Notas de clase: Jueves 27 de Abril

# Índice

# 1. Repaso matemático: Gráfica de funciones

La **gráfica de una función** como el subconjunto de $A \times B$ definido como

$$\text{Graf}(f) = \{(a, b) : b = f(a)\}$$

## Ejercicios:

¿Son ajenas las gráficas de las funciones?

1. $f(x) = x^2$ y $h(x) = 2 - x$
2. $f(x) = x^4 + 5x$ y $h(x) = 3x - 5$
3. $f(x) = -1/3x + 5$ y $h(x) = 3x - 5$

# 2. Propiedades de la probabilidad clásica

**Definición:**
Un **experimento aleatorio** es aquel que, cuando se le repite bajo las mismas condiciones, el resultado que se observa no siempre es el mismo y tampoco es predecible. En ocasiones se entiende a un experimento aleatorio el cual tiene un mecanismo de azar de manera intrínseca.

**Definición:**
El **espacio muestral**, también llamado **espacio muestra**, de un experimento aleatorio es el conjunto de todos los posibles resultados del experimento y se le denota, generalmente, por la letra griega $\Omega$ (omega mayúscula). A un resultado particular del experimento se le denota por la letra $\omega$ (omega minúscula).

La probabilidad clásica la vamos a definir como,

$$\mathbb{P}(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)}$$

## Ejercicios:

Determine la probabilidad p de cada evento: a) Al lanzar una vez un dado normal, obtener un número par;
b) Al lanzar una vez tres monedas al mismo tiempo, obtener una o más caras;
c) Obtener una canica roja al extraer al azar una canica de una caja que contiene cuatro canicas blancas, tres canicas rojas y cinco canicas azules.
d) Se lanzan simultáneamente un dado y una moneda. De a S el espacio muestral que consta de los 12 elementos y

1. exprese explícitamente los siguientes eventos: A = cara y un número par, B = un número primo, C = cruz y un número impar.

2. Exprese explícitamente los eventos: i) ocurre A o B; ii) ocurren B y C; iii) sólo ocurre B.

e) Se lanza un par de dados. Encuentre el número de elementos en cada evento:

1. los dos numeros son iguales,

2. la suma es 10 o mas,

3. 5 aparece en el primer dado,

4. 5 aparace en al menos un dado.

Las primeras propiedades que tenemos de la probabilidad son,

1. $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$,

2. Considera una cantidad infinita numerable de conjuntos ajenos $A_n$ entonces

$$\mathbb{P}(\cup_n A_n) = \sum_n \mathbb{P}(A_n).$$

**Propiedad:** Para cualquier evento $A$, se tiene que,

$$\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A).$$

**Propiedad:** $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$.

**Propiedad:** Si $A \subset B$, se tiene que

$$\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B).$$

**Propiedad:** Si $A \subset B$, se tiene que,

$$\mathbb{P}(B \setminus A) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A).$$

**Propiedad:** Dados eventos $A$, $B$, se tiene que,

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B).$$

**Ejemplo:** Consideremos a $\Omega = \{1, 2, \ldots 100\}$. Sean $A =$*Los multiplos de 3* y $B =$*Los multiplos de 2*.

1. ¿Cuál es $\mathbb{P}(B)$ y $\mathbb{P}(A)$?
2. ¿Cuál es $\mathbb{P}(B \cup A)$ y $\mathbb{P}(B \cap A)$?
3. ¿Cuál es $\mathbb{P}(B^c)$ y $\mathbb{P}(A^c)$?
4. ¿Cuál es $\mathbb{P}(B^c \cup A)$ y $\mathbb{P}(B \cap A^c)$?

El primer paso para adentrarnos a la probabilidad es conocer a los espacios donde todos los objetos o elementos tienen la misma probabilidad de ocurrir. Son los conjuntos de equiprobables.

**Ejemplo:** Suponga que un estudiante es elegido al azar entre 100 estudiantes, de los cuales 30 cursan matemáticas, 20 cursan química y 10 cursan matemáticas y química. Encuentre la probabilidad de que curse matemáticas o química. Sean $M =$ *estudiantes que cursan matemáticas* y $C =$ *estudiantes que cursan química.* ¿es equiprobable el evento?