РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ КАК ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ЭЛЕМЕНТОВ КАРТИНЫ МИРА

А. И. Панов
Институт системного анализа РАН
117213, Россия, Москва, пр. 60—летия Октября, 9
e-mail: pan@isa.ru

Аннотация

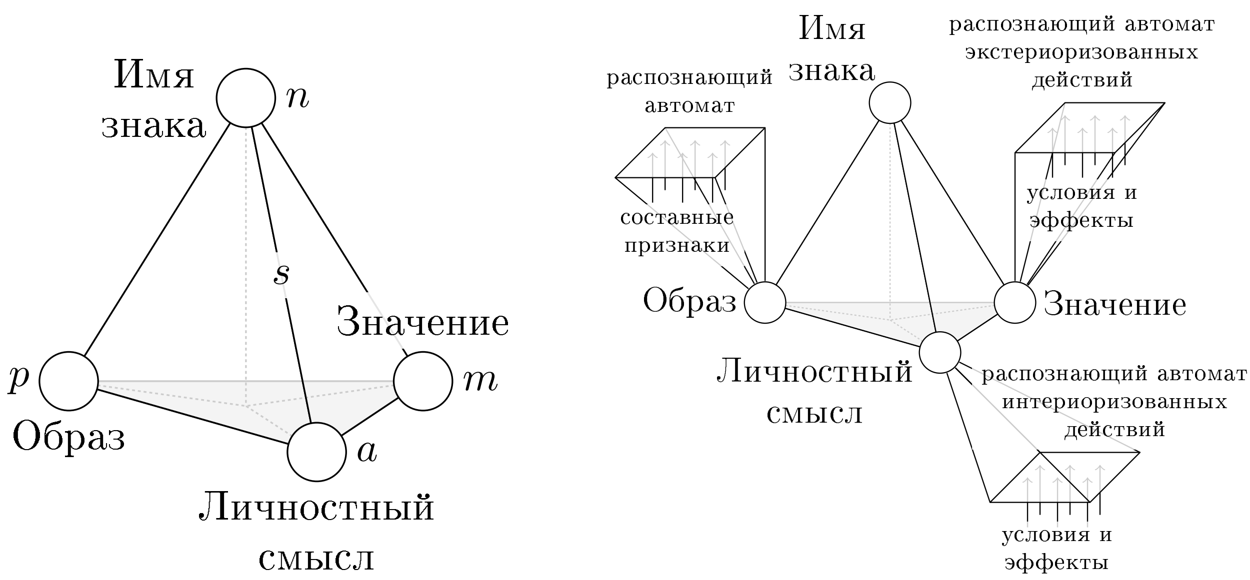
Рассматривается алгоритм работы образной компоненты элементарной единицы индивидуального знаний субъекта деятельности. В основе работы алгоритма лежат нейрофизиологические данные. Формулируется ряд статических и динамических постановок задач распознавания (классификации) в русле алгебраического подхода. Доказываются теоремы корректности линейных замыканий образуемых операторов распознавания, результаты которых интерпретируются как возможность провести обучение в картине мира субъекта таким образом, что он будет правильно категоризовать поступающий стимул.

ВВЕДЕНИЕ

Исследования психологов и нейрофизиологов свидетельствуют о существовании элементарных единиц индивидуального знания, которые, с одной стороны, обладают независимой от области и типа деятельности субъекта универсальной структурой, а с другой стороны, обладают одинаковыми для всех таких элементов функциями при формировании человеческого поведения. Существуют разные точки зрения при описании таких единиц, обеспечивающих элементарные когнитивные функции субъекта: группы нейронов [1], фокус взаимодействия нейронных ансамблей [2], локальный анализатор признаков [3], нейроны—символы [4], объемлющие характеристики [5] и др. Для описания элементарных единиц индивидуального знания в данной работе используется понятие *знака*, рассматриваемое как в логических работах [6, 7], так и в психологических исследованиях по теории деятельности [8].

В теории деятельности Леонтьева знак представляет некоторый процесс или объект внешней среды и имеет три компоненты, определяющие его роль в деятельности субъекта: образ, значение и личностный смысл. Образ знака представляет собой процедуры отделения представляемого объекта от других объектов и одновременно процедуры построения внутреннего описания этого объекта. Значение знака определяет общепринятые в культурно—исторической среде, к которой принадлежит субъект, действия, совершаемые над этим объектом или с ним. Личностные смыслы знака определяют действия, совершаемые с этим объектом при учёте внутренних характеристик субъекта (его потребностей и возможностей) (Рисунок 1a).

Для построения модели знака был введён четвёртый компонент — имя ([9, 10]). Такое представление о структуре знака позволило описать процедуры формирования знака, самоорганизации на множестве знаков и построить модель картины мира субъекта. Однако строение самих компонентов знака и их связь с нейрофизиологическими данными о строении и



(a) компоненты знака (b) образная компонента знака

Рис. 1: Структура знака.

механизмах работы мозга оставались за рамками модели. В настоящем исследовании рассмотрено описание образной компоненты, алгоритм работы которой с одной стороны основан на одной из нейрофизиологических моделей, а с другой — реализует основные психологические функции этой компоненты.

В качестве базисной нейрофизиологической модели была выбрана модель неокортекса человека, описываемая в работах [11, 12]. В предлагаемой авторами так называемой иерархической временной памяти (ИВП—модель) основным элементом является регион неокортекса, состоящий из шестислойных колонок нейронов. Регионы организованы в иерархию (несколько иерархий с учётом модальности поступающих сигналов), в которой имеются как восходящие потоки информации (о распознаваемых объектах), так и нисходящие — управляющие процессом распознавания. В процессе обучения данные сохраняются в виде последовательности связанных колонок региона, именно такая последовательность и хранит в себе развёрнутое во времени внутреннее представление об объекте.

В качестве модели неокортекса в данной статье рассмотрен объект под названием *распознающий блок*, который реализует основные принципы работы ИВП—модели: иерархичность представления, предсказывающее воздействие верхних уровней иерархии, хранение развёрнутого во времени представления в виде последовательности признаков. При этом мы будем считать, что один из распознаваемых объектов представляется некоторым знаком, образом которого и будет являться та последовательность признаков, которая хранится в соответствующем распознающем блоке (Рисунок 1b). В следующих параграфах статьи изложено формальное описание распознающего блока и исследованы его свойства в контексте задачи на распознавание.

