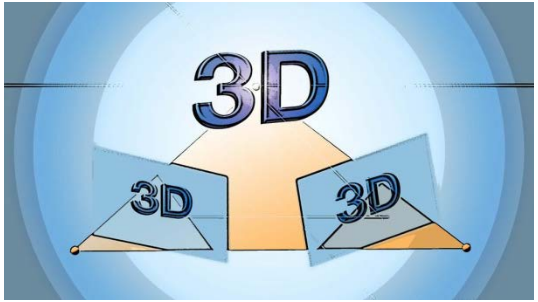
Fachgebiet
Geometrische Optimierung
und Maschinelles Lernen

Technische Universität München

Martin Kleinsteuber: Computer Vision

Kapitel 4 – Planare Szenen

3. Kamerakalibrierung



Motivation

- Bestimme Kalibrierungsmatrix K aus mehreren Ansichten eines Schachbretts
- Nutze dabei Kenntnis über die Geometrie des Schachbrettes

Wiederholung

Perspektivische Projektion

- Pixelkoordinaten

$$\mathbf{x}' = K_s \mathbf{x}$$

- Perspektivische Projektion

$$\mathbf{x} \sim K_f \Pi_0 \mathbf{P}$$

$$\mathbf{x}' \sim K_s K_f \Pi_0 \mathbf{P} = \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & s_\theta & o_x \\ 0 & s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{:=K} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\Pi_0} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

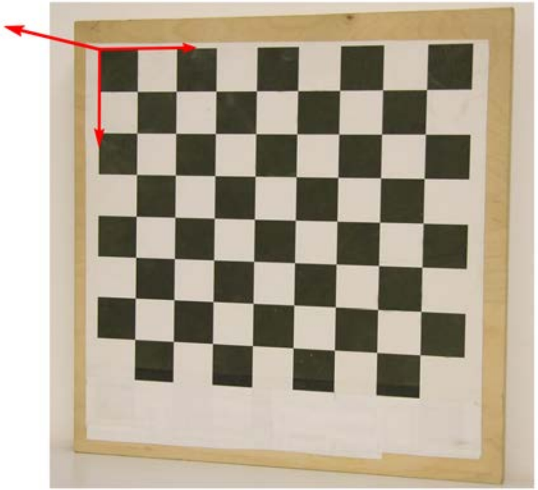
- Mit euklidischer Transformation von $\mathbf{P}$

$$\mathbf{x}' \sim K \Pi_0 \begin{bmatrix} R & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{P}$$

Video

Kalibrierung

Ansatz



- Schachbrett liegt im Ursprung der Weltkoordinaten
- Z-Achse der Weltkoordinaten senkrecht zum Schachbrett
- Dann gilt für einen Punkt $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ auf dem Schachbrett

$$\mathbf{x}' \sim K\Pi_0 \begin{bmatrix} R & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Video

Kalibrierung

Schätzen der Homographie

- Die Matrix $H := K \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{T} \end{bmatrix}$ ist bis auf Skalierung eine Homographiematrix, die homogene Koordinaten vom Schachbrett auf homogene, unkalibrierte Koordinaten in der Bildebene abbildet:

$$\hat{\mathbf{x}}' H \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

- Schätze H bis auf Skalierung mittels des 4-Punkt-Algorithmus durch gegebene Korrespondenzpunktpaare $\left(\mathbf{x}'^{\,j}, \begin{bmatrix} X^j \\ Y^j \\ 1 \end{bmatrix} \right)$

Video

Kalibrierung

Bedingungen an die Kalibrierungsmatrix

- Es gilt $K^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}\mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2\end{bmatrix}$
- Durch Orthogonalität und Normierung von $\mathbf{r}_1$ und $\mathbf{r}_2$ erhalten wir die Bedingungen:
  - $\mathbf{h}_1^\top K^{-\top} K^{-1} \mathbf{h}_2 = 0$
  - $\mathbf{h}_1^\top K^{-\top} K^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^\top K^{-\top} K^{-1} \mathbf{h}_2$
- Die Matrix $K^{-\top} K^{-1}$ ist symmetrisch:

$$B := K^{-\top} K^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$$

Video

Kalibrierung

Schätzen der Kalibrierungsmatrix

- Das Produkt $\mathbf{a}^\top B \mathbf{c}$ mit $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$ lässt sich

