

Algoritmo de Fluxo de Potência do OpenDSS

1 Objetivo

O objetivo desse documento é explicar o funcionamento do algoritmo de Fluxo de Potência do OpenDSS. Para isso, primeiramente serão revisados alguns conceitos, como o de matriz de admitância nodal, corrente injetada, entre outros. Em seguida, o método “*Normal*” de Fluxo de Potência do OpenDSS é apresentado e um exemplo numérico para aplicação do método é fornecido, juntamente com o seu código na linguagem de programação do OpenDSS para replicação do exemplo no software.

2 Por quê?

Conhecer o funcionamento do algoritmo de Fluxo de Potência do OpenDSS permite uma visão mais holística do processo de simulação, o que auxilia na detecção de eventuais erros e na interpretação de resultados.

3 Introdução

O OpenDSS é um software de simulação de Sistemas Elétricos de Distribuição que trabalha no domínio da frequência, isto é, quando as tensões e as correntes se encontram em Regime Permanente Senoidal (RPS). Desse modo, trabalha-se com os fasores dessas variáveis elétricas, resolvendo-se um sistema de equações algébricas. Assim como na grande maioria dos softwares de Fluxo de Potência, a formulação do problema se baseia na construção de uma matriz de admitância nodal que, normalmente, é utilizada na formulação de um sistema de equações a ser resolvido por diferentes métodos. Porém, o método de solução do OpenDSS se difere dos mais tradicionais, como os métodos de Newton-Rapshon e Gauss-Saidel, pois ele não utiliza diretamente os dados de potências injetadas no sistema. No OpenDSS, o sistema de equações a ser resolvido trabalha diretamente em cima da matriz de admitância nodal do sistema, isto é, com os fasores de tensões nodais e correntes injetadas. Vale ressaltar também que, no processo de solução, o software utiliza valores atuais de tensão e corrente. **Valores por unidade e componentes simétricas** podem ser utilizados somente como dados de entrada e saída do programa.

Nessa nota técnica, antes de se apresentar o algoritmo de solução do Fluxo de Potência em si, será feita uma revisão sobre conceitos fundamentais para o entendimento do mesmo.

4 A matriz de Admitância Nodal

Como já comentado, o OpenDSS formula o problema de fluxo de potência em cima de uma matriz de admitância nodal. Praticamente todos os seus elementos são representados por uma matriz desse tipo. Porém, cabe a pergunta: o que é exatamente uma matriz de admitância nodal?

Uma matriz de admitância nodal é uma matriz na qual cada um dos seus elementos representa uma admitância e cada linha ou coluna estão associados a um ponto de junção entre elementos do sistema elétrico, isto é, barras ou nós. **No OpenDSS, cada elemento dessa matriz é associado a um nó ou a um par de nós do sistema.** Além disso, essa matriz relaciona **correntes injetadas** e **tensões nodais** de um sistema. Uma corrente injetada é uma corrente que “entra” em uma barra ou nó da rede, sendo sempre **externa** à mesma. Já uma tensão nodal é uma tensão medida entre uma barra ou nó qualquer e uma barra ou nó de referência que, usualmente, é o nó terra. Suponha, por exemplo, um sistema elétrico fictício, como o apresentado na Figura 1. Esse sistema possui **n barras**. A barra 1 está conectada a uma fonte de tensão que impõe uma tensão nodal à ela. As barras n , $n - 1$ e $n - 2$ são conectadas às cargas 1, 2 e 3, respectivamente, modeladas aqui como fontes de corrente, \dot{I}_{carga1} , \dot{I}_{carga2} e \dot{I}_{carga3} . As barras 1, n , $n - 1$ e $n - 2$ são chamadas de **barras de fronteira** do sistema, pois elas definem uma fronteira na qual são conectados elementos externos à rede. Em geral, os elementos externos à rede são fontes externas (tensão e corrente), cargas e geradores. Esses elementos são responsáveis por injetar corrente no sistema. A Figura 2 apresenta o mesmo sistema, porém com a ideia de fronteira, correntes injetadas e tensões nodais em evidência.

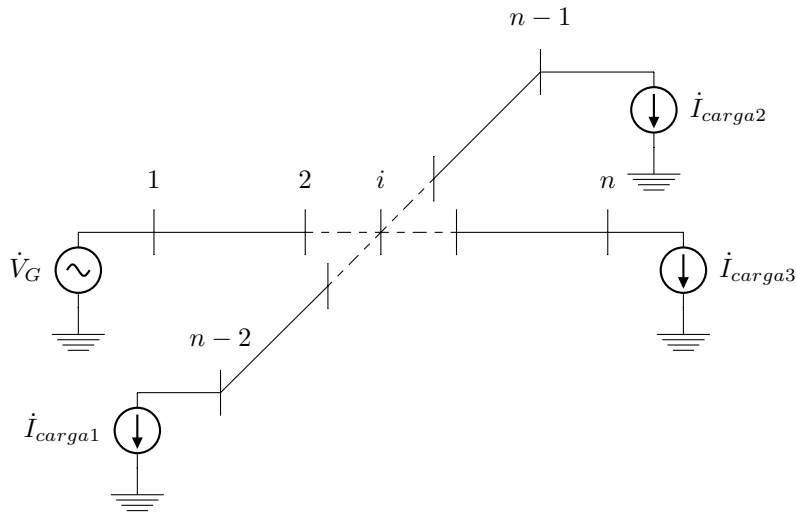


Figura 1: Sistema elétrico fictício com n barras

A relação entre a matriz de admitância nodal, tensões nodais e correntes injetadas é apresentada na Equação 1, abaixo:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \vdots \\ \dot{I}_i \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \dots & \bar{Y}_{1i} & \dots & \bar{Y}_{1n} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \bar{Y}_{i1} & \dots & \bar{Y}_{ii} & \dots & \bar{Y}_{in} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \bar{Y}_{n1} & \dots & \bar{Y}_{ni} & \dots & \bar{Y}_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \vdots \\ \dot{V}_i \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

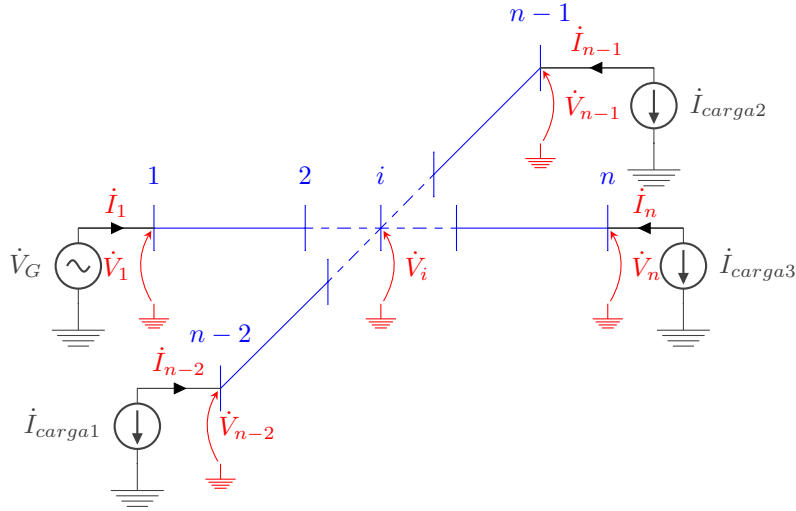


Figura 2: Sistema elétrico fictício com sua fronteira, correntes injetadas e tensões nodais em evidência

Na qual todo elemento \bar{Y}_{ii} é chamado de **admitância de entrada** de um nó i e todo elemento $\bar{Y}_{ij}|_{i \neq j}$ é chamado de **admitância de transferência** de um nó i para um nó j . Resumidamente, podemos escrever:

$$\dot{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{Y}} \times \dot{\mathbf{V}} \quad (2)$$

É importante notar que a corrente injetada em barras que não possuem conexão direta à elementos externos é nula. Assim, no exemplo em questão, o vetor coluna das correntes injetadas é escrito como:

$$\dot{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_i \\ \vdots \\ \dot{I}_{n-2} \\ \dot{I}_{n-1} \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ -\dot{I}_{carga1} \\ -\dot{I}_{carga2} \\ -\dot{I}_{carga3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Existem diversos métodos na literatura para montagem da matriz de admitâncias nodais de uma rede. O método realizado pelo OpenDSS consiste na montagem de uma matriz de admitância nodal individual para cada elemento da rede, chamada de **matriz de admitância nodal primitiva**. Feito isso, as matrizes de admitâncias nodais primitivas de todos os elementos da rede são combinadas para criar uma **matriz de admitância nodal do sistema** inteiro.

4.1 A matriz de Admitância Nodal Primitiva

A matriz de admitância nodal primitiva corresponde a uma matriz de admitância nodal de um único elemento. No OpenDSS, o método utilizado para montagem dessa matriz depende do tipo de elemento que se deseja modelar. A título de exemplo, apresenta-se abaixo a construção da matriz de admitância nodal primitiva de uma linha trifásica à 4 fios, conforme a Figura 3.