1. РАСПОЗНАЮЩИЙ БЛОК

Будем рассматривать объект R_i^j, который будем называть *распознающим блоком* уровня j с индексом i или просто распознающим блоком. Опишем кратко функции введённого объекта, а затем определим алгоритм его работы формально. Далее будем пользоваться понятием *признака*, который будем понимать как составную часть информационного, описательного представления некоторой сущности, явления или процесса.

Каждый распознающий блок, исходя из своего названия, распознает, или, применительно к низкоуровневым сигналам, измеряет, некоторые признаки. Распознавание (измерение) заключается в сопоставлении признака — весовому значению, характеризующему тот факт, удаётся ли собрать (измерить) признак из составляющих его низкоуровневых входных признаков, информация о которых содержится во входном векторе. Такой вес будем называть *весом присутствия признака* во входном векторе.

Входной вектор, в свою очередь, представляет собой весовой вектор присутствия низкоуровневых признаков, по которым распознаются выходные признаки. Распознающий блок обладает состоянием, которое представляет собой также весовой вектор присутствия входных признаков, но в следующий момент времени. Такой вектор будем называть *вектором ожиданий*. Запишем все вышесказанное строго.

Пусть заданы множества $\{R_i^j\}$ и $\{f_k\}$. Множество $\{R_i^j\}$ будем называть совокупностью распознающих блоков, а множество $\{f_k\}$ — совокупностью допустимых признаков. Введём бинарное отношение $\dashv$, определённое на паре множеств $\{f_k\}$ и $\{R_i^j\}$, и будем читать $f_k \dashv R_i^j$ как «признак f_k распознаётся блоком R_i^j» или как «признак f_k распознаётся блоком R_i^j». Множество всех распознаваемых блоком R_i^j признаков будем обозначать F_i^{*j}, т.е. $\forall f^* \in F_i^{*j}\, f^* \dashv R_i^j, F_i^{*j} \subseteq \{f_k\}$

Рассмотрим связный ориентированный (ярусный) граф $G_R = (V, E)$, где V - множество вершин, E - множество рёбер. Каждую вершину v, принадлежащую j-ому ярусу графа G_R, будем связывать с соответствующим распознающим блоком R_i^j уровня j, а ребро $e = (v, u) \in E$ будем интерпретировать как иерархическую связь между соответствующим вершине v дочерним блоком $R_{i_1}^{j_1}$ и соответствующим вершине u блоком—родителем $R_{i_2}^{j_2}$.

Рассмотрим распознающий блок R_i^j. Определим множество $F_i^j \subseteq f_k$ таких признаков, что для любого $f \in F_i^j$ существует распознающий блок R_k^{j-1} уровня $j-1$, дочерний по отношению к блоку R_i^j, такой, что $f \dashv R_k^{j-1}$. Такое множество F_i^j будем называть совокупностью входных признаков распознающего блока R_i^j. Для каждого признака $f^* \in F_i^{*j}$ введём функцию распознавания $\hat{f}(x_1, \ldots, x_q) = x^*$, где $x^* \in [0,1]$ — весовой вектор присутствия распознаваемого признака f^*, а $x_1, \ldots, x_q \in [0,1]$ — весовой вектор присутствия признаков из множества F_i^j. Множество таких функций для распознающего блока R_i^j обозначим как $\hat{F}_i^j$.

Пусть мощность множества распознаваемых признаков F_i^{*j} и множества функций распознавания $\hat{F}_i^j$ равна l_i^j, а мощность множества входных признаков F_i^j равна q_i^j. Введём упорядоченное множество локальных моментов времени T_i^j для распознающего блока R_i^j. Для каждого распознающего блока определим характерный масштаб времени h_i^j, за который происходит один цикл вычисления в распознающем блоке R_i^j.

В начале s-ого цикла вычисления (момент времени $\tau_s \in T_i^j$) распознающий блок R_i^j получает на вход вектор длины ${}_i^j l$ ожиданий $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$, вычисляемый по формуле среднего от векторов ожиданий, получаемых от родительских относительно блока R_i^j распознающих блоков R_k^{j+1}:

$$\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s) = \frac{1}{N_i^j} \sum_{k \in K_i^{j+1}} \hat{x}_k^{j+1}(\tau_s),$$

где N_i^j - количество родительских блоков, K_i^{j+1} - множество индексов родительских относительно R_i^j распознающих блоков. Далее в каждый момент времени $t \in T_i^j$, $\tau_s \leqslant t \leqslant \tau_s + h_i^j$, распознающий блок R_i^j получает на вход весовой вектор $\bar{x}_i^j(t)$ длины l_i^j присутствия входных признаков из множества F_i^j, вычисляет выходной весовой вектор $\bar{x}_i^{*j}(t)$ длины l_i^j присутствия распознаваемых признаков из множества F_i^{*j}, вычисляет вектор длины q_i^j ожиданий $\hat{x}_i^j(t)$ присутствия входных признаков в следующий момент времени (Рисунок 2).

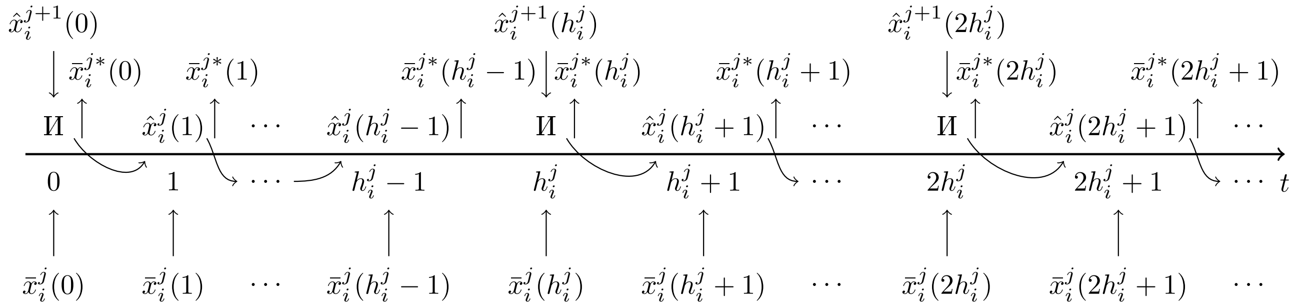


Рис. 2: Вычислительные циклы распознающего блока. Символом «И» обозначен этап инициализации в начале каждого цикла.

