

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
Кафедра бизнес-информатики и систем управления производством

Отчет по лабораторной работе №2 на тему:
«Моделирование механических систем»

по дисциплине
«Математическое моделирование»

Направление подготовки:
01.03.04 Прикладная математика

Выполнила:

Студентка группы БПМ-19-1
Сергеева Дарья Владимировна

Проверил:

Доцент кафедры ИК
Добриборщ Дмитрий Эдуардович

Цель работы. Ознакомиться с основами Simulink, среды графического моделирования, моделирования и создания прототипов, широко используемой в промышленности.

Ход работы

1 Моделирование механической системы масса-пружина

Задание 1.1:

Для уравнения движения

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx = f(t) \quad (1)$$

Применим преобразование Лапласа (с нулевыми начальными условиями) и найдём передаточную функцию модели:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \dots$$

$$s = \frac{d}{dt} - \text{оператор дифференцирования}$$

$$M(s^2X(s) - sX(0) - \dot{X}(0)) + B(sX(s) - X(0)) + kX(s) = F(s)$$

При нулевых начальных условиях имеем:

$$Ms^2X(s) + BsX(s) + kX(s) = F(s)$$

$$X(s)(Ms^2 + Bs + k) = F(s)$$

Тогда передаточную функцию можно записать в виде:

$$G(s) = \frac{1}{Ms^2 + Bs + k}$$

Задание 1.2:

Перепишем уравнение (1) в форму вход-состояние-выход

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx = f(t)$$

$$\ddot{x}(t) + \frac{B}{M}\dot{x}(t) + \frac{k}{M}x = \frac{f(t)}{M}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{B}{M} & 1 \\ -\frac{k}{M} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ M \end{bmatrix}, C = [1, \ 0]$$

Система имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{B}{M}x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{M}x_1 + \frac{1}{M}u, \\ y = x_1 \end{cases}$$

Задание 1.3:

Составим структурную схему моделирования, опираясь на уравнение (1) и результат, полученный в задании 1.2:

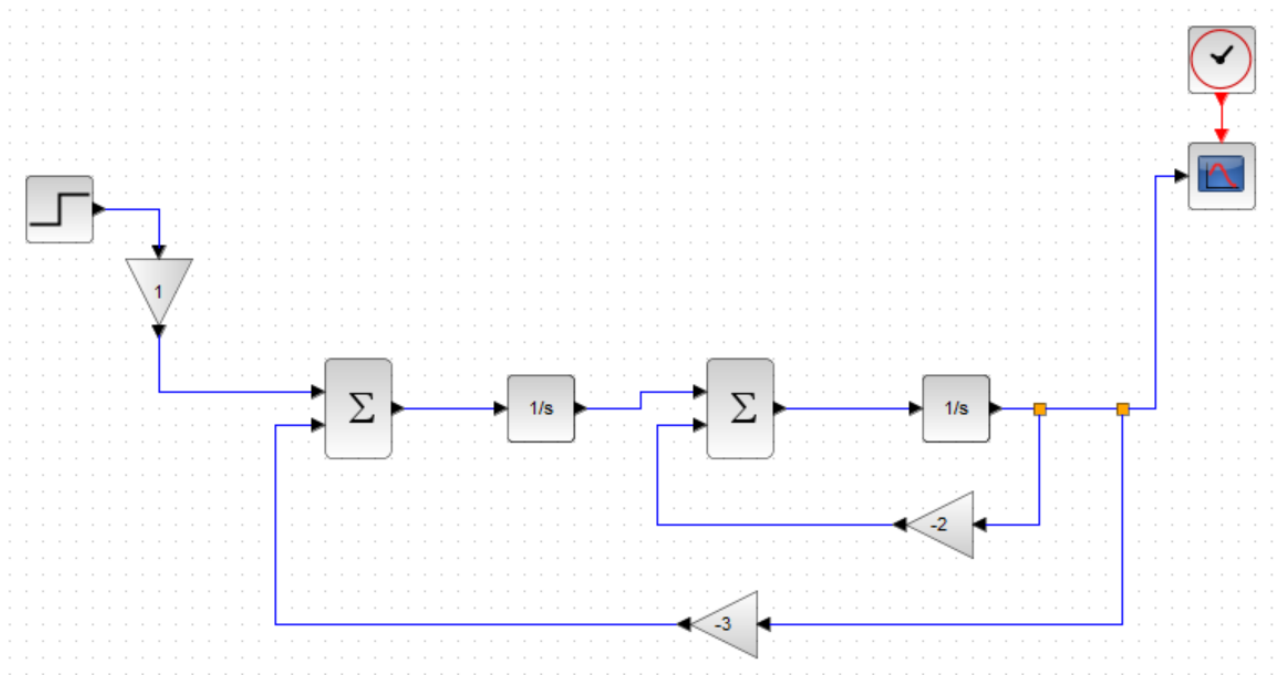


Рисунок 1. Структурная схема моделирования к заданию 1.3

Где цифрами 1,2,3 обозначены коэффициенты $\frac{1}{M}$, $\frac{B}{M}$, $\frac{k}{M}$ соответственно.

Задание 1.4:

Приняв $f(t)=32\text{H}$, $M=2\text{кг}$, $k=32\text{ кг/с}^2$, $B=2$ получим схему

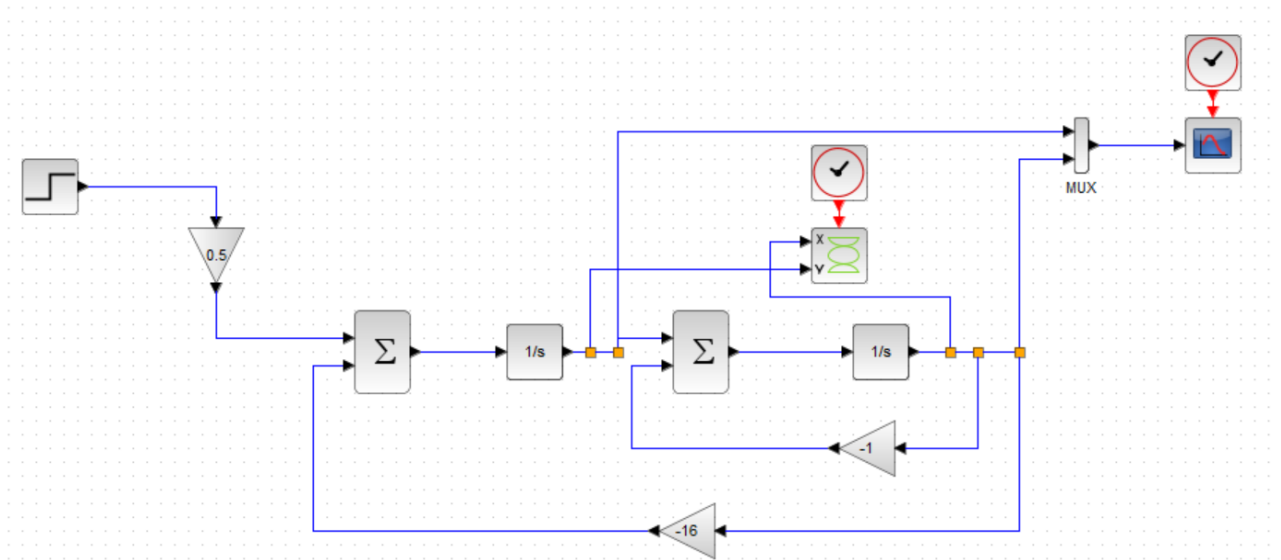


Рисунок 2. Структурная схема моделирования с начальными условиями

Получим следующие графики системы:

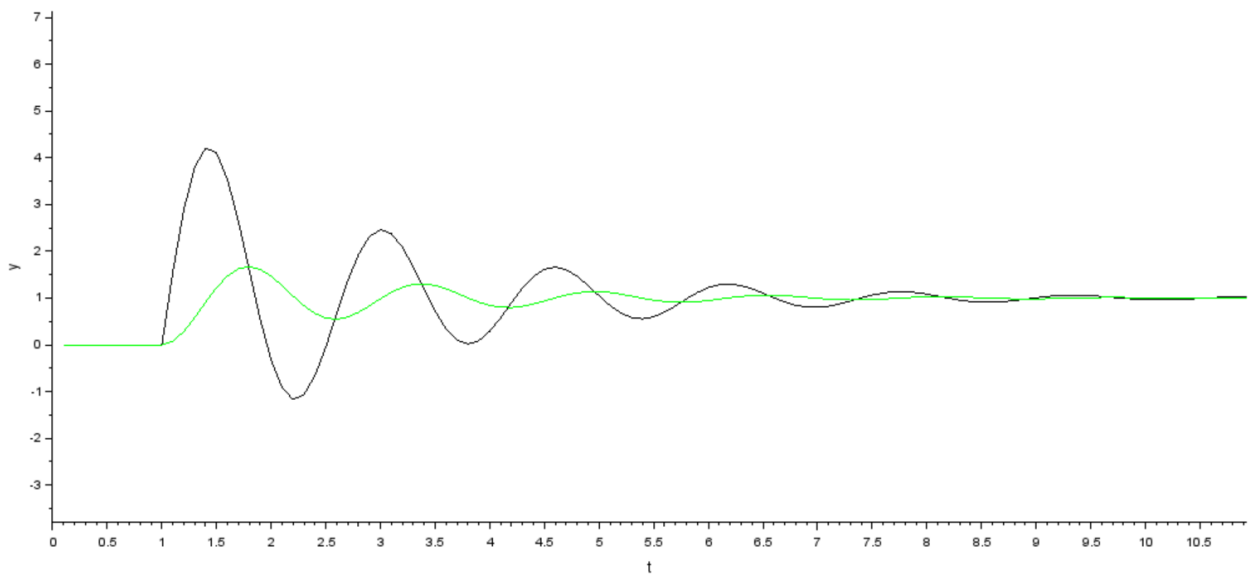


Рисунок 3. График зависимости скорости и положения груза во времени

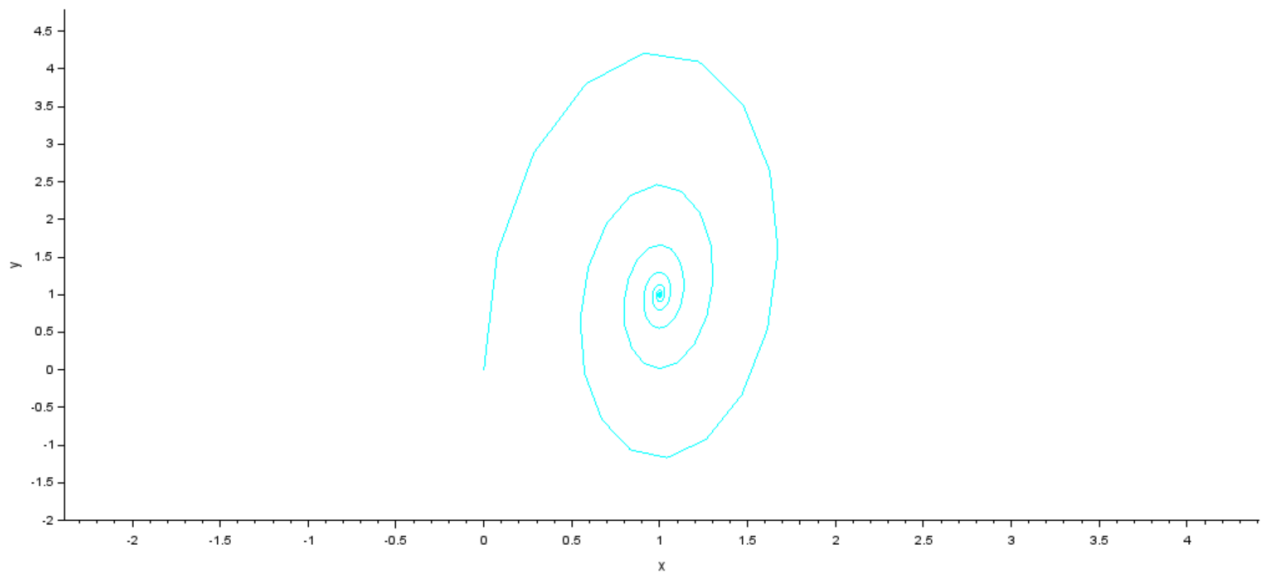


Рисунок 4. График зависимости скорости от положения системы

2 Моделирование математического маятника

Уравнение движения маятника: $\ddot{\theta} + \frac{B}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{l}\sin(\theta) = 0$

