	11

1. Introducción

En este reporte se presenta el procedimiento y la metodología que se siguió para aplicar la corrección de los datos observados por el anemómetro sónico y el arreglo de alambres de capacitancia, debido a los movimientos inerciales de la boya. En primer lugar se presenta la metodología para obtener los ángulos que definen la posición y la orientación de la boya a partir de las mediciones de los giroscopios y los acelerómetros. La BOMM (Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina) cuenta con un IMU (*Inertial Motion Unit*) SBS Ekinox2-M el cual tiene tres acelerómetros y tres giroscopios. Adicionalmente, la orientación de la boya se puede obtener de dos maneras, una es usando el magnetómetro que viene incorporado en el Signature y otra es mediante una estimación indirecta a partir de la dirección del viento que se obtiene de la estación meteorológica Gill Maximet GMX-600. Para una completa descripción de las características de la boya ver la ficha técnica (BOMM1-ITS).

2. Definición marco de referencia

El marco de referencia que usa el Ekinox2-M es un sistema de “mano derecha” con el eje x positivo apuntando en la dirección de sujeción de la boya, el eje y positivo a 90° en sentido horario del eje x y el eje z positivo apuntando hacia abajo, es decir, hacia el fondo del mar (Fig. 1).

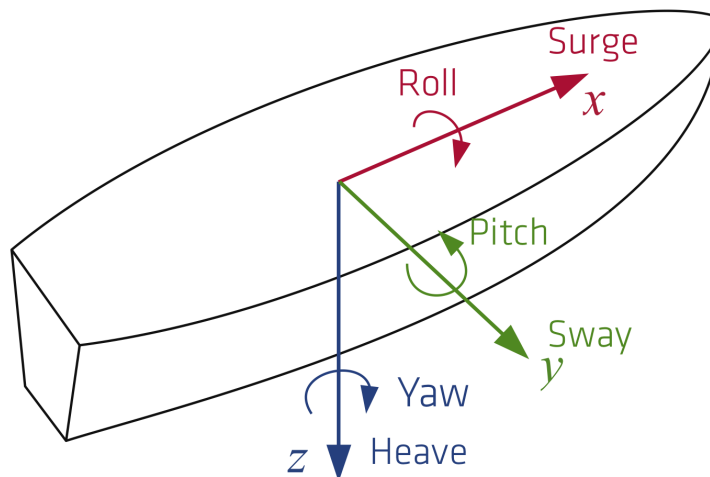


Figura 1. Marco de referencia del IMU en el que se muestran la convención que se sigue para definir el sentido del movimiento y los ángulos de orientación e inclinación de la boya.

En español no hay una manera generalizada y comúnmente aceptada de definir los movimientos y los ángulos, por lo que para los fines de este trabajo se usarán los términos en inglés. Sin embargo, se evitará el abuso de estos términos en inglés, dando su definición cuando sea posible. Los movimientos lineales que sufre la boya, en el marco de referencia de la Fig. 1 son:

Surge Movimiento horizontal a lo largo del eje x .

Sway Movimiento horizontal transversal al eje x .

Heave Movimiento de ascenso y descenso, es decir, a lo largo del eje z .

De la misma manera, los ángulos que definen la inclinación y la orientación de la boya son:

Roll Movimiento de rotación alrededor del eje x . Se entiende como una inclinación lateral de la boya. Se denota por la letra griega ϕ .

Pitch Movimiento de rotación alrededor del eje y . Se entienda como una inclinación frontal de la boya. Se denota por la letra griega θ .

Yaw Movimiento de rotación alrededor del eje z . Se denota por la letra griega ψ y está definido entre 0 y 2π y su punto de referencia es el norte geográfico. Se entiende como la orientación del norte de la boya.

2.1. Cambio de marco de referencia

Debido a que el IMU se encuentra montado sobre una plataforma móvil, es decir, la boya, todas las mediciones vectoriales que se realicen se deben referenciar a un marco de referencia inercial. Por ejemplo, la boya registra la elevación de la superficie libre por medio de alambres de capacitancia, pero como la boya se mueve con el oleaje, los datos de los alambres deben ser corregidos para ponerlos en un sistema de referencia que no se esté moviendo con la boya. Lo mismo sucede con el anemómetro sónico que registra la velocidad del viento, pero debido a los movimientos de la boya, aparecen velocidades espúreas que se remueven al cambiar el marco de referencia por uno referido a tierra.

