**TRABALHO DE GRADUAÇÃO**

**CONTROLE FUZZY TAKAGI-SUGENO DE UM PROCESSO DE QUATRO TANQUES VIA LMIs**

**Izabella Thaís Oliveira Gomes**

**Brasília, Maio de 2016**

****

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

Faculdade de Tecnologia

Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**CONTROLE FUZZY TAKAGI-SUGENO DE UM PROCESSO DE QUATRO TANQUES VIA LMIs**

**Izabella Thaís Oliveira Gomes**

Relatório submetido ao Departamento de Engenharia

Elétrica como requisito parcial para obtenção

do grau de Engenheiro de Controle e Automação.

**Banca Examinadora**

|  |  |
| --- | --- |
| Prof. Eduardo Stockler Tognetti, UnB/ ENE (Orientador) |  |
|  |  |

Brasília, Dezembro de 2016

**RESUMO**

Este trabalho visa modelar, identificar, projetar e aplicar um sistema de controle fuzzy Takagi-Sugeno à uma planta industrial de quatro-tanques utilizando-se um Controlador Lógico Programável (CLP) Rockwell. Inicia-se o projeto partindo da revisão da modelagem do processo, segue-se então a identificação do sistema realizando-se outra modelagem matemática para as variáveis linguísticas fuzzy a serem incluídas no projeto. Propõe-se também um modelo para as regras de controle e para as faixas de operação para o sistema de inferência. Especifica-se em seguida os critérios de estabilidade e desempenho desejados e visa-se uma otimização destes critérios, se possível. Pretende-se realizar tal definição baseando-se nas normas H-infinito, H2 ou numa definição mista de ambas. A factibilidade do controle e sua otimização poderão ser desenvolvidas utilizando-se a teoria de Lyapunov aliada à flexibilidade da abordagem via desigualdades matriciais lineares (LMIs). Finaliza-se então com a aplicação do projeto desenvolvido no CLP, realização de testes na planta e coleta de dados dos resultados para validação do projeto.

Palavras Chave: fuzzy, Takagi-Sugeno, Controle, CLP, Lyapunov, LMI

**SUMÁRIO**

[1 MODELAGEM DO PROCESSO DE QUATRO TANQUES 6](#_Toc469616179)

[1.1 MODELAGEM FENOMENOLÓGICA 6](#_Toc469616180)

[1.2 MODELAGEM EM ESPAÇO DE ESTADOS 7](#_Toc469616181)

[1.3 MODELAGEM FUZZY TAKAGI-SUGENO 8](#_Toc469616182)

[1.3.1 Modelos fuzzy Takagi-Sugeno 8](#_Toc469616183)

[1.3.1.1 Aproximação por não-linearidade de setor 9](#_Toc469616184)

[1.3.2 Modelagem fuzzy Takagi-Sugeno 11](#_Toc469616185)

[2 RESULTADOS E ANÁLISE 13](#_Toc469616186)

[2.1 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES 13](#_Toc469616187)

[2.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS DE MODELAGEM 13](#_Toc469616188)

**APÊNDICES 20**

**LISTA DE SÍMBOLOS**

**Símbolos Latinos**

 nível de líquido no tanque [cm]

 área do tubo que flui para fora do tanque [cm²]

 área da seção transversal do tanque [cm²]

 ganho da bomba

** aceleração da gravidade [m/s²]

**Símbolos Gregos**

 Taxa de líquido desviado para o tanque

 Tensão de entrada na bomba (entrada manipulada) [V]

 Massa específica da água

**Grupos Adimensionais**

*Nu* Número de Nusselt

*Re* Número de Reynolds

1 MODELAGEM DO PROCESSO DE QUATRO TANQUES

## 1.1 MODELAGEM FENOMENOLÓGICA

A modelagem fenomenológica do sistema, também chamada de modelagem caixa-branca, é baseada em um suposto conhecimento profundo do sistema e do modelo matemático que descreve cada fenômeno que ocorre para o devido funcionamento da planta.

O processo de quatro tanques é modelado com base na equação de Bernoulli para líquidos incompressíveis e nos princípios de conservação de massa, as quais são descritas nas equações (1) e (2), respectivamente.





Onde  é o volume de água no tanque ,  é o fluxo de entrada,  é o fluxo de saída,  é a velocidade de escoamento da água, P é a pressão e  massa específica da água.

