Микроэкономика-I

Павел Андреянов, PhD

10 марта 2023 г.

План лекции

- Часть 1. Сложение спроса и предложения. Репрезентативный агент. Сложение эластичностей. Частичное равновесие, PS, CS.
- Часть 2. Налоги на потребителя и производителя. DWL. Пол и потолок цены. Экстерналии

Осторожно, я буду иногда путать между собой x и Q.

Сложение спросов

Сложение предложений

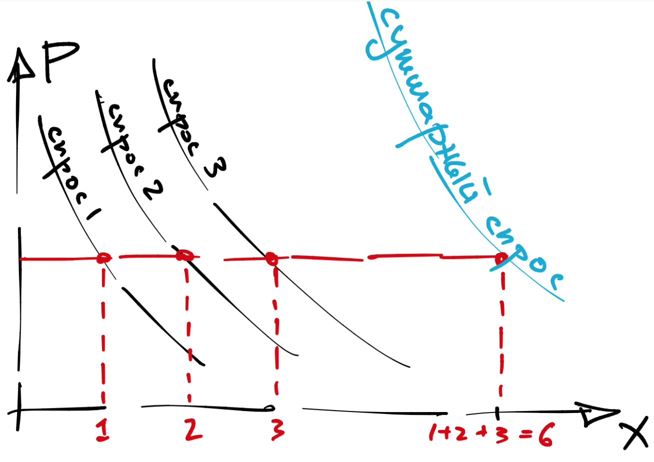
Весь модуль мы работали, для простоты, с 1 потребителем и выводили его спрос. Нас, конечно, будет интересовать

- либо суммарный спрос небольшого количества разных потребителей
- либо суммарный спрос большого количества одинаковых потребителей
- теоретически, также суммарный спрос большого количества разных потребителей

Как происходит суммирование?

Сложение спросов

В координатах x, p (помним, что у экономистов цена всегда по вертикали), спросы складываются горизонтально



Сложение спросов

Рассмотрим аналитический пример (бюджеты обозначим I_1, I_2, I_3, а цены товаров у всех одинаковые: p, q)

- $U_1 = 2\log x + 3\log y$
- $U_2 = \log x + 4\log y$
- $U_3 = 3\log x + 2\log y$

Просуммируем отдельно спросы на товары x, y:

$$x^{sum} = \frac{1}{p}(\frac{2}{5}I_1 + \frac{1}{5}I_2 + \frac{3}{5}I_3), \quad y^{sum} = \frac{1}{q}(\frac{3}{5}I_1 + \frac{4}{5}I_2 + \frac{2}{5}I_3)$$

То есть, сложение Кобб-Дугласов приводит к спросу, который сам чем-то похож на Кобб-Дугласа

Продвинутое сложение спросов

Сложение спроса

Рассмотрим экзотический пример, пусть бюджеты распределены, например, равномерно на отрезке $[0, 1]$ (тогда сумма превращается в матожидание), а полезность у всех

$$U = 2\log x + 3\log y$$

Просуммируем спросы на товар x:

$$x^{sum} = \mathbb{E}\frac{1}{p}\frac{2}{3}I = \frac{1}{p}\frac{2}{3}\mathbb{E}I = \frac{1}{p}\frac{2}{3}\frac{1}{2} = \frac{1}{3p}$$

Потому что матожидание (значок $\mathbb{E}$) линейно

Сложение спросов

Рассмотрим более экзотический пример, пусть бюджеты равны 1, а параметр α распределен равномерно на отрезке $[0, b]$ (матожидание $\mathbb{E}\alpha = b/2$), а полезность у всех одна и та же

$$U = \alpha \log x + (1 - \alpha) \log y$$

Просуммируем спросы на товар x:

$$x^{sum} = \mathbb{E}\frac{1}{p}\alpha = \frac{1}{p}\mathbb{E}\alpha = \frac{1}{p}\frac{b}{2} = \frac{b}{2p}$$

Потому что матожидание линейно

Сложение спросов

К чему все эти примеры? Вы можете смотреть на кривую спроса и думать про нее как про

- спрос одного единственного агента
- суммарный спрос большого кол-ва одинаковых агентов
- суммарный спрос большого кол-ва разных агентов

В частности, вы можете думать про параметры α, I как арифметические средние значения веса и бюджета (распределенные независимо) в большой популяции агентов с полезностью Кобб-Дугласа.