2. АЛГОРИТМ РАБОТЫ РАСПОЗНАЮЩЕГО БЛОКА

Опишем распознающий блок R_i^j с точки зрения классической теории динамических систем [13]. Обозначим множество возможных мгновенных значений выходных векторов распознающего блока R_i^j как X_i^{*j}. Очевидно, что X_i^{*j} является векторным пространством. Обозначим множество возможных мгновенных значений весового вектора присутствия входных признаков как X_i^j. Очевидно, что X_i^j также является векторным пространством. Определим *входное воздействие* $\omega_i^j : T \to X_i^j$ и *выходную величину* $\gamma_i^j : T \to X_i^{*j}$ в смысле теории динамических систем. Будем считать, что совокупность всех возможных мгновенных значений векторов ожиданий образует *множество состояний* $\hat{X}_i^j$ распознающего блока R_i^j. Определим *функцию переходов* $\varphi_i^j(t; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega_i^j) = \hat{x}_i^j$ в смысле теории динамических систем. Множество $\hat{X}_i^j$ в таком случае интерпретируется как *множество состояний* распознающего блока R_i^j. Также зададим *выходное отображение* $\eta_i^j : T \times \hat{X}_i^j \to X_i^{*j}$ в смысле теории динамических систем, определяющее выходные векторы $\bar{x}_i^{*j}(t) = \eta_i^j(t, \hat{x}_i^j(t))$ (Рисунок 3).

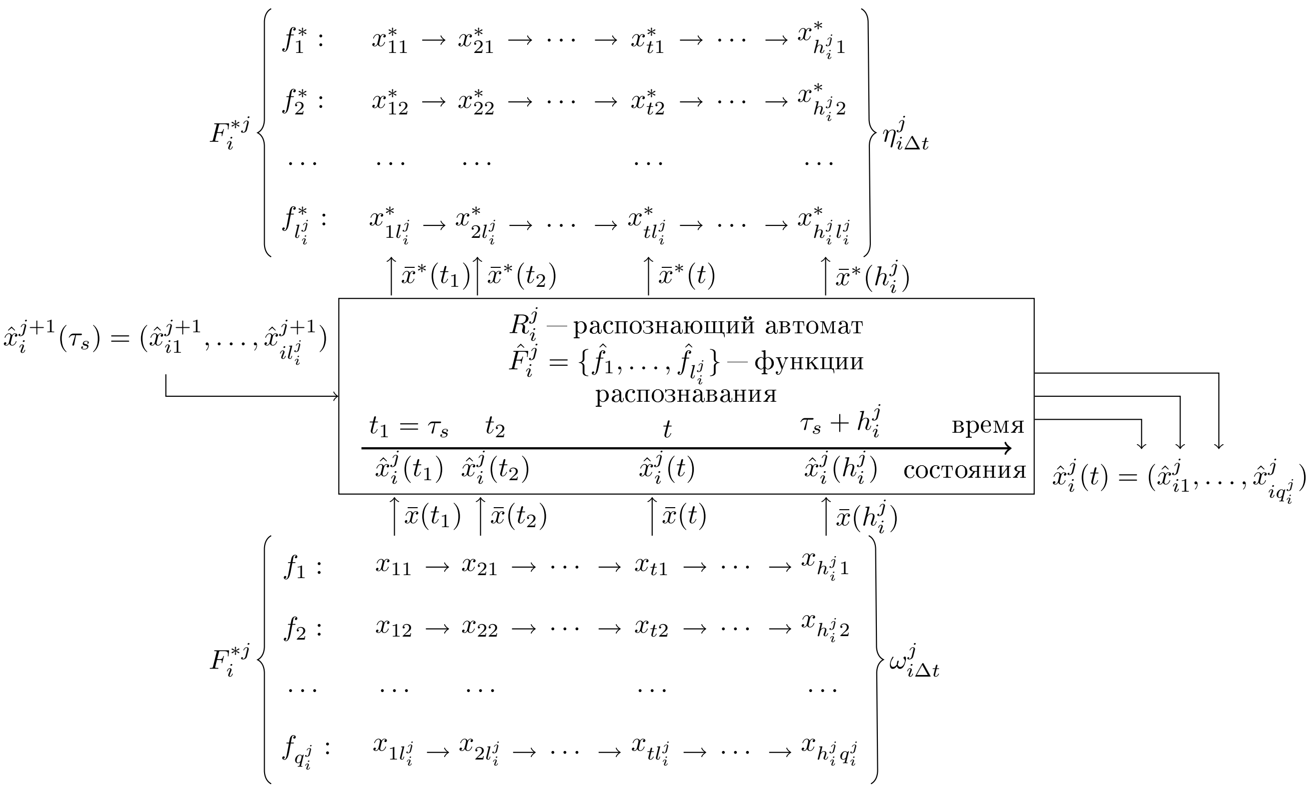


Рис. 3: Схема входных и выходных отображений распознающего блока.

Будем рассматривать распознающий блок R_i^j как динамическую систему с дискретным временем, т. е. считать множество моментов времени T_i^j множеством целых чисел. Каждой функции распознавания $\hat{f}_k$ из множества $\hat{F}_i^j$ будем ставить в соответствие набор *матриц предсказания* $Z_k = \{Z_1^k, \dots, Z_m^k\}$ размерности $q_i^j \times h_i^j$, где h_i^j — характерное время распознающего блока R_i^j. Столбец $\bar{z}_u^r = (z_{u1}^k, \dots, z_{uq}^k)$ матрицы Z_r^k интерпретируется как вектор предсказания присутствия входных признаков из множества F_i^j в момент времени $\tau_s + u$, при этом $z_{uv}^k \in \{0, 1\}$, т.е. вектор $\bar{z}_u^r$ является булевым вектором. Сама матрица Z_r^k задаёт, таким образом, последовательность событий, наличие которых свидетельствует о присутствии распознаваемого функцией $\hat{f}_k$ признака. Множество всех матриц предсказания распознающего блока R_i^j будем обозначать как $\mathcal{Z}_i^j$.