Existen varias maneras de representar la rotación de un vector alrededor de un vector unitario, por ejemplo, los ángulos de Euler, los cuaterniones y la representación ángulo-eje. En este caso se usa la matriz de rotación, que aunque no es la más eficiente computacionalmente, es la más fácil de visualizar. La matriz de rotación está definida por tres vectores unitarios que definen el sistema de coordenadas. Esta matriz transforma del sistema coordinado de la boya, representado por la letra B de *body* al sistema inercial, denotado con la letra E de *earth*. La matriz de rotación es la combinación de tres matrices, que representan la rotación alrededor de cada uno de los ejes coordinados. Existen diversas combinaciones que dan formas diferentes de la matriz de rotación, en este caso se usó la convención aeronáutica o zyx , en la cual el orden de las rotaciones está dado por:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\psi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_x(\phi), \quad (1)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Para transformar un vector que se encuentra en el marco de referencia que se mueve con la boya, \mathbf{u}_B , al marco de referencia fijo en tierra, \mathbf{u}_E , dado por la tupla de ángulos de Euler $T = (\phi, \theta, \psi)$, se usa la siguiente ecuación:

$$\mathbf{u}_E = \mathbf{R} \cdot \mathbf{u}_B. \quad (4)$$

3. Inclinación, orientación y movimientos lineales

En esta sección se presenta el procedimiento que se siguió para el cálculo de los ángulos que definen la inclinación de la boya (roll y pitch, según la Fig. 1), a partir de la información del IMU Ekinox2-M.

3.1. Inclinación de la boya

Es un problema común en robótica el cálculo de los ángulos de Euler a partir de un IMU. Los giroscopios miden la tasa de cambio del ángulo en el tiempo, la cual se debe integrar para obtener una estimación del ángulo. El problema con los giroscopios es que se presenta una acumulación del error en el tiempo debido a que no se conocen las condiciones iniciales de la integración. En la Fig. 2 se presentan 30 minutos de datos del ángulo de inclinación lateral (roll) medido por el Ekinox2-M. Para obtener este ángulo se usa el método de diferencias finitas hacia atrás y se despeja el valor del ángulo ϕ_i en función del cambio local del mismo $\dot{\phi}_i$ y del paso de tiempo Δt , es decir,

$$\phi_i = \phi_{i-1} + \dot{\phi}_i \Delta t. \quad (5)$$

Como se observa en la Fig. 2 (línea roja), esta forma de integrar introduce una tendencia lineal que se conoce como deriva y que es producto de la acumulación del error en el tiempo. Una forma de solucionar esto, es removimiento la tendencia lineal a los datos (línea verde). Esto, evidentemente, introduce un nuevo problema, que es la pérdida de información en la baja frecuencia, es decir, ya no se conoce el ángulo promedio. En resumen, el giroscopio es muy bueno para obtener la variabilidad de las oscilaciones de los ángulos de inclinación, pero con él no se puede conocer los valores a largo plazo.

Los acelerómetros, además de ser usados para obtener el cambio de la velocidad en el tiempo, se pueden usar también para obtener la inclinación de un objeto. Como el acelerómetro mide todas las fuerzas que están actuando sobre el objeto, incluyendo la fuerza de la gravedad, se puede usar la matriz de rotación de la ecuación (3) para convertir el vector de aceleración que mide el IMU en el marco de referencia de la boya, al marco de referencia fijo en tierra, es decir, $\mathbf{g} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{a}$. En marco de referencia inercial, la aceleración de la gravedad solo tiene una componente vertical, por lo tanto:

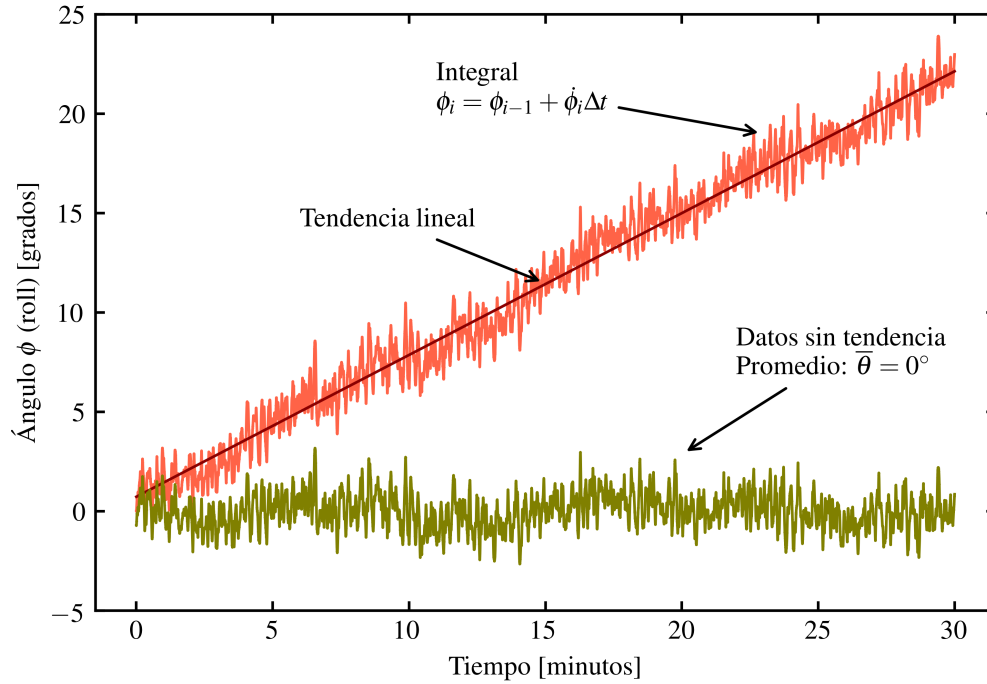


Figura 2. Cálculo de la inclinación de la boya durante un período de medición del Ekinox2-M de 30 minutos.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Como en este caso, la inclinación de la boya dada por los ángulos ϕ y θ , es independiente de la orientación, entonces se puede suponer, sin pérdida de generalidad, que $\psi = 0$, haciendo esto, se obtiene la siguiente matriz de rotación reducida:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & 0 & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Con lo cual, resolviendo el sistema de ecuaciones para encontrar las variables de interés, se tiene que las inclinaciones lateral y frontal de la boya, en función de las variables del acelerómetro, están dadas por:

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{a_z} \right), \quad (8)$$

y,

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-a_x}{a_y \sin \phi + a_z \cos \phi} \right), \quad (9)$$

respectivamente.

De nuevo, como los acelerómetros miden todas las fuerzas que se ejercen sobre el objeto, inclusive las más pequeñas perturbaciones van a generar una gran cantidad de ruido en la señal calculada. Por tal motivo, la forma de calcular los ángulos a partir de los acelerómetros requiere que la boya está cercana al reposo, lo cual no sucede en este caso. Esto quiere decir que los acelerómetros son útiles para obtener una estimación del ángulo a largo plazo, pero no en el corto plazo. Por lo tanto se requiere un filtro que deje pasar la información en las bajas frecuencias y retenga el ruido de las altas frecuencias.

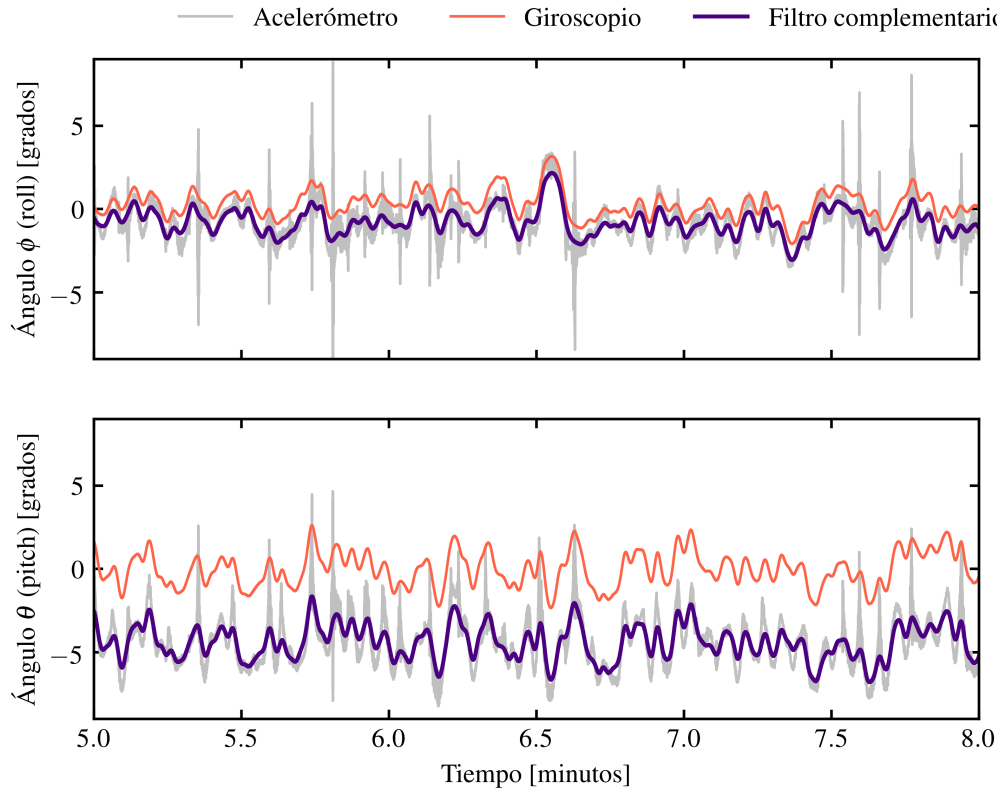


Figura 3. Estimación de la inclinación mediante un filtro complementario.

