Микроэкономика-I

Павел Андреянов, PhD

17 февраля 2023 г.

План

План

Мы переходим к разбору теории производителя.

Первая часть лекции посвящена общим, средним, фиксированным и маржинальным издержкам, а также связанными с последним идеями о точках закрытия рынка и монополистической конкуренции. (терминология P-цена,Q-количество)

Вторая часть лекции посвящена выводу функции издержек (двумя способами), убывающей отдаче от масштаба, условным спросам, а также оптимальному распределению нагрузки между несколькими заводами. (слегка другая терминология $\vec{p}, \vec{q}$ - цены, $\vec{x}, \vec{y}$ - количества)

Общие издержки

Общие издержки

Наиболее распространенным и удобным способом описания поведения фирмы является функция общих издержек TC (не путать с функцией расходов E).

Формально, функция издержек принимает на вход вектор конечных товаров $\vec{y}$ (когда товар один, часто используется Q вместо $\vec{y}$), а на выходе выдает число, равное общим издержкам в соответствующей валюте: рублям, долларам и.т.д.

$$TC : \vec{y} \to \$, \quad TC : Q \to \$$$

Важным свойством, которое мы докажем в других лекциях, является выпуклость функции издержек по количеству произведенных товаров.

Выпуклость общих издержек

Завод может произвести

- Первую партию из 100 плюшевых мишек из ткани и ниток, бесхозно лежащих на складе, завод произведет за 10,000 рублей.
- Вторую партию из 100 плюшевых мишек из покупной ткани и ниток, завод может произвести за 30,000 рублей.
- Третью партию из 100 плюшевых мишек из покупной ткани и ниток, а также при аренде дополнительных станков, завод может произвести за 50,000 рублей.

Каждая следующая партия расходует дополнительные ресурсы и требует увеличенных издержек.

Выпуклость общих издержек

Если Q - общее количество плюшевых мишек, то

- $Q = 100$ мишек стоят заводу 10,000 рублей.
- $Q = 200$ мишек стоят заводу уже 40,000 рублей.
- наконец, $Q = 300$ мишек стоят заводу 90,000 рублей.

Я могу описать общие издержки функцией $TC(Q) = Q^2$.
Заметим, что она, действительно, выпуклая.

Фиксированные, средние и маржинальные издержки

Фиксированные, издержки

Definition 1

Фиксированные, издержки, или FC(Q), – это цена бездействия:

$$FC = TC(0)$$

Как правило, фиксированные издержки всегда есть, но зависят от рода деятельности.

Средние издержки

Definition 2

Средние издержки, или ATC(Q), – это отношения общих издержек к объему производства:

$$ATC(Q) = TC(Q)/Q$$

Любопытный факт, прибыль (profit) это $P - ATC(Q)$ умноженный на Q. Это также площадь некоторого прямоугольника...

Маржинальные издержки

Definition 3

Маржинальные (предельные) издержки, или MC(Q), – это приращение общих издержек по объему производства:

$$MC(Q) = \partial TC(Q)/\partial Q$$

Максимизация прибыли

Максимизация прибыли

Классический, маржиналистский подход к поведению фирмы такой. Если фирма - ценополучатель, то из задачи максимизации прибыли

$$PQ - TC(Q) \to \max_{Q}$$

мы получаем закон $P = MC(Q)$. Именно маржинальным, а не средним, как могло бы показаться на первый взгляд.

Максимизация прибыли

Конечно, не стоит забывать, что если фирма - монополист то из задачи максимизации прибыли

$$PQ(P) - TC(Q) \to \max_Q$$

мы получаем совершенно другой закон $(P - MC)/P = -1/\varepsilon$, где ε это эластичность спроса на товар.

