

Instituto Artek

Probabilidad

Abril 20

Índice

1. Tema matemático: Funciones	2
2. Propiedades de la probabilidad clásica	3

1. Tema matemático: Funciones

Una función es una relación que a cada elemento de un conjunto A le asocia un elemento en un conjunto B . La notación es la siguiente,

$$\begin{aligned} f : A &\rightarrow B \\ a &\mapsto b \end{aligned}$$

la relación entre los elementos de los conjuntos se denota usualmente como

$$f(a) = b$$

en la que se expresa la dependencia de un elemento b en B por a en A mediante f . Las funciones cumplen el papel de transformar un conjunto en otro para nuestra conveniencia. En general no hay restricciones sobre las funciones salvo,

- Todo elemento de A está asociado de manera única a un elemento de B , esto se escribe como para $a \in A$ existe un único $b \in B$ de manera que $b = f(a)$.
- Mientras que para cada $b \in B$ existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$.

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2$. Es una función.
2. $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x) = \sqrt{x}$. No es una función.

Asociado a una función, tenemos la **gráfica de una función** como el subconjunto de $A \times B$ definido como

$$\text{Graf}(f) = \{(a, b) : b = f(a)\}$$

las gráficas son una idea visual que nos permite entender como un conjunto se transforma dentro de otro. Como mediante f un conjunto cambia. En general es necesario hacer varias transformaciones.

Composición de funciones

La composición de funciones es una manera resumida de aplicar diferentes funciones y seguir el flujo de la transformación de un conjunto en varios otros.

Dadas dos funciones $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$. La **composición de funciones** denotada por el símbolo $g \circ f$ es la función

$$\begin{aligned} g \circ f : A &\rightarrow C \\ a &\mapsto c \text{ (donde } c = f(b)) \end{aligned}$$

la relación entre elementos se escribe como $f \circ g(a) = g(f(a))$.

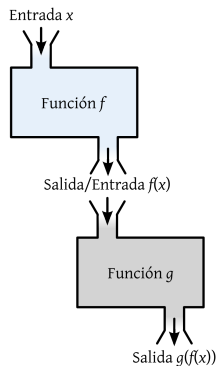


Figura 1: Flujo de transformación

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x - 10$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = x - 11$.
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = \sqrt{x}$.

Ejercicios Introductorios

1. ¿De cuantas forma distintas pueden asignarse los premios, primero, segundo y tercero en una rifa de 10 boletos numerados de 1 al 10?
2. ¿Cuántos equipos distintos de 4 personas pueden escogerse de un grupo de 6 personas?

2. Propiedades de la probabilidad clásica

Definición:

Un **experimento aleatorio** es aquel que, cuando se le repite bajo las mismas condiciones, el resultado que se observa no siempre es el mismo y tampoco es predecible. En ocasiones se entiende a un experimento aleatorio el cual tiene un mecanismo de azar de manera intrínseca.

Definición:

El **espacio muestral**, también llamado **espacio muestra**, de un experimento aleatorio es el conjunto de todos los posibles resultados del experimento y se le denota, generalmente, por la letra griega Ω (omega mayúscula). A un resultado particular del experimento se le denota por la letra ω (omega minúscula).

Propiedad: Para cualquier evento A , se tiene que,

$$\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A).$$

Propiedad: $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$.

Propiedad: Si $A \subset B$, se tiene que

$$\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B).$$

Propiedad: Si $A \subset B$, se tiene que,

$$\mathbb{P}(B \setminus A) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A).$$

Propiedad: Dados eventos A , B , se tiene que,

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B).$$