

Elemento *Load* do OpenDSS

1 Objetivo

O objetivo desse documento é descrever os principais parâmetros que o OpenDSS utiliza para definir o elemento *Load*. Além disso, os principais modelos de representação de carga são estudados, bem como a sua implementação no software.

Por fim, exemplos de códigos na linguagem de programação do OpenDSS são apresentados para diferentes conexões.

2 Por quê?

As cargas são um dos principais elementos de um sistema elétrico de potência. Elas são responsáveis pela existência dos sistemas de transmissão e distribuição. Afinal, o objetivo dos mesmos é realizar a conexão entre geração e carga. Nesse sentido, é importante compreender como as cargas são usualmente modeladas e as particularidades de cada modelo no OpenDSS.

3 Modelos de Carga

A Figura 1 apresenta um sistema que impõe uma tensão, \dot{V} , em uma carga conectada no ponto *A*. A carga, por sua vez, absorve uma corrente, \dot{I} , que depende de sua natureza. A dependência entre a tensão aplicada e a corrente absorvida por uma carga pode ser descrita pela Equação 1.

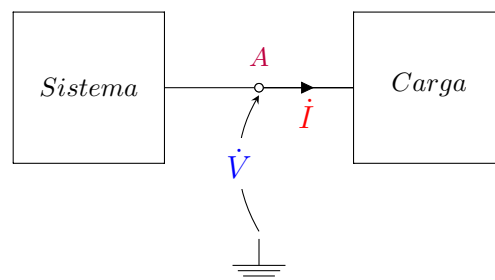


Figura 1: Sistema Suprindo uma Carga

$$\dot{I} = f(\dot{V}) \quad (1)$$

A potência consumida pela carga pode ser descrita pela Equação 2.

$$\bar{S} = |\bar{S}| \angle \varphi = P + j \times Q = \dot{V} \times \dot{I}^* \quad (2)$$

Onde,

- $\dot{V} = |\dot{V}| \angle \theta$ é o fasor da tensão que o sistema fornece à carga
- $\dot{I} = |\dot{I}| \angle \alpha$ é o fasor da corrente absorvida pela carga
- \bar{S} é a potência complexa consumida pela carga
- $|\bar{S}|$ é a potência aparente consumida pela carga
- P é a potência ativa consumida pela carga
- Q é a potência reativa consumida pela carga
- φ é o ângulo cujo cosseno é igual ao fator de potência da carga

Para a situação em que o sistema fornece tensão nominal, $\dot{V}_n = |\dot{V}_n| \angle \theta$, a carga absorve e consome corrente e potência nominais, respectivamente, conforme apresentado em (3) e (4).

$$\dot{I} = \dot{I}_n = |\dot{I}_n| \angle \alpha = |\dot{I}_n| \angle \theta - \varphi \quad (3)$$

$$\bar{S} = \bar{S}_n \quad (4)$$

A natureza da carga em função da tensão aplicada pode ser tratada através de diversos modelos. Entretanto, nesse documento, apenas os mais comuns são destacados:

- Modelo de Potência Constante
- Modelo de Corrente Constante
- Modelo de Impedância Constante
- Modelo ZIP

3.1 Modelo de Potência Constante

Uma carga representada pelo modelo de potência constante consome sua potência complexa nominal, \bar{S}_n , independentemente da tensão aplicada no seu terminal. Dessa forma, a relação entre a corrente absorvida e a tensão aplicada pelo sistema elétrico pode ser escrita conforme a Equação 5.

$$\dot{I} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}^*} = \frac{P_n - j \times Q_n}{\dot{V}^*} \quad (5)$$

Por fim, a potência consumida pela carga pode ser escrita aplicando-se (4) em (2), conforme a Equação 6.

$$\bar{S} = \bar{S}_n = P_n + j \times Q_n \quad (6)$$

$$P = \text{Re}(\bar{S}) = P_n \quad (7)$$

$$Q = \text{Im}(\bar{S}) = Q_n \quad (8)$$

Assim, as potências ativa e reativa são constantes e iguais aos seus valores nominais.

3.2 Modelo de Corrente Constante

Nesse modelo, o módulo da corrente absorvida, $|\dot{I}|$, e o fator de potência da carga, $\cos(\varphi)$, são invariantes com a tensão aplicada, sendo a corrente igual ao seu valor nominal, $|\dot{I}_n|$, e o ângulo φ , aquele definido pela potência consumida na condição nominal, $\varphi = \tan^{-1}(\frac{Q_n}{P_n})$. Assim, a relação entre a corrente absorvida pela carga e a tensão aplicada em seu terminal pode ser escrita conforme a Equação 9.

$$\dot{I} = |\dot{I}_n| \angle \alpha = \frac{|\bar{S}_n|}{|\dot{V}_n|} \angle \alpha \quad (9)$$

Porém, ao isolar a corrente na Equação 2, genérica, temos que

$$\dot{I} = \frac{\bar{S}^*}{\dot{V}^*} = \frac{|\bar{S}| \angle -\varphi}{|\dot{V}| \angle -\theta} \quad (10)$$

Assim, combinando as equações 9 e 10,

$$\dot{I} = \frac{|\bar{S}_n|}{|\dot{V}_n|} \times 1 \angle -\varphi \times 1 \angle \theta \quad (11)$$

Note que $1 \angle \theta$ pode ser reescrito como $\frac{\dot{V}}{|\dot{V}|}$ e $|\bar{S}_n| \times 1 \angle -\varphi$ como $P_n - j \times Q_n$.

Posto isto, a Equação 11 pode ser reescrita conforme apresentado abaixo:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{|\dot{V}|} \times \frac{(P_n - j \times Q_n)}{|\dot{V}_n|} \quad (12)$$

A potência consumida pela carga, por sua vez, pode ser escrita aplicando-se (12) em (2), conforme a Equação 13.

$$\bar{S} = \dot{V} \times \frac{\dot{V}^*}{|\dot{V}|} \times \frac{(P_n + j \times Q_n)}{|\dot{V}_n|} = \frac{|\dot{V}|}{|\dot{V}_n|} \times (P_n + j \times Q_n) \quad (13)$$

$$P = \text{Re}(\bar{S}) = \frac{|\dot{V}|}{|\dot{V}_n|} \times P_n \quad (14)$$

$$Q = \text{Im}(\bar{S}) = \frac{|\dot{V}|}{|\dot{V}_n|} \times Q_n \quad (15)$$

Portanto, no modelo de corrente constante, as potências ativa e reativa consumidas pela carga variam linearmente com o módulo da tensão aplicada.

3.3 Modelo de Impedância Constante

A carga representada por esse modelo possui sua impedância nominal, \bar{Z}_n , constante em função da tensão aplicada. A impedância nominal pode ser calculada através da Equação 16.

$$\bar{Z}_n = \frac{|\dot{V}_n|^2}{\bar{S}_n^*} \quad (16)$$

Dessa forma, a relação entre a corrente absorvida pela carga e sua tensão pode ser escrita conforme a Equação 17.

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{\bar{Z}_n} = \dot{V} \times \frac{\bar{S}_n^*}{|\dot{V}_n|^2} = \frac{\dot{V}}{|\dot{V}_n|^2} \times (P_n - j \times Q_n) \quad (17)$$

A potência consumida pela carga pode ser escrita aplicando-se (17) em (2).

$$\bar{S} = \frac{|\dot{V}|^2}{|\dot{V}_n|^2} \times (P_n + j \times Q_n) \quad (18)$$

$$P = \text{Re}(\bar{S}) = \frac{|\dot{V}|^2}{|\dot{V}_n|^2} \times P_n \quad (19)$$

$$Q = \text{Im}(\bar{S}) = \frac{|\dot{V}|^2}{|\dot{V}_n|^2} \times Q_n \quad (20)$$

Portanto, no modelo de impedância constante, as potências ativa e reativa consumidas pela carga variam quadraticamente com o módulo da tensão aplicada.

