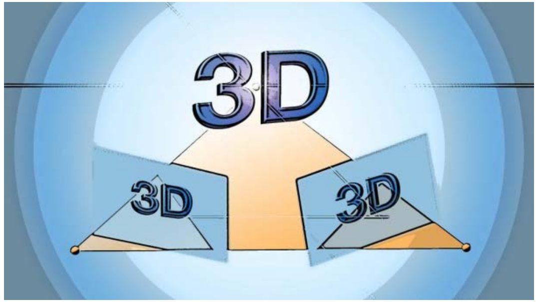
Fachgebiet
Geometrische Optimierung
und Maschinelles Lernen

Technische Universität München

Martin Kleinsteuber: Computer Vision

Kapitel 4 – Planare Szenen

1. Die planare Epipolargleichung



Motivation

Planare Szene (Luftbild)

- Ziel 1: Formeller Zusammenhang zwischen Korrespondenzen
- Ziel 2: Schätze euklidische Bewegung der Kamera mit Korrespondenzen in einer planaren Szene

Planare Szene

Ebenengleichung

- Ebene in Kamerasystem 1

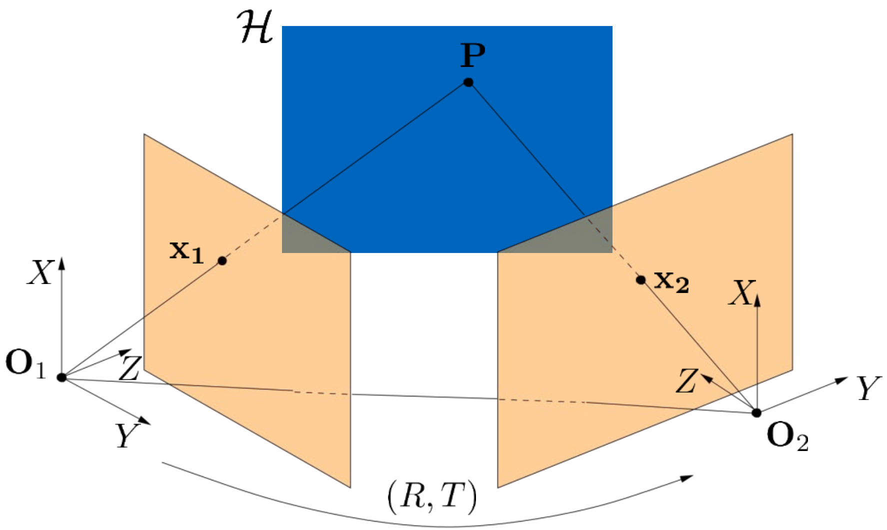
  $\mathcal{H} =: \{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^3 \,|\, \mathbf{n}^\top \mathbf{X} = d\}$

  $\mathbf{n}$: Normierter Normalenvektor

  d : Abstand von $\mathcal{H}$ zu $\mathbf{O}_1$

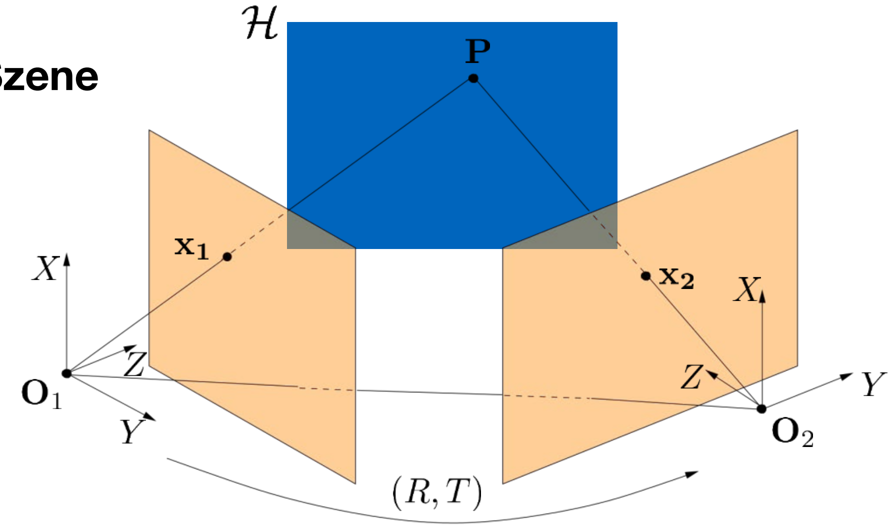
- Ebenengleichung mit Hilfe von $\mathbf{P}_1$

  $$\mathbf{n}^\top \mathbf{P}_1 = n_1 X + n_2 Y + n_3 Z = d$$



Planare Epipolargleichung

Zusammenhang zwischen KP in planarer Szene



- Euklidische Bewegung $\mathbf{P}_2 = R\mathbf{P}_1 + T$
- Ebenengleichung $\mathbf{n}^\top \mathbf{P}_1 = d$