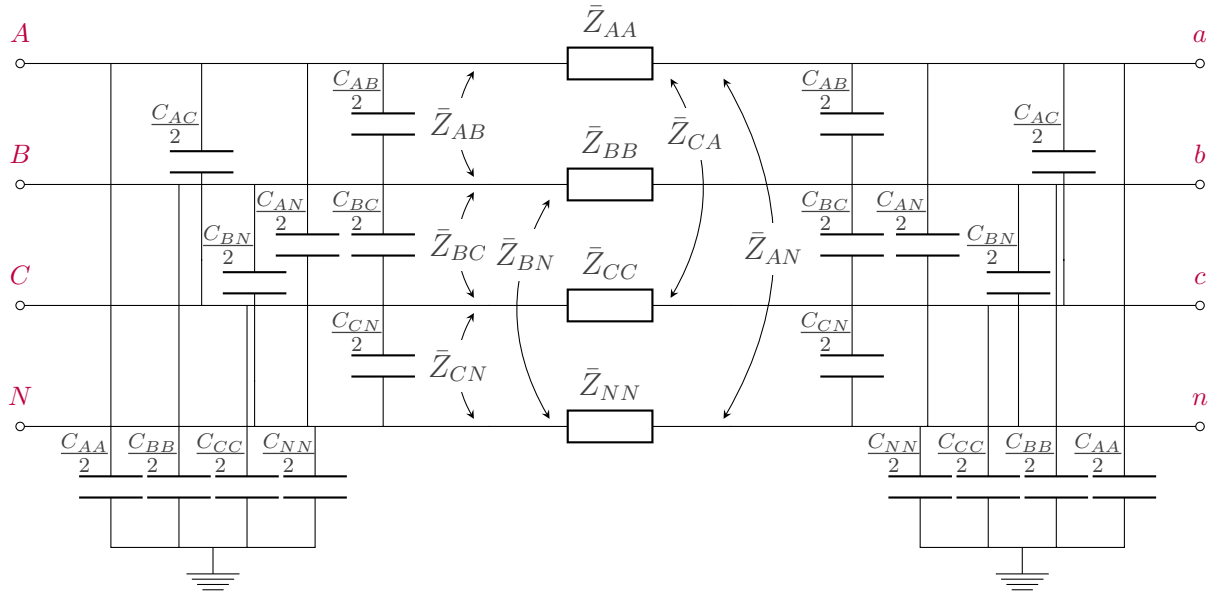


Figura 3: Modelo π de uma Linha Trifásica à 4 Fios

O primeiro passo consiste na desconsideração dos elementos shunt desse elemento, ou seja, considera-se, inicialmente, apenas as impedâncias série, conforme a Figura 4.

A partir da Figura 4, podemos escrever a matriz de impedância série dessa linha a partir da aplicação da segunda lei de Kirchhoff para cada um dos condutores dessa linha. Assim, podemos escrever, matricialmente, que:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{V}_A \\ \Delta \dot{V}_B \\ \Delta \dot{V}_C \\ \Delta \dot{V}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \\ \dot{V}_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{AA} & \bar{Z}_{AB} & \bar{Z}_{AC} & \bar{Z}_{AN} \\ \bar{Z}_{AB} & \bar{Z}_{BB} & \bar{Z}_{BC} & \bar{Z}_{BN} \\ \bar{Z}_{AC} & \bar{Z}_{BC} & \bar{Z}_{CC} & \bar{Z}_{CN} \\ \bar{Z}_{AN} & \bar{Z}_{BN} & \bar{Z}_{CN} & \bar{Z}_{NN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{i}_A \\ \dot{i}_B \\ \dot{i}_C \\ \dot{i}_N \end{bmatrix} \quad (4)$$

Ou, resumidamente,

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \\ \dot{V}_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Z}} \times \begin{bmatrix} \dot{i}_A \\ \dot{i}_B \\ \dot{i}_C \\ \dot{i}_N \end{bmatrix} \quad (5)$$

Sabemos que a matriz de admitância primitiva deve relacionar as tensões nodais desse elemento com as suas correntes injetadas, conforme a expressão (6) abaixo:

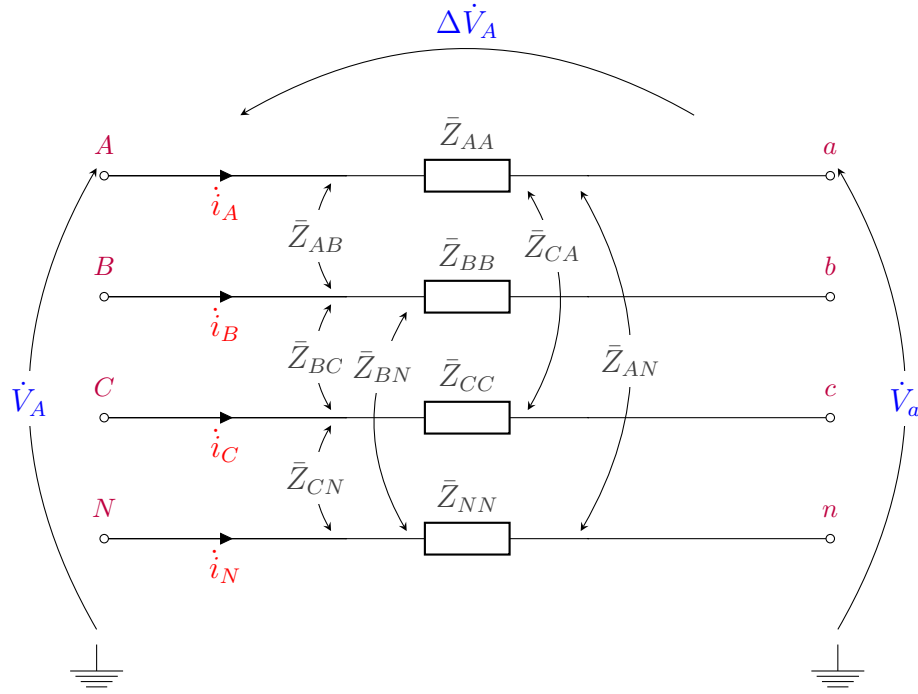


Figura 4: Impedâncias Série da Linha

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \\ \dot{I}_N \\ \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Y}}_{\text{prim}} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \\ \dot{V}_N \\ \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

Note que as correntes injetadas se relacionam com as correntes nos ramos desse elemento conforme a expressão (7), abaixo:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_A \\ \dot{i}_B \\ \dot{i}_C \\ \dot{i}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \\ \dot{I}_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

Além disso, isolando o vetor de correntes nos ramos de (5), podemos dizer que:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_A \\ \dot{i}_B \\ \dot{i}_C \\ \dot{i}_N \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}^{-1} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \\ \dot{V}_N \end{bmatrix} - \bar{\mathbf{Z}}^{-1} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

Assim, comparando as expressões (6), (7) e (8), pode-se encontrar que:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \\ \dot{I}_N \\ \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} & -\bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} \\ -\bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} & \bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} \end{bmatrix}_{8 \times 8} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \\ \dot{V}_N \\ \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ou seja,

$$\bar{\mathbf{Y}}_{\text{prim}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} & -\bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} \\ -\bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} & \bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} \end{bmatrix}_{8 \times 8} \quad (10)$$

Agora, ainda é necessário incluir os elementos shunt na matriz primitiva. Para isso, basta utilizar o método da inspeção, no qual, todos os elementos conectados a um nó i qualquer entram somando na admitância de entrada $\bar{\mathbf{Y}}_{ii}$ e todos os elementos conectados entre um nó i e um nó j entram subtraindo na admitância de transferência $\bar{\mathbf{Y}}_{ij}$. Assim, considere a matriz de capacitância nodal da linha em questão, dada por:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Onde,

$$C_{11} = C_{AA} + C_{AB} + C_{AC} + C_{AN} \quad (12)$$

$$C_{22} = C_{BB} + C_{AB} + C_{BC} + C_{BN} \quad (13)$$

$$C_{33} = C_{CC} + C_{AC} + C_{BC} + C_{CN} \quad (14)$$

$$C_{44} = C_{NN} + C_{AN} + C_{BN} + C_{CN} \quad (15)$$

$$C_{12} = C_{21} = -C_{AB} \quad (16)$$

$$C_{13} = C_{31} = -C_{AC} \quad (17)$$

$$C_{14} = C_{41} = -C_{AN} \quad (18)$$

$$C_{23} = C_{32} = -C_{BC} \quad (19)$$

$$C_{24} = C_{42} = -C_{BN} \quad (20)$$

$$C_{34} = C_{43} = -C_{CN} \quad (21)$$

Note que essa matriz é construída utilizando-se a regra acima, porém, ela inclui as capacitâncias da linha integralmente.

Lembrando que o modelo π divide as capacitâncias da linha pela metade e colocando cada metade em uma das extremidades, isto é, sem acoplamento capacitivo entre os nós dos terminais **ABCN** e **abcn**, essa matriz pode simplesmente ser adicionada às submatrizes 4×4 da diagonal principal da matriz $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{prim}}$ calculada até o momento. Assim, têm-se que:

$$\bar{\mathbf{Y}}_{\text{prim}} = \left[\begin{array}{c|c} \bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} + j \frac{w}{2} \times \mathbf{C}_{4 \times 4} & -\bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} \\ \hline -\bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} & \bar{\mathbf{z}}_{4 \times 4}^{-1} + j \frac{w}{2} \times \mathbf{C}_{4 \times 4} \end{array} \right]_{8 \times 8} \quad (22)$$

Onde $w = 2 \times \pi \times f$, sendo f a frequência de operação do sistema.

4.2 A matriz de Admitância Nodal do Sistema

Após a construção da matriz de admitância primitiva de todos os componentes elétricos da rede, o OpenDSS utiliza essas matrizes para construir a matriz de admitância nodal da rede completa, $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}}$. O método utilizado para construção dessa matriz se baseia na adição da matriz $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{prim}}$ de cada componente elétrico em um lugar específico de $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}}$, determinado pelos nós aos quais os terminais desses componentes se conectam. A montagem da matriz de admitância nodal acontece em um outro software chamado *KLUSolve*. O *KLUSolve* é uma biblioteca de funções relacionadas a matrizes complexas esparsas adaptado a sistemas elétricos de potência, [4]. Então, o OpenDSS é responsável por montar a matriz de admitância primitiva de cada elemento e repassá-las aos *KLUSolve* juntamente com a informação dos nós representados por cada linha e coluna dessas matrizes. Para ilustração do método, considere uma rede que contém três componentes, conforme a Figura 5.