3.4 Modelo ZIP

A carga representada pelo modelo ZIP, como o próprio nome sugere, é composta por parcelas dos modelos de potência, corrente e impedância constantes. As potências ativa e reativa consumidas pela carga podem ser calculadas através das equações (21) e (22), respectivamente.

$$P = \text{Re}(\bar{S}) = (K_{Pa} + K_{Ia} \times \frac{|\dot{V}|}{|\dot{V}_n|} + K_{Za} \times \frac{|\dot{V}|^2}{|\dot{V}_n|^2}) \times P_n \quad (21)$$

$$Q = \text{Im}(\bar{S}) = (K_{Pr} + K_{Ir} \times \frac{|\dot{V}|}{|\dot{V}_n|} + K_{Zr} \times \frac{|\dot{V}|^2}{|\dot{V}_n|^2}) \times Q_n \quad (22)$$

Onde,

- K_{Pa} coeficiente que define o quanto da **potência ativa** da carga é representada pelo modelo de **potência constante**
- K_{Pr} é o coeficiente que define o quanto da **potência reativa** da carga é representada pelo modelo de **potência constante**
- K_{Ia} é o coeficiente que define o quanto da **potência ativa** da carga é representada pelo modelo de **corrente constante**
- K_{Ir} é o coeficiente que define o quanto da **potência reativa** da carga é representada pelo modelo de **corrente constante**
- K_{Za} é o coeficiente que define o quanto da **potência ativa** da carga é representada pelo modelo de **impedância constante**
- K_{Zr} é o coeficiente que define o quanto da **potência reativa** da carga é representada pelo modelo de **impedância constante**

Tanto os coeficientes responsáveis pela definição da potência ativa da carga quanto os responsáveis pela potência reativa devem totalizar uma unidade, conforme as equações (23) e (24). Assim, na condição nominal, isto é, quando $|\dot{V}| = |\dot{V}_n|$, as potências ativa e reativa consumida pela carga são exatamente iguais a P_n e Q_n .

$$K_{Pa} + K_{Ia} + K_{Za} = 1 \quad (23)$$

$$K_{Pr} + K_{Ir} + K_{Zr} = 1 \quad (24)$$

A corrente absorvida pela carga, por sua vez, pode ser calculada através da Equação 25.

$$\dot{I} = \frac{\bar{S}^*}{\dot{V}^*} = \frac{P - j \times Q}{\dot{V}^*} \quad (25)$$

$$= (K_{Pa} + K_{Ia} \frac{|\dot{V}|}{|\dot{V}_n|} + K_{Za} \frac{|\dot{V}|^2}{|\dot{V}_n|^2}) \times \frac{P_n}{\dot{V}^*} - j \times (K_{Pr} + K_{Ir} \frac{|\dot{V}|}{|\dot{V}_n|} + K_{Zr} \frac{|\dot{V}|^2}{|\dot{V}_n|^2}) \times \frac{Q_n}{\dot{V}^*} \quad (26)$$

A Figura 2, abaixo, ilustra as curvas da evolução da potência aparente e da corrente em função da tensão aplicada em uma carga, para os quatros diferentes tipos de modelo. Note que, na condição de tensão nominal, todas as curvas se tocam, não havendo distinção entre cada um dos modelos. Os coeficientes utilizados para o levantamento das curvas para o modelo ZIP foram:

- $K_{Pa} = K_{Pr} = 0.4$
- $K_{Ia} = K_{Ir} = 0.3$
- $K_{Za} = K_{Zr} = 0.3$

Percebe-se que a sua curva fica sempre entre as curvas descritas pelos outros três modelos, pois ele é representado por uma parcela de cada um desses.

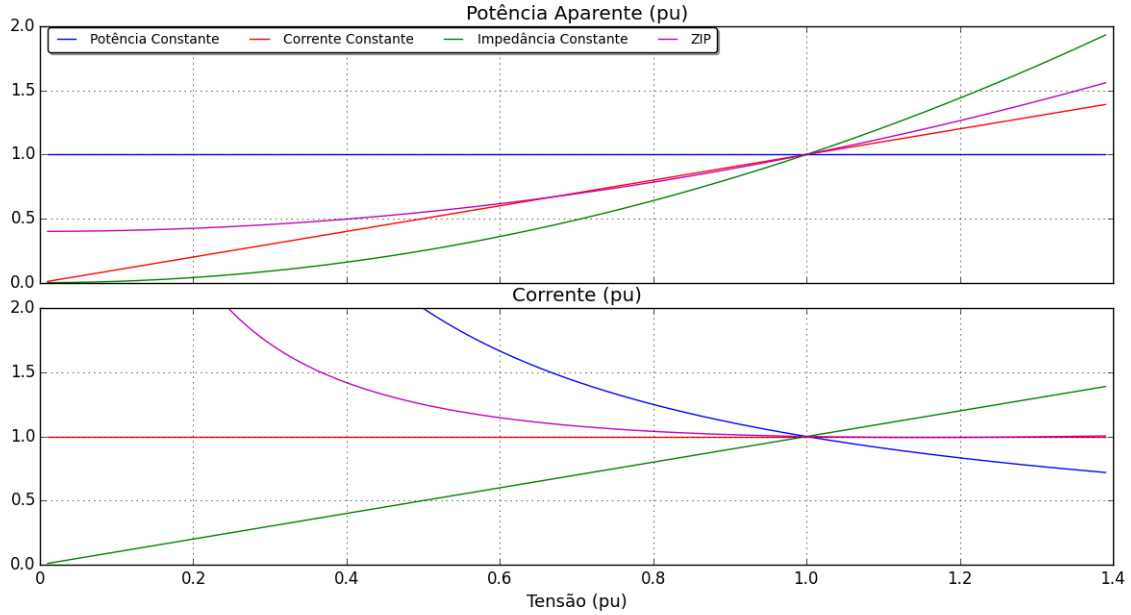


Figura 2: Potência Aparente Consumida e Corrente Absorvida por uma Carga em função da Tensão de Alimentação para os Modelos de Carga Estudados

4 Modelos de Carga no OpenDSS

No OpenDSS há oito modelos de carga, porém essa nota técnica foca apenas nos quatro mais importantes. Cada um dos quatro modelos (potência constante, corrente constante, impedância constante e ZIP) apresenta o comportamento já descrito apenas para uma determinada faixa de operação, isto é, uma determinada faixa de tensão. Por *default*, essa faixa de operação vai de 0.95 pu até 1.05 pu. Entretanto, ela pode ser modificada através dos parâmetros do elemento *Load* v_{minpu} e v_{maxpu} , respectivamente. Ao todo há quatro intervalos de operação para cada um dos modelos de carga abordados. A seguir, cada um desses intervalos é apresentado para cada um dos modelos.

4.1 Modelo de Potência Constante

A Figura 3 apresenta as potências ativa e reativa consumidas e a corrente absorvida por uma carga modelada por uma potência constante em função da tensão de alimentação. Como pode-se notar, há quatro intervalos que apresentam características diferentes.

