

MAS 2014 – úloha 2

Michal Zajačák

Popis hry

Hraje se hra, kdy agent (sběrač) má za úkol jít po ostrově ze startu do cíle a cestou posbírat co nejvíce zlata půjde. To mu ztěžují banditi, kteří se na ostrově rozmístili a na určených pozicích přepadávají.

Hru tedy začínají banditi, kteří se v prvním kroku rozestaví na místa přepadení, která jsou označena za "nebezpečná". Každé rozestavení je jedna akce. Z kořenu herního stromu tudíž vychází $\binom{n}{k}$ hran, kde n je počet nebezpečných míst a k je počet banditů, každá hrana (resp. Následný uzel) je jedno možné rozmístění.

Po rozmístění banditů je na tahu agent. Ten se může pohybovat po ostrově (UP, DOWN, LEFT, RIGHT), ale nesmí žádné políčko navštívit více, než jednou. Jestliže agent vstoupí na pole se zlatem, sebere ho a pokračuje v cestě. Jestliže agent vstoupí na pole s banditou, je s pravděpodobností p útok úspěšný, agent je umučen k smrti a okraden, hra končí, agent i banditi mají utilitu 0. S pravděpodobností $1-p$ se dále pokračuje ve hře a agent může postupovat dál, dokud nenarazí na další lupiče, nebo nedojde do cíle, v tom případě má agent utilitu 10+zlato, banditi mají utilitu přesně opačnou, jedná se o zero-sum game.

Hru vyřešíme pomocí sekvenční formy.

Informační množiny

Pro bandity představuje každý jejich uzel samostatnou informační množinu, tedy banditi mají informaci, jestli někde nebyl úspěšný útok a po rozmístění "vidí" každou akci agenta. Jejich strategie je však neměnná, zaútočí vždy pokud mají agenta v dosahu. To jestli je útok náhodný nebo ne však záleží na pravděpodobnosti p .

U agenta je situace jiná, informační množiny reprezentují jeho roztoucí znalosti o prostředí. Na začátku hry nezná rozmístění banditů. Nová množina se vytvoří po každém jeho kroku, aby byl agent schopen rozlišit pole, která již navštívil, množina se rozpadne na podmnožiny po přechodu nebezpečného pole – buď na něj bylo zaútočeno, nebo nikoli.

Formalizace výpočtu Nashova equilibria

Použity budou dva lineární programy z knihy autorů Yoava Shohama and Kevin Leyton-Browna: **Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations**, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2009.

První je pro tvorbu realizačních plánů bandity:

$$\begin{aligned}
 & \min v_0 \\
 & s.t. \quad v_{\mathcal{I}_1(\sigma_1)} - \sum_{I' \in \mathcal{I}_1(Ext_1(\sigma_1))} v_{I'} \geq \sum_{\sigma_2 \in \Sigma_2} g_1(\sigma_1, \sigma_2) r_2(\sigma_2) \quad \forall \sigma_1 \in \Sigma_1 \\
 & \quad r_2(\emptyset) = 1 \\
 & \quad \sum_{\sigma'_2 \in Ext_2(I_2^0)} r_2(\sigma'_2) = r_2(\emptyset) \\
 & \quad r_2(seq_2(I)s_I) + r_2(seq_2(I)u_I) = r_2(seq_2(I)) \quad \forall I \in I_2 \setminus \{I_2^0\} \\
 & \quad r_2(seq_2(I)s_I) = p \cdot r_2(seq_2(I)) \quad \forall I \in I_2 \setminus \{I_2^0\} \\
 & \quad r_2(seq_2(I)u_I) = (1 - p) \cdot r_2(seq_2(I)) \quad \forall I \in I_2 \setminus \{I_2^0\} \\
 & \quad r_2(\sigma_2) \geq 0 \quad \forall \sigma_2 \in \Sigma_2
 \end{aligned}$$

Hráč 1 je agent, hráč 2 je bandita. I_2^0 je informační množina bandity, ve které se nachází pouze kořen herního stromu. V kořeni je totiž na tahu bandita a provede rozmístění. Pravděpodobnost úspěšného útoku je p , s_I je akce úspěšného útoku v inf. množině I , u_I je akce neúspěšného útoku v množině I .

Druhý lineární program je pro zisk realizačních plánů agenta:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \left(\sum_{\sigma_2 \in \Sigma_2} g_1(\sigma_1, \sigma_2) r_2(\sigma_2) \right) r_1(\sigma_1) \\
 & \quad r_1(\emptyset) = 1 \\
 & \quad \sum_{\sigma'_1 \in Ext_1(I)} r_1(\sigma'_1) = r_1(seq_1(I)) \quad \forall I \in I_1 \\
 & \quad r_1(\sigma_1) \geq 0 \quad \forall \sigma_1 \in \Sigma_1
 \end{aligned}$$

Hledá se nejlepší reakce agenta na fixní strategii lupičů obdržanou pomocí prvního LP.

Herní strom

Nejprve se musí postavit kompletní herní strom, ze kterého se udělá upravený herní strom reprezentující neúplnou znalost pomocí spojení uzlů agenta do informačních množin. Zde si ukážeme rovnou strom informačních množin.

Hrany:

UP, RIGHT, DOWN, LEFT ... akce agenta

succ ... úspěšný útok

not succ ... neúspěšný útok

banditi na [x,y] ... rozmístění banditů

Uzly:

elipsa ... startovací uzel, zde se banditi rozmisťují

Set1 ... informační množina, ve které agent neví, kde přesně jsou banditi

Set2 ... po akci UP se rozdělí na dvě podmnožiny, buď tam lupiči jsou a agent je přepaden, nebo nikoli

Vlnovkové uzly ... koncové uzly s utilitou pro agenta, bandity