- H heißt planare Homographiematrix zur Ebene $\mathcal{H}$ und zur euklidischen Bewegung (R, T)
- Die Gleichung $\mathbf{x}_2 \sim H\mathbf{x}_1$ heißt planare Epipolargleichung

Eigenschaften der Homographiematrix

Charakterisierung durch Singulärwertzerlegung

- Eine Matrix H ist genau dann Homographiematrix, wenn für die Singulärwertzerlegung von H gilt:

$$H = U \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & 1 & \\ & & \sigma_3 \end{bmatrix} V^\top$$

Scheitern des 8-Punkt-Algorithmus

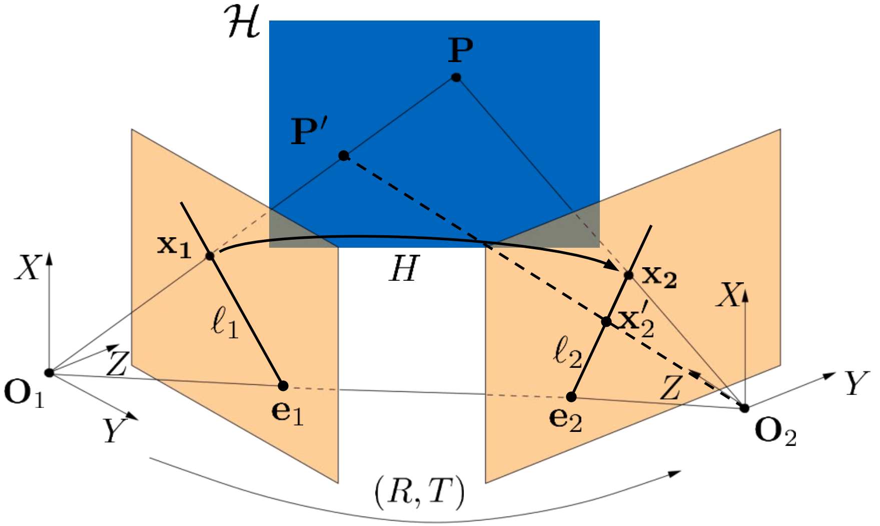
im planaren Fall

- Planare Epipolargleichung $\mathbf{x}_2 \sim H\mathbf{x}_1$
- $\mathbf{x}_2$ orthogonal zu $\mathbf{u} \times H\mathbf{x}_1$ für alle $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$
- Für ideale KP hat Koeffizientenmatrix $A := \begin{bmatrix} \mathbf{a}^{1\,\top} \\ \mathbf{a}^{2\,\top} \\ \vdots \\ \mathbf{a}^{n\,\top} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 9}, \quad \mathbf{a}^j := \mathbf{x}_1^j \otimes \mathbf{x}_2^j$

$\dim(\mathrm{Ker}(A)) \geq 3$ und $\mathrm{Rang}(A) \leq 6$

Planare Epipolargeometrie

Schlussfolgerungen



- Für jedes Bild $\mathbf{x}_1$ eines Punktes in der Ebene existiert ein eindeutiger KP $\mathbf{x}_2$

- Epipolarlinien durch Homographie bestimmt

$$\boldsymbol{\ell}_2 \sim \hat{\mathbf{x}}_2 H \mathbf{x}_1, \quad \boldsymbol{\ell}_1 \sim H^\top \boldsymbol{\ell}_2$$

Zusammenfassung

- Im planaren Fall liegen 3D-Raumpunkte auf einer Ebene in der Szene
- Planare Epipolargleichung beschreibt formellen Zusammenhang der Bildpunkte
- Eindeutige Bestimmung von Korrespondenzen mit Hilfe der Homographiematrix
- Homographiematrix erlaubt die Berechnung von Epipolarlinien auch für Punkte außerhalb der Ebene