Вернемся к средним издержкам

Средние издержки

У функции $ATC(Q)$ есть одно интересное свойство:

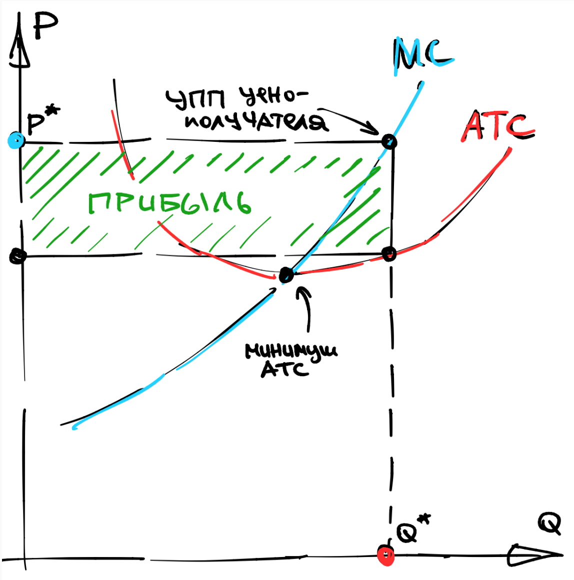
Lemma 4

Цена, при которой у фирмы ценополучается прибыль равна нулю, определяется любым из двух способов: либо это минимум ATC(Q) по Q, либо это пересечение ATC(Q) и MC(Q).

В частности, это означает, что кривые ATC(Q) и MC(Q) пересекаются в той же точке, где у ATC(Q) минимум.

Запомните эту картинку "трезубец":

Средние издержки



Средние издержки

Откуда берется такая форма? Из-за фиксированных издержек. Назовем переменными издержками $VC(Q) = TC(Q) - FC$, тогда

$$ATC(Q) = \frac{FC}{Q} + \frac{VC(Q)}{Q}.$$

Заметим, что первый член убывает гиперболически, а второй член возрастает (как-то), потому что функция $TC(Q)$ выпукла, а значит выпукла $VC(Q)$, а значит должна расти сверхлинейно, ну или хотя бы линейно.

Поэтому, считается что $ATC(Q)$ имеет U-образную форму.

Единственный случай, когда это неверно - это когда фиксированных издержек нет совсем.

Точка закрытия в долгосрочном периоде

ТЗ в долгосрочном периоде

На той же картинке «трезубец» мы можем изобразить прибыль фирмы - это площадь прямоугольника со сторонами Q и $ATC(Q) - P$.

Definition 5

Назовем пересечение $MC(Q)$ с $ATC(Q)$ точкой закрытия в долгосрочном периоде, я буду использовать обозначение $MC \cap ATC$.

Почему в долгосрочном? Потому, что фиксированные издержки (завод, лицензия...) можно «отбить» только в долгосрочном периоде.

Очевидно следующее

Lemma 6

Если цена падает ниже уровня $MC \cap ATC$, то производитель готов уйти с рынка в долгосрочном периоде.

Что означает закрытие в долгосрочном периоде на практике? Например, хозяин бизнеса увольняет всех рабочих, распродает активы и уходит (с деньгами) с рынка.

А что будет происходить в краткосрочном периоде?

Точка закрытия в краткосрочном периоде

ТЗ в краткосрочном периоде

Поразительно, но если цена падает ниже уровня $MC \cap ATC$ в краткосрочном периоде, то производитель какое-то время может продолжать работать в убыток.

Почему?

Дело в том, что в краткосрочном периоде производитель не воспринимает константу FC как что-то в его власти. Поэтому везде он видит переменные издержки вместо общих.

ТЗ в краткосрочном периоде

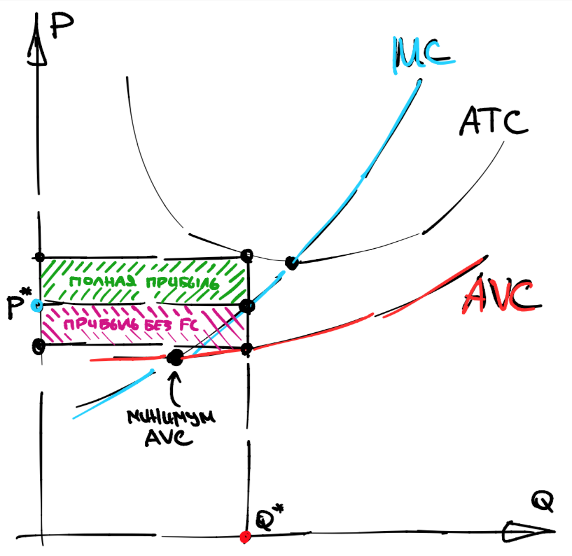
Definition 7

Средние переменные издержки, или AVC(Q), – это отношение переменных издержек VC(Q)) к объему производства:

$$AVC(Q) = VC(Q)/Q = (TC(Q) - FC)/Q$$

На той же картинке «трезубец» мы можем изобразить прибыль фирмы за вычетом фиксированных издержек - это площадь прямоугольника со сторонами Q и $AVC(Q) - P$.

ТЗ в краткосрочном периоде



ТЗ в краткосрочном периоде

Definition 8

Назовем пересечение MC с AVC точкой закрытия в краткосрочном периоде, я буду использовать обозначение $MC \cap AVC$.

Эта новая точка закрытия не выше предыдущей, поскольку AVC всегда не выше ATC.

Если цена продолжает падать и достигает этого, более низкого, уровня, то прибыль, даже без учета FC, становится нулевой.

ТЗ в краткосрочном периоде

Lemma 9

Если цена падает ниже уровня $MC \cap AVC$, то производитель останавливает производство в краткосрочном периоде.

Что означает закрытие в краткосрочном периоде на практике?

ТЗ в краткосрочном периоде

Это означает, что завод стоит, но на нем никто ничего не производит, то есть $Q = 0$.

Сторож охраняет вход, а владелец бизнеса ждет, когда цена отскочит назад, параллельно начиная думать кому можно было бы продать бизнес, если цена не отскочит.

Пример

Пример

Рассмотрим два завода: высокотехнологичный и низкотехнологичный.

Высокотехнологичный завод обладает высокими фиксированными издержками, но низкими переменными:

$$FC_1 = 2, \quad VC_1(Q) = Q + Q^2/2, \quad MC_1(Q) = 1 + Q$$

Низкотехнологичный завод организован в поле, поэтому обладает нулевыми фиксированными издержками, но высокими переменными:

$$FC_2 = 0, \quad VC_2(Q) = 2Q + Q^2, \quad MC_2(Q) = 2 + 2Q.$$

Пример

Проанализируем точки закрытия каждого из этих заводов в краткосрочном периоде, то есть, игнорируя фиксированные издержки.

Пример

Для первого завода это решение уравнения:

$$MC \cdot Q = TC - FC$$
$$(1 + Q)Q = Q + Q^2/2$$
$$1 + Q = 1 + Q/2$$
$$Q = 0$$

В точке закрытия высокотехнологичного завода цена равна $P = 1$.

Пример

Для второго завода это решение уравнения:

$$MC \cdot Q = TC - FC$$

$$(2 + 2Q)Q = 2Q + Q^2$$

$$2 + 2Q = 2 + Q$$

$$Q = 0$$

В точке закрытия низкотехнологичного завода цена равна $P = 2$.

Пример

Какой из этого можно сделать вывод?

Пример

При (краткосрочном) падении цены первыми закрываться начинают низкотехнологичные заводы. Высокотехнологичные заводы продолжают работать, потому что их маржинальные издержки малы.

Пример

Проанализируем точки закрытия каждого из этих заводов в долгосрочном периоде.

Пример

Для первого завода это решение уравнения:

$$MC \cdot Q = TC$$
$$(1 + Q)Q = 2 + Q + Q^2/2$$
$$Q^2/2 = 2$$
$$Q = 2$$

Нам повезло – корень целый, и в точке закрытия высокотехнологичного завода цена равна $P = 3$. Заметим, также, что завод закрывается «внезапно», с положительным производством.

Пример

Для второго завода это решение уравнения:

$$MC \cdot Q = TC$$

$$(2 + 2Q)Q = 0 + 2Q + Q^2$$

$$2Q = Q$$

$$Q = 0$$

В точке закрытия низкотехнологичного завода цена равна $P = 2$. Неудивительно, ведь в прошлый раз тоже было $P = 2$.

