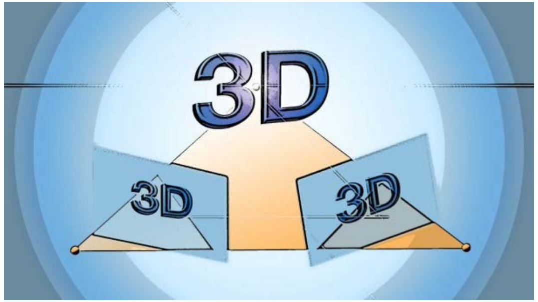
Fachgebiet
Geometrische Optimierung
und Maschinelles Lernen

Technische Universität München

Martin Kleinsteuber: Computer Vision

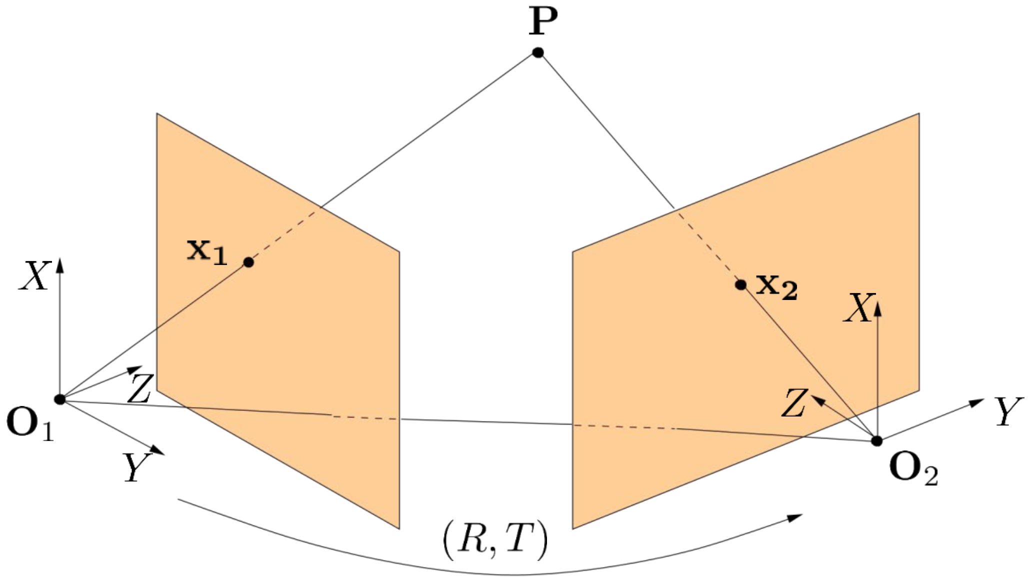
Kapitel 3 – Epipolargeometrie

2. Epipole und Epipolarlinien



Epipolargeometrie

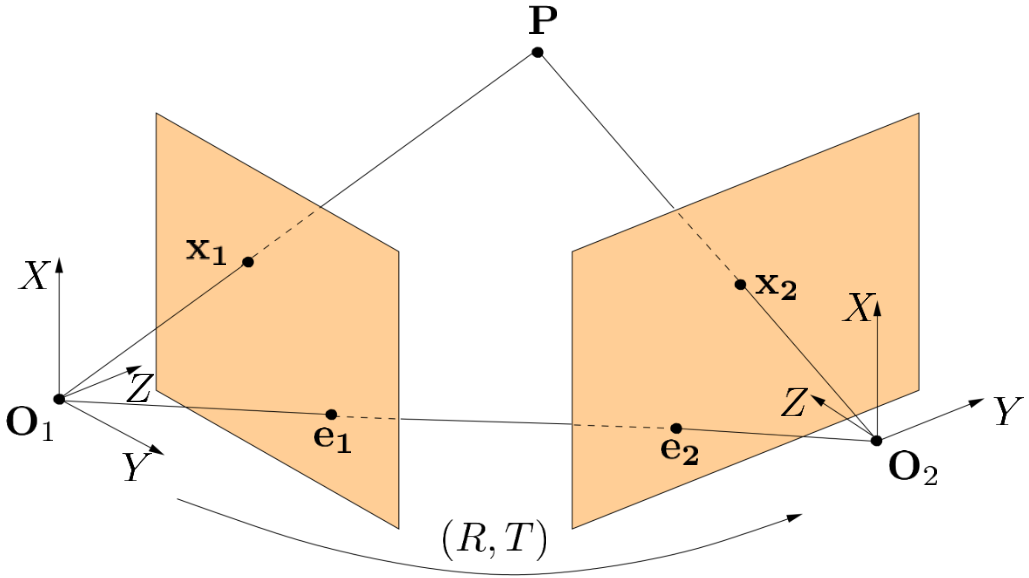
Wiederholung Epipolargleichung



Epipolargeometrie

Definition der Epipole

- Die perspektivischen Projektionen der optischen Zentren in das jeweils andere Kamerasystem heißen **Epipole**



