Notas de clase: Martes 02 de Mayo

Índice

1. Repaso matemático: Gráfica de funciones

La **gráfica de una función** como el subconjunto de $A \times B$ definido como

$$\mathrm{Graf}(f) = \{(a, b) : b = f(a)\}$$

1.1. Ejercicios:

¿Son ajenas las gráficas de las funciones?

1. $f(x) = x^2$ y $h(x) = 2 - x$
2. $f(x) = x^4 + 5x$ y $h(x) = 3x - 5$
3. $f(x) = -1/3x + 5$ y $h(x) = 3x - 5$

2. Propiedades de la probabilidad clásica

El primer paso para adentrarnos a la probabilidad es conocer a los espacios donde todos los objetos o elementos tienen la misma probabilidad de ocurrir. Son los conjuntos de equiprobables. La probabilidad clásica es,

$$\mathbb{P}(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)}$$

Ejercicios: De una caja que contiene 6 pelotas rojas, 4 pelotas blancas y 5 pelotas azules se extrae, de manera aleatoria, una pelota. Determinar la probabilidad de que la pelota extraída sea:

1. a) roja, b) blanca, c) azul,
2. d) no sea roja y e) sea roja o blanca

Las primeras propiedades que tenemos de la probabilidad son,

1. $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$,

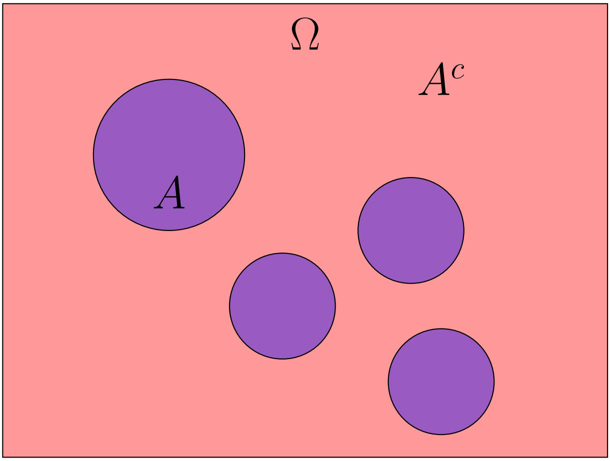
2. Considera una cantidad infinita numerable de conjuntos ajenos A_n entonces

$$\mathbb{P}(\cup_n A_n) = \sum_n \mathbb{P}(A_n).$$

Propiedades:

1. Para cualquier evento A, se tiene que,

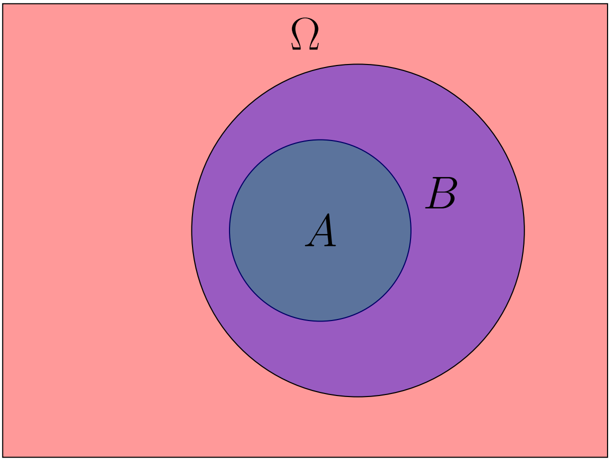
$$\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A).$$



2. $\mathbb{P}(\emptyset) = 0.$

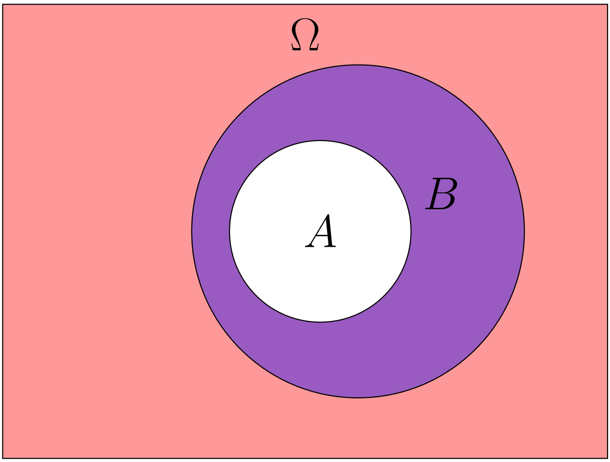
3. Si $A \subset B$, se tiene que

$$\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B).$$



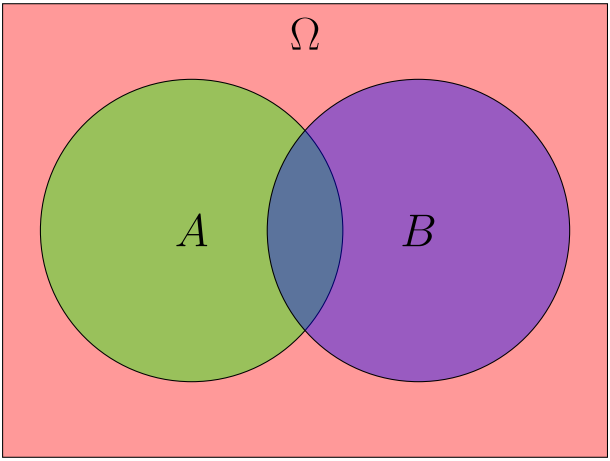
4. Si $A \subset B$, se tiene que,

$$\mathbb{P}(B \setminus A) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A).$$