4.1.1 Primeiro Intervalo

O primeiro intervalo é definido para condições de tensões extremamente baixas, menores que o valor definido pelo parâmetro v_{lowpu} , conforme a Equação 27, onde V_{Blow} é igual a $v_{lowpu} \times |\dot{V}_n|$.

$$|\dot{V}| \leq V_{Blow} \quad (27)$$

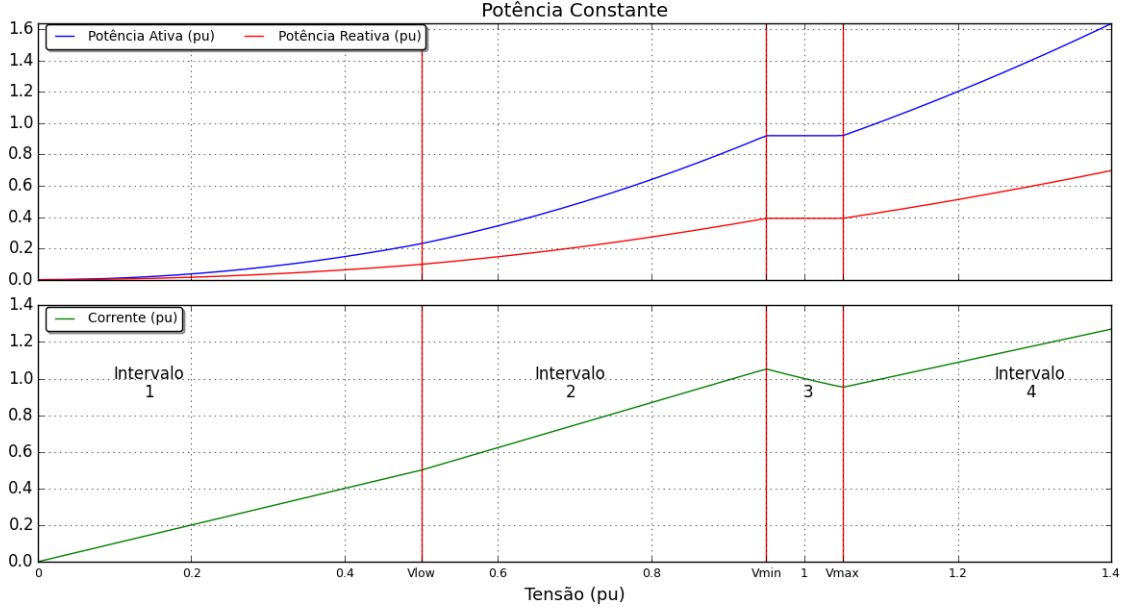


Figura 3: Potências e Corrente em função da Tensão de Alimentação para o Modelo de Carga de Potência Constante no OpenDSS

Nesse intervalo, por motivos de convergência numérica, a carga é convertida para o modelo de impedância constante, sendo que essa impedância é igual a sua impedância na condição nominal. Assim, a corrente absorvida segue a Equação 28.

$$\dot{I} = \bar{Y}_n \times \dot{V} = \frac{\dot{V}}{\bar{Z}_n} = \frac{\bar{S}_n^*}{|\dot{V}_n|^2} \times \dot{V} \quad (28)$$

4.1.2 Segundo Intervalo

O segundo intervalo é definido para a condição em que as tensões são baixas, porém maiores que v_{lowpu} e menores que v_{minpu} , conforme a Equação 29.

$$V_{Blow} < |\dot{V}| \leq V_{Bmin} \quad (29)$$

Onde,

$$V_{Bmin} = v_{minpu} \times |\dot{V}_n| \quad (30)$$

Nesse intervalo, a carga é convertida para uma impedância (ou admitância) calculada através da interpolação entre os valores de tensão e corrente nas condições de transição com o primeiro e o terceiro intervalo, de tal modo que a relação entre tensão e corrente resulta linear.

O ponto de transição entre o primeiro e o segundo intervalo é definido pelo par $(\dot{I}, \dot{V}) = (\dot{I}_{low}, \dot{V}_{Blow})$, que pode ser obtido através da Equação 28, para $\dot{V} = \dot{V}_{Blow} = V_{Blow}/\theta_{Blow}$, conforme a expressão abaixo:

$$\dot{I}_{low} = \bar{Y}_n \times \dot{V}_{Blow} = |\dot{I}_{low}| \times 1/\underline{-\varphi} = |\bar{Y}_n| \times V_{Blow} \times 1/\underline{-\varphi} \quad (31)$$

Observação 1: Na Equação 31, θ_{Blow} foi assumido nulo. Isso é feito para que \dot{I}_{low} carregue a fase $-\varphi$, de tal modo que, na expressão final da corrente no intervalo 2 em função de \dot{V} , o fator de potência seja mantido constante.

O ponto de transição entre o segundo e o terceiro intervalo é definido pelo par $(\dot{I}, \dot{V}) = (\dot{I}_{min\ Pcte}, \dot{V}_{Bmin})$, que pode ser obtido através da definição de uma impedância (admitância) equivalente, chamada de $\bar{Y}_{95\ Pcte}$, quando $\dot{V} = \dot{V}_{Bmin} = V_{Bmin}/\theta_{Bmin}$. Aplicando a condição de contorno na Equação 5, temos que:

$$\dot{I}_{min\ Pcte} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}^*} = \frac{P_n - j \times Q_n}{\dot{V}_{Bmin}^*} \quad (32)$$

Portanto,

$$\bar{Y}_{95\ Pcte} = \frac{\dot{I}_{min\ Pcte}}{\dot{V}_{Bmin}} = \frac{P_n - j \times Q_n}{\dot{V}_{Bmin} \times \dot{V}_{Bmin}^*} = \frac{P_n - j \times Q_n}{V_{Bmin}^2} \quad (33)$$

Porém, como $V_{Bmin} = v_{minpu} \times |\dot{V}_n|$ e $\frac{P_n - j \times Q_n}{|\dot{V}_n|^2}$ corresponde à admitância na condição nominal da carga (Equação 28), pode-se dizer que:

$$\bar{Y}_{95\ Pcte} = \frac{\bar{Y}_n}{v_{minpu}^2} \quad (34)$$

Também podemos escrever $\dot{I}_{min\ Pcte}$ de modo análogo à \dot{I}_{low} (Equação 31):

$$\dot{I}_{min\ Pcte} = \bar{Y}_{95\ Pcte} \times \dot{V}_{Bmin} = |\dot{I}_{min\ Pcte}| \times 1/\underline{-\varphi} = |\bar{Y}_{95\ Pcte}| \times V_{Bmin} \times 1/\underline{-\varphi} \quad (35)$$

Observação 2: Na Equação 35, θ_{Bmin} foi assumido nulo. Isso é feito para que $\dot{I}_{min\ Pcte}$ carregue a fase $-\varphi$, de tal modo que, na expressão final da corrente no intervalo 2 em função de \dot{V} , o fator de potência seja mantido constante.

Interpolando a corrente absorvida pela carga nesse intervalo e sabendo que o seu fator de potência também deve permanecer constante:

$$\dot{I} = \dot{I}_{low} + \frac{\dot{I}_{min\ Pcte} - \dot{I}_{low}}{V_{Bmin} - V_{Blow}} \times (|\dot{V}| - V_{Blow}) \times \frac{\dot{V}}{|\dot{V}|} \quad (36)$$

$$= \left(|\dot{I}_{low}| + \frac{|\dot{I}_{min\ Pcte}| - |\dot{I}_{low}|}{V_{Bmin} - V_{Blow}} \times (|\dot{V}| - V_{Blow}) \right) \times 1/\underline{-\varphi + \theta} \quad (37)$$

Onde o termo $\frac{\dot{V}}{|\dot{V}|}$ foi acrescentado para adicionar uma defasagem de θ na fase da corrente, de modo a manter o fator de potência na carga constante.

Finalmente, a Equação 36 pode ser resumida conforme a Equação 38, abaixo:

$$\dot{I} = \bar{Y}_{interpolado\ Pcte} \times \dot{V} \quad (38)$$

Onde,

$$\bar{Y}_{interpolado\ Pcte} = \frac{\dot{I}_{low}}{|\dot{V}|} + \frac{\dot{I}_{min\ Pcte} - \dot{I}_{low}}{V_{Bmin} - V_{Blow}} \times \frac{(|\dot{V}| - V_{Blow})}{|\dot{V}|} \quad (39)$$

Da Equação 39, nota-se que, nesse intervalo, a impedância (admitância) da carga é variável com a tensão aplicada, porém a relação entre a corrente absorvida e a tensão aplicada é linear, conforme a Equação 37. Devido a esse comportamento linear entre tensão e corrente, costuma-se dizer que, nesse intervalo, a carga também é modelada como uma impedância constante.

