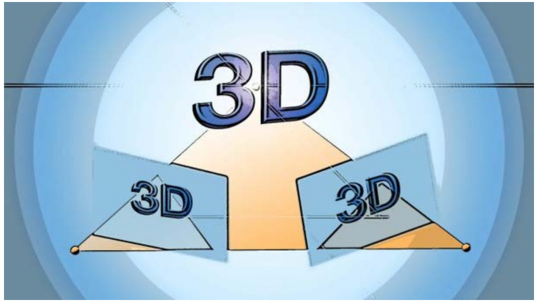
Fachgebiet
Geometrische Optimierung
und Maschinelles Lernen

Technische Universität München

# Martin Kleinsteuber: Computer Vision

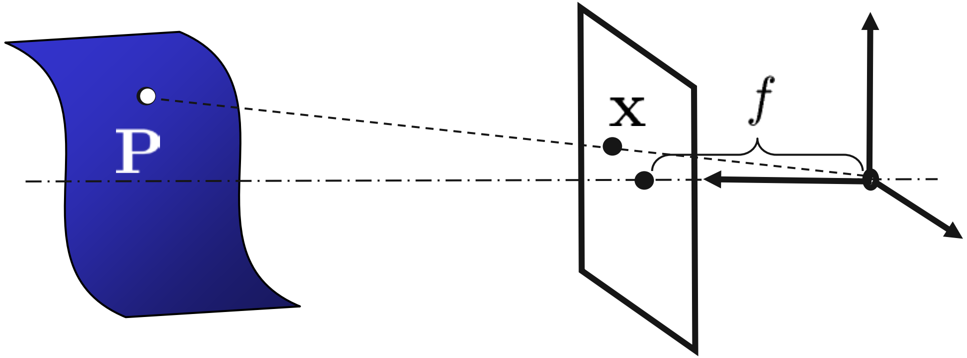
# Kapitel 2 – Bildentstehung

## 4. Perspektivische Projektion mit kalibrierter Kamera



# Perspektivische Projektion

## Lochkameramodell




- Abbildung eines Punktes auf den Bildpunkt $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{f}{Z} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$

# Perspektivische Projektion

- Die Abhängigkeit der homogenen Koordinaten erhalten wir aus

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{f}{Z} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

$$Z \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Perspektivische Projektion

## Mit Brennweitenmatrix und generischer Projektionsmatrix

- Definiere $K_f := \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Pi_0 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- Betrachte 3D-Punkt $\mathbf{P}^{(\mathrm{hom})} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$ und $\mathbf{x}^{(\mathrm{hom})} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$
- Die Perspektivische Projektion ist somit

$$\mathbf{x}^{(\mathrm{hom})} \sim K_f \Pi_0 \mathbf{P}^{(\mathrm{hom})}$$

# Die ideale Kamera

## Abbildung von Weltkoordinaten auf Bildkoordinaten

- Transformation der homogenen Koordinaten $\mathbf{P}^{(\text{hom})}$ bei euklidischer Bewegung der Kamera

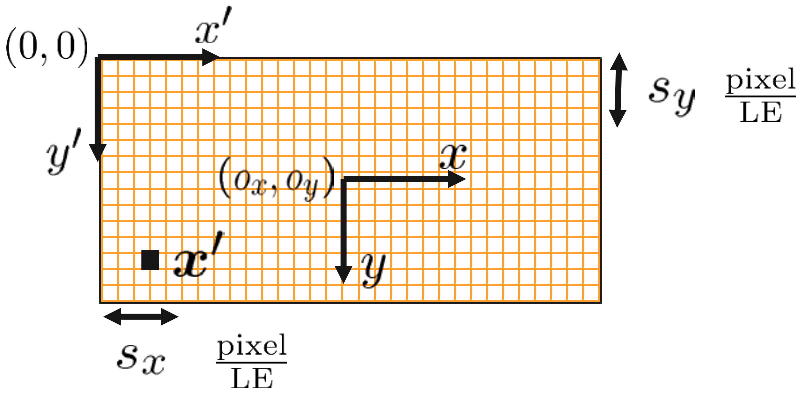
$$\mathbf{P}^{(\text{hom})} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{P_0}^{(\text{hom})} \quad R \in SO(3), \quad T \in \mathbb{R}^3$$