В листингах 1 и 2 приведён алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока, в котором рассчитываются значения функции переходов $\varphi_i^j(\tau_s + t; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega_i^j)$, $1 \leqslant t \leqslant h_i^j - 1$, и выходного отображения $\eta_i^j(\tau_s + t, \hat{x}_i^j(\tau_s + t))$, $1 \leqslant t \leqslant h_i^j - 1$. В листингах используется функция W нормировки весовых функций, действие которой для вектора $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$ описывается формулой

$$W(\bar{x}) = \left(\frac{x_1}{\max\limits_i x_i}, \dots, \frac{x_n}{\max\limits_i x_i} \right).$$

Кратко опишем шаги алгоритма.

1 Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ (часть I, инициализация)

Require: $\tau_s, \hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \omega_i^j$;
Ensure: φ_i^j, η_i^j;

1: $\hat{F}^* = \varnothing, Z^* = \varnothing, t = 0$;
2: $c_1 \in (0,1), c_2 \in (0,1)$;
3: **for all** компонент $\hat{x}_{ik}^{j+1}$ вектора $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s) = (\hat{x}_{i1}^{j+1}, \hat{x}_{i2}^{j+1}, \dots, \hat{x}_{il}^{j+1})$ **do**
4:     **if** $\hat{x}_{ik}^{j+1} \geq c_1$ **then**
5:         $\hat{F}^* := \hat{F}^* \cup \{\hat{f}_k\}$;
6:     **end if**
7: **end for**
8: $\bar{x}_i^j := \omega_i^j(\tau_s)$;
9: **for all** функций распознавания $\hat{f}_k \in \hat{F}^*$ **do**
10:     **for all** $Z_r^k \in \mathcal{Z}_k$, соответствующих функции распознавания $\hat{f}_k$, **do**
11:         **if** $\frac{\|\bar{z}_1^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_1^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} < c_2$ **then**
12:             $Z^* := Z^* \cup \{Z_r^k\}$;
13:         **end if**
14:     **end for**
15: **end for**
16: $\bar{N} := (|\{Z_r^1 | Z_r^1 \in Z^*\}|, \dots, |\{Z_r^{l_i^j} | Z_r^{l_i^j} \in Z^*\}|)$;
17: $\bar{x}_i^{*j} := W(\bar{N})$;
18: $\eta(\tau_s, \hat{x}_i^j(\tau_s)) = \bar{x}_i^{*j}$;
19: $\hat{x}_i^j = W(\sum_{\hat{f}_k \in \hat{F}^*} \hat{x}_{ik}^{j+1} \sum_{Z_r^k \in Z^*} \bar{z}_2^r)$;
20: $\varphi(\tau_s + 1; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j(\tau_s + 1) = \hat{x}_i^j$;

Вычислительный цикл распознающего блока начинается с инициализации состояния при помощи управляющего воздействия от верхних уровней иерархии — вектора ожиданий $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$ (шаги 3–20). Начальное состояние определяется отбором тех распознаваемых признаков из множества F_i^{*j}, которые предсказываются на основе состояния блоков верхнего уровня. Первая константа c_1 определяет порог предсказываемого веса присутствия распознаваемых признаков, вышей которого соответствующие функции распознавания попадают во множество активных функций $\hat{F}^*$ (шаг 4). Далее производится отбор тех матриц предсказания активных функций распознавания, для которых обычное расстояние по норме $\|x\| = \sum_i |x_i|$ первого столбца $\bar{z}_1^r$ от входного вектора $\bar{z}_i^j$ в начальный момент времени не превышает второй константы c_2 (шаг 11). На основе активных матриц предсказания методом голосования вычисляется выходной вектор в начальный момент времени $\bar{x}_i^{j*}(\tau_s)$ (шаги 16–18).

Начальное состояние $\hat{x}_i^j(\tau_s + 1)$ определяется как нормированный вектор, s-ый компонент которого равен сумме всех s-ых элементов вторых колонок активных матриц предсказания с весами, соответствующими элементам вектора ожиданий $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$ (шаг 19). Т. к. используется представление о будущем входном сигнале (вторая колонка матриц предсказания), то $\hat{x}_i^j(\tau_s + 1)$ играет роль предсказывающего управляющего вектора для нижних уровней иерархии.

После инициализации состояния начинает выполняться тело основного цикла, в котором до тех пор, пока время не превысит характерное время распознающего блока h_i^j повторяется вычисление выходного вектора и состояния в следующий момент времени (шаги 22–37). В начале обновляется множество активных матриц предсказания Z^* за счёт удаления тех матриц, соответствующие столбцы которых достаточно сильно отличаются от текущего входного вектора $\bar{x}_i^j$ (шаг 25). Далее методом голосования по количеству матриц в множестве активных матриц предсказания, отвечающих за соответствующий выходной признак, вычисляется выходной вектор $\bar{x}_i^{j*}$ (шаги 29–31).

В завершение тела основного цикла вычисляется состояние в следующий момент времени $\hat{x}_i^j(\tau_s + t + 1)$. Как и на этапе инициализации, вектор ожиданий равен нормированному вектору, элементы которого равны сумме элементов столбцов всех активных матриц предсказания, соответствующих текущему моменту времени с учётом весов начального управляющего вектора $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$ (шаги 34–35).

