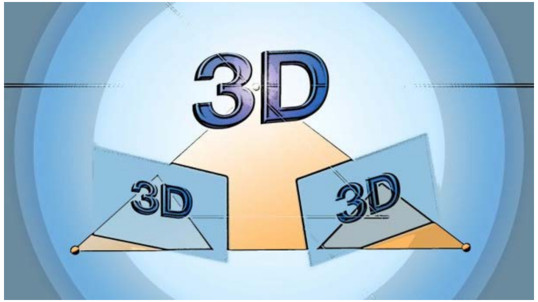
Fachgebiet
Geometrische Optimierung
und Maschinelles Lernen

Technische Universität München

Martin Kleinsteuber: Computer Vision

Kapitel 3 – Epipolargeometrie

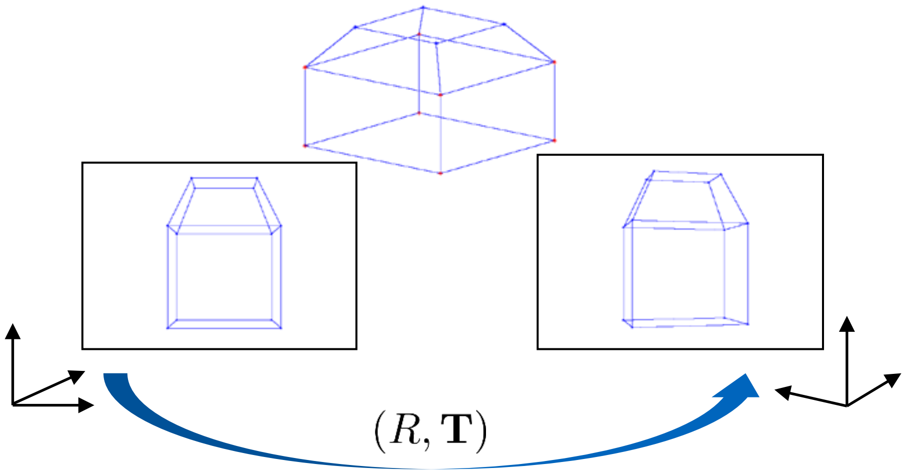
4. 3D-Rekonstruktion



3D-Rekonstruktion

Motivation und Annahmen

- Ziel: Schätze die euklidische Bewegung $(R, \mathbf{T})$ aus der essentiellen Matrix und rekonstruiere 3D-Punkte aus Punktkorrespondenzen $(\mathbf{x}_1^j, \mathbf{x}_2^j)$



Rekonstruktion von Rotation und Translation

mit Singulärwertzerlegung der essentiellen Matrix

- Benötige $E = U\Sigma V^\top, \quad U, V \in \mathrm{SO}(3)$ (Rotationsmatrizen mit Determinante 1)
- SVD nicht eindeutig, U und V nicht zwangsläufig Rotationsmatrizen
- Beispiel: $det(U) = -1$

$$E = U \begin{bmatrix} \sigma & & \\ & \sigma & \\ & & 0 \end{bmatrix} V^\top$$

Rekonstruktion von Rotation und Translation

mit Singulärwertzerlegung der essentiellen Matrix

- Gegeben: $E = U\Sigma V^\top, \quad U, V \in \mathrm{SO}(3)$

- Man kann zeigen, dass mit den Matrizen

$$R_Z(\pm\tfrac{\pi}{2}) = \begin{bmatrix} 0 & \mp 1 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ gilt:

$$R = U R_Z^\top(\pm\tfrac{\pi}{2}) V^\top$$
$$\hat{T} = U R_Z(\pm\tfrac{\pi}{2}) \Sigma U^\top$$

Rekonstruktion von Rotation und Translation

Mehrdeutigkeiten

- 8-Punkt-Algorithmus liefert $\pm E$
- Je zwei Lösungen für $(R, \hat{T})$
- Insgesamt 4 euklidische Transformationen, welche die Korrespondenzen erklären
- Nur eine Transformation geometrisch plausibel
- $\mathbf{T}$ aus $\hat{T}$ nur bis auf Skalierung bestimmbar