4.1.3 Terceiro Intervalo

É nesse intervalo que a carga se comporta como um modelo de potência constante em si. A faixa de tensão onde ele se aplica vai de V_{Bmin} a V_{Bmax} , conforme a Equação 40, sendo este último definido por $v_{maxpu} \times |\dot{V}_n|$.

$$V_{Bmin} < |\dot{V}| \leq V_{Bmax} \quad (40)$$

Como visto na seção (3.1), o comportamento da corrente em função da tensão aplicada descreve uma hipérbole equilátera, conforme a Equação 41.

$$\dot{I} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}^*} = \frac{P_n - j \times Q_n}{\dot{V}^*} \quad (41)$$

4.1.4 Quarto Intervalo

A partir de V_{Bmax} , Equação 42, a carga modelada por potência constante passa a se comportar como uma impedância constante, sendo a impedância aquela definida pela condição de contorno com o terceiro intervalo, $(\dot{I}, \dot{V}) = (\dot{I}_{max\ Pcte}, \dot{V}_{Bmax})$.

$$|\dot{V}| > V_{Bmax} \quad (42)$$

Aplicando a condição de contorno na Equação 41, temos que:

$$\dot{I}_{max\ Pcte} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}^*} = \frac{P_n - j \times Q_n}{\dot{V}_{Bmax}^*} \quad (43)$$

Assim, a impedância (admitância), constante nesse intervalo, é definida como:

$$\bar{Y}_{105\ Pcte} = \frac{\dot{I}_{max\ Pcte}}{\dot{V}_{Bmax}} = \frac{P_n - j \times Q_n}{\dot{V}_{Bmax} \times \dot{V}_{Bmax}^*} = \frac{P_n - j \times Q_n}{V_{Bmax}^2} \quad (44)$$

Porém, como $V_{Bmax} = v_{maxpu} \times |\dot{V}_n|$ e $\frac{P_n - j \times Q_n}{|\dot{V}_n|^2}$ corresponde à admitância na condição nominal da carga (Equação 28), pode-se dizer que:

$$\bar{Y}_{105\ Pcte} = \frac{\bar{Y}_n}{v_{maxpu}^2} \quad (45)$$

Finalmente, a corrente absorvida pela carga nesse intervalo é calculada a partir da Equação 46.

$$\dot{I} = \bar{Y}_{105\ Pcte} \times \dot{V} \quad (46)$$

4.2 Modelo de Corrente Constante

A Figura 4 apresenta as potências ativa e reativa consumidas pela carga e a sua corrente absorvida em função da tensão de alimentação.

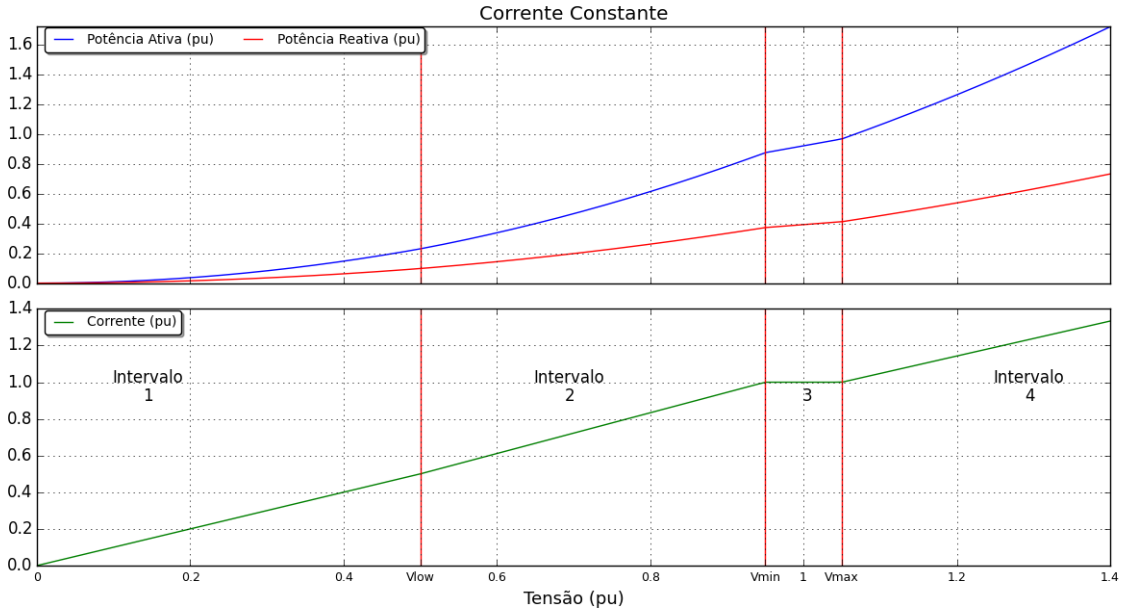


Figura 4: Potências e Corrente em função da Tensão de Alimentação para o Modelo de Corrente Constante no OpenDSS

4.2.1 Primeiro Intervalo

O primeiro intervalo do modelo de corrente constante é definido do mesmo modo que o primeiro intervalo do modelo de potência constante, ou seja, uma impedância constante definida a partir da condição nominal de operação.

4.2.2 Segundo Intervalo

O segundo intervalo também é definido de modo análogo ao modelo de potência constante, no qual uma relação linear entre tensão e corrente é obtida. A diferença reside no cálculo da interpolação da corrente, uma vez que a condição de contorno entre o segundo e o terceiro intervalo é diferente da condição de contorno entre esses intervalos no modelo de potência constante.

O ponto de transição entre o segundo e o terceiro intervalo é definido por um par $(\dot{I}, \dot{V}) = (\dot{I}_{min\ Icte}, \dot{V}_{Bmin})$, que pode ser obtido através da definição de uma impedância (admitância) equivalente, chamada de $\bar{Y}_{95\ Icte}$, quando $\dot{V} = \dot{V}_{Bmin} = V_{Bmin}/\theta_{Bmin}$. Aplicando a condição de contorno na Equação 12, temos que:

$$\dot{I}_{min\ Icte} = \frac{\dot{V}_{Bmin}}{V_{Bmin}} \times \frac{P_n - j \times Q_n}{|\dot{V}_n|} \quad (47)$$

Portanto,

$$\bar{Y}_{95\ Icte} = \frac{\dot{I}_{min\ Icte}}{\dot{V}_{Bmin}} = \frac{P_n - j \times Q_n}{V_{Bmin} \times |\dot{V}_n|} \quad (48)$$

Como $V_{Bmin} = v_{minpu} \times |\dot{V}_n|$ e $\frac{P_n - j \times Q_n}{|\dot{V}_n|^2}$ corresponde à admitância na condição nominal da carga (Equação 28), pode-se dizer que:

$$\bar{Y}_{95\ Icte} = \frac{\bar{Y}_n}{v_{minpu}} \quad (49)$$

Assim, podemos escrever $\dot{I}_{min\ Icte}$ de modo análogo à \dot{I}_{low} , como feito no modelo de potência constante:

$$\dot{I}_{min\ Icte} = \bar{Y}_{95\ Icte} \times \dot{V}_{Bmin} = |\dot{I}_{min\ Icte}| \times 1\angle-\varphi = |\bar{Y}_{95\ Icte}| \times V_{Bmin} \times 1\angle-\varphi \quad (50)$$

Observação 3: Assim como no modelo de potência constante, na Equação 50, θ_{Bmin} foi assumido nulo. Isso é feito para que $\dot{I}_{min\ Icte}$ carregue a fase $-\varphi$, de tal modo que, na expressão final da corrente no intervalo 2 em função de \dot{V} , o fator de potência seja mantido constante.