2 Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ (часть II, основной цикл)

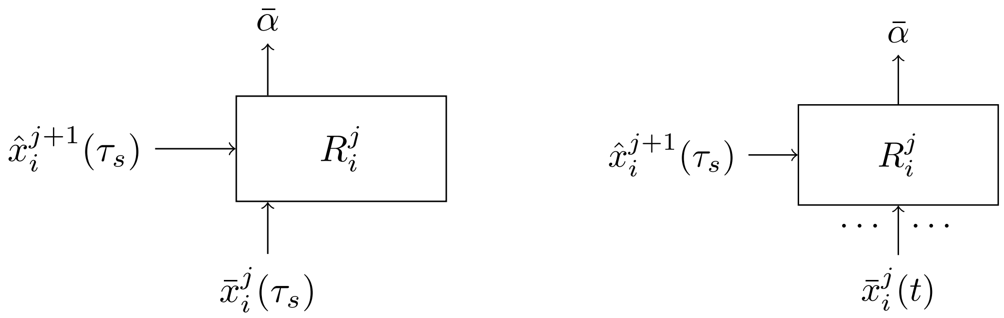
21: $t = 1$;
22: **while** $t \leqslant h_i^j - 1$ **do**
23: $\quad \bar{x}_i^j := \omega(\tau_s + t)$;
24: $\quad$ **for all** матриц предсказания Z_r^k из множества Z^* **do**
25: $\quad\quad$ **if** $\frac{\|\bar{z}_{t+1}^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_{t+1}^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} \geqslant c_2$ **then**
26: $\quad\quad\quad Z^* := Z^* \setminus \{Z_r^k\}$;
27: $\quad\quad$ **end if**
28: $\quad$ **end for**
29: $\quad \bar{N} = (|\{Z_r^1 | Z_r^1 \in Z^*\}|, \ldots, |\{Z_r^{l_i^j} | Z_r^{l_i^j} \in Z^*\}|)$;
30: $\quad \bar{x}_i^{*j} := W(\bar{N})$;
31: $\quad \eta(\tau_s + t, \hat{x}_i^j(\tau_s + t)) = \bar{x}_i^{*j}$;
32: $\quad t = t + 1$;
33: $\quad$ **if** $t \leqslant h_i^j - 2$ **then**
34: $\quad\quad \hat{x}_i^j := W(\sum_{\hat{f}_k \in \hat{F}^*} \hat{x}_{ik}^{j+1} \sum_{Z_r^k \in Z^*} \bar{z}_t^r)$;
35: $\quad\quad \varphi(\tau_s + t; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j(\tau_s + t) = \hat{x}_i^j$;
36: $\quad$ **end if**
37: **end while**

3. СТАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ КЛАССИФИКАЦИИ

3.1. Начальный момент времени

В начале рассмотрим статический случай, т. е. зафиксируем момент времени t, равный началу некоторого s-го вычислительного цикла τ_s. В этом случае, распознающий блок R_i^j можно рассматривать как *статический оператор распознавания* $R_i^j(\hat{x}_i^{j+1}, \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j) = \bar{x}_i^{*j}$. Напомним, что $\bar{x}_i^{*j}$ — это весовой вектор присутствия распознаваемых признаков $f_1^*, \dots, f_l^*$ из множества F_i^{*j}. Далее кратко будем записывать $R(\hat{x}, \mathcal{Z}, \bar{x}) = \bar{x}^*$ и везде, где это возможно, будем опускать индексы j и i.

Введём совокупность задач $\{Q\}$ аналогично работе [14]. Задача $Q(\hat{x}, \bar{x}, \alpha_1, \dots, \alpha_l) \in \{Q\}$ состоит в построении оператора, вычисляющего по поступившему вектору ожиданий $\hat{x}$ и входному вектору $\bar{x}$ значения $\alpha_1, \dots, \alpha_l \in \{0, 1\}$ присутствия признаков $f_1^*, \dots, f_l^*$. Другими словами, искомый алгоритм $\mathcal{A}^*$ переводит набор $(\hat{x}, \bar{x})$ в вектор $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_l)$, который будем называть *информационным вектором* входного вектора $\bar{x}$ (Рисунок 4a).



(a) для момента времени τ_s (b) для момента времени $t\tau_s < t \leqslant \tau_s + h_i^j$

Рис. 4: Статические схемы корректности.

Пусть множество $\{\mathcal{A}\}$ состоит из алгоритмов, переводящих пары $(\hat{x}, \bar{x})$ в векторы $\bar{\beta}$, составленные из элементов $0, 1, \Delta : \mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\beta}$. Если $\beta_i \in \{0, 1\}$, то β_i — значение величины α_i, вычисленное алгоритмом $\mathcal{A}$. Если $\beta_i = \Delta$, то алгоритм $\mathcal{A}$ не вычислил значение α_i информационного вектора $\bar{\alpha}$.

Определение 1. *Алгоритм $\mathcal{A}$ называется корректным для задачи Q, если выполнено равенство*

$$\mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\alpha}.$$

Алгоритм $\mathcal{A}$, не являющийся корректным для Q, называется некорректным.

Далее будем считать, что множество $\{\mathcal{A}\}$ является совокупностью, вообще говоря, некорректных алгоритмов.

Утверждение 1 (аналог теоремы 1 из [14])**.** *Каждый алгоритм $\mathcal{A} \in \{\mathcal{A}\}$ представим как последовательность выполнения алгоритмов R и C, где $R(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{x}^*$, $\bar{x}^*$ — вектор действительных чисел, $C(\bar{x}^*) = \bar{\beta}$, $\beta_i \in \{0, 1, \Delta\}$.*

Доказательство. Пусть D — алгоритм перехода вектора $\bar{\beta}$ к числовому вектору $\bar{y}$. В качестве D можно рассмотреть, например, $y_i = \beta_i$, если $\beta_i \in \{0, 1\}$, и $y_i = 1/2$, если $\beta_i = \Delta$. Очевидно, что существует обратный алгоритм D^{-1} перехода от $\bar{y}$ к $\bar{\beta}$. Положим $R = \mathcal{A} \cdot D$, $C = D^{-1}$. Тогда очевидно, что $\mathcal{A} = R \cdot C = (\mathcal{A} \cdot D) \cdot D^{-1} = \mathcal{A}$. ■

Из утверждения 1 следует, что множество алгоритмов $\{\mathcal{A}\}$ порождает множества $\{R\}$ и $\{C\}$, которые будем называть *множеством операторов распознавания* и *множеством решающих правил*, соответственно. В качестве операторов из множества $\{R\}$ будем рассматривать операторы $R(\hat{x}, \mathcal{Z}, \bar{x})$.