Сложение спросов

Действительно, представим произвольно много агентов.

Скажем, что агент i обладает весом α_i и бюджетом I_i, а масса самих агентов нормирована к единичке. Тогда

$$\mathbb{E}(x_i) = \mathbb{E}(\frac{\alpha_i I_i}{p}) = \frac{1}{p}\mathbb{E}(\alpha_i I_i) = \frac{1}{p}\mathbb{E}(\alpha_i)\mathbb{E}(I_i)$$

С точки зрения наблюдателя это невозможно отличить от ситуации, в которой есть только один (нулевой) агент с параметрами $\alpha_0 = \mathbb{E}(\alpha_i)$ и $I_0 = \mathbb{E}(I_i)$.

Такой агент называется репрезентативным.

Сложение не КД

Сложение не КД

Спросы могут складываться более или менее удачно.

У всех полезностей, обладающих свойством гомотетичности (кривые безразличия подобны друг другу и расширяются от центра координат) суммарный спрос одинаковых агентов с разными бюджетами ведет себя так же как и спрос одного единственного (репрезентативного) агента с суммарным бюджетом.

Другими словами, спрос шкалируется по доходу.

Сложение не КД

Большая часть полезностей гомотетичные:

- кобб дуглас
- леонтьев
- линейная
- ces

и спрос в них шкалируется по доходу.

Важным исключением является квазилинейная полезность, спрос в ней шкалируется не по доходу а по числу агентов.

Сложение совсем разных спросов

Сложение совсем разных спросов

До сих пор я складывал спросы одной природы: кд с кд, леонтьев с леонтьев, итд. Поэтому ответ получался простой и предсказуемый. В частности, поскольку все простые спросы линейны по бюджету, суммирование одинаковых агентов с разными бюджетами сводилось к суммированию бюджетов.

Что будет если мы сложим КД с Леонтьевым?

Сложение совсем разных спросов

Возьмем две такие полезности

$$U_1 = \alpha \log x + \beta \log y, \quad U_2 = \min(\frac{x}{a}, \frac{y}{b})$$

И сложим спросы...

$$x^{sum} = (\frac{\alpha}{\alpha+\beta} + \frac{ap}{ap+bq})\frac{I}{p},$$
$$y^{sum} = (\frac{\beta}{\alpha+\beta} + \frac{bq}{ap+bq})\frac{I}{p}$$

... ничего особо интересного.

Разве что интересно как преобразуются эластичности.

Сложение эластичностей

Сложение эластичностей

Поскольку суммарный спрос это сумма спросов,

$$\frac{\partial x^{sum}}{\partial p} = \sum \frac{\partial x}{\partial p}$$

Но нам то надо

$$\varepsilon_{x,p}^{sum} = \frac{\partial x^{sum}}{\partial p} \frac{p}{x^{sum}} = \sum_k \frac{\partial x^k}{\partial p} \frac{p}{x^{sum}} =?$$

тут k это индекс агента. Попробуем у доски?

Сложение эластичностей

Напомним

$$\varepsilon_{x,p}^{sum} = \frac{\partial x^{sum}}{\partial p} \frac{p}{x^{sum}} = \sum_k \frac{\partial x^k}{\partial p} \frac{p}{x^{sum}} = \ldots$$

далее

$$\ldots = \sum_k (\frac{\partial x^k}{\partial p} \frac{p}{x^k})(\frac{x^k}{p} \frac{p}{x^{sum}}) = \sum_k (\varepsilon_{x,p}^k \cdot \frac{x^k}{x^{sum}})$$

тут k это индекс агента.

То есть, эластичность суммарного спроса это средневзвешенная эластичность индивидуальных спросов.

Причем веса пропорциональны самим спросам в этой точке.

Сложение эластичностей

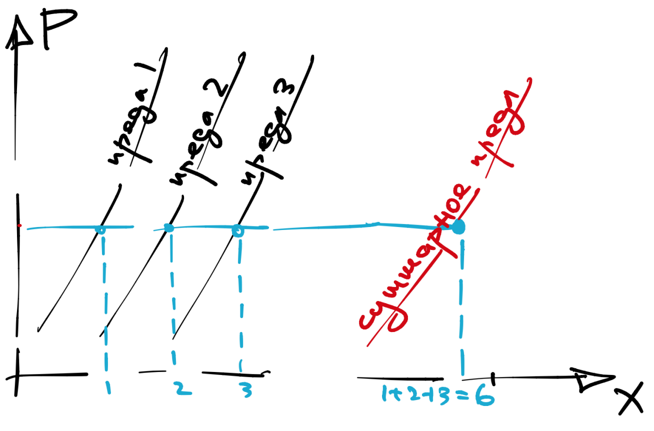
Это знание может сэкономить вам время на контрольной.