Задание 2.1:

Выберем $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$ в качестве переменных состояния

Тогда уравнение вход-состояние-выход можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{g}{l}\sin(x_1) - \frac{B}{m}x_2 \\ y = x_1 \end{cases}$$

Задание 2.2:

Составим структурную схему моделирования:

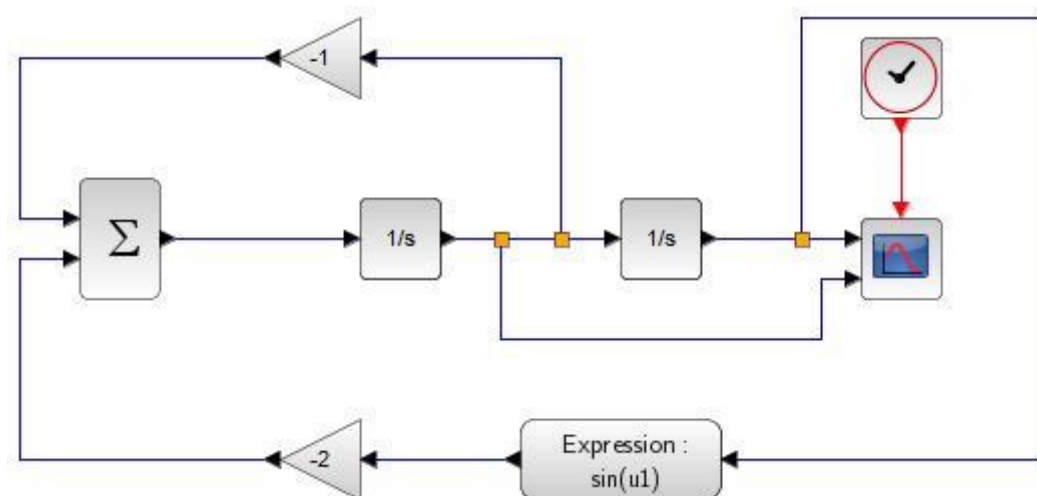


Рисунок 5. Структурная схема моделирования к заданию 2.2

Где 1,2 обозначены коэффициенты $\frac{B}{m}, \frac{g}{l}$ соответственно

Задание2.3:

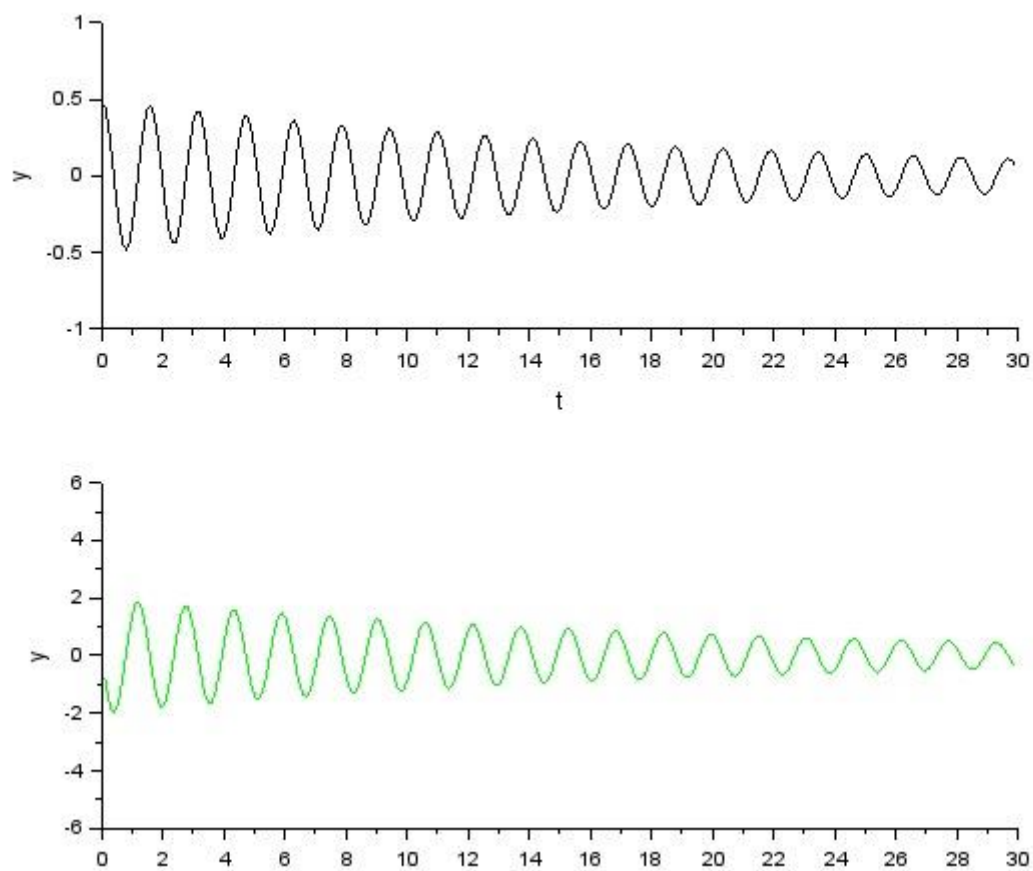


Рисунок 6. Графики зависимости углового перемещения и угловой скорости от времени при

$$B = 0.05 \frac{\text{кг} \cdot \text{с}}{\text{м}}$$

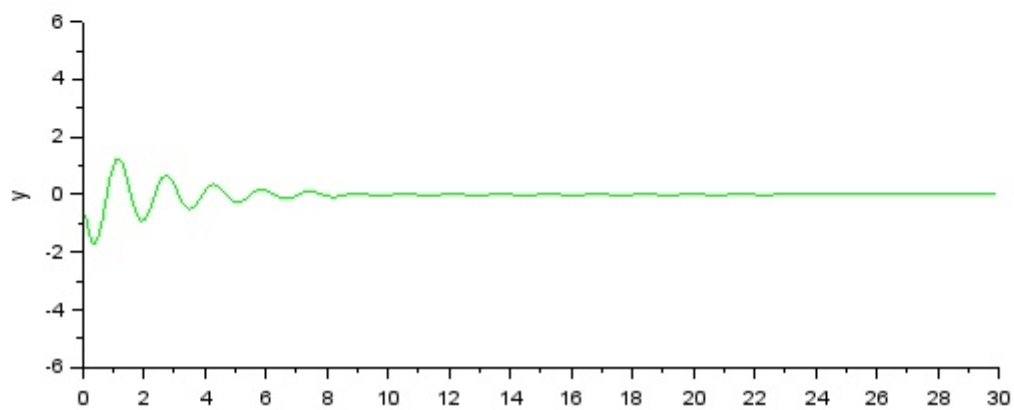
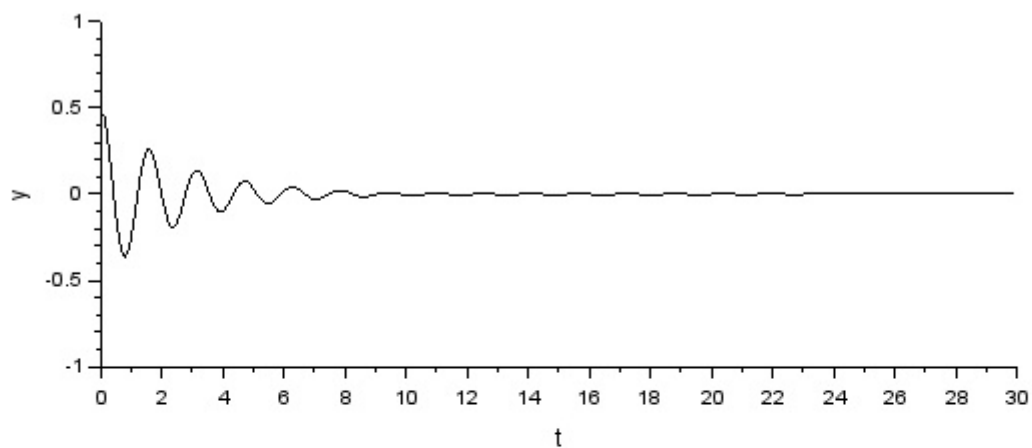