Epipole

Eigenschaften

- Aus Geometrie der eukl. Bewegung: $\mathbf{e_1} \sim R^\top \mathbf{T}, \quad \mathbf{e_2} \sim \mathbf{T}$

- $\mathbf{e_1}$ liegt im Kern von E: $E\mathbf{e_1} = 0$
- $\mathbf{e_2}$ liegt im Kern von $E^\top$: $E^\top \mathbf{e_2} = 0$

Die Nullräume von E

aus der Singulärwertzerlegung

- $E = \begin{bmatrix} \mathbf{u_1} & \mathbf{u_2} & \mathbf{u_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v_1}^\top \\ \mathbf{v_2}^\top \\ \mathbf{v_3}^\top \end{bmatrix}$

- $\mathbf{e_1} \sim \mathbf{v_3} \Rightarrow E\mathbf{e_1} = 0$

- Das Urbild von $\mathbf{e_1}$ ist äquivalent zum dritten rechtsseitigen Singulärvektor von E

Die Nullräume von $E^\top$

aus der Singulärwertzerlegung

- $E^\top = \begin{bmatrix} \mathbf{v_1} & \mathbf{v_2} & \mathbf{v_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u_1}^\top \\ \mathbf{u_2}^\top \\ \mathbf{u_3}^\top \end{bmatrix}$

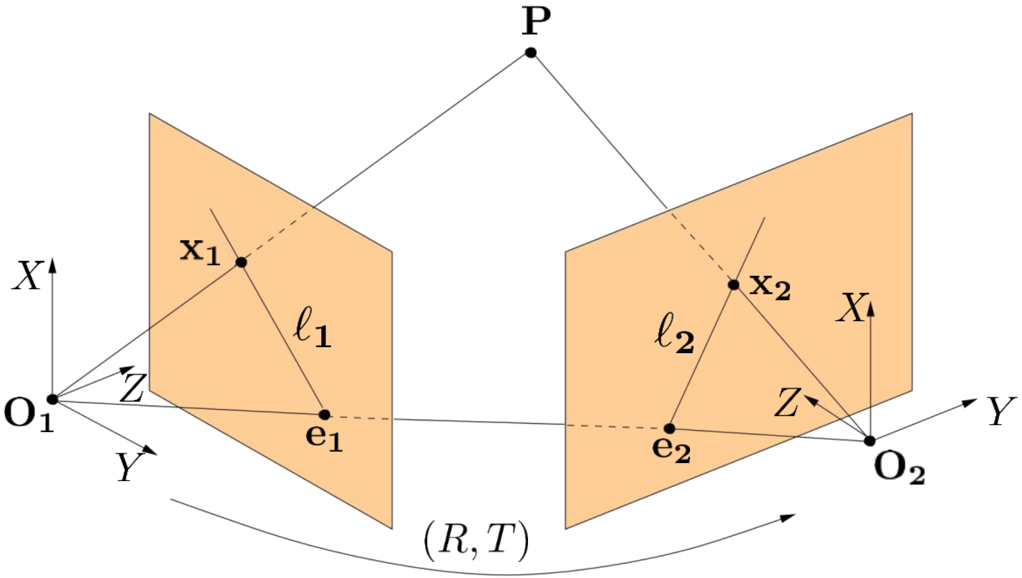
- $\mathbf{e_2} \sim \mathbf{u_3} \Rightarrow E^\top \mathbf{e_2} = 0$

- Das Urbild von $\mathbf{e_2}$ ist äquivalent zum dritten linksseitigen Singulärvektor von E

Epipolargeometrie

Definition Epipolarebene und Epipolarlinie

- Die Ebene, die durch $\mathbf{O_1}, \mathbf{O_2}$ und **P** aufgespannt wird, heißt **Epipolarebene von P**
- Der Schnitt der Epipolarebene mit der Bildebene heißt **Epipolarlinie**



Epipolarlinien

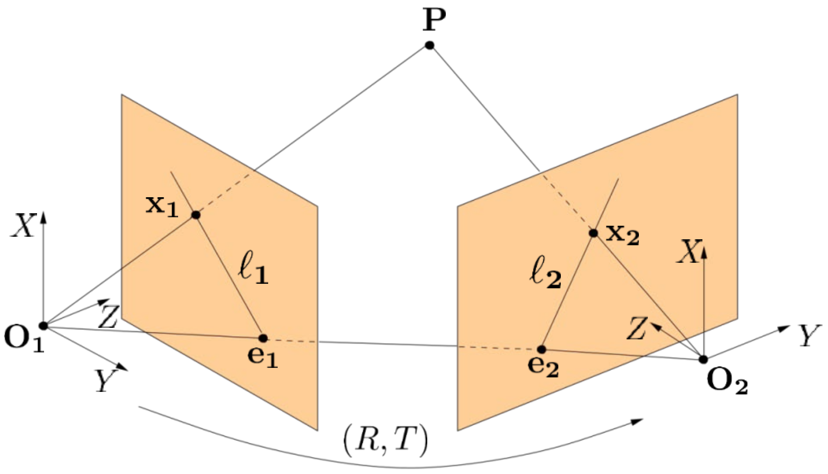
Geometrische Interpretation

- Die Epipolarlinie ist das Bild, das vom Urbild eines Punktes im anderen Kamerasystem erzeugt wird.