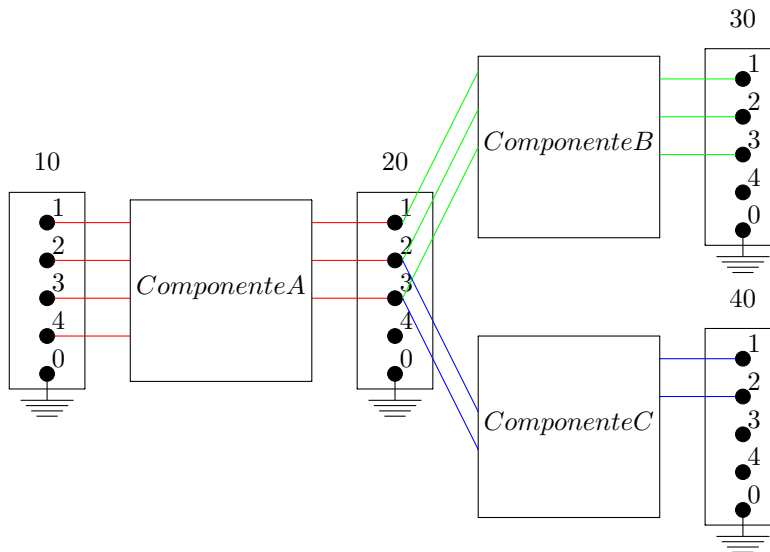


Figura 5: Rede Genérica com Três Componentes Elétricos

Cada um dos três componentes elétricos apresenta uma matriz de admitância primitiva, conforme apresentado abaixo:

• **Componente A:**

⇒ 1º Terminal com 4 condutores conectados à Barra 10 (nós 1, 2, 3 e 4);

⇒ 2º Terminal com 3 condutores conectados à Barra 20 (nós 1, 2 e 3);

⇒ Total de nós aos quais esse componente se conecta: 7;

Assim, a matriz de admitância primitiva desse componente pode ser escrita como:

$$\bar{Y}_{\text{prim}7 \times 7}^A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 10.1 & 10.2 & 10.3 & 10.4 & 20.1 & 20.2 & 20.3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 10.1 \\ 10.2 \\ 10.3 \\ 10.4 \\ 20.1 \\ 20.2 \\ 20.3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \bar{Y}_{a11} & \bar{Y}_{a12} & \bar{Y}_{a13} & \bar{Y}_{a14} & \bar{Y}_{a15} & \bar{Y}_{a16} & \bar{Y}_{a17} \\ \bar{Y}_{a21} & \bar{Y}_{a22} & \bar{Y}_{a23} & \bar{Y}_{a24} & \bar{Y}_{a25} & \bar{Y}_{a26} & \bar{Y}_{a27} \\ \bar{Y}_{a31} & \bar{Y}_{a32} & \bar{Y}_{a33} & \bar{Y}_{a34} & \bar{Y}_{a35} & \bar{Y}_{a36} & \bar{Y}_{a37} \\ \bar{Y}_{a41} & \bar{Y}_{a42} & \bar{Y}_{a43} & \bar{Y}_{a44} & \bar{Y}_{a45} & \bar{Y}_{a46} & \bar{Y}_{a47} \\ \bar{Y}_{a51} & \bar{Y}_{a52} & \bar{Y}_{a53} & \bar{Y}_{a54} & \bar{Y}_{a55} & \bar{Y}_{a56} & \bar{Y}_{a57} \\ \bar{Y}_{a61} & \bar{Y}_{a62} & \bar{Y}_{a63} & \bar{Y}_{a64} & \bar{Y}_{a65} & \bar{Y}_{a66} & \bar{Y}_{a67} \\ \bar{Y}_{a71} & \bar{Y}_{a72} & \bar{Y}_{a73} & \bar{Y}_{a74} & \bar{Y}_{a75} & \bar{Y}_{a76} & \bar{Y}_{a77} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (23)$$

• **Componente B:**

⇒ 1º Terminal com 3 condutores conectados à Barra 20 (nós 1, 2 e 3);

⇒ 2º Terminal com 3 condutores conectados à Barra 30 (nós 1, 2 e 3);

⇒ Total de nós aos quais esse componente se conecta: 6;

Assim, a matriz de admitância primitiva desse componente pode ser escrita como:

$$\bar{Y}_{\text{prim}6 \times 6}^B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 20.1 & 20.2 & 20.3 & 30.1 & 30.2 & 30.3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 20.1 \\ 20.2 \\ 20.3 \\ 30.1 \\ 30.2 \\ 30.3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \bar{Y}_{b11} & \bar{Y}_{b12} & \bar{Y}_{b13} & \bar{Y}_{b14} & \bar{Y}_{b15} & \bar{Y}_{b16} \\ \bar{Y}_{b21} & \bar{Y}_{b22} & \bar{Y}_{b23} & \bar{Y}_{b24} & \bar{Y}_{b25} & \bar{Y}_{b26} \\ \bar{Y}_{b31} & \bar{Y}_{b32} & \bar{Y}_{b33} & \bar{Y}_{b34} & \bar{Y}_{b35} & \bar{Y}_{b36} \\ \bar{Y}_{b41} & \bar{Y}_{b42} & \bar{Y}_{b43} & \bar{Y}_{b44} & \bar{Y}_{b45} & \bar{Y}_{b46} \\ \bar{Y}_{b51} & \bar{Y}_{b52} & \bar{Y}_{b53} & \bar{Y}_{b54} & \bar{Y}_{b55} & \bar{Y}_{b56} \\ \bar{Y}_{b61} & \bar{Y}_{b62} & \bar{Y}_{b63} & \bar{Y}_{b64} & \bar{Y}_{b65} & \bar{Y}_{b66} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (24)$$

• **Componente C:**

⇒ 1º Terminal com 2 condutores conectados à Barra 20 (nós 2 e 3);

⇒ 2º Terminal com 2 condutores conectados à Barra 40 (nós 1 e 2);

⇒ Total de nós aos quais esse componente se conecta: 4;

Assim, a matriz de admitância primitiva desse componente pode ser escrita como:

$$\bar{\mathbf{Y}}_{\text{prim}4 \times 4}^{\text{C}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 20.2 & 20.3 & 40.1 & 40.2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 20.2 \\ 20.3 \\ 40.1 \\ 40.2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \bar{Y}_{c11} & \bar{Y}_{c12} & \bar{Y}_{c13} & \bar{Y}_{c14} \\ \bar{Y}_{c21} & \bar{Y}_{c22} & \bar{Y}_{c23} & \bar{Y}_{c24} \\ \bar{Y}_{c31} & \bar{Y}_{c32} & \bar{Y}_{c33} & \bar{Y}_{c34} \\ \bar{Y}_{c41} & \bar{Y}_{c42} & \bar{Y}_{c43} & \bar{Y}_{c44} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (25)$$

Primeiramente, a matriz $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}}$ é inicializada como uma matriz nula, cuja dimensão depende da quantidade de nós presentes no sistema. Os nós do sistema são definidos a partir de todas as conexões de todos os componentes elétricos da rede. No exemplo em questão, há um total de 12 nós distintos: 4 nós da barra 10, 3 nós da barra 20, 3 nós da barra 30 e 2 nós da barra 40. Portanto, a matriz $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}}$ deve ser uma matriz 12×12 , conforme a matriz (26) abaixo:

$$\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}12 \times 12} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 10.1 & 10.2 & 10.3 & 10.4 & 20.1 & 20.2 & 20.3 & 30.1 & 30.2 & 30.3 & 40.1 & 40.2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 10.1 \\ 10.2 \\ 10.3 \\ 10.4 \\ 20.1 \\ 20.2 \\ 20.3 \\ 30.1 \\ 30.2 \\ 30.3 \\ 40.1 \\ 40.2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (26)$$

Em seguida, as matrizes primitivas de cada elemento são incluídas na matriz $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}}$. Para isso, são utilizadas as informações das conexões dos terminais desse elemento com as barras/nós da rede. Inicia-se o processo, por exemplo, com o componente A. Deve-se notar que ele se conecta aos nós 10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 20.1, 20.2 e 20.3 do sistema. Assim, esse componente influencia a matriz de admitância nodal do sistema do seguinte modo:

$$\begin{matrix}
 & \begin{matrix} 10.1 & 10.2 & 10.3 & 10.4 & 20.1 & 20.2 & 20.3 & 30.1 & 30.2 & 30.3 & 40.1 & 40.2 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 10.1 \\ 10.2 \\ 10.3 \\ 10.4 \\ 20.1 \\ 20.2 \\ 20.3 \\ 30.1 \\ 30.2 \\ 30.3 \\ 40.1 \\ 40.2 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccccccccccccc}
 \bar{Y}_{a11} & \bar{Y}_{a12} & \bar{Y}_{a13} & \bar{Y}_{a14} & \bar{Y}_{a15} & \bar{Y}_{a16} & \bar{Y}_{a17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a21} & \bar{Y}_{a22} & \bar{Y}_{a23} & \bar{Y}_{a24} & \bar{Y}_{a25} & \bar{Y}_{a26} & \bar{Y}_{a27} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a31} & \bar{Y}_{a32} & \bar{Y}_{a33} & \bar{Y}_{a34} & \bar{Y}_{a35} & \bar{Y}_{a36} & \bar{Y}_{a37} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a41} & \bar{Y}_{a42} & \bar{Y}_{a43} & \bar{Y}_{a44} & \bar{Y}_{a45} & \bar{Y}_{a46} & \bar{Y}_{a47} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a51} & \bar{Y}_{a52} & \bar{Y}_{a53} & \bar{Y}_{a54} & \bar{Y}_{a55} & \bar{Y}_{a56} & \bar{Y}_{a57} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a61} & \bar{Y}_{a62} & \bar{Y}_{a63} & \bar{Y}_{a64} & \bar{Y}_{a65} & \bar{Y}_{a66} & \bar{Y}_{a67} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a71} & \bar{Y}_{a72} & \bar{Y}_{a73} & \bar{Y}_{a74} & \bar{Y}_{a75} & \bar{Y}_{a76} & \bar{Y}_{a77} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right]
 \end{matrix} \quad (27)$$