Assumindo a velocidade de escoamento  na superfície da água é nula e que a altura  do nível de água no tanque na parte inferior de cada tanque é zero, tem-se







Igualando as equações (3) e (4), obtém-se a velocidade de escoamento da água.



O fluxo de saída do tanque é definido como o produto da velocidade de escoamento da água pela área da seção transversal da saída do tanque. Já o fluxo de entrada se relaciona diretamente com o ganho de cada bomba e as tensões de entrada aplicadas [1]. Portanto as equações que regem o funcionamento do sistema são apresentadas as seguir, onde  é a variação da altura do tanque , é a altura do tanque  e  é a tensão de entrada na bomba i em um determinado instante de tempo, i = 1, 2, 3, 4 e j = 1, 2.





## 1.2 MODELAGEM EM ESPAÇO DE ESTADOS

A modelagem fenomenológica permitiu a obtenção de equações não-lineares. Assim, para a modelagem do sistema em espaço de estados é preciso linearizar equações (1) a (4) que o descrevem. Para tanto, deve assumir  como as variáveis de estado e  como as entradas do sistema.

O que torna o sistema não-linear é a existência dos termos . O método de linearização aqui adotado garante apenas a correspondência com o sistema não-linear em torno de um ponto de operação pré-estabelecido, o qual é dado por  e  e que corresponde às alturas de cada tanque em regime permanente e às tensões de entrada das duas bombas, além disso, sabe-se que a derivadas das alturas em regime permanente é igual a zero. Portanto, em estado estacionário, tem-se







Assim, utilizando aproximação da série de Taylor de primeira ordem para os termos não lineares em torno do ponto de operação, obtém-se o seguinte jacobiano



Assumindo que  e , e a partir dos resultados obtidos da equação (8) obtém-se o sistema em espaço de estados conforme segue.



## 1.3 MODELAGEM FUZZY TAKAGI-SUGENO

## 1.3.1 Modelos fuzzy Takagi-Sugeno

Lógica *fuzzy* [2], ou lógica nebulosa, é um conceito que surgiu com uma forma de processar dados permitindo a associação de conjuntos parciais, ou seja, de conjuntos que têm uma determinada faixa de probabilidade de aderir à um conceito esperado. Devido ao alto custo computacional exigido, apenas a partir da década de 1970 foi possível utilizar esta técnica em sistemas de controle. Lógica *fuzzy* não exige informações numéricas altamente precisas e provê sistemas de controle altamente adaptativos.

Com o grande crescimento de aplicações de lógica *fuzzy* em sistemas de controle, devido ao grande sucesso na aplicação em diferentes tipos de sistemas não lineares, surgiram diversos modelos que auxiliam em pesquisas e resoluções desse tipo problema. O modelo *fuzzy Takagi-Sugeno* [3] é descrito por regras do tipo Se-Então, que consistem em representações lineares de entrada e saída locais de um sistema não-linear. Desta forma,

**Regra Modelo *i*:**



Onde  é o conjunto fuzzy, também chamado de grau de pertinência, r é o número de regras no modelo, que equivale ao número de termos não-lineares elevado ao quadrado; x(t) é o vetor de estados, u(t) é o vetor de entradas e  e  são os vértices do sistema.

Desta forma, o modelo fuzzy Takagi-Sugeno expressa uma dinâmica local para cada regra fuzzy modelada por um sistema linear. O resultado final da modelagem consiste na aplicação de cada uma destas regras. Modelagens feitas utilizando o método Takagi-Sugeno são, comprovadamente, aproximações universais. Sendo assim, é possível aplicá-la em inúmeros sistemas dinâmicos não lineares.

A modelagem em questão é dada a partir do modelo não-linear do sistema, do qual identifica-se as matrizes A e B de forma que o sistema se apresente conforme a equação (15).



Observando as matrizes A e B é possível identificar as não linearidades presentes no sistema, as quais serão representadas aqui por , onde , sendo n o número de não linearidades presentes no sistema. Essas não-linearidades são chamadas de variáveis premissas e são, em sua maioria, funções das variáveis de estado, porém, para fins de simplificação,  será denotado como .

Sabendo quantas variáveis premissas diferentes o sistema possui, obtém-se o valor de r, portanto, o modelo possuirá r regras. Além disso, dado um par de entrada x(t) e saída u(t), o sistema fuzzy terá a seguinte configuração.