En resumen, el giroscopio da buenos resultados en las altas frecuencias, pero no “ve” las bajas frecuencias, mientras que el acelerómetro es útil en las bajas frecuencias pero presenta una gran cantidad de ruido en las altas frecuencias. La solución es fusionar las dos señales mediante un filtro complementario, el cual, está dado por:

$$\phi_i = \alpha \left[\phi_{i-1} + \dot{\phi}_i \Delta t \right] + (1 - \alpha) \phi_i^{\text{acc}}. \quad (10)$$

Este filtro corrige la estimación hecha por el giroscopio con el cálculo del ángulo hecho por el acelerómetro. En otras palabras, el filtro funciona como un filtro pasa bajas para el acelerómetro y un filtro pasa altas para el giroscopio. El valor del coeficiente α está relacionado con la frecuencia de muestreo y la frecuencia de corte, la cual define el intervalo del tiempo que se considera cómo válido para las mediciones del giroscopio. Por ejemplo, si se considera que los datos del giroscopio son válidos durante un período de 25 segundos, entonces la frecuencia de corte del filtro complementario será de $f_c = 1/25$ Hz, y se puede demostrar que el valor del coeficiente es $\alpha = 0.9996$.

Esta forma de implementar el filtro es útil con los datos en tiempo real, pero es ineficiente cuando se tiene los datos almacenados en un disco, ya que se requiere una iteración en cada paso de tiempo. De forma práctica, el filtro complementario se implementó como un filtro digital de butterworth de orden 2, es decir, el ángulo se calculó como, $\phi(t) = \mathcal{B}^* \{\phi^{\text{gyr}}\} + \mathcal{B} \{\phi^{\text{acc}}\}$, donde \mathcal{B} representa el operador del filtro pasa bajas que se aplica sobre los datos del acelerómetro y \mathcal{B}^* el operador del filtro pasa altas que se aplica sobre los datos del giroscopio, ambos para la misma frecuencia de corte de f_c .

En la Fig. 3 se presenta un ejemplo de la estimación de los ángulos de inclinación lateral (arriba) y frontal (abajo), tanto del acelerómetro (línea gris) como del giroscopio (línea verde). Se muestra también la estimación de los ángulos con el filtro complementario (línea azul). Se observa la estimación del giroscopio está centrada en cero, por lo que no tiene información sobre el ángulo promedio, a pesar de esto la variabilidad está bien representada. Por otro lado, la estimación del acelerómetro, presenta una cantidad exagerada de ruido, pero a su vez, estima muy bien el valor promedio del ángulo en intervalos de tiempo pequeños. Finalmente, la señal que se obtiene al aplicar el filtro complementario combina las dos señales anteriores para obtener una mejor estimación de los ángulo.

Con el espectro en frecuencia se puede comprobar cuáles son las frecuencias que deja pasar el filtro y cuáles son las que retiene. En la Fig. 4 se presentan los espectros que corresponden a los dos ángulos calculados de las tres formas. Se observa que la estimación que se hace con el acelerómetro (línea gris), presenta una gran cantidad de ruido en las altas frecuencias. Por otro lado, se observa que el filtro complementario (línea azul) toma los valores del giroscopio en las altas frecuencias y los del acelerómetro en las bajas frecuencias.

