artek

# Probabilidad

Tarea 1

---

1. **Pregunta 1:** Realiza un diagrama de Venn para cada uno de los siguientes conjuntos
   - $A \cap (B^c \cup C)$
   - $A \cup (B \cap C^c)$
   - $(A^c \cap B) \cup (B \cap A)$
   - $(A \cup B^c) \cap (B \cup C)$
2. **Pregunta 2:** Considere los conjuntos

   $$A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| \leq 2\}$$

   $$B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| > 2\}$$

   De gráficamente los conjuntos,

   - $A$, $B$, $A^c$ y $B^c$
   - $A \cap B$ y $A \cup B$
   - $A \cap B^c$ y $B \cap A^c$
   - $A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)$
3. **Pregunta 3:**

   Determine un espacio muestral para cada uno de los siguientes experimentos aleatorios.

   (a) Lanzar una moneda 3 veces.

   (b) Lanzar al mismo tiempo 3 monedas indistinguibles.

   (c) Escoger un número real al azar dentro del intervalo $[-1, 1]$ y despues elevarlo al cuadrado.

   (d) Registrar el número de llamadas que llegan a un número de emergencias en un minuto dado.

   (e) Colocar al azar dos bolas indistinguibles en cuatro celdas enumeradas.

   (f) Colocar al azar dos bolas indistinguibles en cuatro celdas enumeradas.

   (g) Observar el marcador final de un partido de fútbol.

   (h) En una sala de computo con 100 computadoras. El experimento de observar la configuración de las máquinas desde el punto de vista de uno o no uso del equipo en un momento cualquiera del día.

   (i) Lanzar un dado hasta que se obtiene 6, en este ejercicio de mas de uno.

Para estos espacios muestrales de un posible experimento aleatorio.

(a) $\Omega = \{0, 1, 2, \cdots\}$.
(b) $\Omega = [0, \infty)$.
(c) $\Omega = \{0, 1\}$.

4. **Pregunta 4:**

(a) ¿De cuantas formas distintas pueden acomodar seis personas en una fila? ¿en círculo?
(b) Diez personas votaran por 3 candidatos, de cuántas maneras distintas pueden los votos ser registrados uno después de otro? ¿De cuantas formas distintas pueden los votos ser registrados en conjunto?
(c) En un partido de fútbol hubo 4 goles en el marcador final. ¿Cuántos posibles finales pueden formarse con esta cantidad de goles?
(d) ¿De cuántas maneras distintas pueden dos equipos de fútbol, quedar en la clasificación en un torneo de 20 equipos?
(e) La novela Rayuela del escritor Julio Cortázar contiene 56 capítulos que pueden leerse (aparentemente) en cualquier orden, ¿de cuántas maneras distintas puede leerse la novela?

En caso de realizar este ejercicio con python, adjunte un pdf con sus programas.

**Puntos extras**

Cada uno de estos incisos tiene un valor de (+.2) al valor obtenido en los ejercicios.

1. Decimos que dos conjuntos $A$ y $B$ son ajenos si la intersección $A \cap B = \emptyset$. Supongamos que $A$ es el conjunto de las soluciones de la ecuación
$$x^2 - x - 2 = 0,$$
y que $B = [0, 3]$, ¿Son $A$ y $B$ ajenos?

2. ¿Son los conjuntos $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = e^{-x}\}$ y $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 1 - x\}$ ajenos? En caso contrario ¿cuál es la intersección?

3. Una compañía esta llevando acabo tres proyecto de manera independiente, denote a los proyectos por $A$, $B$ y $C$. Describa mediante conjuntos las siguientes situaciones en términos de $A$, $B$ y $C$.

   - Los tres proyectos son terminados a tiempo.
   - Solo dos proyectos son terminados a tiempo.
   - Sólo uno de los proyectos es terminado a tiempo.
   - Ninguno de los proyectos es terminado a tiempo.

4. Calcula;
$$\frac{(n-k+1)}{k} * \binom{n}{k-1} =?$$
$$\frac{n}{n-k} * \binom{n-1}{k} =?$$
$$\frac{k+1}{n} * \binom{n}{k+1} =?$$
$$\binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} =?$$

Hint: Procura buscar constantes $\alpha$, tales que al multiplicar la igualdad quede en términos de $\binom{n}{k}$, por ejemplo

$$\alpha * \frac{(n-k+1)}{k} * \binom{n}{k-1} = \binom{n}{k}$$

así en cada caso. Recuerde que $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

5. Por medio de diagramas de Venn, muestre que $A$ y $B \setminus A$ siempre son ajenos no importando el conjunto $B$. $A$ y $B$ son ajenos, ¿cómo se relacionan $A^c$ con $B^c$, $A$ con $B^c$ y $A^c$ con $B$. Cada uno con un diagrama de Venn.