Определение 2. *Решающее правило C^* называется корректным на множестве входных векторов X, если для всякого вектора $\bar{x}$ из X существует хотя бы один числовой вектор $\bar{x}^*$ такой, что $C^*(\bar{x}^*) = \bar{\alpha}$, где $\bar{\alpha}$ — информационный вектор входного вектора $\bar{x}$.*

В множестве операторов $\{R\}$ введём операции умножения на скаляр, сложения и умножения. Пусть r' — скаляр, $R', R'' \in \{R\}$. Определим операторы $r' \cdot R'$, $R' + R''$ и $R \cdot R''$ следующим образом:

$$r' \cdot R' = (r' \cdot x_1^{*\prime}, \ldots, r' \cdot x_l^{*\prime}), \tag{1}$$

$$R' + R'' = (x_1^{*\prime} + x_1^{*\prime\prime}, \ldots, x_1^{*\prime} + x_l^{*\prime\prime}), \tag{2}$$

$$R' \cdot R'' = (x_1^{*\prime} \cdot x_1^{*\prime\prime}, \ldots, x_1^{*\prime} \cdot x_l^{*\prime\prime}). \tag{3}$$

Утверждение 2. *Замыкание $L\{R\}$ множества $\{R\}$ относительно операций* (1) *и* (2) *является векторным пространством.*

Определение 3. *Множество $L\{A\}$ алгоритмов $\mathcal{A} = R \cdot C^*$ таких, что $R \in L\{R\}$, называются линейным замыканием множества $\{\mathcal{A}\}$.*

Зафиксируем пару $(\hat{x}, \bar{x})$ вектора ожидания и входного вектора. Аналогично [14] будем рассматривать задачи $Q(\hat{x}, \bar{x})$, обладающие следующим свойством относительно множества операторов распознавания $\mathcal{R}$.

Определение 4. *Если множество векторов $\{R(\hat{x}, \bar{x})\}$, где R пробегает некоторое множество операторов распознавания $\mathcal{R}$, содержит базис в пространстве числовых векторов длины l, то задача $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$ называется полной относительно $\mathcal{R}$.*

Утверждение 3 (аналог теоремы 2 из [14]). *Если множество задач $\{Q\}$ состоит лишь из задач, полных относительно $\mathcal{R}$, то линейное замыкание $L\{R \cdot C^*\}$ (C^* — произвольное фиксированное корректное решающее правило, R пробегает множество $\mathcal{R}$) является корректным относительно $\{Q\}$.*

Следствие 1. *Пусть $\{\mathcal{A}\}$ — совокупность некорректных алгоритмов, $\{R\}$ — соответствующее множество операторов распознавания, C^* — фиксированное корректное решающее правило. Тогда $L\{\mathcal{A}\} = L\{R \cdot C^*\}$ является корректным относительно множества задач $\{Q\}$, если $\{Q\}$ состоит из задач, полных относительно $\{R\}$.*

Будем рассматривать только такие задачи $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$, для которых удовлетворяется следующее условие: $\exists k$ такое, что x_k является k-ым элементом вектора $\bar{x}$ и $x_k > 1/2$. Такое условие является естественным, иначе вектор $\bar{x}$, в котором отсутствуют веса большие $1/2$, не может рассматриваться как достоверный с точки зрения порогового алгоритма $\mathfrak{A}_{th}$.

Теорема 1. *Линейное замыкание $L\{\mathcal{A}\}$ семейства алгоритмов $\{\mathcal{A}\} = \{R \cdot C^*\}$ с произвольным корректным решающим правилом C^* и операторами распознавания R, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на множестве задач $\{Q\}$.*

Доказательство. В силу утверждения 3 достаточно доказать, что произвольная задача $Q \in \{Q\}$ является полной относительно $\{R\}$. Доказательство полноты Q состоит в прямом построении операторов $R_k, k = 1, 2, \ldots, l$ из $L\{R\}$, переводящих пару $(\hat{x}, \bar{x}), \hat{x} = (\hat{x}_1, \ldots, \hat{x}_l), \bar{x} = (x_1, \ldots, x_q)$ в числовой вектор

$$\bar{x}^*_k = (x^*_{k1}, \ldots, x^*_{kl}),\ x^*_{kk} = 1,\ \forall u \neq k\ x^*_{ku} = 0. \tag{4}$$

Пусть мощность множества $\mathcal{Z}_k$ признака f_k равна N, норма $\|\bar{x}\|$ равна $M \leqslant q$, максимальная компонента вектора $\bar{x}$ равна x_{max}. Зафиксируем величину k и коэффициенты $c_1 = \min_v \hat{x}_v, c_2 = \frac{M}{1+M}$. Рассмотрим матрицы предсказания из множеств $\mathcal{Z}_1, \ldots, \mathcal{Z}_l$ признаков $f_1, \ldots, f_l$, удовлетворяющие следующим условиям:

1) в каждой матрице предсказаний $Z^k_r \in \mathcal{Z}_k$ в столбце $\bar{z}^r_1 = (z^r_{11}, \ldots, z^r_{1q})$ компонента $z^r_{1v} = 1$, если $x_v = x_{max}$, и $z^r_{1v} = 0$, если $x_v < x_{max}$;

2) в каждой матрице предсказаний $Z^u_r \in \mathcal{Z}_u, u \neq k$ в столбце $\bar{z}^r_1 = (z^r_{11}, \ldots, z^r_{1q})$ компонента $z^r_{1v} = 0$ при любых v.