Agora, adicionando-se o componente B na matriz \bar{Y}_{system} , tem-se:

$$\begin{matrix}
 & \begin{matrix} 10.1 & 10.2 & 10.3 & 10.4 & 20.1 & 20.2 & 20.3 & 30.1 & 30.2 & 30.3 & 40.1 & 40.2 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 10.1 \\ 10.2 \\ 10.3 \\ 10.4 \\ 20.1 \\ 20.2 \\ 20.3 \\ 30.1 \\ 30.2 \\ 30.3 \\ 40.1 \\ 40.2 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccccccccccccc}
 \bar{Y}_{a11} & \bar{Y}_{a12} & \bar{Y}_{a13} & \bar{Y}_{a14} & \bar{Y}_{a15} & \bar{Y}_{a16} & \bar{Y}_{a17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a21} & \bar{Y}_{a22} & \bar{Y}_{a23} & \bar{Y}_{a24} & \bar{Y}_{a25} & \bar{Y}_{a26} & \bar{Y}_{a27} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a31} & \bar{Y}_{a32} & \bar{Y}_{a33} & \bar{Y}_{a34} & \bar{Y}_{a35} & \bar{Y}_{a36} & \bar{Y}_{a37} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a41} & \bar{Y}_{a42} & \bar{Y}_{a43} & \bar{Y}_{a44} & \bar{Y}_{a45} & \bar{Y}_{a46} & \bar{Y}_{a47} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a51} & \bar{Y}_{a52} & \bar{Y}_{a53} & \bar{Y}_{a54} & \bar{Y}_{a55} + \bar{Y}_{b11} & \bar{Y}_{a56} + \bar{Y}_{b12} & \bar{Y}_{a57} + \bar{Y}_{b13} & \bar{Y}_{b14} & \bar{Y}_{b15} & \bar{Y}_{b16} & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a61} & \bar{Y}_{a62} & \bar{Y}_{a63} & \bar{Y}_{a64} & \bar{Y}_{a65} + \bar{Y}_{b21} & \bar{Y}_{a66} + \bar{Y}_{b22} & \bar{Y}_{a67} + \bar{Y}_{b23} & \bar{Y}_{b24} & \bar{Y}_{b25} & \bar{Y}_{b26} & 0 & 0 \\
 \bar{Y}_{a71} & \bar{Y}_{a72} & \bar{Y}_{a73} & \bar{Y}_{a74} & \bar{Y}_{a75} + \bar{Y}_{b31} & \bar{Y}_{a76} + \bar{Y}_{b32} & \bar{Y}_{a77} + \bar{Y}_{b33} & \bar{Y}_{b34} & \bar{Y}_{b35} & \bar{Y}_{b36} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Y}_{b41} & \bar{Y}_{b42} & \bar{Y}_{b43} & \bar{Y}_{b44} & \bar{Y}_{b45} & \bar{Y}_{b46} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Y}_{b51} & \bar{Y}_{b52} & \bar{Y}_{b53} & \bar{Y}_{b54} & \bar{Y}_{b55} & \bar{Y}_{b56} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Y}_{b61} & \bar{Y}_{b62} & \bar{Y}_{b63} & \bar{Y}_{b64} & \bar{Y}_{b65} & \bar{Y}_{b66} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right]
 \end{matrix} \quad (28)$$

Por fim, adicionando-se o componente C na matriz \bar{Y}_{system} , tem-se:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccccccccccc}
 & 10.1 & 10.2 & 10.3 & 10.4 & \parallel & 20.1 & & 20.2 & & 20.3 & \parallel & 30.1 & 30.2 & 30.3 & \parallel & 40.1 & 40.2 \\
 10.1 & \bar{Y}_{a11} & \bar{Y}_{a12} & \bar{Y}_{a13} & \bar{Y}_{a14} & \parallel & \bar{Y}_{a15} & & \bar{Y}_{a16} & & \bar{Y}_{a17} & \parallel & 0 & 0 & 0 & \parallel & 0 & 0 \\
 10.2 & \bar{Y}_{a21} & \bar{Y}_{a22} & \bar{Y}_{a23} & \bar{Y}_{a24} & \parallel & \bar{Y}_{a25} & & \bar{Y}_{a26} & & \bar{Y}_{a27} & \parallel & 0 & 0 & 0 & \parallel & 0 & 0 \\
 10.3 & \bar{Y}_{a31} & \bar{Y}_{a32} & \bar{Y}_{a33} & \bar{Y}_{a34} & \parallel & \bar{Y}_{a35} & & \bar{Y}_{a36} & & \bar{Y}_{a37} & \parallel & 0 & 0 & 0 & \parallel & 0 & 0 \\
 10.4 & \bar{Y}_{a41} & \bar{Y}_{a42} & \bar{Y}_{a43} & \bar{Y}_{a44} & \parallel & \bar{Y}_{a45} & & \bar{Y}_{a46} & & \bar{Y}_{a47} & \parallel & 0 & 0 & 0 & \parallel & 0 & 0 \\
 20.1 & \bar{Y}_{a51} & \bar{Y}_{a52} & \bar{Y}_{a53} & \bar{Y}_{a54} & \parallel & \bar{Y}_{a55} + \bar{Y}_{b11} & & \bar{Y}_{a56} + \bar{Y}_{b12} & & \bar{Y}_{a57} + \bar{Y}_{b13} & \parallel & \bar{Y}_{b14} & \bar{Y}_{b15} & \bar{Y}_{b16} & \parallel & 0 & 0 \\
 20.2 & \bar{Y}_{a61} & \bar{Y}_{a62} & \bar{Y}_{a63} & \bar{Y}_{a64} & \parallel & \bar{Y}_{a65} + \bar{Y}_{b21} & & \bar{Y}_{a66} + \bar{Y}_{b22} + \bar{Y}_{c11} & & \bar{Y}_{a67} + \bar{Y}_{b23} + \bar{Y}_{c12} & \parallel & \bar{Y}_{b24} & \bar{Y}_{b25} & \bar{Y}_{b26} & \parallel & \bar{Y}_{c13} & \bar{Y}_{c14} \\
 20.3 & \bar{Y}_{a71} & \bar{Y}_{a72} & \bar{Y}_{a73} & \bar{Y}_{a74} & \parallel & \bar{Y}_{a75} + \bar{Y}_{b31} & & \bar{Y}_{a76} + \bar{Y}_{b32} + \bar{Y}_{c21} & & \bar{Y}_{a77} + \bar{Y}_{b33} + \bar{Y}_{c22} & \parallel & \bar{Y}_{b34} & \bar{Y}_{b35} & \bar{Y}_{b36} & \parallel & \bar{Y}_{c23} & \bar{Y}_{c24} \\
 30.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \parallel & \bar{Y}_{b41} & & \bar{Y}_{b42} & & \bar{Y}_{b43} & \parallel & \bar{Y}_{b44} & \bar{Y}_{b45} & \bar{Y}_{b46} & \parallel & 0 & 0 \\
 30.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \parallel & \bar{Y}_{b51} & & \bar{Y}_{b52} & & \bar{Y}_{b53} & \parallel & \bar{Y}_{b54} & \bar{Y}_{b55} & \bar{Y}_{b56} & \parallel & 0 & 0 \\
 30.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \parallel & \bar{Y}_{b61} & & \bar{Y}_{b62} & & \bar{Y}_{b63} & \parallel & \bar{Y}_{b64} & \bar{Y}_{b65} & \bar{Y}_{b66} & \parallel & 0 & 0 \\
 40.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \parallel & 0 & & \bar{Y}_{c31} & & \bar{Y}_{c32} & \parallel & 0 & 0 & 0 & \parallel & \bar{Y}_{c33} & \bar{Y}_{c34} \\
 40.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \parallel & 0 & & \bar{Y}_{c41} & & \bar{Y}_{c42} & \parallel & 0 & 0 & 0 & \parallel & \bar{Y}_{c43} & \bar{Y}_{c44}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad (29)$$

A matriz de admitância nodal do sistema sempre é mantida constante durante a solução de um fluxo de potência. Porém, em determinados modos de solução do OpenDSS, a rede pode ter o seu estado alterado, por exemplo, pela atuação de algum elemento de controle, como um relé dando *trip* ou uma abertura “manual” de uma chave através do comando “*Open*”. Nesses casos, a matriz de admitância nodal é refatorada e atualizada antes da próxima solução, o que já nos leva a concluir que a simulação tende a ficar mais lenta quanto maior a quantidade/atuação dos elementos de controle presentes no sistema.

5 O Fluxo de Potência no OpenDSS

O OpenDSS possui dois algoritmos para solução do fluxo de potência, sendo um chamado de *Normal* e o outro chamado de *Newton* (apesar do nome, não é igual ao método de *Newton Raphson* clássico). Para condições de operação sensíveis, nas quais o método *Normal* possa não convergir, recomenda-se a utilização do método de Newton, que é mais lento, porém mais robusto [2]. Por ser o método de solução padrão *software*, apenas o algoritmo *Normal* será abordado nessa nota técnica.