- Die Epipolarebene wird von den Ortsvektoren des Bildpunktes und des Epipols aufgespannt: $\operatorname{span}(\mathbf{x_i}, \mathbf{e_i})$

- Epipolarlinie wird über Cobild identifiziert

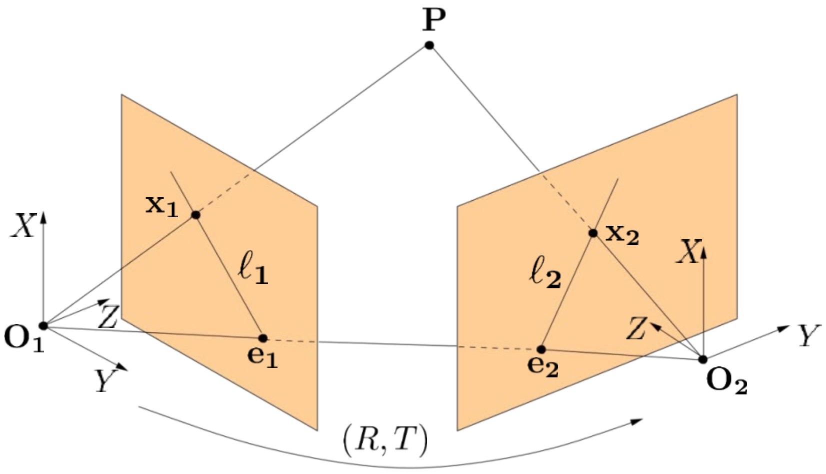
$$\ell_{\mathbf{i}} \sim \mathbf{e_i} \times \mathbf{x_i}$$



Epipolarlinien

Eigenschaften

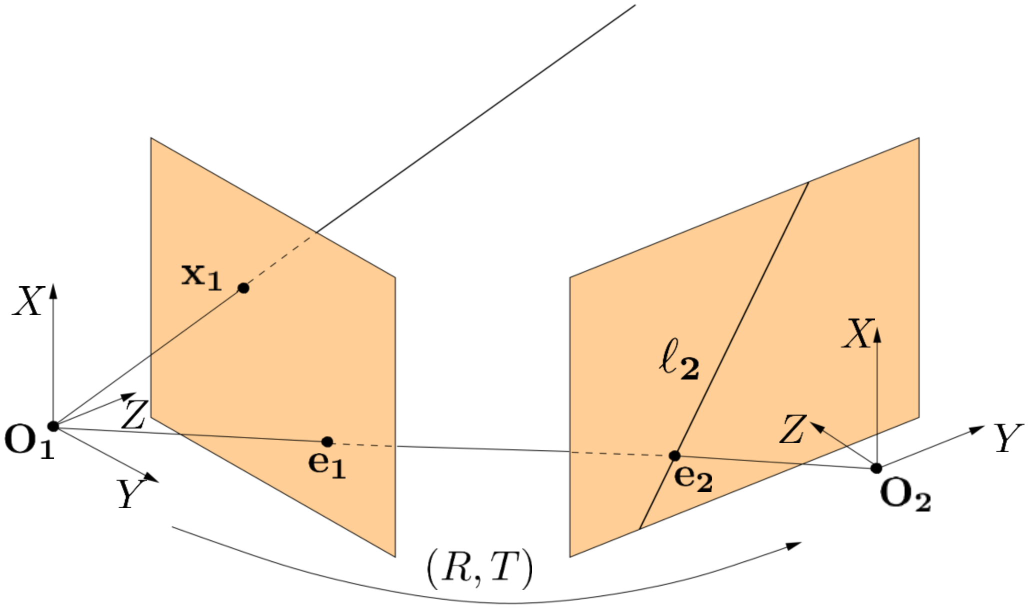
- $\boldsymbol{\ell}_\mathbf{i}^\top \mathbf{x_i} = 0, \quad \boldsymbol{\ell}_\mathbf{i}^\top \mathbf{e_i} = 0$
- $\boldsymbol{\ell}_\mathbf{1} \sim E^T \mathbf{x_2}, \quad \boldsymbol{\ell}_\mathbf{2} \sim E \mathbf{x_1}$



Korrespondenzsuche

mit Hilfe der essentiellen Matrix

- Gegeben: E und $\mathbf{x_1}$
- Berechne $\ell_2 \sim E\mathbf{x_1}$
- Bestimme das Bild der Epipolarlinie
- Suche (z.B. mit NCC) entlang des Bildes nach $\mathbf{x_2}$



Zusammenfassung

- Berechnung der Epipole und Epipolarlinien mit Hilfe der essentiellen Matrix
- Urbilder der Epipole aus Singulärwert-zerlegung der essentiellen Matrix
- Epipolarlinie mittels $\ell_2 \sim E\mathbf{x}_1$
- Vereinfachte Suche nach Korrespondenzen mit Epipolarlinie