Finalmente, podemos interpolar a corrente absorvida pela carga nesse intervalo:

$$\dot{I} = \dot{I}_{low} + \frac{\dot{I}_{min\ Icte} - \dot{I}_{low}}{V_{Bmin} - V_{Blow}} \times (|\dot{V}| - V_{Blow}) \times \frac{\dot{V}}{|\dot{V}|} \quad (51)$$

$$= \left(|\dot{I}_{low}| + \frac{|\dot{I}_{min\ Icte}| - |\dot{I}_{low}|}{V_{Bmin} - V_{Blow}} \times (|\dot{V}| - V_{Blow}) \right) \times 1 \angle -\varphi + \theta \quad (52)$$

Onde o termo $\frac{\dot{V}}{|\dot{V}|}$ foi acrescentando para adicionar uma defasagem de θ na fase da corrente, de modo a manter o fator de potência na carga.

Finalmente, a Equação 51 pode ser resumida conforme a Equação 53, abaixo:

$$\dot{I} = \bar{Y}_{interpolado\ Icte} \times \dot{V} \quad (53)$$

Onde,

$$\bar{Y}_{interpolado\ Icte} = \frac{\dot{I}_{low}}{|\dot{V}|} + \frac{\dot{I}_{min\ Icte} - \dot{I}_{low}}{V_{Bmin} - V_{Blow}} \times \frac{(|\dot{V}| - V_{Blow})}{|\dot{V}|} \quad (54)$$

Em outras palavras, obtemos a mesma expressão utilizada nesse intervalo para o modelo de potência constante. A única diferença é que, no modelo de corrente constante, o cálculo de $\dot{I}_{min\ Icte}$ difere do primeiro caso por um fator de v_{minpu} . Comparar o cálculo de $\bar{Y}_{95\ Pcte}$ e $\bar{Y}_{95\ Icte}$ dos dois modelos (expressões (34) e (49)).

4.2.3 Terceiro Intervalo

É nesse intervalo que a carga se comporta como um modelo de corrente constante em si. A faixa de tensão onde ele se aplica também vai de V_{Bmin} à V_{Bmax} .

Como visto na seção (3.2), o comportamento da corrente em função da tensão é constante, conforme a Equação 12, replicada abaixo:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{|\dot{V}|} \times \frac{(P_n - j \times Q_n)}{|\dot{V}_n|} \quad (55)$$

4.2.4 Quarto Intervalo

Assim como no modelo de potência constante, a partir de V_{Bmax} , a carga modelada por corrente constante passa a se comportar como uma impedância constante, sendo a impedância aquela definida pela condição de contorno com o terceiro intervalo, $(\dot{I}, \dot{V}) = (\dot{I}_{max\ Icte}, \dot{V}_{Bmax})$.

Aplicando a condição de contorno na Equação 55, temos que:

$$\dot{I}_{max\ Icte} = \frac{\dot{V}_{Bmax}}{V_{Bmax}} \times \frac{P_n - j \times Q_n}{|\dot{V}_n|} \quad (56)$$

Assim, a impedância (admitância), constante nesse intervalo, pode ser definida por:

$$\bar{Y}_{105\ Icte} = \frac{\dot{I}_{max\ Icte}}{\dot{V}_{Bmax}} = \frac{(P_n - j \times Q_n)}{V_{Bmax} \times |\dot{V}_n|} \quad (57)$$

Novamente, como $V_{Bmax} = v_{maxpu} \times |\dot{V}_n|$ e $\frac{P_n - j \times Q_n}{|\dot{V}_n|^2}$ corresponde à admitância na condição nominal da carga, pode-se dizer que:

$$\bar{Y}_{105\ Icte} = \frac{\bar{Y}_n}{v_{maxpu}} \quad (58)$$

Finalmente, a corrente absorvida pela carga é calculada a partir da Equação 59.

$$\dot{I} = \bar{Y}_{105\ Icte} \times \dot{V} \quad (59)$$

4.3 Modelo de Impedância Constante

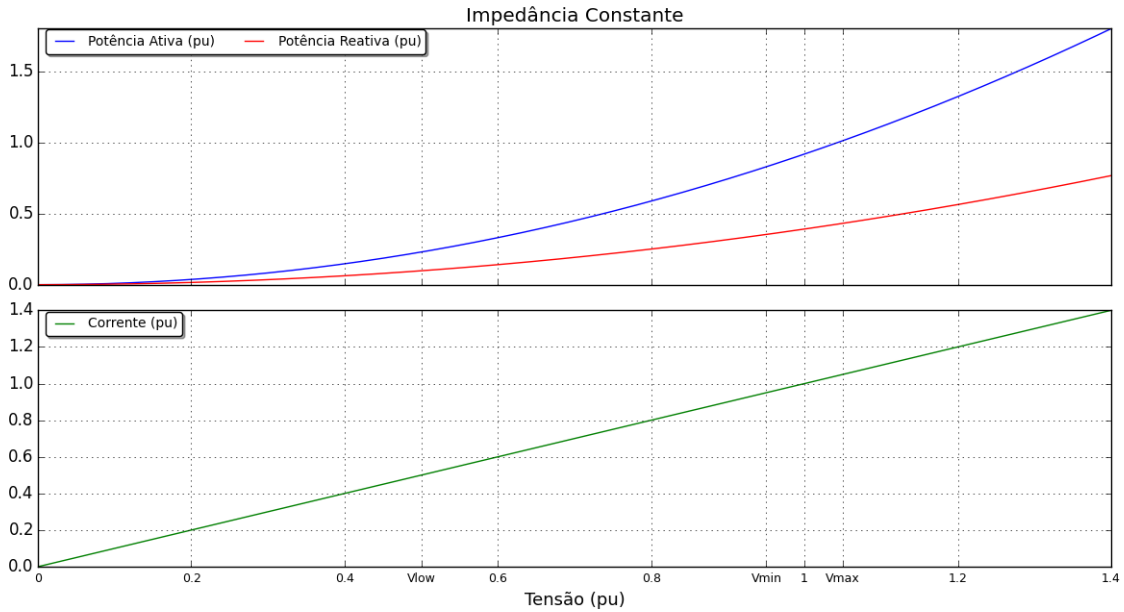


Figura 5: Potências e Corrente em função da Tensão de Alimentação para o Modelo de Impedância Constante no OpenDSS

No modelo de impedância constante no OpenDSS, há apenas um intervalo, Figura 5, no qual a impedância se mantém constante e é igual ao valor definido pela potência consumida na condição nominal, conforme a Equação 16, replicada abaixo:

$$\bar{Z}_n = \frac{|\dot{V}_n|^2}{\bar{S}_n^*} \quad (60)$$

Por fim, a corrente absorvida pela carga segue a Equação 17, também replicada abaixo, para qualquer tensão \dot{V} .

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{\bar{Z}_n} = \dot{V} \times \frac{\bar{S}_n^*}{|\dot{V}_n|^2} = \frac{\dot{V}}{|\dot{V}_n|^2} \times (P_n - j \times Q_n) \quad (61)$$

4.4 Modelo ZIP

De forma similar aos casos de potência e corrente constantes, também há quatro intervalos que apresentam características diferentes.

Segundo a seção (3.4), o modelo ZIP é definido a partir dos seguintes coeficientes:

- K_{Pa} e K_{Pr} para o modelo de potência constante
- K_{Ia} e K_{Ir} para o modelo de corrente constante
- K_{Za} e K_{Zr} para o modelo de impedância constante

A Figura 6 apresenta as potências ativa e reativa consumidas e a corrente absorvida por uma carga modelada no OpenDSS e descrita pelo modelo ZIP com os seguintes coeficientes:

- $K_{Pa} = 0.3$ e $K_{Pr} = 0.35$
- $K_{Ia} = 0.2$ e $K_{Ir} = 0.25$
- $K_{Za} = 0.5$ e $K_{Zr} = 0.4$

4.4.1 Primeiro Intervalo

O primeiro intervalo do modelo ZIP é definido do mesmo modo que o primeiro intervalo dos modelos de potência e corrente constantes, ou seja, uma impedância constante e igual à impedância na condição nominal é considerada.