Os elementos do OpenDSS são divididos em grupos. Por exemplo, há elementos de controle, como o *CapControl*, os religadores e fusíveis, elementos gerais, como o *LineCode* e o *WireData*, elementos de conversão de energia (*Power Conversion Elements* ou *PC*), como geradores, cargas e armazenadores de energia, e elementos de entrega de energia (*Power Delivery Elements* ou *PD*), como linhas e transformadores. Desses componentes, de fato, apenas os PDs e os PCs, além das fontes de tensão e corrente, são componentes elétricos, isto é, são incluídos diretamente na formulação do fluxo de potência. Em geral, os PCs e as fontes são elementos externos à rede, responsáveis por injetar corrente na mesma. Os PDs são completamente modelados pela sua matriz de admitância nodal primitiva. Alguns PCs podem apresentar característica não linear. Esse é o caso de cargas modeladas como

potência constante, por exemplo. O OpenDSS trata a não linearidade desses elementos através da chamada **corrente de compensação**.

5.1 A corrente de compensação

Pela simplicidade, suponha uma carga monofásica não linear conectada a uma rede qualquer através do nó 1, figura 6. Sabe-se que a corrente absorvida por essa carga é função da tensão aplicada em seus terminais, isto é, $\dot{I}_{term} = f(\dot{V}_1)$.

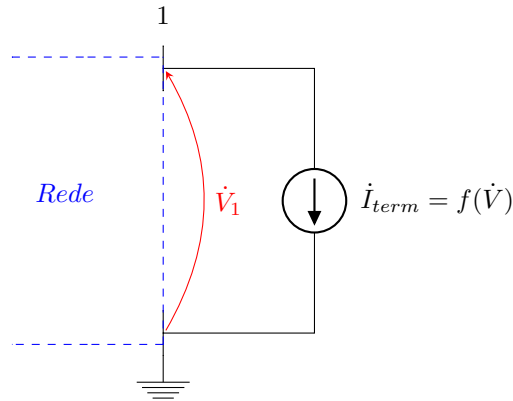


Figura 6: Carga monofásica não linear

Ao invés de considerar $-\dot{I}_{term}$, não linear, como corrente injetada na rede, o OpenDSS converte a carga para um Norton Equivalente, Figura 7, sendo a admitância \bar{Y}_{linear} , linear e constante, calculada com base na condição de tensão nominal da carga. Essa admitância é incluída na matriz de admitância nodal da rede, \bar{Y}_{system} , conforme a figura 8. Em outras palavras, é como se a parcela linear da carga passasse a ser um componente passivo da rede.

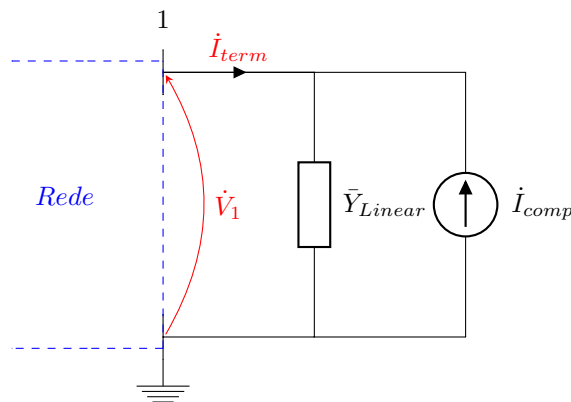


Figura 7: Carga monofásica não linear representada por um Norton Equivalente

A corrente de compensação, \dot{I}_{comp} , como o próprio nome sugere, é responsável por incluir a não linearidade da verdadeira corrente, \dot{I}_{term} , absorvida pela carga. Ela é uma fonte de corrente que é injetada na rede. Matematicamente, pode-se dizer que:

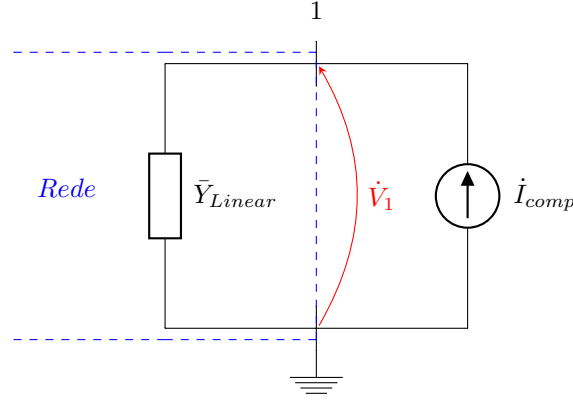


Figura 8: Carga monofásica com a sua parcela linear representada como parte da rede

$$\dot{I}_{comp} = \dot{V}_1 \times \bar{Y}_{linear} - \dot{I}_{term} \quad (30)$$

Na prática, a parte linear dos elementos de conversão de energia também são modeladas como uma matriz de admitância nodal primitiva, que é adicionada à matriz \bar{Y}_{system} . Por exemplo, considere uma carga trifásica equilibrada conectada em estrela isolada na barra A, figura 9.

Note que, como a carga é equilibrada, a parte linear é idêntica para todas as fases, e igual a \bar{Y}_{linear} . Olhando unicamente para a parte linear desse elemento e, utilizando o método da inspeção, a seguinte matriz de admitância nodal primitiva é encontrada:

$$\bar{Y}_{prim_{4 \times 4}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} A.1 & A.2 & A.3 & A.4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A.1 \\ A.2 \\ A.3 \\ A.4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \bar{Y}_{linear} & 0 & 0 & -\bar{Y}_{linear} \\ 0 & \bar{Y}_{linear} & 0 & -\bar{Y}_{linear} \\ 0 & 0 & \bar{Y}_{linear} & -\bar{Y}_{linear} \\ -\bar{Y}_{linear} & -\bar{Y}_{linear} & -\bar{Y}_{linear} & 3 \times \bar{Y}_{linear} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (31)$$

Assim, para uma dada iteração k do processo numérico de solução do fluxo de potência, a parte linear da corrente da corrente absorvida por essa carga é dada por:

$$\dot{\mathbf{I}}_{linear_{4 \times 1}}^{(k)} = \bar{Y}_{prim_{4 \times 4}} \times \dot{\mathbf{V}}_{term_{4 \times 1}}^{(k)} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{linear1}^{(k)} \\ \dot{I}_{linear2}^{(k)} \\ \dot{I}_{linear3}^{(k)} \\ \dot{I}_{linear4}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{linear} & 0 & 0 & -\bar{Y}_{linear} \\ 0 & \bar{Y}_{linear} & 0 & -\bar{Y}_{linear} \\ 0 & 0 & \bar{Y}_{linear} & -\bar{Y}_{linear} \\ -\bar{Y}_{linear} & -\bar{Y}_{linear} & -\bar{Y}_{linear} & 3 \times \bar{Y}_{linear} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_1^{(k)} \\ \dot{V}_2^{(k)} \\ \dot{V}_3^{(k)} \\ \dot{V}_4^{(k)} \end{bmatrix} \quad (33)$$

A parte não linear é calculada individualmente para cada fase, de acordo com o modelo de carga definido e de acordo com a tensão que cai sobre cada elemento (por exemplo, a tensão sobre o elemento

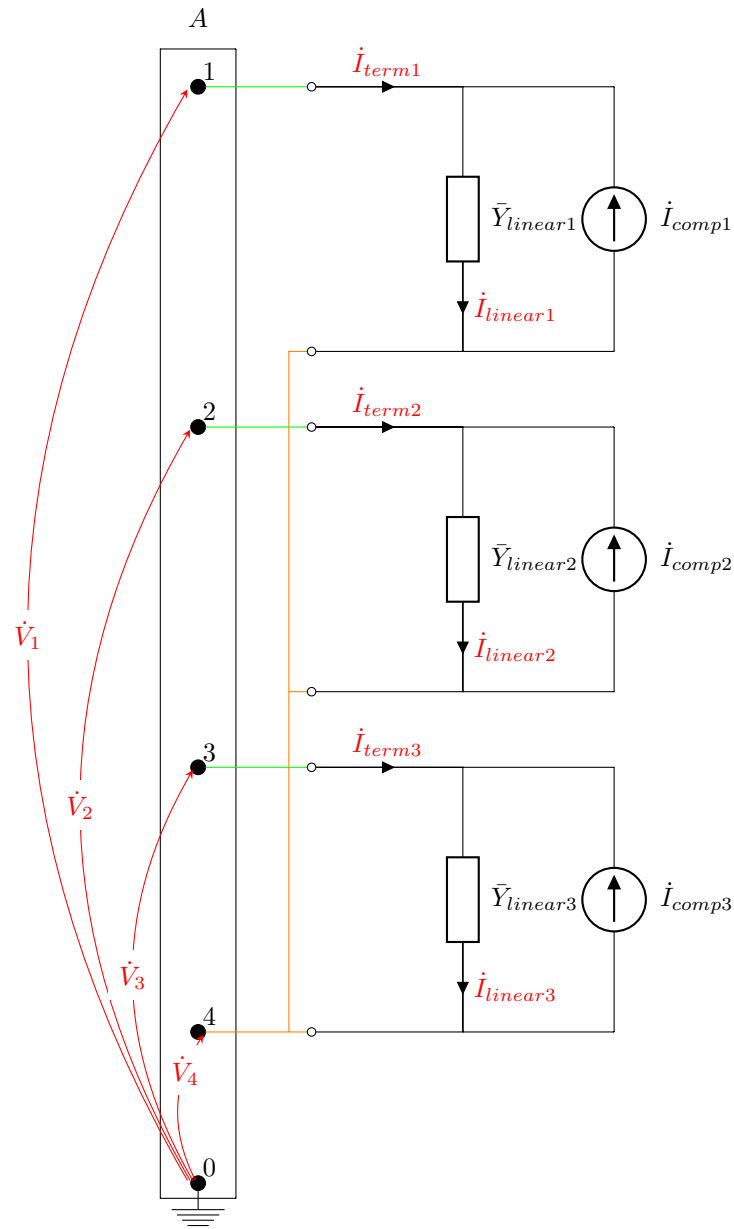


Figura 9: Carga trifásica equilibrada representada como um norton equivalente

conectado à fase A.1 é $\dot{V}_1 - \dot{V}_4$). A parte não linear da corrente absorvida pelo nó 4 corresponde à soma, com o sinal oposto, das correntes absorvidas em cada fase.