Rekonstruktion der 3D-Koordinaten

aus geschätzter euklidischer Transformation

- Ziel: Schätze die Tiefe der Raumpunkte, z.B. λ_1^j in Kamerasystem 1

- $\lambda_2^j \mathbf{x}_2^j = \lambda_1^j R \mathbf{x}_1^j + \gamma \mathbf{T}, \quad j = 1, 2, \ldots, n$

- Jedes Korrespondenzpunktpaar liefert

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{x}_2^j} R \mathbf{x}_1^j & \widehat{\mathbf{x}_2^j} \mathbf{T} \end{bmatrix}}_{:=M^j} \begin{bmatrix} \lambda_1^j \\ \gamma \end{bmatrix} = 0$$

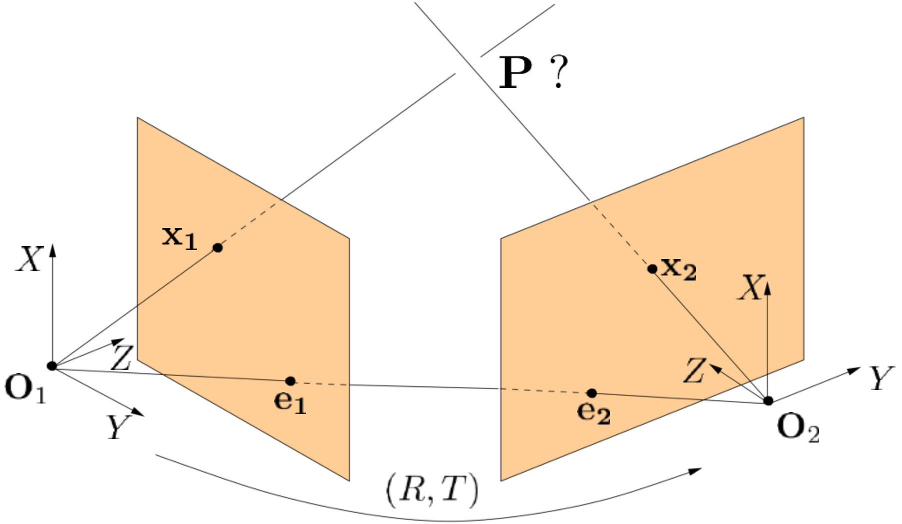
Rekonstruktion der 3D-Koordinaten

bis auf Skalierung möglich

- Ideale KP erfüllen $$M\mathbf{d} := \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{x}_2^1} R\mathbf{x}_1^1 & & & & \widehat{\mathbf{x}_2^1}\mathbf{T} \\ & \widehat{\mathbf{x}_2^2} R\mathbf{x}_1^2 & & & \widehat{\mathbf{x}_2^2}\mathbf{T} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & \widehat{\mathbf{x}_2^n} R\mathbf{x}_1^n & \widehat{\mathbf{x}_2^n}\mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^1 \\ \lambda_1^2 \\ \vdots \\ \lambda_1^n \\ \gamma \end{bmatrix} = 0$$
- In der Praxis: Löse Minimierungsproblem $\min\limits_{\|\mathbf{d}\|_2=1} \|M\mathbf{d}\|_2^2$ über SVD von M
- Inhärente Skalierungsinvarianz: Ohne weiteres Wissen über die Szene keine Unterscheidung zwischen Skalierung des Objektes und Distanz der Kamera
- Geschätzte 3D-Koordinaten von $\mathbf{P}$ bzgl. Kamerasystems 1 sind $\mathbf{P}_1^j = \lambda_1^j \mathbf{x}_1^j$

Rekonstruktion der 3D-Koordinaten

Schwierigkeiten und Lösungsansätze



- Fehlerhafte Korrespondenzschätzung
  - Lösung z.B. über RanSaC-Methode
- Fehlerhafte 3D-Rekonstruktion durch Diskretisierungsfehler
  - Zusätzliche Schätzung von λ_2^j
  - Robuste Triangulationsverfahren, die 8PA als Initialisierung verwenden.

Zusammenfassung

- Zwei euklidische Transformationen zu einer essentiellen Matrix
- Vier euklidische Transformationen nach 8-Punkt-Algorithmus
- Physikalisch richtige durch Überprüfen der Positivität der Tiefen
- Rekonstruktion der 3D-Raumkoordinaten mittels euklidischer Transformation