Решим какой нибудь пример (скажем, кд + леонтьев) у доски

Сложение предложений

Сложение предложений

В координатах x, p (помним, что у экономистов цена всегда по вертикали), предложения складываются тоже горизонтально



Сложение предложений

Задачу фирмы можно сформулировать по-разному.

- Можно задать функции издержек каждой фирмы
- Можно задать производственную функцию каждой фирмы
- Можно задать технологическое множество каждой фирмы

Первый способ для нас самый естественный

Внимание: Чтобы не лезть в греческий алфавит,
я буду предложение товара x обозначать заглавной буквой X.
Спрос будет обозначаться, как и сам товар, прописной x.

Сложение предложений

- $TC^1(X, Y) = X^2 + X + Y^2$
- $TC^2(X, Y) = X^2/2 + X + Y^2$
- $TC^3(X, Y) = X^2 + Y^2$

Пусть есть три фирмы с издержками (цены товаров равны p, q). Каждая из них производит функцию предложения (первого) товара x, по чистому совпадению не зависящая от цены (второго) товара y

$$X^{sum} = \frac{p-1}{2} + (p-1) + \frac{p}{2} = 2p - \frac{3}{2}$$

Суммарное предложения (второго) товара y также чудом не зависит от цены первого

$$Y^{sum} = \frac{3}{2}q$$

Сложение предложений

Теперь я хочу сделать кое что странное...

- $TC^1(X, Y) = X^2 + X + Y^2$
- $TC^2(X, Y) = X^2/2 + X + Y^2$
- $TC^3(X, Y) = X^2 + Y^2$

Давайте посчитаем суммарную функцию издержек...

$$TC^{sum} \neq \frac{5}{2}X^2 + 2X + 3Y^2$$

... только по правилам сложения функций издержек.

$$(X_1^2 + X_1) + (X_2^2/2 + X_2) + X_3^2 \to \min, \quad X_1 + X_2 + X_3 = X$$

Сложение предложений

$$(X_1^2 + X_1) + (X_2^2/2 + X_2) + X_3^2 \to \min, \quad X_1 + X_2 + X_3 = X$$

Выпишем фоки

- $MC^1 = 2X_1 + 1 = \lambda$
- $MC^2 = X_2 + 1 = \lambda$
- $MC^3 = 2X_3 = \lambda$
- $X_1 + X_2 + X_3 = X$

В вольфрамальфа я могу заказать решение в одну строку
solve 2*x1+1 == l, x2+1==l, 2*x3==l, x1+x2+x3==x for l,x1,x2,x3

Сложение предложений

Получим решение

$$X_1^* = \frac{2X-1}{8}, \quad X_2^* = \frac{2X-1}{4}, \quad X_3^* = \frac{2X+3}{8}$$

И теперь, с божьей помощью, выпишем (производную, чтобы не тратить время) от суммарной функции издержек

$$MC^{sum}(X) = MC^1(X_1^*)\frac{\partial X_1^*}{\partial X} + MC^2(X_2^*)\frac{\partial X_2^*}{\partial X} + MC^3(X_3^*)\frac{\partial X_3^*}{\partial X} =$$
$$= (\frac{2X-1}{4}+1)\frac{1}{4} + (\frac{2X-1}{4}+1)\frac{1}{2} + (\frac{2X+3}{4})\frac{1}{4} = \frac{X}{2} + \frac{3}{4}$$

Сложение предложений

И теперь, с божьей помощью, выпишем (производную, чтобы не тратить время) от суммарной функции издержек

$$MC^{sum}(X) = \frac{X}{2} + \frac{3}{4}$$

И функция спроса объединенного завода, соответственно, равна

$$MC^{sum}(X) = p \quad \Rightarrow \quad X = 2p - \frac{3}{2}$$

... хм, где-то я уже это видел

Сложение предложений

Удивительным образом, спрос объединенного завода оказался равен суммарному спросу (сумме независимо посчитанных спросов каждого из трех заводов).

$$X^{sum} = 2p - \frac{3}{2}.$$

Совпадение?