Вычислим величину x^*_{kk}. Т. к. $c_1 = \min_u \hat{x}_u$, то условие $\hat{x}_k \geqslant c_1$ на шаге 4 алгоритма $\mathfrak{A}_{th}$ автоматически выполняется и функция измерения $\hat{f}_k$ попадает в множество $\hat{F}^*$. Из условия 1 следует, что каждая матрица $Z^k_r \in \mathcal{Z}_k$ попадает в множество Z^* на шаге 11 алгоритма $\mathfrak{A}_{th}$:

$$\frac{\|\bar{z}^r_1 - \bar{x}\|}{\|\bar{z}^r_1\| + \|\bar{x}\|} < \frac{\sum_v |z^r_{1v} - x_v|}{1+M} < \frac{M}{1+M} = c_2,$$

так как минимум один компонент в $\bar{z}^r_1$ равен 1 и существует элемент $x_v > 1/2$. В этом случае $x^*_{kk} = \gamma \cdot N$, где γ — весовой коэффициент.

Вычислим величины x^*_{ku}. Т.к. $c_1 = \min_v \hat{x}_v$, то условие $\hat{x}_u \geqslant c_1$ на шаге 4 алгоритма $\mathfrak{A}_{th}$ автоматически выполняется и все функции измерения $\hat{f}_u$ попадают в множество $\hat{F}^*$. Из условия 2 следует, что каждая матрица $Z^u_r \in \mathcal{Z}_u$ не попадает в множество Z^* на шаге 11 алгоритма $\mathfrak{A}_{th}$:

$$\frac{\|\bar{z}^r_1 - \bar{x}\|}{\|\bar{z}^r_1\| + \|\bar{x}\|} = \frac{M}{M} = 1 > \frac{M}{1+M} = c_2.$$

В этом случае $x^*_{ku} = 0$.

Рассмотрим оператор распознавания $\frac{1}{\gamma \cdot N} R_k(\hat{x}, \mathcal{Z}^k, \bar{x})$, матрицы предсказания которого удовлетворяют условиям 1–2 и который переводит задачу Q в вектор $\bar{x}^*_k$, причём $\bar{x}^*_{kk} = 1$, а $\bar{x}^*_{ku} = 0, u \neq k$. Данный оператор удовлетворяет критериям (4) на вектор $\bar{x}^*_k$, а значит, необходимый баз в пространстве выходных векторов построен. Полнота задачи Q доказана. ■

3.2. Произвольный момент времени

Фиксация момента времени не в начале вычислительного цикла, а на любом другом значении $\tau_s < t < \tau_s + h^j_i$, приводит к операторам вида $R^j_i(\hat{x}^j_i(t), \mathcal{Z}^j_i, \bar{x}^j_i(t))$, которые кратко будем записывать R^t. Для этих операторов постановка задачи распознавания выглядит таким же образом как и для операторов R начального времени: задача $Q^t(\hat{x}^j_i(t), \bar{x}^j_i(t), \bar{\alpha})$ состоит в построении алгоритма $\mathcal{A}^{*t}$, переводящего набор $(\hat{x}^j_i(t), \bar{x}^j_i(t))$ в информационный вектор $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_l)$. Определения свойств корректности алгоритма и полноты задачи, а также корректного решающего правила C^{*t}, идентичны случаю с начальным моментом времени (Рисунок 4b). Аналогично, рассматривая только такие задачи $Q^t(\hat{x}^j_i(t), \bar{x}^j_i(t), \bar{\alpha})$, в которых имеется как минимум один значимый компонент входного вектора, можно сформулировать следующую теорему (будем далее опускать индексы i, j).

Теорема 2. *Линейное замыкание $L\{\mathcal{A}^t\}$ семейства алгоритмов $\{\mathcal{A}^t\} = \{R^t \cdot C^{*t}\}$ с произвольным корректным решающим правилом C^{*t} и операторами распознавания R^t, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на множестве задач $\{Q^t\}$.*

Доказательство. Как и в случае доказательства теоремы 1 будем строить операторы R^t_k, $k = 1, 2, \dots, l$ из $l\{R^t\}$, переводящие пару $(\hat{x}(t), \bar{x}(t))$ в числовой вектор

$$\bar{x}^*_k(t) = (x^*_{t1,k}, \dots, x^*_{tl,k}),\ x^*_{tk,k} = 1,\ \forall u \neq k\ x^*_{tu,k} = 0. \tag{5}$$

Фиксируя константы c_1, c_2 на основании свойств входного вектора и вектора ожиданий и налагая аналогичные условия на матрицы предсказания, но только для t-ых столбцов, приходим к построению операторов распознавания $\frac{1}{\gamma} R^t_k(\hat{x}(t), \mathcal{Z}^{t,k}\bar{x}(t))$ (γ — некоторый весовой коэффициент), выходной вектор которых удовлетворяет критерию (5). Необходимый базис в пространстве выходных векторов построен, полнота задачи Q^t доказана. ∎

4. ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ КЛАССИФИКАЦИИ

4.1. Случай одного распознающего блока

Теперь рассмотрим динамическую постановку задачи. Будем фиксировать не конкретный момент времени t, а промежуток времени $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h^j_i)$. В этом случае распознающий блок R^j_i можно рассматривать как *динамический оператор распознавания* $\hat{R}^j_i(\hat{x}^{j+1}_i(\tau_s), \mathcal{Z}^j_i, \omega^j_{i\Delta t}) = \gamma^j_{i\Delta t}$, принимающий функцию входного воздействия ω^j_i, ограниченную на промежутке времени Δt, и выдающий функцию выходной величины γ^j_i на том же временном промежутке. Так как мы предполагаем время дискретным, т. е. множество моментов времени T^j_i является множеством целых чисел, то действие динамического оператора $\hat{R}^j_i$ можно заменить последовательным действием статических операторов $R(\hat{x}^{j+1}_i(\tau_s), \mathcal{Z}^j_i, \bar{x}^j_i(\tau_s)), R^1(\hat{x}^j_i(\tau_s+1), \mathcal{Z}^j_i, \bar{x}^j_i(\tau_s+1)), \dots, R^{h^j_i-1}(\hat{x}^j_i(\tau_s+h^j_i-1), \mathcal{Z}^j_i, \bar{x}^j_i(\tau_s+h^j_i-1))$, в результате выдающих последовательность $\{\bar{x}^{*j}_i(t)\} = \{\bar{x}^{*j}_i(\tau_s), \bar{x}^{*j}_i(\tau_s+1), \dots, \bar{x}^{*j}_i(\tau_s+h^j_i-1)\}$. Так как параметр h^j_i фиксирован, то конечные последовательности векторов $\omega^j_{i\Delta t}$ и $\gamma^j_{i\Delta t}$ можно считать матрицами размерности $l^j_i \times h^j_i$. Далее будем опускать индексы i и j.