Пример

Какой из этого можно сделать вывод?

Пример

- Цена > 3 все работают
- Цена < 3 выс. уходит с рынка в долгосрочной
- Цена < 2 низ. уходит с рынка в кратко- и долго-
- Цена < 1 выс. уходит с рынка в краткосрочной

Вывод: если вы видите продукцию высокотех. завода но не низкотех, то это кратковременное падение цены. если наоборот - долговременное.

Монополистическая конкуренция

Монополистическая конкуренция

Предположим, что есть убывающая кривая спроса на товар, скажем, $P(Q) = 100 - Q$ и фирмы могут свободно заходить и выходить с рынка.

Предположим также, что у каждой фирмы есть фиксированные издержки входа на рынок, равные FC. Понятно, что весь излишек потребителя конечен - это площадь под кривой. С другой стороны, каждая фирма платит FC за вход, значит, количество фирм не может быть очень большим.

Definition 10

Назовем долгосрочным равновесием, или равновесием в монополистической конкуренции, максимальное число фирм, а также равновесную цену и соответствующие объемы производства, такие, что их прибыль (в долгосрочном периоде) неотрицательна.

Пример

Пример

Рассмотрим пример поиска такого равновесия.

- пусть есть много идентичных фирм
- обозначим суммарный спрос за $Q_{\sum} = \sum Q_i$
- пусть спрос описывается $P(Q_{\sum}) = 100 - Q_{\sum}$
- пусть издержки описываются $FC_i = 1,\ VC_i = Q_i^2/2$

Пример

Пусть n – это число фирм. Каждая фирма выбирает Q_i так, что $P = MC(Q_i)$, то есть в нашем случае ($TC_i = 1 + Q_i^2/2$), $Q_i = P$. Это значит, что суммарное предложение равно:

$$Q_{\sum} = nQ_i = nP.$$

Пример

Теперь найдем n, такое, что цена опустится в точку закрытия. Для этого запишем MC, ATC:

$$MC(Q_i) = Q_i, \quad ATC(Q_i) = Q_i/2 + 1/Q_i$$

Приравнив их друг к другу, мы получим:

$$MC(Q_i) = ATC(Q_i) \quad \Rightarrow \quad Q_i = \sqrt{2}$$

Пример

Теперь надо соединить вместе оптимальное поведение фирмы, точку закрытия и формулу спроса:

$$P = 100 - nQ_i,$$
$$Q_i = P,$$
$$Q_i = \sqrt{2}.$$

Пример

Это система из трех уравнений и трех неизвестных, откуда мы можем вычислить число фирм, которое обеспечит неотрицательную прибыль, но только надо взять ближайшее целое число снизу:

$$100/\sqrt{2} - 1 \approx 69,$$

С 69 фирмами прибыль будет слишком маленькой для того, чтобы фирма номер 70 вошла на рынок, но все же положительной.

Пример

Чтобы найти ее, надо пересчитать все заново.

$$P = 100 - 69Q_i$$

$$Q_i = P$$

Получится $P = Q_i = 10/7$. Выручка равна приблизительно 2.04, фиксированные издержки равны 1 переменные издержки примерно 1.02.

Соответственно, прибыль фирмы равна примерно $0.02 > 0$.

Перерыв

Функция издержек

Точно так же, как в теории потребителя поведение агента задавалось функцией полезности, в теории производителя поведение агента задается функцией издержек $TC(p, \vec{y})$.

Здесь $\vec{y}$ – это количество произведенного товара, а $\vec{p}$ – это вектор цен на факторы производства. Не путайте функцию издержек с функцией расходов $E(\vec{p}, \bar{U})$. Обратите внимание, что я буду теперь везде использовать векторные обозначения.

Функция издержек

У нас будут два набора цен: $\vec{q}$ на конечные товары и $\vec{p}$ на факторы. Также будут два набора координат: $\vec{y}$ для конечных товаров и $\vec{x}$ для факторов.