Сложение предложений

Совпадение? Конечно нет!

Дело в том, что система

- $MC^1 = 2X_1 + 1 = p$
- $MC^2 = X_2 + 1 = p$
- $MC^3 = 2X_3 = p$
- $X_1 + X_2 + X_3 = X$

описывает одновременно как сложение индивидуальных спросов так и оптимальное распределение мощностей между тремя заводами, если заменить множитель Лагранжа λ на p.

Сложение предложений

Другими словами, на конкурентном рынке нет смысла объединять заводы, они все равно будут поставлять продукцию по правилу $P = MC$. Потому что конкурентный рынок заставляет заводы работать эффективно.

А когда имеет смысл?

Сложение предложений

А когда имеет смысл?

Когда рынок не конкурентный, например фирма планирует стать монополистом и контролировать цену. Тогда, для применения закона обратной эластичности ей потребуется сосчитать тот самый злосчастный $MC^{sum}(X)$.

Сложение предложений

А на контрольной, получается, вы можете посчитать функцию предложения объединенного завода в обход вывода технологии самого этого завода, что горааааздо быстрее и проще.

- аналогично если вам даны производственные функции
- аналогично если вам даны технологические множества

Частичное равновесие

Частичное равновесие

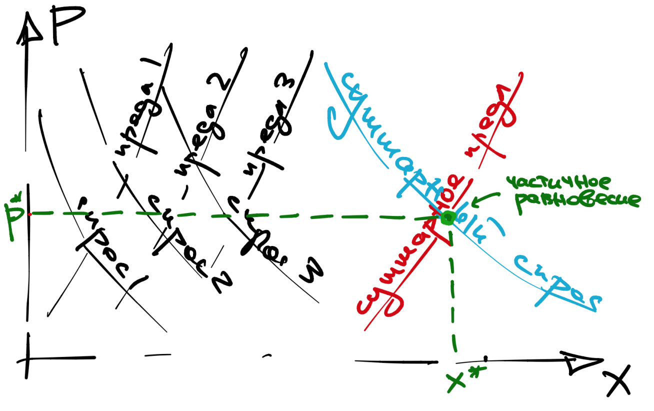
Частичное равновесие - это равновесие на рынке одного товара (например x) такое что суммарный спрос равен суммарному предложению. То есть, это пара (x^*, p^*) такие что

$$x^* = x^{sum}(p^*) = X^{sum}(p^*)$$

При цене p^* у вас нет ни дефицита ни излишков товара.

Все остальные товары (например y) и цены этих товаров (q) в частичном равновесии игнорируются, или подразумеваются фиксированными на известном уровне.

В координатах x, p (помним, что у экономистов цена всегда по вертикали), частичное равновесие это просто координаты пересечения суммарного спроса с суммарным предложением



Частичное равновесие

Аналитически, это просто решение системы уравнений

$$\begin{cases} x = x^{sum}(p) \\ x = X^{sum}(p) \end{cases}$$

Напомню, что заглавная X^{sum} это суммарное предложение, а прописная x^{sum} это суммарный спрос.

Внимание: эластичности есть как у спроса так и у предложения. Чтобы различать их между собой я буду эластичность предложения обозначать заглавной буквой $\mathcal{E}^{sum}$, а прописную ε^{sum} оставим, как и раньше, для потребителя.

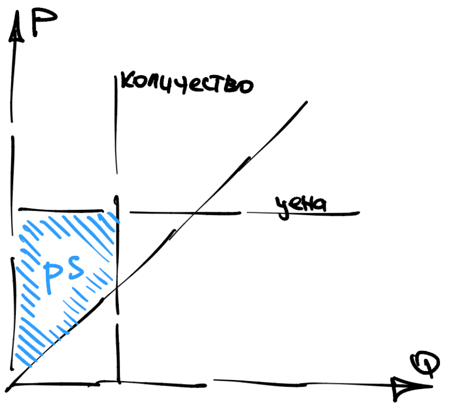
PS и CS

Излишек производителя (PS)

Излишек производителя это площадь между кривой предложения и равновесной ценой, зажатая между нулем и актуальным (по любым причинам) количеством проданного товара.