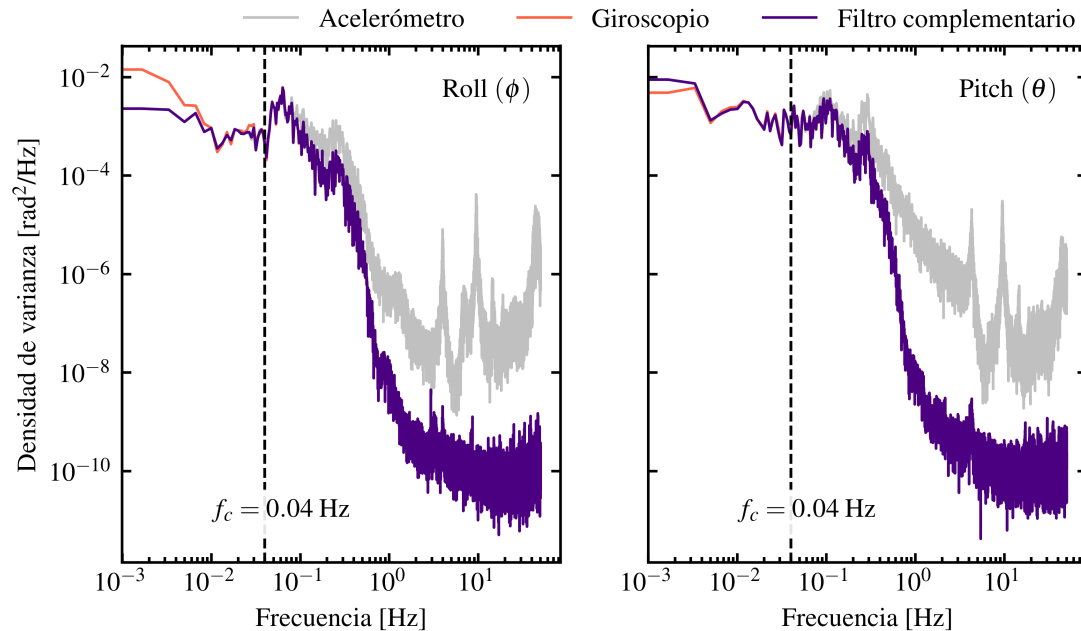


Figura 4. Espectro de densidad de varianza de las señales del ángulo roll (izquierda) y pitch (derecha). Se compara el espectro de los datos obtenidos con el giroscopio (naranja), del acelerómetro (gris) y del filtro complementario (azul).

3.2. Cálculo de la orientación de la boya

El otro ángulo que se tiene para completar los ángulos de Euler, es la orientación de la boya. Este ángulo es especial, porque necesita que se defina un punto de referencia, que generalmente es el norte. El acelerómetro es inútil para calcular el ángulo de orientación, por lo que se requiere un magnetómetro o brújula. La BOMM cuenta con dos instrumentos que tienen este tipo de sensor. Uno de ellos es la estación meteorológica Gill Maximet GMX-600 y el otro es el AD2CP Nortek Signature 1000 kHz. El Signature automáticamente entrega el valor del “heading” (orientación) con respecto al norte magnético, el cual es medido como un ángulo en sentido horario entre 0 y 360. En el caso de la Maximet la orientación se debe inferir a partir de la dirección del viento. Este instrumento corrige la dirección del viento relativa a su marca de orientación, sumándole un ángulo para obtener la dirección del viento respecto al norte magnético, o dirección del viento corregida. Aprovechando esto, la orientación se puede calcular usando la siguiente fórmula:

$$\psi = \theta_{\text{true}}^w - \theta_{\text{rel}}^w - \Delta_{\psi} \quad (11)$$

donde θ^w representa la dirección del viento y Δ_{ψ} es el ángulo que forma la marca de la Maximet, con el norte de la boya. Este ángulo fue cercano a los -60° y a los -180° para las BOMM1-ITS y BOMM2-ITS, respectivamente. Por lo tanto, ψ tiene un valor entre 0 y 360, y representa la orientación del eje x de la boya respecto al norte magnético y es positivo en sentido horario.

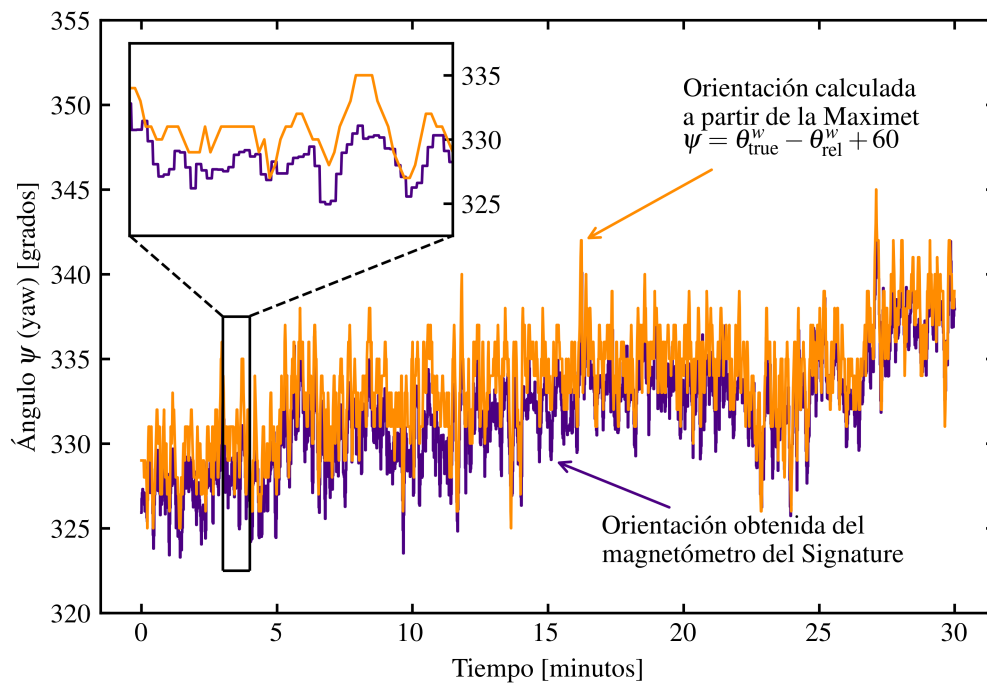


Figura 5. Ángulo de orientación de la boya respecto al norte magnético.