Таким образом, суммарная прибыль фирмы производителя можно записать в виде:

$$\pi(\vec{p}, \vec{q}, \vec{y}) = -FC - \vec{p}\vec{x} + \vec{q}\vec{y} = \vec{q}\vec{y} - TC(\vec{p}, \vec{y})$$

Постарайтесь не запутаться.

Функция издержек

Definition 11

Функция издержек (общие издержки) TC определяется как суммарные издержки на все факторы производства, связанные с эффективным производством y единиц конечного товара, плюс, возможно, фиксированные издержки (которые обозначаются FC).

Что значит эффективность? Это значит, что из всех производственных планов выбирается тот, который минимизирует издержки.

Много факторов, один товар

Функция издержек

То есть функция издержек – это, на самом деле, целевая функция следующей оптимизационной задачи:

$$TC(p, y) = \min_{\vec{x}}(FC + \vec{p} \cdot \vec{x}) \quad s.t. \quad F(\vec{x}) \geqslant y,$$

где $\vec{x}$ – это вектор использованных факторов производства, а F – это производственная функция, которая переводит факторы производства $\vec{x}$ в конечный товар y.

То есть функция издержек – это тоже огибающая.

Функция издержек

Lemma 12

Функция издержек $TC(p, y)$

- *вогнута по ценам факторов* $\vec{p}$
- *выпукла по уровню производства* y*,*

если сама производственная функция F*:*

$$F(\vec{x}) \geqslant y$$

вогнута (именно вогнута, квази недостаточно).

Например, $\log x_1 + \log x_2 \geqslant y$.

Функция издержек

Найдем седловую точку лагранжиана. Но надо аккуратно записать его так, чтобы при выходе за ограничение вас наказали бесконечно большим положительным значением λ

$$\min_{\vec{x} \geqslant 0} \max_{\lambda \geqslant 0} \mathcal{L}, \quad \mathcal{L} = \vec{p} \cdot \vec{x} - \lambda \cdot (F(\vec{x}) - y)$$

Заметим, что лагранжиан линеен по параметрам задачи $\vec{p}$ и y. Это значит чуть больше, чем обычно...

Функция издержек

Это значит, что опорные функции - линейны по параметрам.

Огибающие линейного семейства опорных функций всегда либо выпуклы, либо вогнуты, в зависимости от того, с какой стороны происходит огибание. Также надо помнить, что огибание происходит именно в пространстве параметров, потому что по $\vec{x}$ опорные функции вовсе не линейные.

Функция издержек

Теперь надо понять, с какой стороны происходит огибание.

$$\min_{\vec{x} \geqslant 0} \max_{\lambda \geqslant 0} \mathcal{L}, \quad \mathcal{L} = \vec{p} \cdot \vec{x} - \lambda \cdot (F(\vec{x}) - y)$$

Поскольку мы минимизируем $\vec{p} \cdot \vec{x}$, по ценам факторов огибание получается снизу, поэтому функция издержек вогнута по $\vec{p}$.

$$\min_{\vec{x} \geqslant 0} \max_{\lambda \geqslant 0} \mathcal{L}, \quad \mathcal{L} = \vec{p} \cdot \vec{x} - \lambda \cdot F(\vec{x}) + \lambda \cdot y$$

С другой стороны, по уровням производства огибание происходит сверху, главное не перепутать знак, поэтому функция издержек выпукла по y.

Функция издержек

Осталось убедиться, что вообще можно пользоваться методом Лагранжа здесь.

Ответ простой - задача выпуклая, потому что F вогнутая.

Но почему недостаточно квазивогнутости F?

Функция издержек

Но почему недостаточно квазивогнутости F?

Ответ - нам нужна квазивогнутость всего лагранжиана по x.

Линейные члены в лагранжиане не могут поломать вогнутость, но они могут сломать квазивогнутость.

Много товаров, один фактор

Функция издержек

Альтернативный подход к моделированию производства - это когда много конечных продуктов $\vec{y}$ производится из одного абстрактного фактора x, в этом случае технология описывается

$$x \geqslant G(\vec{y}),$$

где G - функция, линии уровня которой описывают всевозможные комбинации конечных товаров, которые можно произвести с фиксированным количеством фактора x.