$$\dot{\mathbf{i}}_{\text{term}}^{(k)} = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{V}}^k) \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{term_1}^{(k)} \\ \dot{I}_{term_2}^{(k)} \\ \dot{I}_{term_3}^{(k)} \\ \dot{I}_{term_4}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f\left(\dot{V}_1^{(k)} - \dot{V}_4^{(k)}\right) \\ f\left(\dot{V}_2^{(k)} - \dot{V}_4^{(k)}\right) \\ f\left(\dot{V}_3^{(k)} - \dot{V}_4^{(k)}\right) \\ -\sum_{i=1}^3 \dot{I}_{term_i}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Por fim, a corrente de compensação, injetada em cada nó da barra A, em um dada iteração k , é calculada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{comp_1}^{(k)} \\ \dot{I}_{comp_2}^{(k)} \\ \dot{I}_{comp_3}^{(k)} \\ \dot{I}_{comp_4}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{linear_1}^{(k)} \\ \dot{I}_{linear_2}^{(k)} \\ \dot{I}_{linear_3}^{(k)} \\ \dot{I}_{linear_4}^{(k)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{I}_{term_1}^{(k)} \\ \dot{I}_{term_2}^{(k)} \\ \dot{I}_{term_3}^{(k)} \\ \dot{I}_{term_4}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (36)$$

5.2 O Algoritmo de Fluxo de Potência do OpenDSS

Todos os outros elementos de conversão de energia que não possuem uma característica não linear são convertidos para um Norton Equivalente, cuja impedância paralelo também é incluída na matriz de admitância nodal do sistema. A figura 10 ilustra essa ideia.

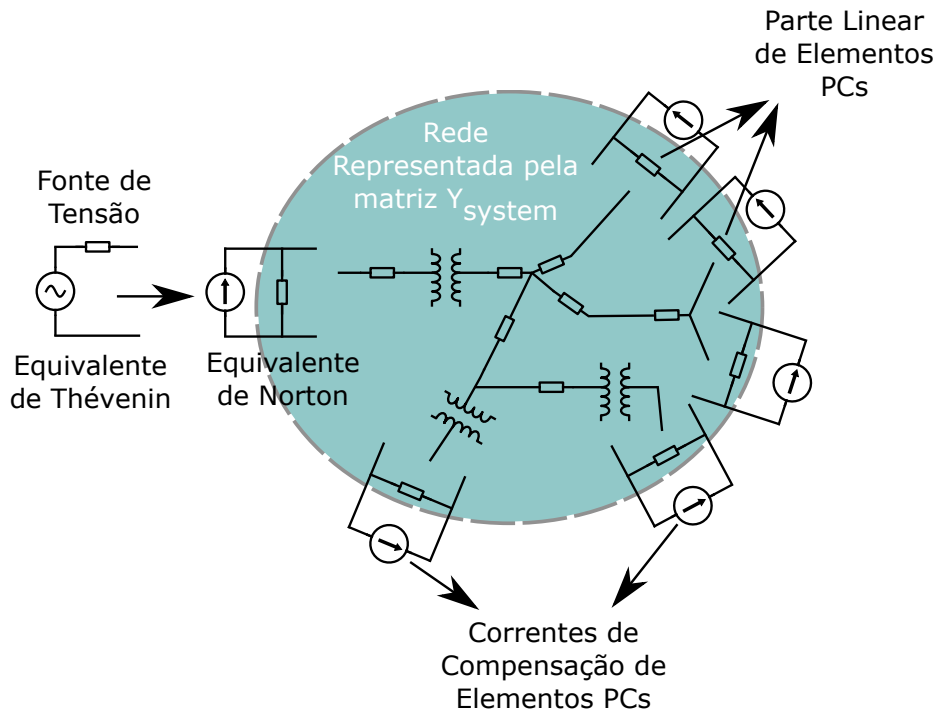


Figura 10: Ilustração de como o OpenDSS interpreta uma rede

Uma vez que o circuito foi completamente modelado e conectado, o passo seguinte é a solução do fluxo de potência em si. O método de solução do fluxo de potência *Normal* do OpenDSS emprega um simples método do ponto fixo iterativo na maioria das análises que pode realizar. De acordo com [2], esse método é suficientemente robusto para a maioria dos sistemas de distribuição. Esse método exige que o chute inicial das tensões no sistema seja próximo da solução final. Isso normalmente não é um problema para simulações temporais, dado que a solução em um dado passo de tempo costuma ser um ótimo chute inicial para o processo iterativo no passo de tempo seguinte. Em sistemas de distribuição, a convergência é tipicamente alcançada em 4 a 10 iterações para o fluxo de potência inicial e 2 a 3 iterações para as soluções subsequentes [3] em um fluxo de potência temporal, ou seja, a dificuldade se encontra mesmo no chute inicial no primeiro passo de tempo.

Ao todo há 4 etapas no processo iterativo. Cada uma delas é detalhada abaixo:

- **Passo 1: Chute Inicial**

Um bom chute inicial consiste em realizar uma solução direta da matriz de admitância nodal, $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}}$, considerando que a corrente de compensação é nula para todos os elementos PC, isto é, apenas as correntes injetadas por fontes, ou seja, constantes, são levadas em conta.

- **Passo 2: Cálculo das correntes injetadas (correntes de compensação) por cada elemento PC**

O OpenDSS vai em cada elemento PC e calcula a corrente de compensação injetada por cada um desses elementos de acordo com o processo exemplificado na seção 5.1. Assim, todas as correntes injetadas na rede são organizadas no vetor de correntes injetadas $\dot{\mathbf{I}}_{\text{inj}}$.

- **Passo 3: Solução para um novo vetor de tensões nodais $\dot{\mathbf{V}}_{\text{nodal}}$**

Com o vetor de correntes injetadas atualizado, uma nova solução do sistema $\dot{\mathbf{V}}_{\text{nodal}} = [\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}}]^{-1} \times \dot{\mathbf{I}}_{\text{inj}}$ é calculada através do *KLUSolve*.

- **Passo 4: Teste de convergência**

Nesse passo, é verificado se o sistema convergiu ou não. Caso afirmativo, o processo iterativo acaba aqui. Caso contrário, os passos 2 e 3 são repetidos até que o sistema convirja ou até que a quantidade máxima de iterações permitida seja excedida. O critério de convergência no OpenDSS depende da existência ou não de uma tensão de base para a barra em questão. Quando uma tensão de base para uma dada barra à qual o nó i pertence é especificada, essa tensão de base, $\dot{V}_{\text{base}i}$, é utilizada. Quando uma tensão de base não é especificada, o cálculo do erro se baseia na tensão nodal calculada na última iteração $|\dot{V}_i^{(k)}|$, o que torna mais difícil a convergência do processo quando o sistema apresenta nós em que a tensão é relativamente baixa, como em nós de neutro em sistemas não aterrados. Por esse motivo, sempre que possível, é útil definir uma tensão de base para todas as barras do sistema. Outra solução é simplesmente aumentar a tolerância utilizada.

Então, para uma dado nó i :

$$erro_i^{(k)} = \begin{cases} \frac{||\dot{V}_i^{(k)}| - |\dot{V}_i^{(k-1)}||}{V_{base_i}}, & \text{se a barra a qual o nó } i \text{ pertence possui } V_{base} \\ \frac{||\dot{V}_i^{(k)}| - |\dot{V}_i^{(k-1)}||}{|\dot{V}_i^{(k)}|}, & \text{senão} \end{cases}$$

Em qualquer um dos casos, por *default*, o algoritmo de solução do fluxo de potência converge quando $erro_i < 0,0001 \forall i$.

O diagrama de blocos da Figura 11 apresenta esse algoritmo.