Na equação (16), z(t) equivale ao vetor que contém todas das variáveis de premissa do sistema e  são as funções de pertinência do sistema, que são obtidas a partir dos graus de pertinência  e  do sistema relacionados a cada não-linearidade do sistema. A equação (17) apresentam relação matemática entre as funções de pertinência e os graus de pertinência. Para simplificar a notação,  será denotado como  e  como , j = 1, 2.





Lembrando que n é o número de não-linearidades do sistema. O somatório de todas as funções de pertinência do sistema deve ser igual a um, oi seja,  e cada uma dessas funções de pertinência devem apresentar valores numéricos positivos. De forma semelhante, os graus de pertinência também devem ser positivos e a faixa de valores que pode assumir está restrita no intervalo [0, 1]. Por fim, para cada par de graus de pertinência , j = 1, 2, a soma desses dois valores deve ser igual a um.

As estratégias utilizadas para obter a modelagem fuzzy Takagi-Sugeno de um sistema não-linear são diversas. Porém, neste trabalho será utilizar-se-á aproximação por não-linearidade de setor, descrita na seção seguinte.

## 1.3.1.1 Aproximação por não-linearidade de setor

Considerando um sistema não-linear que produz resposta nula quando as variáveis de estado estão zeradas, ou seja,  e , a aproximação por não-linearidade de setor - do inglês sector nonlinearity approach [3] - visa encontrar um setor global dentro do qual o sistema esteja contido. Na Figura 1.1 é possível visualizar graficamente esta aproximação. Portanto, . É possível notar que todo o sistema é mapeado dentro deste setor global, portanto esta abordagem garante a construção de um modelo fuzzy exato.



Figura 1.1: Não-linearidade limitada por setor global [3]

Devido ao fato de os sistemas, em sua grande maioria, serem limitados fisicamente no que se refere às variáveis de entrada e saída, nem sempre é possível obter um setor global para o sistema não-linear em estudo. Desta forma, a aproximação passa a consistir em encontrar um setor local que descreva o sistema, respeitando as limitações impostas por este. O modelo fuzzy exato resultante da modelagem agora estará contido no setor local limitado por duas retas que passam pelos pontos –d e d, os quais estão diretamente relacionados com as restrições físicas do sistema. A Figura 1.2 permite visualizar graficamente a aproximação por setor local e também ilustra a não garantia de que a função esteja contida dentro do setor em regiões fora do intervalor [-d, d].



Figura 1.2: Não-linearidade limitada por setor local [3]

Conhecendo os limites do sistema não-linear e as equações matemáticas que o descreve, é possível encontrar a aproximação deste limitada a um setor local seguindo uma sequência de passos.

A princípio define-se os valores máximo e mínimo que cada uma das variáveis de premissa do modelo. O termo , equivalerá ao valor mínimo que a variável de premissa  pode assumir, das as restrições do sistema. Da mesma forma,  é o valor máximo assumido por  respeitando-se também os limites das variáveis de estado. A partir de então é possível obter os graus de pertinência , j = 1, 2, para cada não-linearidade, conforme mostram as equações (18) e (19).



As funções de pertinência são calculadas conforme a equação (17). Para obter os vértices  e  para cada regra da modelagem, fazer as n elevado a dois combinações possíveis dos de  e , de forma que cada combinação deva ser aplicada às matrizes A e B do modelo não-linear fornecendo, então, cada um dos vértices do modelo.

Por fim, faz-se a defuzificação do sistema, confirme a equação (16).

## 1.3.2 Modelagem fuzzy Takagi-Sugeno

O modelo não-linear obtido na seção 1.1 descrito nas equações (6) a (9) pode ser reescrito conforme segue.



Assim, é possível notar que o sistema possui quatro termos não lineares, o quais são mostrados na equação (21).



Deseja-se controlar a altura de cada tanque no intervalo [0, 23cm], onde 0 (zero) equivale ao tanque totalmente vazio. Como no ponto zero ocorre uma indeterminação que impossibilita os cálculos dos limitantes do processo, assume-se que a altura mínima para validação da modelagem é de 0,01 cm para cada um dos tanques. Portanto,  e .