Эти линии уровня называются кривыми производственных возможностей.

Кривые производственных возможностей

Заметим, что

$$TC(y) = pG(y)$$

Кривые производственных возможностей

Lemma 13

Функция издержек

- *вогнута (тривиально) по ценам факторов $\vec{p}$*
- *выпукла (тривиально) по уровню производства y,*

если функция G, задающая кривые производственных возможностей:

$$x \geqslant G(\vec{y})$$

выпукла.

Например, $x \geqslant y_1^2 + y_2^2$ или $x \geqslant \sqrt{y_1 y_2}$.

Максимизация прибыли

Максимизация прибыли

Теперь, когда у фирмы есть на руках выпуклая функция издержек, она может промаксимизировать свою прибыль по уровню производства.

Пусть, для простоты, один товар y.

$$\max_y \pi, \quad \pi(\vec{p}, q, y) = qy - TC(\vec{p}, y)$$

Обратите внимание, что эта задача - выпуклая.

Максимизация прибыли

Условия первого порядка гласят, что оптимальный уровень производства во внутренней точке y^* удовлетворяет:

$$q = MC(\vec{p}, y^*).$$

Получается, что фирма максимизирует прибыль в два шага: сначала для каждого потенциального уровня производства она оптимально подбирает ресурсы (строит функцию расходов TC), а затем оптимизирует по уровню производства ($q = MC$).

Максимизация прибыли

Конечно же, прибыль можно было максимизировать сразу:

$$\max_{x,y}(-\vec{p}\cdot\vec{x}+qy) \quad s.t. \quad F(\vec{x})\geqslant y,$$

но тогда не было бы так интрересно.

Труд, капитал и Кобб-Дуглас

Труд, капитал и Кобб-Дуглас

Типичная постановка задачи фирмы – это когда есть два фактора производства: k - капитал и l - труд. Можно сказать, что рыночные цены этих факторов – это r - цена аренды капитала и w - зарплата соответственно.

Тогда задача фирмы:

$$\max_{y} qy - TC(y), \quad TC(y) = \min_{k,l} rk + wl, \quad s.t. \quad F(k,l) \geqslant y$$

Труд, капитал и Кобб-Дуглас

Введем дополнительные обозначения

Definition 14

Предельная отдача на капитал MPK и предельная отдача на труд MPL – это частные производные производственной функции по капиталу и труду соответственно:

$$MPK = \frac{\partial}{\partial k} F(k, l), \quad MPL = \frac{\partial}{\partial l} F(k, l)$$

Труд, капитал и Кобб-Дуглас

Легко видеть из метода Лагранжа, что в оптимуме, верно:

$$r = \lambda \cdot MPK, \quad w = \lambda \cdot MPL \quad \Rightarrow \quad \frac{r}{w} = \frac{MPK}{MPL},$$

ведь это всего лишь условия первого порядка для минимизации издержек.

Было бы удобно, если наша производственная функция обладала свойством, позволяющим относительно легко считать MPK и MPL.

Оказывается, такая функция есть, и она называется Кобб-Дуглас.

Труд, капитал и Кобб-Дуглас

Definition 15

Производственная функция называется Кобб-Дуглас, если

$$F(k, l) = k^{\alpha} l^{\beta}.$$

Легко видеть, что у Кобба-Дугласа:

$$MPK = \alpha \frac{y}{k}, \quad MPL = \beta \frac{y}{l}$$

Труд, капитал и Кобб-Дуглас

Другими словами,

$$rk^* = \alpha \cdot \lambda y, \quad wl^* = \beta \cdot \lambda y$$

то есть общие расходы фирмы распределяются между капиталом и трудом в пропорциях α, β. Таким образом, можно, например, откалибровать производственную функцию, обладая доступом к нехитрым налоговым отчетностям фирм.

Труд, капитал и Кобб-Дуглас

Далее, легко видеть, что

$$(rk)^\alpha = (\alpha \cdot \lambda y)^\alpha, \quad (wl)^\beta = (\beta \cdot \lambda y)^\beta$$

подставляя в производственную функцию, мы получаем

$$r^\alpha w^\beta y = \alpha^\alpha \beta^\beta \lambda y^{\alpha+\beta},$$

откуда легко вычисляется множитель Лагранжа λ^*.

