

# Derivadas e Integrales

aaron.ilizarbe.s

## 1. Derivadas Parciales

Si tenemos una función de varias variables y queremos derivar respecto de solo una de las variables, recurrimos a las derivadas parciales. Por ejemplo para una función  $f(x, y)$  de dos variables, la diferenciación centrada es:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + h/2, y) - f(x - h/2, y)}{h} \quad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{f(x, y + h/2) - f(x, y - h/2)}{h} \quad (2)$$

Similarmente, a una función de una sola variable, la segunda derivada parcial:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{f(x + h/2, y + h/2) - f(x - h/2, y + h/2) - f(x + h/2, y - h/2) + f(x - h/2, y - h/2)}{h^2} \quad (3)$$

## 2. Derivadas de datos ruidosos

Supongamos que al medir ciertos datos, al graficarlos tenemos algo similar a:

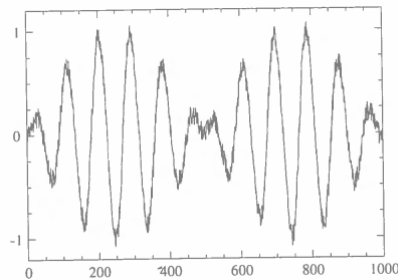


Figura 1: Datos ruidosos

La forma de esta curva se puede notar. Sin embargo, existe ruido en la toma de estos datos, por lo que la curva no es suave. Si queremos calcular la primera derivada de la curva, podemos usar, por ejemplo, una diferencia forward en cada punto y obtenemos:

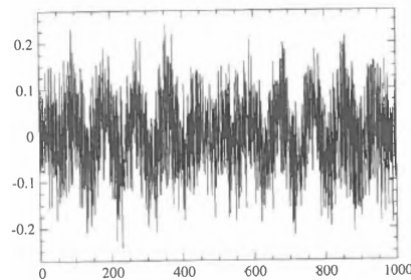


Figura 2: Derivada de una función con ruido

Es notorio que la derivada aumenta el ruido y la forma de la curva no se puede distinguir. Aunque la curva ruidosa sigue razonablemente a una función suave, la derivada no la hace. Al calcular la derivada, se generan valores extraños muy distanciados de la curva conocida.

Desafortunadamente, esta tiop de asuntos es común en datos experimentales, y esta es la razón por la cual la derivada numérica es menos usada que las integrales numéricas.

Hay 3 cosas que se pueden hacer para mitigar este problema:

- Incrementar el valor del paso  $h$ . Podemos tratar al ruido como un error de redondeo.
- Se podría ajustar la curva localmente. No se hace un ajuste a una curva cuadrática o cúbica, si no un ajuste de mínimos cuadrados. La derivada de esta curva da una estimación de la verdadera derivada de los datos sin ruido.
- Otra forma es suavizar los datos antes de derivar. Transformadas de Fourier.

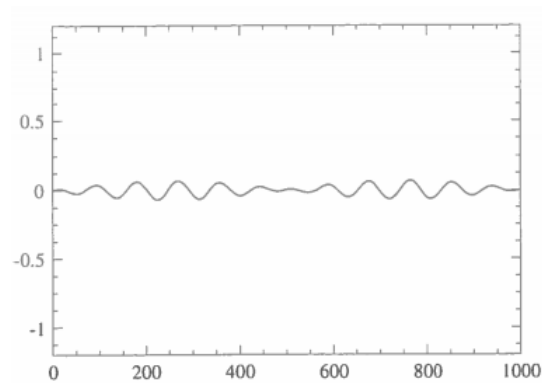


Figura 3: Datos suavizados y la derivada