En la Fig. 5 se observa la comparación entre la orientación obtenida del Signature y la estimada a partir de los datos de la Maximet. Se podría decir que de forma general ambas señales se parecen bastante.

A pesar de esto, los datos del Signature se ven como cuadriculados y esto se debe a que el valor del “heading” solo se actualiza cada segundo, pero el instrumento arroja datos a 8 Hz. Por otro lado, se observa un sesgo entre los datos de la Maximet y los datos del Signature, esto se debe posiblemente a un error en la orientación de la Maximet. La recomendación es que siempre que se pueda se usen los datos del Signature. Finalmente, el último paso es combinar las señales de baja frecuencia (es decir las del magnetómetro, sea de la Maximet o del Signature), con la señal de alta frecuencia calculada a partir de la integración de la velocidad angular del giroscopio, de la misma manera que se explicó en la sección anterior. Para ser más explícitos, la orientación final se calcula como:

$$\psi_i = \alpha [\psi_{i-1} + \dot{\psi}_i \Delta t] + (1 - \alpha) \psi_i^{\text{mag}}. \quad (12)$$

Recordando que el punto de referencia es el norte magnético, un último paso es sumarle al ángulo ψ la declinación magnética, la cual se obtiene del GPS. En el caso de Isla Todos Santos, la declinación magnética es de 11.2° .

3.3. Movimientos lineales de la boya

Nos referimos a los movimientos lineales de la boya como las traslaciones que se presentan en las tres direcciones, es decir, la traslación hacia adelante y atrás (surge), la traslación lateral (sway) y la traslación vertical (heave). En este caso se deben integrar las aceleraciones que son registradas por el IMU, una vez para obtener la velocidad y dos veces para obtener la posición. Al igual que al integrar los datos del giroscopio para obtener una estimación la de la inclinación de la boya, se presenta una acumulación del error cuando se integran los datos del acelerómetro, y esto se hace mucho más evidente cuando se integra por segunda vez para obtener la posición.

Hay varias alternativas para solucionar este problema, la más sencilla es aprovechar las propiedades de la transformada de Fourier y se hace una integración en el dominio de la frecuencia, removiendo el ruido en las bajas frecuencias. La transformada de Fourier de una serie de tiempo $x(t)$ se podría definir como:

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = X(\omega) = \int x(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (13)$$

por lo tanto, la doble integral es,

$$\iint x(t) dt = \mathcal{F}^{-1}\{(-i\omega)^{-2} X(\omega)\}. \quad (14)$$

La ventaja de la integración en el dominio de la frecuencia es que se pueden filtrar las oscilaciones de baja frecuencia. En este caso se aplicó la integral para frecuencias mayores de 0.04 Hz, es decir, descartando los movimientos con períodos mayores que 25 segundos. También se probó algunos filtros “pasa-bajas” con frecuencias de corte en 4 Hz y en 1 Hz. En las Fig. 6 se muestra el espectro en frecuencia del movimiento vertical registrado por el IMU comparado con el espectro de la elevación de la superficie

libre de uno de los alambres de capacitancia. Se observa como cuando no se aplica un filtro que remueva la energía en las bajas frecuencias, esta crece exponencialmente debido a la “deriva.”