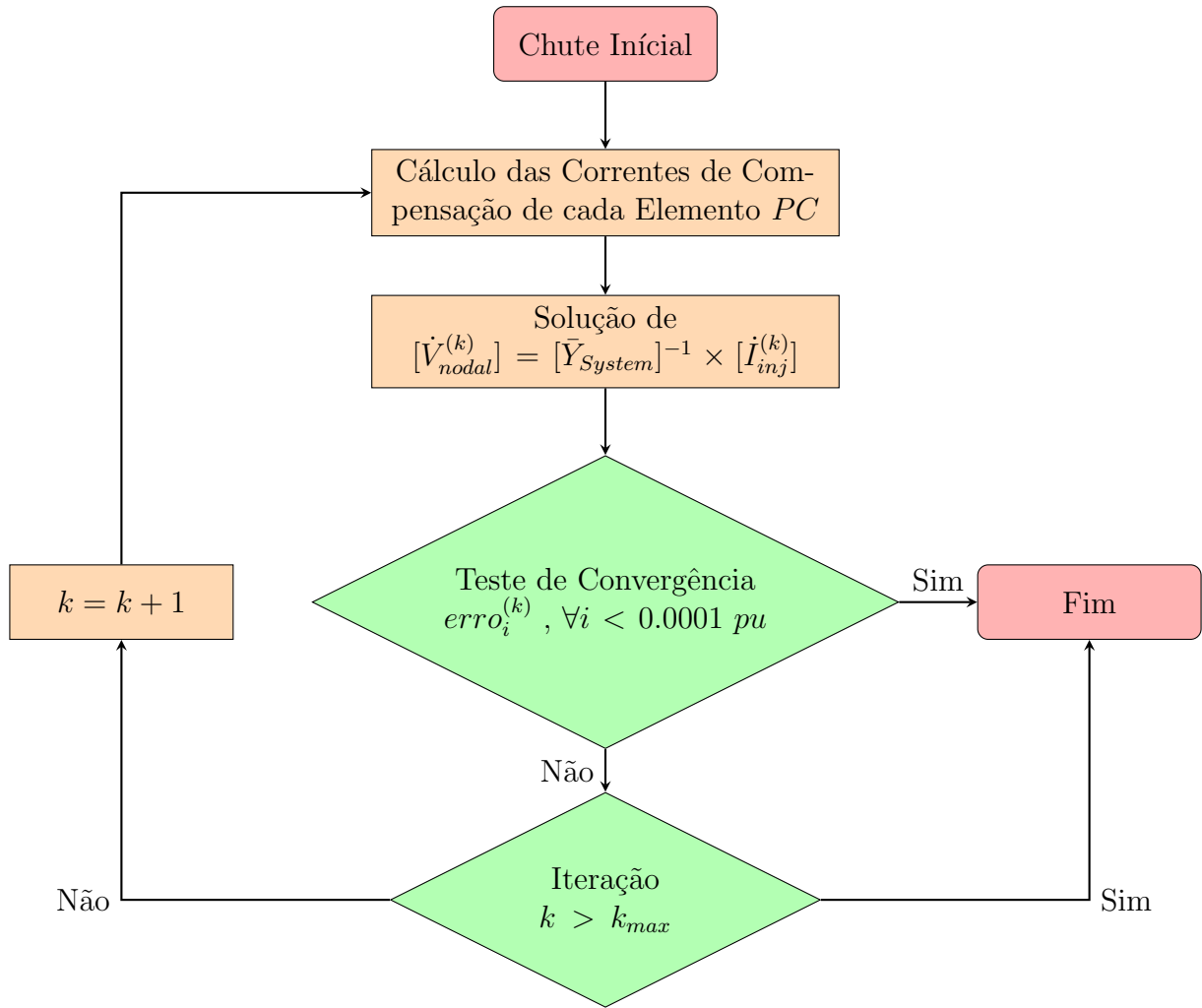


Figura 11: Diagrama de Blocos do Algoritmo de Solução do Fluxo de Potência

5.3 Exemplo Numérico

Para a aplicação do método descrito nas seções anteriores, consideremos um circuito elétrico simples, constituído de uma fonte, uma linha e uma carga, todas monofásicas, conforme Figura 12. Considere os seguintes dados para cada um dos elementos desse circuito:

- Fonte:
 - Tensão Nominal: $V_n = 220 \text{ V}$
 - Impedância Equivalente de Thévenin: $\bar{Z}_{th} = \frac{0.2 + j \times 0.4}{2} \Omega$
- Linha:
 - Impedância Série: $\bar{Z}_s = \frac{0.2 + j \times 0.4}{2} \Omega$
 - Capacitância Shunt: desprezível
- Carga:
 - Potência Aparente: $|S_n| = 9000 \text{ W}$
 - Fator de Potência: $fp = 0.9 \text{ indutivo}$
 - Modelo de Carga: potência constante

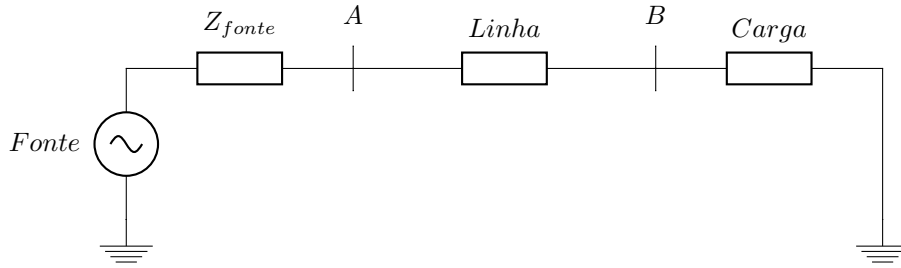


Figura 12: Circuito com uma fonte, uma linha e uma carga monofásica para aplicação do algoritmo de solução de Fluxo de Potência do OpenDSS

Antes de iniciar o algoritmo de fluxo de potência em si, precisamos encontrar a matriz de admitância nodal desse circuito. A Figura 13 apresenta como o OpenDSS enxerga esse circuito.

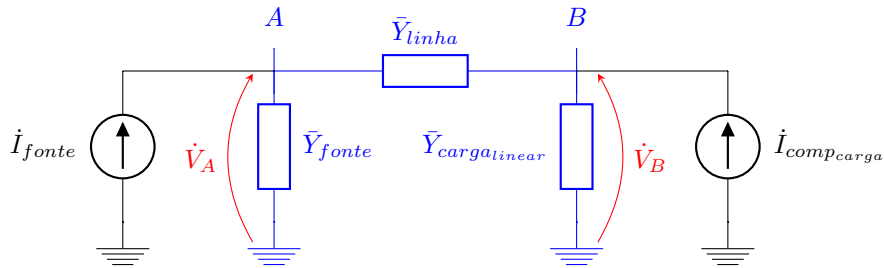


Figura 13: Representação de como o OpenDSS modela o circuito utilizado

Onde

- $\dot{I}_{fonte} = \frac{220 \angle 0^\circ}{\bar{Z}_{th}} = 983.8699 \angle -63.4349488^\circ \text{ A}$, assumindo que $\theta_{fonte} = 0^\circ$
- $\bar{Y}_{fonte} = \frac{1}{\bar{Z}_{th}} = 2 - j \times 4 \text{ S}$

- $\bar{Y}_{linha} = \frac{1}{\bar{Z}_s} = 2 - j \times 4 \text{ S}$
- $\bar{Y}_{carga_{linear}} = \frac{\bar{S}_n^*}{V_n^2} = \frac{|\bar{S}_n| \angle -\arccos(fp)}{V_n^2} = 0.16736 - j \times 0.08105 \text{ S}$

E a corrente de compensação é calculada através de

$$\dot{I}_{comp_{carga}}^{(k)} = \bar{Y}_{carga_{linear}} \times \dot{V}_B^{(k-1)} - \dot{I}_{term}^{(k)} \quad (37)$$

Sendo que a corrente no terminal da carga, \dot{I}_{term} , depende do modelo adotado.

Aplicando o método da inspeção, a matriz de admitância nodal desse circuito é dada de acordo com 38.

$$\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}_{2 \times 2}} = \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \left[\begin{array}{c|c} \bar{Y}_{fonte}^A + \bar{Y}_{linha} & -\bar{Y}_{linha}^B \\ \hline -\bar{Y}_{linha} & \bar{Y}_{carga_{linear}} + \bar{Y}_{linha} \end{array} \right] \quad (38)$$

Substituindo os valores,

$$\bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}_{2 \times 2}} = \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \left[\begin{array}{c|c} 8.94427 \angle -63.4349488^\circ & 4.47214 \angle 116.565^\circ \\ \hline 4.47214 \angle 116.565^\circ & 4.62087 \angle -62.028^\circ \end{array} \right] \quad (39)$$

O sistema de equações que descreve esse circuito, Equação 2, pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{fonte} \\ \dot{I}_{comp_{carga}} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}_{2 \times 2}} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \end{bmatrix} \quad (40)$$

Agora, os passos descritos no diagrama de blocos da Figura 11 serão seguidos:

• **Passo 1: Chute Inicial**

Desprezando a corrente de compensação da carga, realiza-se uma solução direta do seguinte sistema.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_A^{(0)} \\ \dot{V}_B^{(0)} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}_{2 \times 2}}^{-1} \times \begin{bmatrix} 983.8699101 \angle -63.4349488^\circ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Portanto,

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_A^{(0)} \\ \dot{V}_B^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 213.0230161 \angle -1.3182387^\circ \\ 206.1663921 \angle -2.7249474^\circ \end{bmatrix} V \quad (42)$$

Assim, o chute inicial de tensão para o processo iterativo é definido.

- **Passo 2 (Iteração $k = 1$): Cálculo das correntes injetadas (correntes de compensação) por cada elemento PC**

A corrente de compensação é dada de acordo com a Equação 37:

$$\dot{I}_{comp\,carga}^{(1)} = 38.3367258 \angle -28.5668802^\circ - \dot{I}_{term}^{(1)} \quad (43)$$

Como a carga foi modelada por uma potência constante, \dot{I}_{term} , conforme visto em [1], é dado por

$$\dot{I}_{term}^{(k)} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}_B^{(k-1)}} \quad (44)$$

Portanto, no chute inicial,

$$\dot{I}_{term}^{(1)} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}_B^{*(0)}} = \frac{|\bar{S}_n| \angle -\arccos(fp)}{\dot{V}_B^{*(0)}} = \frac{9000 \angle -\arccos(0.9)}{206.1663921 \angle 2.7249474^\circ} = 43.6540598 \angle -28.5668802^\circ \text{ A} \quad (45)$$

Assim,

$$\dot{I}_{comp\,carga}^{(1)} = 38.3367258 \angle -28.5668802^\circ - 43.6540598 \angle -28.5668802^\circ = 5.3173340 \angle 151.4331198^\circ \text{ A} \quad (46)$$

Observação 1: Note que a tensão aplicada à carga no chute inicial é igual a $\frac{|\dot{V}_B^{(0)}|}{V_n} = \frac{206.1664}{220} = 0.937 \text{ pu}$, que é menor que o valor *default* de *vminpu* (0.95 pu), assim, na prática, o modelo dessa carga seria convertido para uma impedância constante nessa iteração e a corrente injetada obedeceria uma equação correspondente a esse modelo, conforme análise feita em [1]. Porém, como esse exemplo é ilustrativo, vamos assumir que a carga apresenta uma potência constante para qualquer tensão aplicada à ela.