Рисунок 7. Графики зависимости углового перемещения и угловой скорости от времени при $B=0.4$ (кг-с)/м

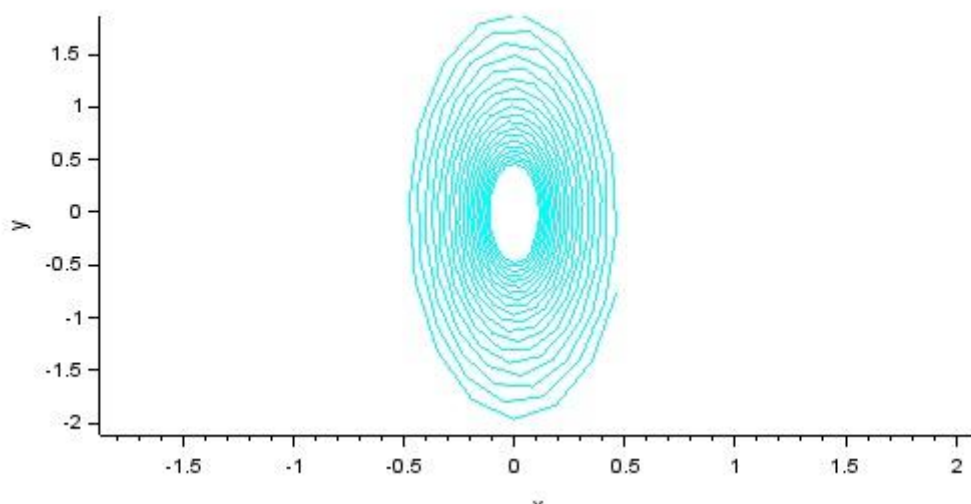


Рисунок 8. График зависимости скорости от смещения при $B=0.05$ (кг-с)/м

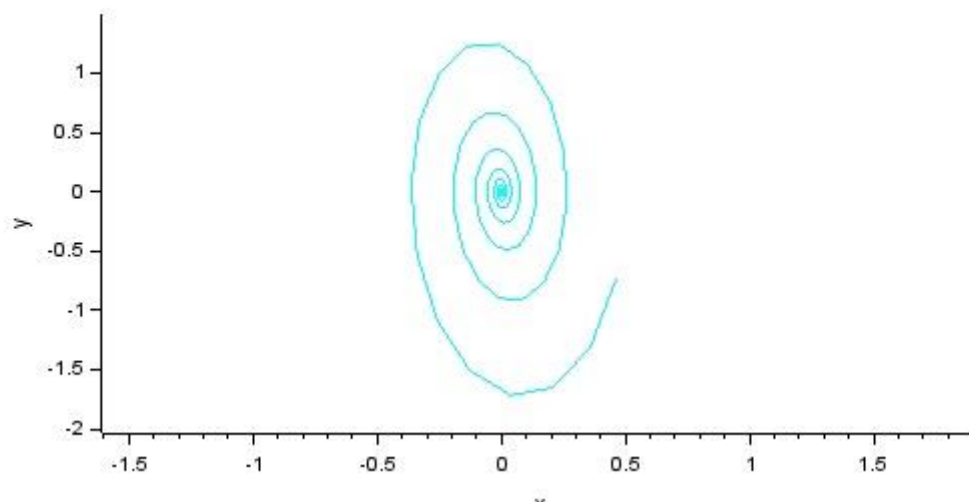


Рисунок 9. График зависимости скорости от смещения при $B=0.4$ (кг-с)/м

Вывод:

Я ознакомилась с пакетом прикладных программ SIMULINK и основными приемами моделирования линейных динамических систем.