5. Dados eventos A, B, se tiene que,

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B).$$



2.1. Ejercicios:

1. Encuéntrese la probabilidad de que en dos lanzamientos de un dado se obtenga por lo menos un 4.

2. Un experimento consiste en lanzar un par de dados. El evento E_1 es que se obtenga un 7, es decir, que la suma de los puntos en los dados sea 7. El evento E_2 es que en el dado 1 se obtenga un número non.

   a) De el espacio muestral de este evento aleatorio.

   b) Encontrar $\mathbb{P}(E_1)$, $\mathbb{P}(E_2)$, $\mathbb{P}(E_1 \cap E_2)$ y $\mathbb{P}(E_1 \cup E_2)$

3. Un experimento consiste en lanzar una moneda y un dado. Si E_1 es el evento en que se obtenga **cara** al lanzar la moneda y E_2 es el evento en que se obtenga **3 o 6** al lanzar el dado, expresar en palabras cada uno de los eventos siguientes:

   a) E_1^c, $E_1 \cap E_2$ y $E_1^c \cup E_2^c$.

   b) $\mathbb{P}(E_1^c)$, $\mathbb{P}(E_1 \cap E_2)$ y $\mathbb{P}(E_1^c \cup E_2^c)$.

4. Consideremos a $\Omega = \{1, 2, \dots 100\}$. Sean $A =$*Los multiplos de 3* y $B =$*Los multiplos de 2*.

   a) ¿Cuál es $\mathbb{P}(B)$ y $\mathbb{P}(A)$?

   b) ¿Cuál es $\mathbb{P}(B \cup A)$ y $\mathbb{P}(B \cap A)$?

c) ¿Cuál es $\mathbb{P}(B^c)$ y $\mathbb{P}(A^c)$?

d) ¿Cuál es $\mathbb{P}(B^c \cup A)$ y $\mathbb{P}(B \cap A^c)$?

5. Suponga que un estudiante es elegido al azar entre 100 estudiantes, de los cuales 30 cursan matemáticas, 20 cursan química y 10 cursan matemáticas y química. Encuentre la probabilidad de que curse matemáticas o química. Sean M = *estudiantes que cursan matemáticas* y C = *estudiantes que cursan química.* ¿es equiprobable el evento?

3. Combinatoria avanzada

Permutación: Extracciones con orden.

- Con remplazo.
$$n^r$$
- Sin remplazo
$$\frac{n!}{(n-r)!}$$

Combinación: Extracciones sin orden.

- Con remplazo.
$$\binom{n+r-1}{r}$$
- Sin remplazo
$$\binom{n}{r}$$

Reemplazo: El objeto extraído es regresado antes de la siguiente extracción.

1. ¿Cuantas permutaciones de a, b y c tomadas en 2 hay?
2. ¿Cuantas combinaciones de a, b y c tomadas en 2 hay?

El número de permutaciones de n objetos de los cuales hay de un tipo n_1, y n_2 de otro tipo, de manera que $n_1 + n_2 = n$ es
$$\frac{n!}{n_1!n_2!}$$

3.1. Ejercicios:

1. Una caja contiene 12 lámparas. Encuentre el número n de muestras ordenadas de tamaño 3: a) con reemplazo; b) sin reemplazo.
2. En un grupo hay 10 estudiantes. Encuentre el número n de muestras ordenadas de tamaño 4: a) con reemplazo; b) sin reemplazo.
3. ¿Cuántas permutaciones de la palabra *statistics*?
4. Encuentre el número m de palabras de siete letras que pueden formarse con las letras de la palabra *BENZENE*. R=420
5. Suponga que desea formar todas las *palabras* posibles de cinco letras con las letras de la palabra *BABBY*. ¿Cuántas distintas? R=20
6. Una panadería elabora M = 4 tipos de galleta: a) manzana, b) plátano, c) zanahoria y d) dátil. Encuentre el número de formas en que una persona puede comprar r = 8 galletas. R=165
7. Encuentre el número de placas de automóvil de modo que: a) cada placa contenga 2 letras distintas seguidas por 3 dígitos distintos; b) el primer dígito no sea 0.
8. Encuentre el número de formas en que es posible colocar 5 libros grandes, 4 libros medianos y 3 libros pequeños en un librero de modo que: a) no haya restricciones; b) todos los libros del mismo tamaño estén juntos. R=479,001,600 y 103 680
9. Una mujer tiene 11 amigos cercanos. Encuentre el número de formas en que la mujer puede invitar a cenar a 5 de sus amigos, de modo que: a) No haya restricciones. R = 462 b) Dos de las personas formen un matrimonio y no se sienten separadas. R = 210 c) Dos de los amigos no hablen entre sí y no se sienten separados. R = 378
10. Una estudiante debe contestar 10 de 13 reactivos. Encuentre el número de sus opciones en que debe responder: a) los dos primeros reactivos; b) el primero o el segundo reactivo, pero no ambos; c) exactamente 3 de los 5 primeros reactivos; d) por lo menos 3 de los 5 primeros reactivos. R= 165, 110, 80, 276.

11. Suponga que se tienen 4 banderas rojas idénticas, 2 banderas azules idénticas y 3 banderas verdes idénticas. Encuentre el número m de señales diferentes que es posible formar al colgar las 9 banderas en una línea vertical. R= 1260