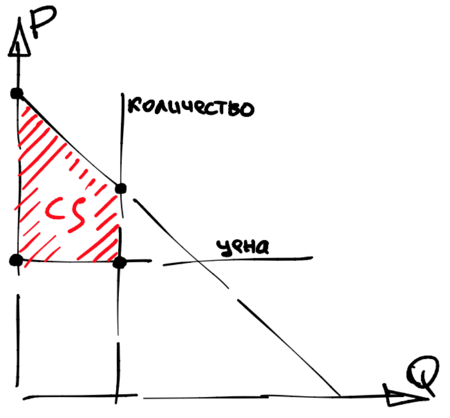
Формально,

$PS = PQ - \int_0^Q MC(x)dx =$
$PQ - TC(Q) + TC(0) =$
чистая прибыль $+ FC$



Излишек потребителя (CS)

Излишек потребителя это площадь между кривой спроса и равновесной ценой, зажатая между нулем и актуальным (по любой причине) количеством проданного товара.

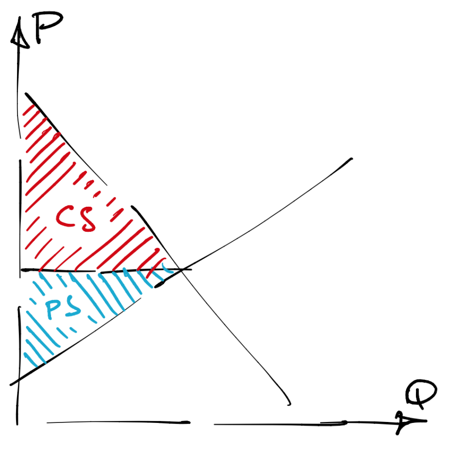


В квазилинейной экономике $CS = \int_0^Q MU(x)dx - PQ = U(Q) - U(0) - PQ =$ чистая полезность

Сумма излишков (TS = CS + PS)

Хорошо известно, что сумма излишков потребителя и производителя
$TS = CS + PS$
максимизируется, когда количество проданного товара определяется пересечением кривых спроса и предложения.

Все остальные конфигурации рынка могут только повредить TS.



Перерыв

Частичное равновесие

На самом деле, частичным равновесием я называю целый класс задач, в которых могут присутствовать

- налоги и субсидии
- экстерналии
- общественные блага
- ...

Ключевой момент - это то что рассматривается рынок одного товара, а все остальные товары как-бы игнорируются.

Несмотря на кажущуюся ложность постановки вопроса, в этой модели можно выработать много интересных результатов.

Частичное равновесие

Например, одним из таких результатов является утверждение о том, что доли налогового бремени распределяется между потребителями/производителями обратно пропорционально эластичностям спроса/предложения.

В англоязычной литературе можно найти более тупую версию того же самого утверждения: «When supply is more elastic than demand, consumers will bear more of the burden of a tax than producers will.»

Сегодня мы с вами это все поймем и докажем.

Налог в частичном равновесии

Частичное равновесие

В чем суть проблемы?

Есть понятная отрасль, например, молочная продукция (молочка). Это основной источник белка и кальция, поэтому спрос на нее обладает относительно низкой эластичностью.

Поэтому, мы знаем, что государство будет облагать ее налогом, потому что это оптимально с точки зрения правила Рамсея.

Я даже не буду рассматривать паушальный налог, это позапрошлый век (см. оброк - повинность крестьянина платить барину).

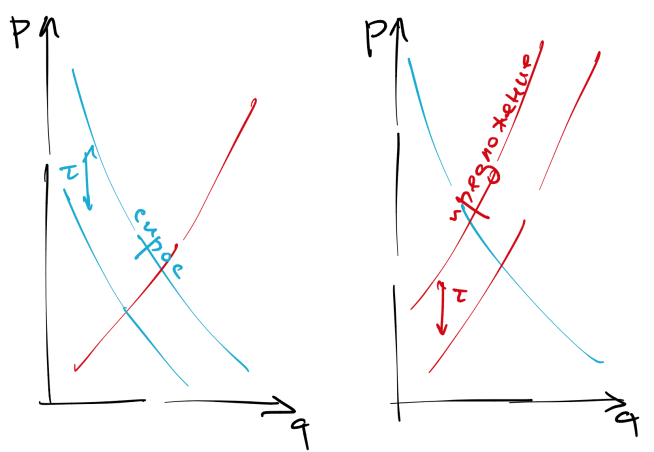
Частичное равновесие

Может быть, это будет единый для всех товаров НДС, может, он будет дифференциированым, это нас сейчас не волнует. Потому что мы на рынке одного товара.