  umformulieren zu $\mathbf{a}^\top B \mathbf{c} = \mathbf{v}_{(\mathbf{a},\mathbf{c})}^\top \mathbf{b}$ mit $\mathbf{v}_{(\mathbf{a},\mathbf{c})} = \begin{bmatrix} a_1 c_1 \\ a_1 c_2 + a_2 c_1 \\ a_2 c_2 \\ a_3 c_1 + a_1 c_3 \\ a_3 c_2 + a_2 c_3 \\ a_3 c_3 \end{bmatrix}$

  und $\mathbf{b} = [B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{33}]^\top \in \mathbb{R}^6$

Video

Kalibrierung

Schätzen der Kalibrierungsmatrix

- Für jede Ansicht liefern die Bedingungen
  - $\mathbf{h}_1^\top B\, \mathbf{h}_2 = 0$
  - $\mathbf{h}_1^\top B\, \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^\top B\, \mathbf{h}_2$

  zwei Gleichungen

$$V^j \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{(\mathbf{h}_1,\mathbf{h}_2)}^\top \\ \left(\mathbf{v}_{(\mathbf{h}_1,\mathbf{h}_1)} - \mathbf{v}_{(\mathbf{h}_2,\mathbf{h}_2)}\right)^\top \end{bmatrix} \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

- Für n Ansichten des Schachbretts ergibt sich das Gleichungssystem $V\mathbf{b} = \mathbf{0}$ mit $V \in \mathbb{R}^{2n\times 6}$
- Wir benötigen also mindestens 3 Ansichten, um b bis auf Skalierung zu schätzen

Video

Kalibrierung

Schritte zur Berechnung der Kalibrierungsmatrix

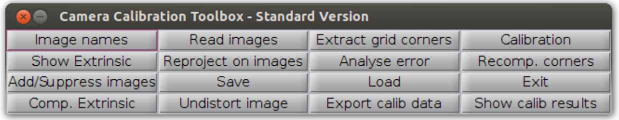
- Löse LGS $V\mathbf{b} = \mathbf{0}$ mittels Singulärwertzerlegung von V
- Erstelle symmetrische Matrix $\tilde{B}$ aus dem rechtsseitigen Singulärvektor zum kleinsten Singulärwert von V
- Wähle positiv definites $B = \pm\tilde{B}$
- Zerlege B mittels Cholesky-Faktorisierung in das Produkt $B = \tilde{K}^\top \tilde{K}$, wobei $\tilde{K}$ eine obere Dreiecksmatrix ist
- Dann gilt $K \sim \tilde{K}^{-1}$
- Normiere die Kalibrierungsmatrix an Hand ihres (3,3)-Eintrags

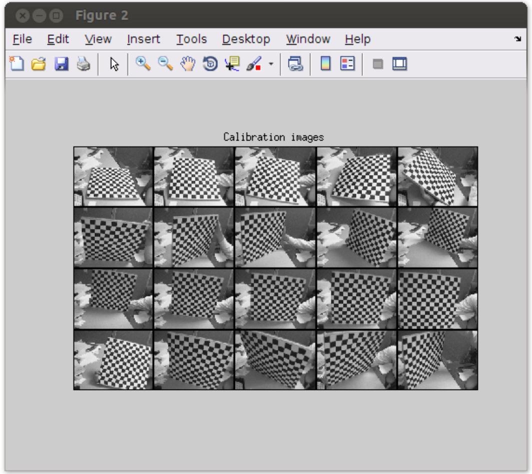
Video

MATLAB-Demonstration

Toolbox zur Kamerakalibrierung

- Jean-Yves Bouget, CalTech
- http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html





Video

Zusammenfassung

- Mit mindestens drei Aufnahmen eines Schachbretts lässt sich die Kalibrierungsmatrix bestimmen
- Erhalte pro Aufnahme eine Homographie zwischen 3D-Punkten auf dem Schachbrett und zugehörigen unkalibrierten Bildpunkten
- Jede Ansicht liefert zwei Gleichungen für $B = K^{-\top} K^{-1}$
- Extrahiere die Kalibrierungsmatrix mittels Cholesky-Faktorisierung