- **Passo 3 (Iteração $k = 1$): Solução para um novo vetor de tensões nodais \dot{V}_{nodal}**

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_A^{(1)} \\ \dot{V}_B^{(1)} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}2 \times 2}^{-1} \times \begin{bmatrix} 983.8699101 \angle -63.4349488^\circ \\ 5.3173340 \angle 151.4331198^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 212.0943523 \angle -1.4842031^\circ \\ 204.3419806 \angle -3.0821640^\circ \end{bmatrix} \text{ V} \quad (47)$$

- **Passo 4 (Iteração $k = 1$): Teste de Convergência**

Assumindo que tenha sido assumida a tensão de base de 220 V,

$$erro_A^{(1)} = \frac{|\dot{V}_A^{(1)}| - |\dot{V}_A^{(0)}|}{220} = 0.0042212 \text{ pu} \quad (48)$$

$$erro_B^{(1)} = \frac{|\dot{V}_B^{(1)}| - |\dot{V}_B^{(0)}|}{220} = 0.0082928 \text{ pu} \quad (49)$$

- **Passo 2 (Iteração $k = 2$): Cálculo das correntes injetadas (correntes de compensação) por cada elemento PC**

$$\dot{I}_{term}^{(2)} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}_B^{*(1)}} = \frac{|\bar{S}_n| \angle -\arccos(fp)}{\dot{V}_B^{*(1)}} = \frac{9000 \angle -\arccos(0.9)}{204.3419806 \angle 3.0821640^\circ} = 44.0438131 \angle -28.9240967^\circ A \quad (50)$$

$$\dot{I}_{comp\,carga}^{(2)} = 37.9974757 \angle -28.9240967^\circ - 44.0438131 \angle -28.9240967^\circ = 6.0463374 \angle 151.0759033^\circ A \quad (51)$$

- **Passo 3 (Iteração $k = 2$): Solução para um novo vetor de tensões nodais \dot{V}_{nodal}**

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_A^{(2)} \\ \dot{V}_B^{(2)} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}_{2 \times 2}}^{-1} \times \begin{bmatrix} 983.8699101 \angle -63.4349488^\circ \\ 6.0463374 \angle 151.0759033^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 211.9628159 \angle -1.5052889^\circ \\ 204.0833974 \angle -3.1280066^\circ \end{bmatrix} V \quad (52)$$

- **Passo 4 (Iteração $k = 2$): Teste de Convergência**

$$erro_A^{(2)} = \frac{|\dot{V}_A^{(2)}| - |\dot{V}_A^{(1)}|}{220} = 0.0005979 pu \quad (53)$$

$$erro_B^{(2)} = \frac{|\dot{V}_B^{(2)}| - |\dot{V}_B^{(1)}|}{220} = 0.0011754 pu \quad (54)$$

- **Passo 2 (Iteração $k = 3$): Cálculo das correntes injetadas (correntes de compensação) por cada elemento PC**

$$\dot{I}_{term}^{(3)} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}_B^{*(2)}} = \frac{|\bar{S}_n| \angle -\arccos(fp)}{\dot{V}_B^{*(2)}} = \frac{9000 \angle -\arccos(0.9)}{204.0833974 \angle 3.1280066^\circ} = 44.0996187 \angle -28.9699393^\circ A \quad (55)$$

$$\dot{I}_{comp\,carga}^{(3)} = 37.9493921 \angle -28.9699393^\circ - 44.0996187 \angle -28.9699393^\circ = 6.1502265 \angle 151.030061^\circ A \quad (56)$$

- **Passo 3 (Iteração $k = 3$): Solução para um novo vetor de tensões nodais \dot{V}_{nodal}**

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_A^{(3)} \\ \dot{V}_B^{(3)} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}_{2 \times 2}}^{-1} \times \begin{bmatrix} 983.8699101 \angle -63.4349488^\circ \\ 6.1502265 \angle 151.030061^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 211.9440536 \angle -1.5082861^\circ \\ 204.0465163 \angle -3.1345289^\circ \end{bmatrix} V \quad (57)$$

- **Passo 4 (Iteração $k = 3$): Teste de Convergência**

$$erro_A^{(3)} = \frac{|\dot{V}_A^{(3)}| - |\dot{V}_A^{(2)}|}{220} = 0.0001013pu \quad (58)$$

$$erro_B^{(3)} = \frac{|\dot{V}_B^{(3)}| - |\dot{V}_B^{(2)}|}{220} = 0.0001676pu \quad (59)$$

- **Passo 2 (Iteração $k = 4$): Cálculo das correntes injetadas (correntes de compensação) por cada elemento PC**

$$\dot{I}_{term}^{(4)} = \frac{\bar{S}_n^*}{\dot{V}_B^{*(3)}} = \frac{|\bar{S}_n| \angle -\arccos(fp)}{\dot{V}_B^{*(3)}} = \frac{9000 \angle -\arccos(0.9)}{204.0465163 \angle 3.1345289^\circ} = 44.1075896 \angle -28.9764617^\circ A \quad (60)$$

$$\dot{I}_{comp_{carga}}^{(4)} = 37.9425340 \angle -28.9764617^\circ - 44.1075896 \angle -28.9764617^\circ = 6.1650556 \angle 151.0235383^\circ A \quad (61)$$

- **Passo 3 (Iteração $k = 4$): Solução para um novo vetor de tensões nodais \dot{V}_{nodal}**

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_A^{(4)} \\ \dot{V}_B^{(4)} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Y}}_{\text{system}_{2 \times 2}}^{-1} \times \begin{bmatrix} 983.8699101 \angle -63.4349488^\circ \\ 6.1650556 \angle 151.0235383^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 211.9413743 \angle -1.5087134^\circ \\ 204.0412496 \angle -3.1354590^\circ \end{bmatrix} V \quad (62)$$

- **Passo 4 (Iteração $k = 4$): Teste de Convergência**

$$erro_A^{(4)} = \frac{|\dot{V}_A^{(4)}| - |\dot{V}_A^{(3)}|}{220} = 0.000012pu \quad (63)$$

$$erro_B^{(4)} = \frac{|\dot{V}_B^{(4)}| - |\dot{V}_B^{(3)}|}{220} = 0.000024pu \quad (64)$$

Como $erro_A^{(4)}$ e $erro_B^{(4)}$ são menores que a tolerância de $0.0001 pu$, o processo convergiu na iteração $k = 4$.

O código abaixo apresenta o exemplo na linguagem de programação do OpenDSS para que o leitor possa realizar a simulação no software e comparar com os resultados obtidos no exemplo. Após a simulação, observe a quantidade de iterações necessárias para resolver o fluxo de potência no parâmetro *Total Iterations*, localizado na janela “Summary”.

```
Clear !Limpar a memoria do OpenDSS

New Circuit.fonte bus1=A.1 pu=1 basekv=0.22 phases=1
~ Z1=[0.1, 0.2]
! Fonte monofasica, Zs=Z1

New Line.linha phases=1 bus1=A.1 bus2=B.1 length=1
~ rmatrix = [0.1]
~ xmatrix = [0.2]
~ cmatrix = [0]

New Load.carga phases=1 bus1=B.1 kv=0.22 kva=9 pf=0.9 vminpu=0.7
! Note o valor baixo atribuido a vminpu para que a carga
! nao tenha o seu modelo convertido para impedancia constante

Set voltagebases=[{0.22 3 sqrt *}]
Calc voltagebases

Solve

Dump Vsource.source debug ! Checar a matriz primitiva da Fonte
Dump Line.linha debug ! Checar a matriz primitiva da Linha
Dump Load.carga debug ! Checar a matriz primitiva da Carga
Export Y ! Exportar a Ysystem
Show Voltage LN Nodes ! Comparar Resultados da Simulacao com o da Nota Tecnica
```

6 Comentários Adicionais

Esse material foi disponibilizado gratuitamente, porém, ao utilizá-lo, pedimos que as devidas referências sejam feitas.

Se você possui alguma dúvida ou encontrou algum erro nessa nota técnica, por favor, entre em contato conosco através do e-mail opendss.brasil@gmail.com.

7 Referências

- [1] Celso Rocha, Paulo Radatz: *Nota Técnica - Elemento Load do OpenDSS*. Relatório Técnico, Grupo de Usuários do OpenDSS Brasil, Setembro 2017.
- [2] Dugan, R. C.: *Openss manual*. <http://sourceforge.net/p/electricdss/code/HEAD/tree/trunk/Distrib/Doc/OpenDSSManual.pdf>, Março 2016.
- [3] Dugan, Roger: *Openss circuit solution technique*. Technical report, Electric Power Research Institute(EPRI), 2016. <http://sourceforge.net/p/electricdss/code/HEAD/tree/trunk/Doc/OpenDSS%20Solution%20Technique.docx>.
- [4] McDermott, Thomas E.: *Klusolve*. http://sourceforge.net/projects/klusolve/?source=typ_redirect.