4.4.2 Segundo Intervalo

O segundo intervalo do modelo ZIP é construído a partir da superposição de efeitos dos modelos de potência, corrente e impedância constantes.

Dessa forma, é possível calcular a parcela de corrente correspondente a cada um dos modelos de carga. A primeira, segundo a Equação 62, corresponde a parcela representada pelo modelo de potência

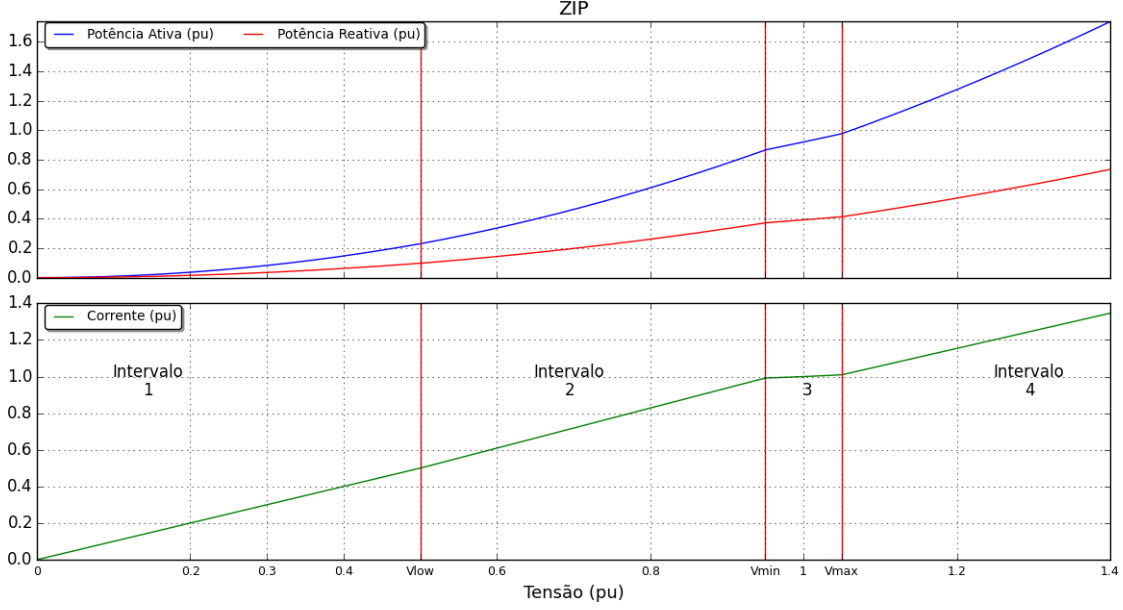


Figura 6: Potências e Corrente em função da Tensão de Alimentação para o Modelo ZIP no OpenDSS

constante. Já a Equação 64 mostra a parcela que é representada pelo modelo de corrente constante e, por fim, a Equação 66 apresenta a parcela da corrente correspondente ao modelo de impedância constante.

$$\dot{I}_{Pcte_{II}} = [K_{Pa} \times \text{Re}(\bar{Y}_{\text{interpolado } Pcte}) + j \times K_{Pr} \times \text{Im}(\bar{Y}_{\text{interpolado } Pcte})] \times \dot{V} \quad (62)$$

$$\dot{I}_{Pcte_{II}} = \bar{Y}_{Pcte_{II}} \times \dot{V} \quad (63)$$

$$\dot{I}_{Icte_{II}} = [K_{Ia} \times \text{Re}(\bar{Y}_{\text{interpolado } Icte}) + j \times K_{Ir} \times \text{Im}(\bar{Y}_{\text{interpolado } Icte})] \times \dot{V} \quad (64)$$

$$\dot{I}_{Icte_{II}} = \bar{Y}_{Icte_{II}} \times \dot{V} \quad (65)$$

$$\dot{I}_{Zcte_{II}} = [K_{Za} \times \text{Re}(\bar{Y}_n) + j \times K_{Zr} \times \text{Im}(\bar{Y}_n)] \times \dot{V} \quad (66)$$

$$\dot{I}_{Zcte_{II}} = \bar{Y}_{Zcte_{II}} \times \dot{V} \quad (67)$$

Portanto, a corrente absorvida pela carga em função da tensão de alimentação pode ser definida como a soma dessas três correntes, conforme Equação 68.

$$\dot{I} = \dot{I}_{Pcte_{II}} + \dot{I}_{Icte_{II}} + \dot{I}_{Zcte_{II}} \quad (68)$$

$$\dot{I} = (\bar{Y}_{Pcte_{II}} + \bar{Y}_{Icte_{II}} + \bar{Y}_{Zcte_{II}}) \times \dot{V} \quad (69)$$

4.4.3 Terceiro Intervalo

A superposição de efeitos dos três modelos também é aplicada a esse intervalo.

$$\dot{I}_{Pcte_{III}} = \frac{K_{Pa} \times P_n - j \times K_{Pr} \times Q_n}{\dot{V}^*} \quad (70)$$

$$\dot{I}_{Icte_{III}} = \frac{(K_{Ia} \times P_n - j \times K_{Ir} \times Q_n)}{|\dot{V}_n|} \times \frac{\dot{V}}{|\dot{V}|} \quad (71)$$

$$\dot{I}_{Zcte_{III}} = [K_{Za} \times \text{Re}(\bar{Y}_n) + j \times K_{Zr} \times \text{Im}(\bar{Y}_n)] \times \dot{V} \quad (72)$$

$$\dot{I}_{Zcte_{III}} = \bar{Y}_{Zcte_{III}} \times \dot{V} \quad (73)$$

Resultando na corrente total apresentada na Equação 74.

$$\dot{I} = \dot{I}_{Pcte_{III}} + \dot{I}_{Icte_{III}} + \dot{I}_{Zcte_{III}} \quad (74)$$

4.4.4 Quarto Intervalo

Para o quarto intervalo, tem-se as seguintes parcelas das correntes:

$$\dot{I}_{Pcte_{IV}} = [K_{Pa} \times \text{Re}(\bar{Y}_{105\ Pcte}) + j \times K_{Pr} \times \text{Im}(\bar{Y}_{105\ Pcte})] \times \dot{V} \quad (75)$$

$$\dot{I}_{Pcte_{IV}} = \bar{Y}_{Pcte_{IV}} \times \dot{V} \quad (76)$$

$$\dot{I}_{Icte_{IV}} = [K_{Ia} \times \text{Re}(\bar{Y}_{105\ Icte}) + j \times K_{Ir} \times \text{Im}(\bar{Y}_{105\ Icte})] \times \dot{V} \quad (77)$$

$$\dot{I}_{Icte_{IV}} = \bar{Y}_{Icte_{IV}} \times \dot{V} \quad (78)$$

$$\dot{I}_{Zcte_{IV}} = [K_{Za} \times \text{Re}(\bar{Y}_n) + j \times K_{Zr} \times \text{Im}(\bar{Y}_n)] \times \dot{V} \quad (79)$$

$$\dot{I}_{Zcte_{IV}} = \bar{Y}_{Zcte_{IV}} \times \dot{V} \quad (80)$$

Logo, a corrente resultante para o quarto intervalo é apresentada na Equação 81.

$$\dot{I} = \dot{I}_{Pcte_{IV}} + \dot{I}_{Icte_{IV}} + \dot{I}_{Zcte_{IV}} \quad (81)$$

$$\dot{I} = (\bar{Y}_{Pcte_{IV}} + \bar{Y}_{Icte_{IV}} + \bar{Y}_{Zcte_{IV}}) \times \dot{V} \quad (82)$$

5 Exemplos de Códigos

Essa seção apresenta e explica códigos na linguagem de programação do OpenDSS que caracterizam alguns tipos de conexão de carga.