Наконец, функция расходов вычисляется как:

$$TC(r, w, y) = rk^* + wl^* = (\alpha + \beta)\lambda^* y$$

от которой мы, конечно, ожидаем, что она будет выпуклой.

Вопрос: при каких значениях α, β, функция издержек выпуклая?

Вопрос: Что произойдет, если $\alpha + \beta = 1$?

Разные спросы

Рассмотрим задачу минимизации издержек

$$\min_{\vec{x}} \vec{p} \cdot \vec{x} \quad s.t. \quad F(\vec{x}) \geqslant y,$$

Definition 16

Назовем условным спросом $\tilde{x}(p, y)$ на факторы производства - решение задачи минимизации издержек, а обычным спросом

$$x^*(p, q) = \tilde{x}(p, y^*(p, q)).$$

полное решение задачи максимизации прибыли.

Убывающая отдача от масштаба

Убывающая отдача от масштаба

На самом деле, можно заметить, что как бы ни была устроена минимизация издержек, нам абсолютно необходимо, чтобы в задаче максимизации прибыли:

$$\max_y \pi, \quad \pi(\vec{p}, q, y) = qy - TC(\vec{p}, y)$$

функция издержек была (желательно строго) выпуклой, иначе можно получить бесконечную прибыль.

Фирмы, обладающие вогнутой производственной функцией, обладают также выпуклой по y функцией издержек, это мы доказали.

Убывающая отдача от масштаба

На практике это означает, что, когда фирма растет, ее общая эффективность постепенно падает, то есть имеет место убывающая отдача от масштаба.

Считается, что все фирмы сначала проходят период быстрого роста, от стартапов и бутиков до компаний средних размеров, и затем испытывают сложности при дальнейшем расширении. Выходя за пределы своих локальных рынков, они принимают корпоративную структуру и становятся медленными и неповоротливыми, теряя эффективность.

Убывающая отдача от масштаба

Есть, конечно, исключения. Например, компания Google давно вышла за пределы своего штата и, даже, страны. Это говорит от том, что технология обработки поисковых запросов, скорее всего, обладает возрастающей отдачей от масштаба.

Оптимальное распределение производства

Оптимальное распределение производства

Предположим, что у нас есть два завода A и B, обладающие какими-то производственными технологиями...

Как эффективно разделить уровень производства $y = y_A + y_B$ между двумя заводами и чему будет равна функция издержек $TC(y)$ оптимизированного производства?

Можно ли решить эту задачу зная только лишь функции издержек?

Оптимальное распределение производства

Чтобы ответить на этот вопрос, выпишем лагранжиан:

$$\mathcal{L} = TC(y_A) + TC(y_B) - \lambda(y_A + y_B - y)$$

То есть мы минимизируем суммарные издержки так, чтобы достичь определенного суммарного уровня производства.

Выпишем условия первого порядка:

$$MC(y_A) = \lambda = MC(y_B), \quad y_A + y_B = y.$$

Таким образом, мы доказали следующее утверждение:

Lemma 17

Эффективное производство устроено так, что маржинальные издержки равны друг другу.

Оптимальное распределение производства

К примеру, если у нас есть выпуклые издержки

$$TC_A(y) = y^2 + 2y_1, \quad TC_B(y) = y^2 + 1,$$

то необходимо решить систему:

$$2y_A^* + 2 = 2y_A^*, \quad y = y_B^* + y_B^*$$

и затем определить функцию издержек двух заводов, как:

$$TC(y) := TC_1(y_A^*) + TC_2(y_B^*).$$

Оптимальное распределение производства

Обратите внимание, что мы не перерешиваем для каждого завода, как правильно закупить факторы производства $\vec{x}$, а только пользуемся их функциями издержек.

Это сильный ход, потому что мы не потребовали производственную функцию F_i каждого завода, а воспользовались более простым объектом TC_i, который проще откалибровать.

Это настоящая экономика.