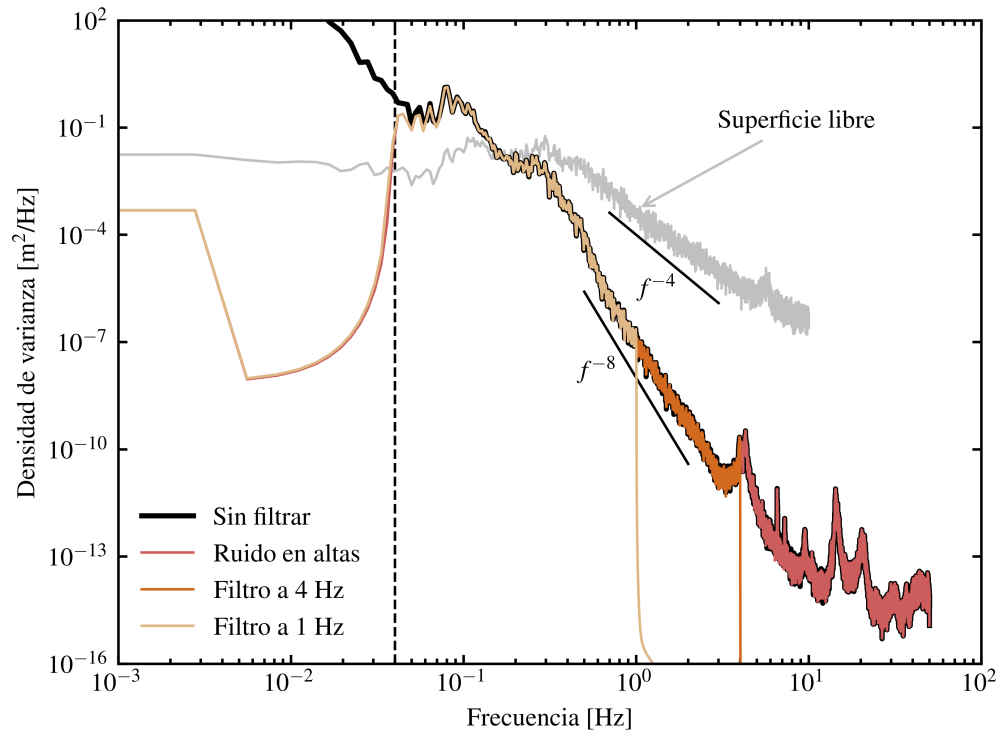


Figura 6. Espectro en frecuencia del movimiento lineal vertical del IMU comparados con la elevación de la superficie libre de uno de los alambres de capacitancia.

4. Corrección de los datos

Las observaciones de la elevación de la superficie libre deben ser corregidas para tener en cuenta el movimiento de la boya, es decir, se espera que la boya se mueva con las olas más largas y las olas de más alta frecuencia que atraviesan la boya queden registradas por el arreglo de alambres de capacitancia. Otra cosa a tener en cuenta es que la boya tiene a inclinarse ligeramente lo que modifica la lectura de los alambres. Para corregir esto se usa la siguiente ecuación:

$$\mathbf{x}_E = \mathbf{R}\mathbf{x}_B + \mathbf{R} \iint \mathbf{a}_B dt dt + \mathbf{R} \int \boldsymbol{\Omega}_B \times \mathbf{R}\mathbf{L}_B dt. \quad (15)$$

El término del lado izquierdo de la ecuación (15) es el vector de elevación de la superficie libre en el marco de referencia en tierra. El primer término del lado derecho es la transformación del vector observado \mathbf{x}_B usando la matriz de la ecuación (3). El segundo y el tercer término representan la corrección debido a las traslaciones lineales y a la inclinación de la boya, respectivamente. En la Fig. 7 se presenta un ejemplo de los espectros en frecuencia de los datos de elevación de la superficie libre y cada uno de los términos que contribuye a la corrección, así mismo se presenta el espectro de los datos corregidos. Se observa el

mayor efecto de la corrección de los datos de superficie libre en las bandas de frecuencias características del swell (entre 0.05 Hz y 0.1 Hz, lo que equivale a olas entre 10 y 20 segundos, respectivamente).