5.1 Cargas Trifásicas Equilibradas

Para esse exemplo, é assumida uma carga trifásica equilibrada com os seguintes dados:

- Nome: *Carga*
- Tensão Nominal de Linha: $|\dot{V}_n| = 13.8 \text{ kV}$
- Potência Ativa Trifásica Nominal: $P_n = 1000 \text{ kW}$
- Fator de Potência: $\cos\varphi = 0.92$
- Modelo de Potência Constante: Modelo 1
- Barra de conexão: Barra A
- Tipo de Conexão: Definida nos próximos itens

5.1.1 Carga Trifásica Equilibrada Conectada em Estrela Aterrada

A Figura 7 ilustra como o terminal desse elemento deve ser conectado aos nós da Barra A.

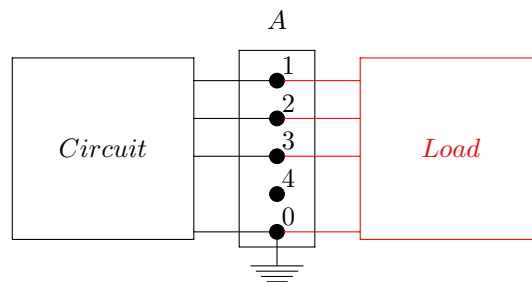


Figura 7: Conexão de uma Carga Trifásica Conectada em Estrela Aterrada no OpenDSS

Os dados da carga e o tipo de conexão são utilizados para definir o elemento *Load*, conforme apresentado no código a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]

New Load.Carga phases=3 bus1=A conn=wye kv=13.8 kw=1000 pf=0.92 model=1

Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases

Solve
```

Note que, por *default*, $bus1=A$ equivale a $bus1=A.1.2.3$ ou $bus1=A.1.2.3.0$.

5.1.2 Carga Trifásica Equilibrada Conectada em Estrela Isolada

A Figura 8 ilustra a conexão que deve ser definida no OpenDSS. Note que, diferentemente do caso anterior, o quarto terminal desse exemplo é conectado ao nó 4 da barra A , que é isolado. De fato, pode-se utilizar qualquer nó da barra A que não esteja conectado à nenhum outro elemento e não esteja aterrado.

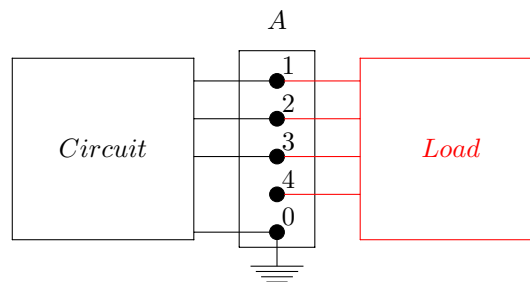


Figura 8: Conexão de uma Carga Trifásica Conectada em Estrela Isolada no OpenDSS

O código é apresentado a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]

New Load.Carga phases=3 bus1=A.1.2.3.4 conn=wye kv=13.8 kw=1000 pf=0.92
~ model=1

Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases

Solve
```

Caso se deseje definir uma carga trifásica equilibrada conectada em estrela aterrada por uma impedância, é necessário incluir um elemento *Reactor* entre os nós 4 e 0. Alternativamente, pode-se utilizar os parâmetros R_{neut} e X_{neut} .

5.1.3 Carga Trifásica Equilibrada Conectada em Triângulo

A Figura 9 ilustra a conexão que deve ser definida no OpenDSS.

O código é apresentado a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]

New Load.Carga phases=3 bus1=A conn=delta kv=13.8 kw=1000 pf=0.92
~ model=1
```

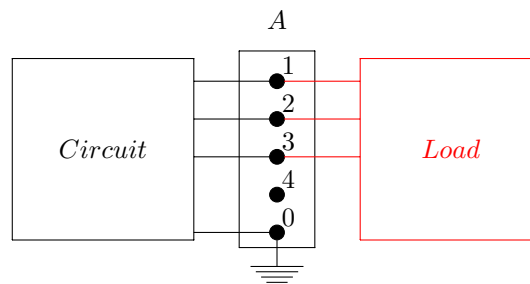


Figura 9: Conexão de uma Carga Trifásica Conectada em Triângulo no OpenDSS

```
Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases

Solve
```

5.2 Cargas Monofásicas

Nesse item, é assumido que a carga monofásica apresenta os seguintes dados:

- Nome: *Carga*
- Tensão Nominal:
 - Carga Conectada entre Fase e Neutro: $|\dot{V}_n| = \frac{13.8}{\sqrt{3}} = 7.967 \text{ kV}$
 - Carga Conectada entre Fases (Bifásica): $|\dot{V}_n| = 13.8 \text{ kV}$
- Potência Ativa Nominal: $P_n = 1000 \text{ kW}$
- Fator de Potência: $\cos\varphi = 0.92$
- Modelo de Potência Constante: *Modelo 1*
- Conectado na Barra: *A*
- Tipo de Conexão: Entre Fase e Neutro ou Entre Fases

5.2.1 Carga Monofásica entre Fase e Neutro

A Figura 10 ilustra a conexão que deve ser definida no OpenDSS. Por simplicidade, assumamos que o neutro se encontra aterrado. Caso a carga fosse suprida por uma linha trifásica à quatro fios, por exemplo, dever-se-ia conectá-la aos nós 1 e o nó da barra *A* ao qual o neutro da linha estivesse conectado, que, usualmente, é o nó 4.

O código é apresentado a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]
```

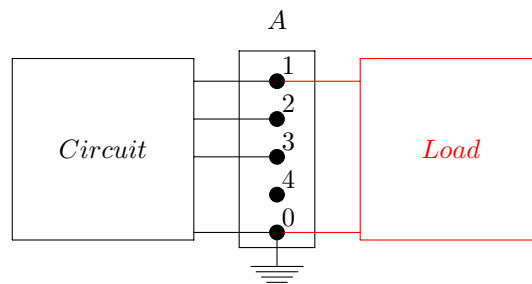


Figura 10: Conexão de uma Carga Monofásica no OpenDSS

```
New Load.Carga phases=1 bus1=A.1 kv=7.967 kw=1000 pf=0.92 model=1
Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases
Solve
```

Note que, por *default*, $bus1=A.1$ equivale a $bus1=A.1.0$.

5.2.2 Carga Monofásica entre Fases

A Figura 11 ilustra a conexão que deve ser definida no OpenDSS.

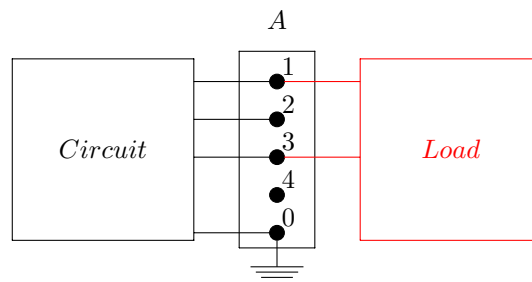


Figura 11: Conexão de uma Carga Monofásica entre Fases no OpenDSS

O código é apresentado a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]

