Lineare Algebra Quiz

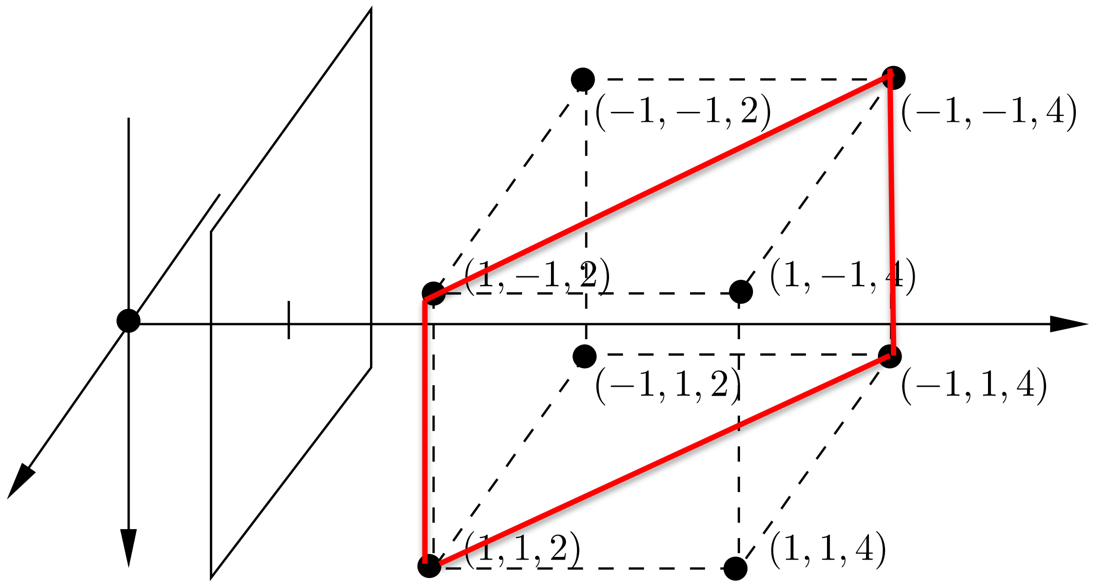
Richtig oder falsch?

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch, $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ und $x^\top A x = 0$.

(1) Dann ist x ein Eigenvektor von A.
(2) Wenn A positiv semidefinit ist, ist x ein Eigenvektor von A.

Ideale perspektivische Projektion - Aufgabe 1

- Berechnen Sie die Bilder des Würfels unter der idealen perspektivischen Projektion (mit Brennweite f=1)
- Skizzieren Sie das Bild des Würfels und das des roten Rechtecks



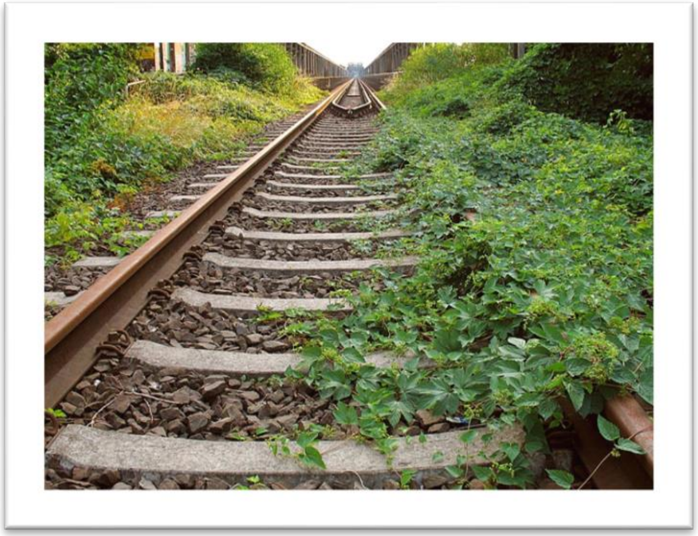
Ideale perspektivische Projektion - Aufgabe 2

- Bestimmen Sie für geeignete $\mathbf{a}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ das Bild der Geraden

$$G = \{\mathbf{a} + \lambda \mathbf{v} \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$$

  unter der idealen perspektivischen Projektion.

- Berechnen Sie die perspektivische Projektion des Schnittpunkts zweier paralleler Geraden.



Homogene Koordinaten – Aufgabe 3

- Welche der folgenden Vektoren sind zueinander äquivalent?

$$\begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

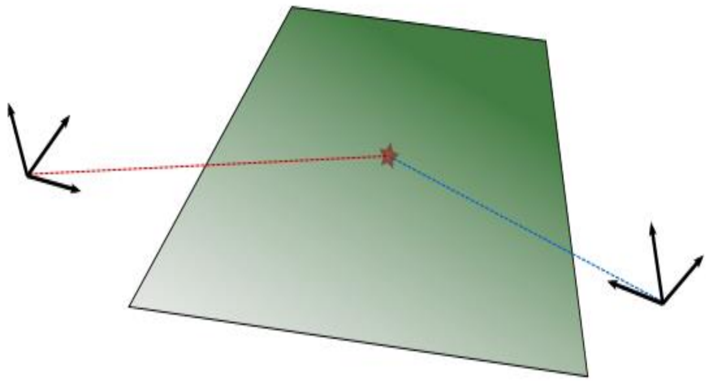
- Unter welcher Bedingung an den Vektor $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ existiert ein Vektor $\tilde{\mathbf{v}}^{(\mathrm{hom})}$ in homogenen Koordinaten so dass

$$[\tilde{\mathbf{v}}^{(\mathrm{hom})}] = [\mathbf{v}]$$

  Bestimmen Sie diesen.

Euklidische Bewegungen

- Zwei Bilder einer 3D-Szene aus unterschiedlichen Positionen
- Positionswechsel bestehen aus Rotation der Kamera und anschließender Translation
- Beschreibung der Kamerabewegung in Form von Koordinatenänderung eines festen Raumpunktes



Euklidische Bewegungen

einfach

- Zeigen Sie: Euklidische Bewegungen erhalten den euklidischen Abstand.

- Sei $R_\varphi = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}, \qquad T = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix}$

  - Zeigen Sie: R_φ ist eine Rotation. Skizzieren Sie die Rotation des Vektors $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
  - Bestimmen Sie die Inverse der Transformation $P \mapsto R_\varphi P + T$

- Zeigen Sie: Eigenwerte orthogonaler Matrizen haben stets Betrag gleich 1

- Zeigen Sie: Jede Rotationsmatrix $R \in SO(3)$ hat mindestens einen Eigenwert gleich 1.

Weniger einfach