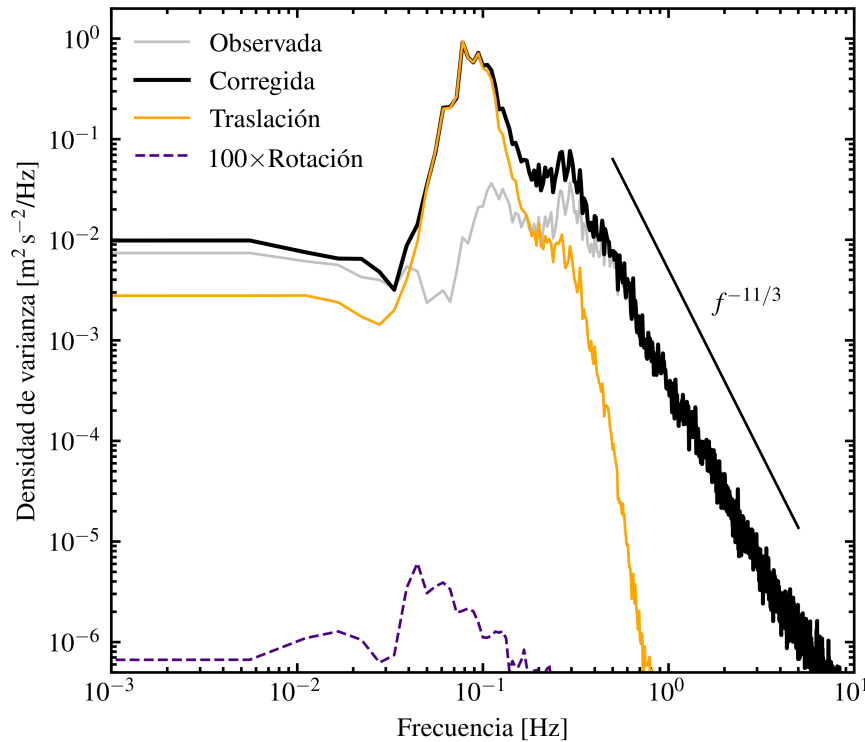


Figura 7. Efecto de la corrección de los datos de superficie libre debido al movimiento de la boya. Se muestran los espectros en frecuencia de cada una de las componentes de la ecuación (15).

La corrección que se hace al vector de velocidad del viento que se mide con el anemómetro sónico funciona de la misma manera. En la ecuación (16) se presentan los términos correspondientes, análogos a la ecuación (15), pero en este caso las aceleraciones solo se integran una vez, para obtener la velocidad de traslación de la boya.

$$\mathbf{u}_E = \mathbf{R}\mathbf{u}_B + \mathbf{R} \int \mathbf{a}_B dt + \mathbf{R}(\boldsymbol{\Omega}_B \times \mathbf{L}_B). \quad (16)$$

En la Fig. 8 se observa la contribución de cada uno de los términos. Es importante notar que a diferencia de la superficie libre, los datos de velocidad son altamente sensibles a la rotación de la boya, sin embargo, la contribución más importante a la corrección de los datos, tanto de velocidad del viento, como de elevación de la superficie libre, es la traslación lineal de la boya.

Nota importante

Vale la pena mencionar que una de las variables más importantes en el momento de aplicar la corrección de los datos por el movimientos de la boya, es la posición relativa entre el IMU y el anemómetro sónico o el alambre de capacitancia, en ambos casos denotado por \mathbf{L}_B . Cada componente de este vector, que está en el marco de referencia de la boya (por lo tanto el subíndice B), debe ser medido o estimado

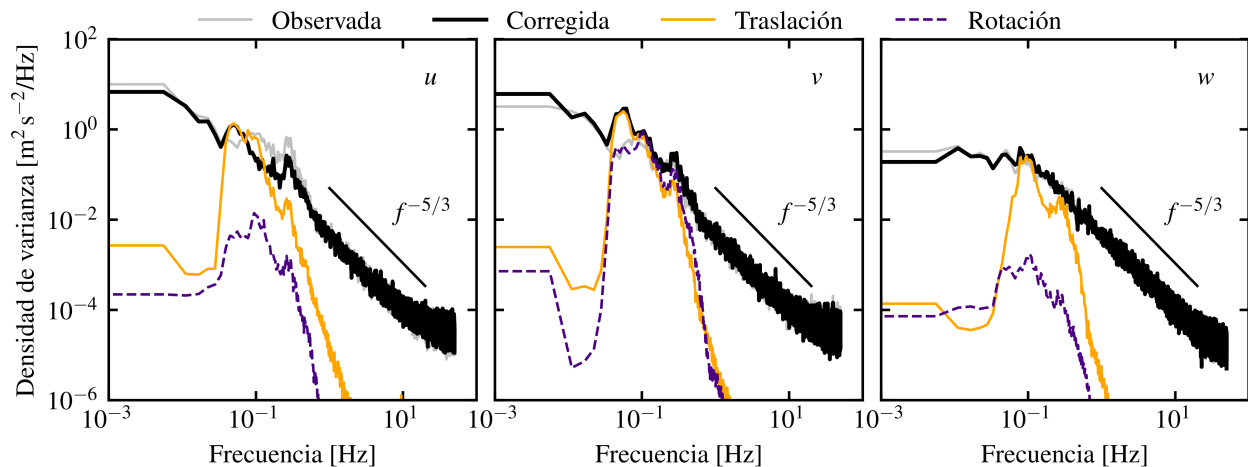


Figura 8. Espectro en frecuencia de las componentes u , v y w (paneles izquierdo, central y derecho respectivamente) de la velocidad del viento, antes y después de aplicar la corrección por el movimiento. Se muestran también cada una de las componentes de la ecuación (16) al igual que en la Fig. 7.

para cada una de las boyas. Es importante notar que el sensor IMU no está alineado con el eje central de la boya, si no que se encuentra excéntrico a este. En el caso de los alambres de capacitancia la posición horizontal de cada alambre se estima transformando las coordenadas polares (radio y ángulo) a coordenadas cartesianas (x y y , mientras que la coordenada vertical de cada alambre está dada por la lectura que hace de la superficie libre más la altura del cero del alambre respecto al IMU.