1 Hindernisseevermeidung

Ein Quadrokopter $i,\ i = \{1, \dots, N\}$ soll eine Menge von bekannten Hindernissen vermeiden um ihr Ziel zu erreichen. Die verwendete Symbole sind im Tabelle

Symbol	Bedeutung
$N \in \mathbb{Z}^+$	Die Zahl von Quadrokoptern
$g \in \mathbb{R}$	Gravitationsbeschleunigung
$m_i \in \mathbb{R}$	Masse von Quadrokoter i
$J_i \in \mathbb{R}^{3\times3}$	Trägheitsmoment Matrix von Quadrokoter i
$x_i \in \mathbb{R}^3$	Position von Quarokopter i im Weltkoordinatensystem
$R_i \in \mathcal{SO}(3)$	Rotationsmatrix von Quadrokopter i
$\Omega_i^B \in \mathbb{R}^3$	Winkelgeschwindigkeit von Quarokopter i im körperfesten Koordinatensystem
$\Omega_i^W \in \mathbb{R}^3$	Winkelgeschwindigkeit von Quarokopter i im Weltkoordinatensystem
$f_i \in \mathbb{R}$	erzeugter Kraft von Quarokopter i
$M_i \in \mathbb{R}^3$	erzeugter Moment von Quarokopter i

Tabelle 1: Die verwendete Symbole in Modell

Wir verwenden auch die folgenden Symbole:
$\mathbf{R} = \left[R_1 \dots R_N\right]$
$\mathbf{R}_{-i} = \left[R_1 \dots R_{i-1} R_{i+1} \dots R_N\right]$
$\mathbf{\Omega}^B = \left[\Omega_1^B \dots \Omega_N^B\right]$
$\mathbf{\Omega}_{-i}^B = \left[R_1 \dots R_{i-1} R_{i+1} \dots R_N\right]$
$\mathbf{R}_{-i} = \left[\Omega_1^B \dots \Omega_{i-1}^B \Omega_{i+1}^B \dots \Omega_N^B\right]$
$\mathbf{q} = \left[q_1 \dots q_N\right]$
$\mathbf{q}_{-i} = \left[q_1 \dots q_{i-1} q_{i+1} \dots q_N\right]$
$\omega = \left[\omega_1 \dots \omega_N\right]$
$\omega_{-i} = \left[\omega_1 \dots \omega_{i-1} \omega_{i+1} \dots \omega_N\right]$
$\mathbf{f} = \left[f_1 \dots f_N\right]$
$\mathbf{f}_{-i} = \left[f_1 \dots f_{i-1} f_{i+1} \dots f_N\right]$
$\mathbf{M} = \left[M_1 \dots M_N\right]$
$\mathbf{M}_{-i} = \left[M_1 \dots M_{i-1} M_{i+1} \dots M_N\right]$

2 Quadrokopter Dynamik

2.1 Gruppe von Quadrokoptern tragen einen Massenpunkt

2.1.1 Dynamik

$$m_i \ddot{x}_i = f_i R_i e_3 - m_i g e_3 + T_i q_i \tag{1}$$
$$J_i \dot{\Omega}_i^B + \Omega_i^B \times \_ i \dot{\Omega}_i^B = M_i \tag{2}$$
$$m_L \ddot{x}_L = -\sum_{i=1}^{N} T_i q_i - m_L g e_3 \tag{3}$$

2.1.2 Der flache Ausgangsvektor

$$y_1 = (x_L, q_i, \psi_j)$$

wobei $i = \{2, \ldots, N\}$ und $j = \{1, \ldots, N\}$

Zustandsvektor:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x_L & \dot{x}_L & \mathbf{q} & \omega & \mathbf{R} & \mathbf{\Omega}^B \end{bmatrix}$$

Eingangsvektor:

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{f} & \mathbf{M} \end{bmatrix}$$

Der Beweis von Flachheit:
Zur Vereinfachung wird hier angenommen, dass das System aus zwei Quadrokoptern besteht ($i = \{1, N = 2\}$)
der Ausgangsvektor:

$$\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} x_L & T_1 q_1 & \psi_1 & \psi_2 \end{bmatrix}$$

oder

$$\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} x_L & T_2 q_2 & \psi_1 & \psi_2 \end{bmatrix}$$

Durch die Ableitung von Gleichung 3 erhalten wir

$$m_L \dddot{x}_L = -\dot{T}_1 q_1 - T_1 \dot{q}_1 - \dot{T}_2 q_2 - T_2 \dot{q}_2 \tag{4}$$

Von dieser Gleichung können wir die Spannungskraft im ersten Kabel bestimmen,

$$\dot{T}_1 q_1 = -m_L \dddot{x}_L - \dot{T}_1 q_1 - T_1 \dot{q}_1 - \dot{T}_2 q_2 - T_2 \dot{q}_2 \tag{5}$$

Gemäß ist bewiesen, dass in S^2 ist $\dot{q}^T q = 0$

$$\begin{aligned} \dot{T}_1 &= -m_L \dddot{x}_L^T q_1 - T_1 \dot{q}_1^T q_1 - \dot{T}_2 q_2^T q_1 - T_2 \dot{q}_2^T q_1 \\ &= -m_L \dddot{x}_L q_1 - \dot{T}_2 q_2^T q_1 - T_2 \dot{q}_2^T q_1 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\dot{q}_1 = \frac{-m_L \dddot{x}_L q_1 - \dot{T}_2 q_2^T q_1 - T_2 \dot{q}_2^T q_1}{T} \tag{7}$$

$T_1\dot{q}_1$ und $T_1\dot{q}_1$ are geben und wir haben auch $T_2\dot{q}_2$ und $T_2\dot{q}_2$ bestimmt, wir können nun $\omega = \begin{bmatrix}\omega_1 & \omega_2\end{bmatrix}$ wie folgend bestimmen

$$\begin{aligned} \dot{q}_i &= \omega_i \times q_i;\ i = \{1,2\} \\ \dot{q}_i \times q_i &= (\omega_i \times q_i) \times q_i \\ &= -q_i \times (\omega_i \times q_i) \\ &= q_i \left(\omega_i^T q_i\right) - \omega_i \left(q_i^T q_i\right) \\ &= -\omega_i \end{aligned} \tag{8}$$

Durch die Ableitung der folgenden Gleichung mehrere male können wir die Orientierung von Quadrokoptern und den Moment $\mathbf{M}$ bestimmen,

$$x_i = x_L - l_i q_i,\ i = \{1,2\} \tag{9}$$

Durch die Ableitung von Gleichung 6

$$\begin{aligned} \ddot{T}_1 = &- m_L x_L^{(4)} q_1 - m_L \dddot{x}_L \dot{q}_1 \\ &- \ddot{T}_2 q_2^T q_1 - \dot{T}_2 \dot{q}_2^T q_1 - \dot{T}_2 q_2^T \dot{q}_1 \\ &- \dot{T}_2 \dot{q}_2^T q_1 - T_2 \ddot{q}_2^T q_1 - T_2 \dot{q}_2^T \dot{q}_1 \end{aligned} \tag{10}$$

Durch die Ableitung von Gleichung 3 erhalten wir

$$m_L x_L^{(4)} = -\ddot{T}_1 q_1 - \dot{T}_1 \dot{q}_1 - T_1 \ddot{q}_1 - \ddot{T}_2 q_2 - \dot{T}_2 \dot{q}_2 - T_2 \ddot{q}_2 \tag{11}$$

2.2 Subsystem Quadrokopter