Важным сейчас является то, что налог, вообще говоря, можно применять как к потребителям так и к производителям.

С геометрической точки зрения, это просто сдвиг одной из двух кривых спроса, так как вы подменяете фундаментальные цены p на новые цены с налогом $p + \tau$.

С геометрической точки зрения, это просто сдвиг одной из двух кривых спроса, так как вы подменяете фундаментальные цены p на новые цены с налогом $p + \tau$.



Налог на потребителя

Предположим, что это налог на потребителя, и размера τ.

Если раньше я был готов покупать, скажем, 10 единиц товара по цене p то теперь я готов покупать 10 единиц товара по цене $p - \tau$. Потому что с меня потом возьмут τ.

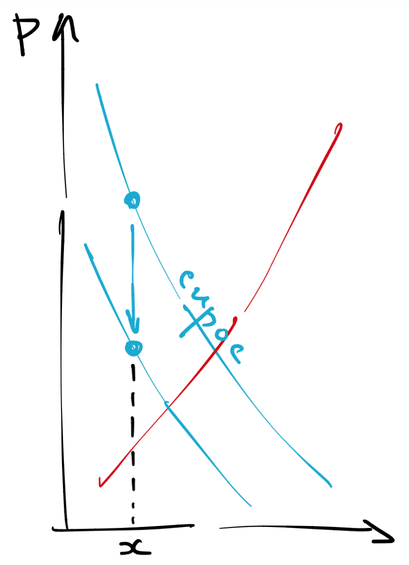
Подмена аргумента функции спроса с p на $p - \tau$ приводит к съезжанию графика функции спроса вниз (в координатах x, p) ровно на τ.

Налог на потребителя

По другому, мы можем сказать что готовность платить за x единиц товара упала, в точности, с p рублей до $p - \tau$ рублей (за штуку).

Как раз, из-за налога τ.

Падение платежеспособности описывается при помощи съезжания графика функции спроса вниз.



Налог на производителя

Предположим, что это налог на производителя, и размера τ.

Если раньше я был готов производить, скажем, 10 единиц товара по цене p то теперь я готов производить 10 единиц товара по цене $p - \tau$. Потому что с меня потом возьмут τ.

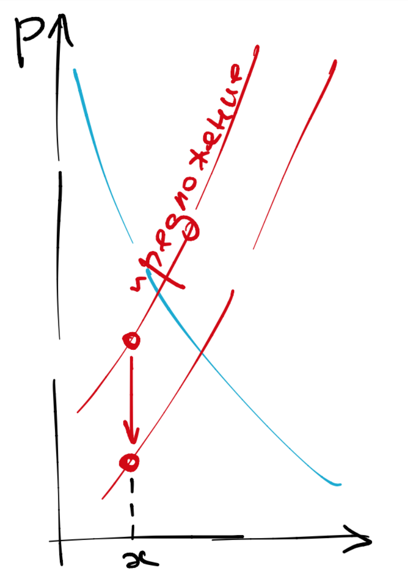
Подмена аргумента функции предложения с p на $p - \tau$ приводит к съезжанию графика функции предложения вниз (в координатах x, p) ровно на τ.

Налог на производителя

По другому, мы можем сказать что готовность поставлять x единиц товара упала, в точности, с p рублей до $p - \tau$ рублей (за штуку).

Как раз, из-за налога τ.

Падение платежеспособности описывается при помощи съезжания графика функции предложения вниз.



Налог в ЧР

Удивительным образом, на определенном уровне абстракции, частичное равновесие вообще не зависит от того, на кого был возложен налог.

Можно думать про налог в ЧР как расщепление рыночной цены на две: цену потребителя и цену производителя.

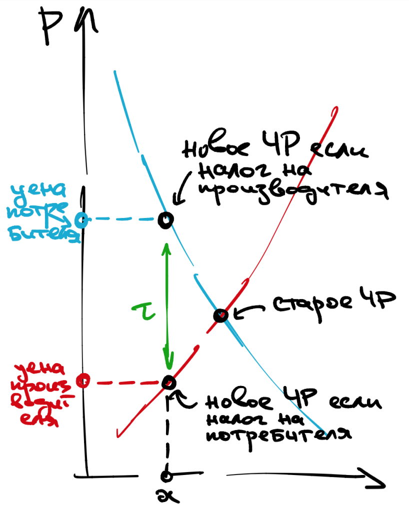
Налог в ЧР

Первая (более высокая) это цена которую воспринимает потребитель.