New Load.Carga phases=1 bus1=A.1.3 kv=13.8 kw=1000 pf=0.92 model=1

Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases
Solve
```

5.3 Cargas Trifásicas Desequilibradas

No OpenDSS, define-se uma carga trifásica desequilibrada através de três cargas monofásicas independentes, conectadas em fases distintas. Para esse exemplo, é assumida uma carga trifásica desequilibrada que apresenta os seguintes dados:

- Nome: como são definidas três cargas independentes, sugere-se um nome que relacione cada carga à respectiva fase (fases) à qual ela se conecta.
 - $CargaA$, para conexão em estrela, e $CargaAB$, para conexão em triângulo
 - $CargaB$, para conexão em estrela, e $CargaBC$, para conexão em triângulo
 - $CargaC$, para conexão em estrela, e $CargaCA$, para conexão em triângulo
- Tensão Nominal:
 - Carga Conectada entre Fase e Neutro (Conexão em Estrela): $|\dot{V}_n| = \frac{13.8}{\sqrt{3}} = 7.967 \text{ kV}$
 - Carga Conectada entre Fases (Conexão em Triângulo): $|\dot{V}_n| = 13.8 \text{ kV}$
- Potência Ativa Nominal de cada Carga que pode estar conectada entre fase e neutro (conexão em estrela) ou entre fases (conexão em triângulo):
 - P_A ou $P_{AB} = 1000 \text{ kW}$
 - P_B ou $P_{BC} = 1200 \text{ kW}$
 - P_C ou $P_{CA} = 1400 \text{ kW}$
- Fator de Potência Nominal de cada Carga:
 - $\cos\varphi_A$ ou $\cos\varphi_{AB} = 0.92$
 - $\cos\varphi_B$ ou $\cos\varphi_{BC} = 0.95$
 - $\cos\varphi_C$ ou $\cos\varphi_{CA} = 0.89$
- Modelo de cada Carga:
 - Carga A ou AB : Potência Constante (modelo 1)
 - Carga B ou BC : Impedância Constante (modelo 2)
 - Carga C ou CA : Corrente Constante (modelo 3)
- Conectado na Barra: A
- Tipo de Conexão: Definido nos próximos itens

5.3.1 Carga Trifásica Desequilibrada Conectada em Estrela Aterrada

O código é apresentado a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]
```

```
New Load.CargaA phases=1 bus1=A.1 kv=7.967 kw=1000 pf=0.92 model=1
New Load.CargaB phases=1 bus1=A.2 kv=7.967 kw=1200 pf=0.95 model=2
New Load.CargaC phases=1 bus1=A.3 kv=7.967 kw=1400 pf=0.89 model=5

Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases

Solve
```

5.3.2 Carga Trifásica Desequilibrada Conectada em Estrela Isolada

O código é apresentado a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]

New Load.CargaA phases=1 bus1=A.1.4 kv=7.967 kw=1000 pf=0.92 model=1
New Load.CargaB phases=1 bus1=A.2.4 kv=7.967 kw=1200 pf=0.95 model=2
New Load.CargaC phases=1 bus1=A.3.4 kv=7.967 kw=1400 pf=0.89 model=5

Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases

Solve
```

Caso se deseje definir uma carga trifásica desequilibrada conectada em estrela aterrada por impedância é necessário incluir um elemento *Reactor* entre os nós 4 e 0.

5.3.3 Carga Trifásica Desequilibrada Conectada em Triângulo

O código é apresentado a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]

New Load.CargaAB phases=1 bus1=A.1.2 kv=13.8 kw=1000 pf=0.92 model=1
New Load.CargaBC phases=1 bus1=A.2.3 kv=13.8 kw=1200 pf=0.95 model=2
New Load.CargaCA phases=1 bus1=A.3.1 kv=13.8 kw=1400 pf=0.89 model=5

Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases

Solve
```

5.4 Carga Representada pelo Modelo ZIP

A título de exemplo, a seguinte carga monofásica é representada pelo modelo ZIP.

- Nome: *CargaZIP*
- Tensão Nominal:
 - Carga Conectada entre Fase e Neutro: $|\dot{V}_n| = \frac{13.8}{\sqrt{3}} = 7.967 \text{ kV}$
- Potência Ativa Nominal: $P_n = 1000 \text{ kW}$
- Fator de Potência: $\cos\varphi = 0.92$
- Coeficientes do Modelo de Impedância Constante: $K_{Za} = 0.50$ e $K_{Zr} = 0.40$
- Coeficientes do Modelo de Corrente Constante: $K_{Ia} = 0.20$ e $K_{Ir} = 0.25$
- Coeficientes do Modelo de Potência Constante: $K_{Pa} = 0.30$ e $K_{Pr} = 0.35$
- Conectado na Barra: *A*

O código é apresentado a seguir:

```
Clear
New Circuit.TheveninEquivalent bus1=A pu=1.0 basekv=13.8
~ Z0=[0.000000001, 0.000000001] Z1=[0.000000001, 0.000000001]

New Load.CargaZIP phases=1 bus1=A.1 kv=7.967 kw=1000 pf=0.92 model=8 ZIPV=[0.5 0.2
0.3 0.4 0.25 0.35 0.0]

Set voltagebases=[13.8]
Calc voltagebases

Solve
```

O parâmetro *ZIPV* armazena os seis coeficientes na seguinte ordem:

$$[K_{Za}, K_{Ia}, K_{Pa}, K_{Zr}, K_{Ir}, K_{Pr}, v_{cut-off}]$$

Observação 4: No OpenDSS, o modelo de carga ZIP também exige a especificação de um parâmetro chamado $v_{cut-off}$. Esse parâmetro deve ser o último elemento especificado no array do parâmetro *ZIPV*. Em estudos de modelagem de carga baseados em dados obtidos em laboratório, como o realizado em [2], verificou-se que determinadas cargas não são abruptamente desligadas quando a tensão de alimentação é reduzida até um certo valor, mesmo que as mesmas percam funcionalidade. A tensão a partir da qual uma carga passa a perder funcionalidade é definida através do parâmetro $v_{cut-off}$. O modo como a potência consumida varia para tensões abaixo desse valor depende do tipo de carga. No OpenDSS, a partir desse ponto, a carga tem sua potência reduzida a partir de uma função não linear que representa um desligamento suave da mesma. Esse comportamento foi adotado, pois, em geral, um elemento *Load* representa um conjunto de cargas reais, sendo que cada uma dessas cargas possui diferentes $v_{cut-off}$. Na atual versão do OpenDSS, para que esse parâmetro seja levado em conta no processo de simulação, ele deve ser definido como um valor entre v_{lowpu} e

v_{minpu} . Para condições de tensões extremamente baixas, menores que v_{lowpu} , o modelo continua sendo convertido para um modelo de impedância constante.

Observação 5: O modelo de carga ZIP tem uma importante relevância no contexto do cálculo de perdas técnicas no Brasil, pois a ANEEL exige que esse modelo seja considerado nesse tipo de cálculo em SDMT e SDBT. O módulo 7 do PRODIST [1] especifica que a parcela ativa do modelo seja modelada em 50% como potência constante e 50% como impedância constante, isto é, $K_{Pa} = 0.5$, $K_{Za} = 0.5$ e $K_{Ia} = 0$, e que parcela reativa seja modelada em 100% como impedância constante, ou seja, $K_{Pr} = 0$, $K_{Zr} = 1$ e $K_{Ir} = 0$. Porém, nada é especificado sobre o parâmetro $v_{cut-off}$.

6 Comentários Adicionais

Esse material foi disponibilizado gratuitamente, porém, ao utilizá-lo, pedimos que as devidas referências sejam feitas.

Se você possui alguma dúvida ou encontrou algum erro nessa nota técnica, por favor, entre em contato conosco através do e-mail **opendss.brasil@gmail.com**.

7 Referências

- [1] *Procedimentos de Distribuição de Energia elétrica no Sistema Elétrico Nacional - PRODIST, Módulo 7 - Cálculo de Perdas na Distribuição, Revisão 4*. Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, 2015.
- [2] Bokhari, A., A. Alkan, R. Dogan, M. Diaz-Aguiló, F. de León, D. Czarkowski, Z. Zabar, L. Birenbaum, A. Noel, and R. E. Uosef: *Experimental determination of the zip coefficients for modern residential, commercial, and industrial loads*. IEEE Transactions on Power Delivery, 29(3):1372–1381, June 2014, ISSN 0885-8977.