Fachgebiet
Geometrische Optimierung
und Maschinelles Lernen

Computer Vision

Martin Kleinsteuber Julian Wörmann

Bild, Urbild, Cobild

Heute geht es um den Umgang mit Bild, Urbild und Cobild. Die folgenden kleinen Übungen sollen Ihnen beim Verständnis der Konzepte helfen. Sollten Sie keinen Computer zur Hand haben, schreiben Sie die Lösung der Aufgaben soweit wie möglich als Pseudocode.

1 Vom Cobild zum Bild

Wie in der Vorlesung erwähnt, werden wir Geraden im Raum und somit Linien im Bild immer über ihr Cobild identifizieren. Das Urbild einer Geraden ist eine Ebene im Raum, somit ergibt sich das Cobild als Vektor im Raum. Als erstes benötigen wir daher eine Funktion, die aus einem derartigen Cobild das Bild, also eine Linie im Bild einzeichnet. Nutzen Sie hierzu den Zusammenhang $\ell^\top \mathbf{x} = 0$, Ihr Wissen über homogene Koordinaten sowie die Eigenschaft, dass eine Linie im Bild mit zwei Punkten eindeutig bestimmt ist. Laden Sie das vorgegebene Bild, stellen Sie es dar und zeichnen Sie mit Ihrer Funktion die Bilder der beiden Geraden ein, die über ihre Cobilder wie folgt definiert sind:

$$\ell_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -10 \\ 740 \end{bmatrix}, \quad \ell_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -1470 \end{bmatrix}$$

2 Verbindungslinie zweier Punkte

Gegeben sind zwei Punkte im Bild, $\mathbf{p}_1$ und $\mathbf{p}_2$. Schreiben Sie eine Funktion, die das Cobild ℓ_{12} der Verbindungslinie berechnet und die zugehörige Linie (Bild) sowie die beiden Punkte ins Bild einzeichnet. Verwenden Sie zum Beispiel folgende Punkte (Bildkoordinaten):

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 125 \\ 214 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 200 \\ 354 \end{bmatrix}$$

3 Schnittpunkt zweier Verbindungslinien

Schreiben Sie eine Funktion, die vier Punkte einliest, die Verbindungslinien ℓ_{12} und ℓ_{34} sowie deren Schnittpunkt im Bild berechnet und anzeigt. Verwenden Sie zum Testen die Punkte $\mathbf{p}_1$ und $\mathbf{p}_2$ sowie

$$\mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} 124 \\ 150 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} 292 \\ 118 \end{bmatrix}$$

4 Linien durch einen Punkt

Schreiben Sie eine Funktion, die 20 zufällige Linien zeichnet, die sich alle in einem gegebenen Punkt schneiden. Verwenden Sie zum Beispiel den Punkt $\mathbf{p}_5 = \begin{bmatrix} 244 \\ 191 \end{bmatrix}$. Um eine möglichst breite Verteilung der Linien zu erzeugen, wählen Sie die Freiheitsgrade für die Wahl der Linien im Bild wie folgt: $\ell = \begin{bmatrix} 1 \\ * \\ 1000 \times \text{randn} \end{bmatrix}$, wobei randn eine normalverteilte Zufallsvariable ist und "$*$" einen noch zu berechnenden Wert darstellt.

5 Vier Punkte auf einer Linie

Finden Sie ohne Einzeichnen der Punkte heraus, welche vier der folgenden fünf Punkte auf einer Linie liegen. Benutzen Sie dazu die Singulärwertzerlegung und folgende Bildkoordinaten:

$$\mathbf{p}_6 = \begin{bmatrix} 68 \\ 255 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_7 = \begin{bmatrix} 131 \\ 399 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_8 = \begin{bmatrix} 35 \\ 109 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_9 = \begin{bmatrix} 113 \\ 358 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_{10} = \begin{bmatrix} 54 \\ 223 \end{bmatrix}$$