Вторая (более низкая) это цена которую воспринимает производитель.

Цены подстраиваются так, что спрос и предложение товара (при соответствующих ценах) совпадают.

Это и есть ЧР.



Решим пример у доски

Налоги и DWL

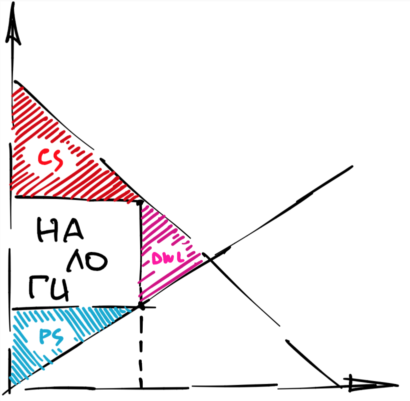
T и DWL

Введем два новых объекта

Первый объект это суммарные налоговые сборы.

Второй объект это суммарные потери общества, традиционно обозначаются *DWL*.

Заметим, что налог распределяется между агентами независимо от того, кто его платит номинально.



T и DWL

Найдем налог в процентах от товарооборота px в равно-сии, причем приближенно.

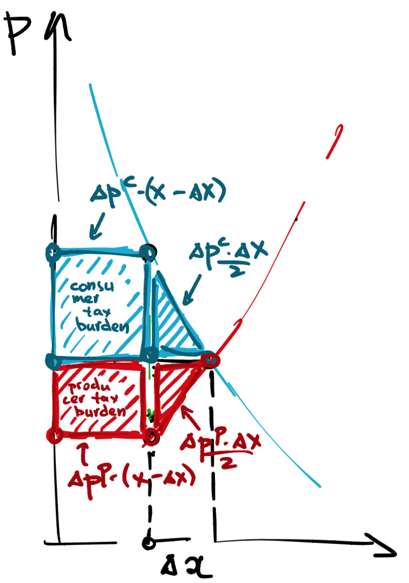
Доля потребителя это

$$\frac{\Delta^c p(x-\Delta x)}{px} = \frac{1}{|\varepsilon|}\frac{\Delta x}{x}(1-\frac{\Delta x}{x})$$

Доля производителя это

$$\frac{\Delta^p p(x-\Delta x)}{px} = \frac{1}{|\mathcal{E}|}\frac{\Delta x}{x}(1-\frac{\Delta x}{x})$$

То есть, налог распределяется обратно пропорционально эластичностям ε и $\mathcal{E}$.



Налог в ЧР

Похожим образом, я могу сосчитать DWL приближенно, и в процентах от товарооборота, если мои входные данные это эластичность спроса ε, эластичность предложения $\mathcal{E}$ и налог, который задан в процентах от цены, естественно.

$$\frac{DWL}{px} = \frac{\Delta p \Delta x}{2px} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 \frac{p}{\Delta^p p + \Delta^c p} \frac{\Delta x}{x} = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{1}{|\varepsilon|} + \frac{1}{|\mathcal{E}|}} \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2$$

То есть, DWL монотонно растет по эластичностям спросов.

Чем менее эластичны спрос и предложение, тем меньше, в каком то смысле, страдает общество.

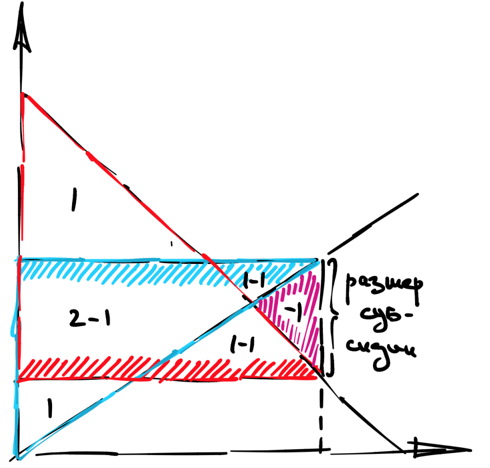
Субсидии

Субсидии

Когда субсидия, ситуация сложнее.

Расщепление цен происходит так, что цена потребителя ниже чем цена производителя, однако налоговые сборы отрицательны.

PS, CS, T получаются с нахлестом, но если аккуратно сосчитать площади то можно снова найти DWL (он справа).



Пол, потолок и экстерналии (на доске)