Os graus de pertinência são  e , i = 1,2,3,4. Como o sistema possui quatro não linearidades, o número de funções de pertinência será . As dezesseis funções são obtidas conforme a equação (17). Os vértices são obtidos segundo a aplicação de todas as combinações possíveis dos valores de máximo e de mínimo assumidos pelas variáveis de premissa nas matrizes A e B do sistema não-linear mostrado em (20), de acordo com a Tabela 1.

*Tabela 1.1 Valores que substituem as variáveis de premissa nas matrizes A e B do sistema não-linear para cada vértice.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |
| e |  |  |  |  |

Devido à complexidade do cálculos, o sistema foi calculado utilizando-se o software MATLAB® e os scripts utilizados podem ser consultados no Apêndice A.

2 RESULTADOS E ANÁLISE

## 2.1 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

O sistema foi simulado no MATLAB® para as três modelagens feitas. A Figura 1.3 apresenta o resultado da simulação dos modelos não-linear, em espaço de estados e fuzzy Takagi-Sugeno em um intervalo de tempo de 1000 segundos. A configuração em espaço de estados foi modelada em torno do ponto  e .

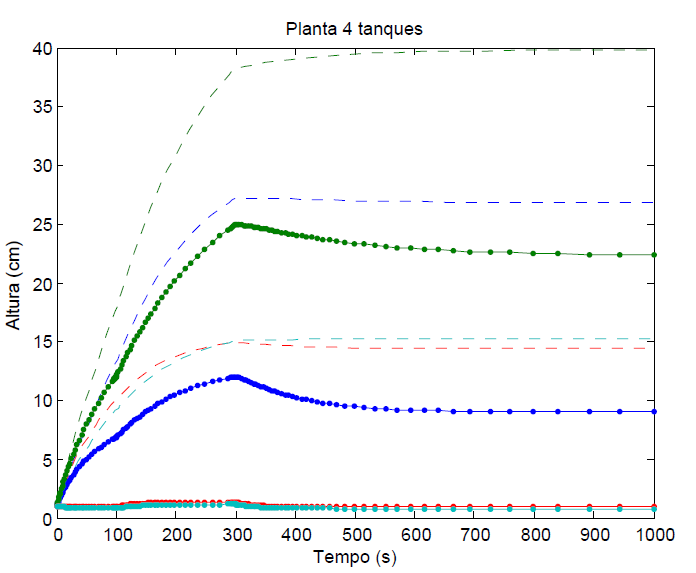


Figura 1.3: Resultado da simulação dos modelos não-linear, espaço de estados e fuzzy Takagi-Sugeno do processo de quatro tanques

Na figura 1.3 as curvas referentes à modelagem não-linear são representadas por linhas contínuas, as da modelagem em espaço de estados por linhas tracejadas e a modelagem fuzzy Takagi-Sugeno por linhas pontilhadas. Além disso, o nível  do tanque 1 é representado em azul escuro, o nível  do tanque 2 em verde, o nível  do tanque 3 em vermelho e o nível  do tanque 4 em azul claro.

## 2.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS DE MODELAGEM

A partir da Figura 1.3 é possível verificar que a modelagem em espaço de estados é limitada a um único ponto de operação e não condiz com o modelo não-linearizado quando há uma mínima variação. Por outro lado, a modelagem fuzzy Takagi-Sugeno seguiu o modelo não-linear em todos os pontos.

Assim, foi possível verificar que o modelo fuzzy Takagi-Sugeno, de fato, fornece uma representação exata do modelo não-linear do processo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Macêdo, Arthur Medeiros. Wiira, Mayara Cristina de Faria. Estudo de técnicas de controle aplicadas a uma bancada didática de quatro tanques. Disponível em: < http://www.ene.unb.br/estognetti/files/TG-TCC-ArthurMayara.pdf >. Acessado em 19/10/206.

[2] Kaehler, Steven D. Fuzzy Logic – An Introduction. Disponível em: < http://www.seattlerobotics.org/encoder/mar98/fuz/fl\_part1.html#INTRODUCTION >. Acesso em 13/12/2016.

[3] Tanaka, K. and Wang, H. (2001). Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach. John Wiley & Sons, New York, NY.

[4] Roinila, Tomi. Vilkko, Mitto. Jaatinen, Antti. (2008). Corrected Mathematical Model of

Quadruple Tank Process. Seoul, Korea.