- Perspektivische Projektion mit euklidischer Transformation

$$\mathbf{x}^{(\text{hom})} \sim K_f \Pi_0 \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{P_0}^{(\text{hom})}$$

# Sensorparameter

## Transformation von Bildkoordinaten in Pixelkoordinaten




1. Spezifizieren der Längeneinheiten (LE)

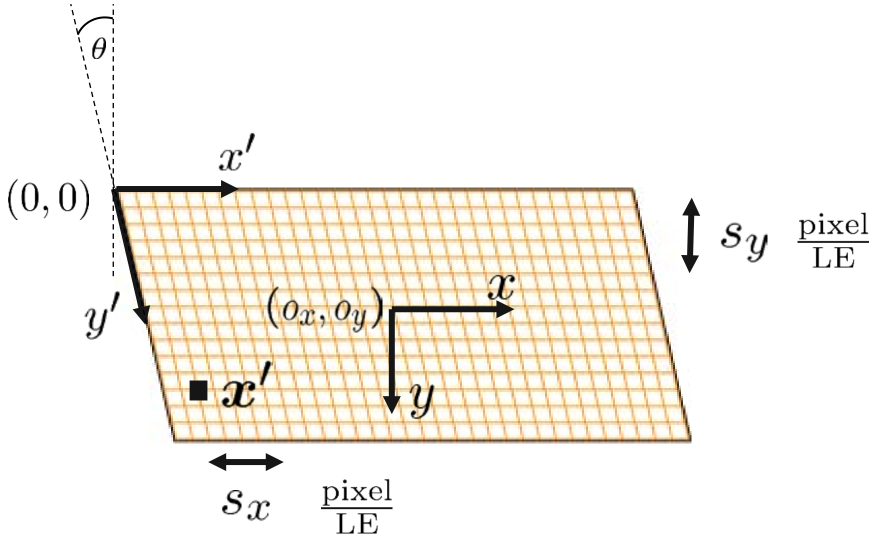
- $x_s = s_x x$, gleiches mit $y_s = s_y y$
- $s_x = s_y$ bedeutet quadratische Pixel

2. Justieren des Ursprungs

- Pixelkoordinaten $x' = x_s + o_x$, gleiches mit $y' = y_s + o_y$

# Sensorparameter

## Lineare Transformation von Bildkoordinaten in Pixelkoordinaten




3. Einführen eines Scherungsfaktors $s_\theta$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & s_\theta & o_x \\ 0 & s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{:=K_s} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}' = K_s \mathbf{x}$$

$$\mathbf{x} = K_s^{-1} \mathbf{x}'$$

# Kalibrierungsmatrix

## Zusammenführen von Brennweite und Sensorparametern

- Pixelkoordinaten

$$\mathbf{x}' = K_s \mathbf{x}$$

- Perspektivische Projektion

$$\mathbf{x} \sim K_f \Pi_0 \mathbf{P}$$

$$\mathbf{x}' \sim K_s K_f \Pi_0 \mathbf{P} = \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & s_\theta & o_x \\ 0 & s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{:=K} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\Pi_0} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Kalibrierungsmatrix (intrinsische Kameraparameter)

$$K = K_s K_f = \begin{bmatrix} f s_x & f s_\theta & o_x \\ 0 & f s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Zusammenfassung

- Abbildung von Weltkoordinaten auf Pixelkoordinaten durch

$$\mathbf{x}' \sim K\Pi_0 \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{P}_0$$

- Intrinsische Parameter $K$:
- Extrinsische Parameter: Position der Kamera
- Umrechnung von idealen Bildkoordinaten und Pixelkoordinaten

$$\mathbf{x}' = K_s \mathbf{x}$$

$$\mathbf{x} = K_s^{-1} \mathbf{x}'$$