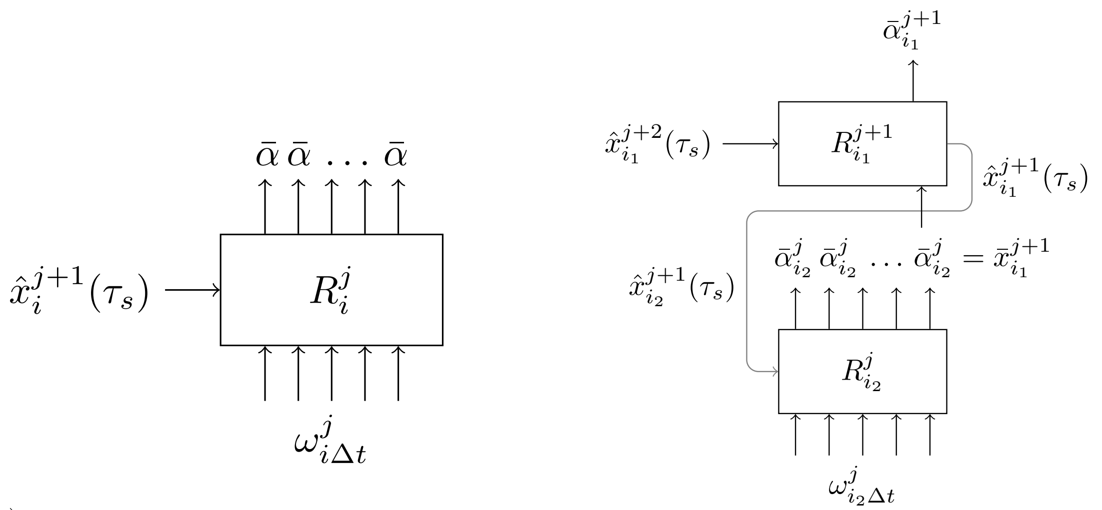
Формулировка задачи в динамическом случае будет выглядеть следующим образом: задача $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ состоит в построении алгоритма $\hat{\mathcal{A}}^*$, вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий $\hat{x}$ матрице входных воздействий $\omega_{\Delta t}$ последовательность векторов $\beta_{\Delta t}$, монотонно сходящуюся к информационному вектору $\bar{\alpha}$. Т. е. искомый оператор распознавания $\hat{R}$ должен выдавать матрицу весов присутствия распознаваемых признаков $\gamma_{\Delta t}$, столбцы которой должны сходиться (с учётом корректного решающего правила) к информационному вектору: $\lim_{t\to\tau_s+h} \bar{x}^*(t) = \bar{\alpha}$ (Рисунок 5а). Введём соответствующие определения.

Определение 5. *Алгоритм $\hat{\mathcal{A}}(\hat{x}, \bar{x}) = \beta_{\Delta t} = (\bar{\beta}_1, \dots, \bar{\beta}_h)$ называется корректным для задачи $\hat{Q}$, если выполнено условие*

$$\|\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}\| \geqslant \|\bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}\| \geqslant \dots \geqslant \|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\| = 0.$$

$\|\bar{\beta}_i - \bar{\alpha}\| = \sum_j (\beta_{ij} - \alpha_j)$, где $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$, если $\beta_{ij} = \alpha_j$, $\beta_{ij} - \alpha_j = \frac{1}{2}$, если $\beta_{ij} = \Delta$, и $\beta_{ij} - \alpha_j = 1$ иначе. Алгоритм $\hat{\mathcal{A}}$, не являющийся корректным для $\hat{Q}$, называется некорректным.

Утверждение 4. *Каждый алгоритм $\hat{\mathcal{A}} \in \{\hat{\mathcal{A}}\}$ представим как последовательность выполнения алгоритмов $\hat{R}$ и $\hat{C}$, где $\hat{R}(\hat{x}, \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}) = \gamma_{\Delta t}$, $\gamma_{\Delta t}$ —матрица действительных чисел, $\hat{C}(\gamma_{\Delta t}) = \beta_{\Delta t}$, $\beta_{\Delta t}$ —матрица значений $\beta_{ij} \in \{0, 1, \Delta\}$.*



(a) для одиночного распознающего блока

(b) для случая двухуровневой иерархии

Рис. 5: Динамические схемы корректности.

Корректное решающее правило $\hat{C}^*$ для матрицы $\gamma_{\Delta t}$ определяется через набор корректных правил для векторов $(\hat{C}_1^*, \dots, \hat{C}_h^*)$ таких, что $\|C_1^*(\bar{x}^*(\tau_s)) - \bar{\alpha}\| \geqslant \|C_2^*(\bar{x}^*(\tau_s + 1)) - \bar{\alpha}\| \geqslant \dots \geqslant \|C_h^*(\bar{x}^*(\tau_s + h - 1)) - \bar{\alpha}\| = 0$. В простейшем случае $\forall i\ C_i^*(\bar{x}^*(\tau_s + i)) = \bar{\alpha}$ и такое решающее правило будем называть константным. Аналогично статическому случаю вводится определение линейного $L\{\hat{R}\}$ замыкания над множеством $\{\hat{R}\}$.

Определение 6. *Если множество матриц $\{\hat{R}(\hat{x}, \omega_{\Delta t})\}$, где $\hat{R}$ пробегает некоторое множество операторов распознавания $\hat{\mathcal{R}}$, содержит базис в пространстве числовых матриц размерности $l \times q$, то задача $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ называется полной относительно $\hat{\mathcal{R}}$.*

Утверждение 5 (аналог теоремы 2 из [14])**.** *Если множество задач $\{\hat{Q}\}$ состоит лишь из задач, полных относительно $\hat{\mathcal{R}}$, то линейное замыкание $L\{\hat{R}\cdot\hat{C}^*\}$ ($\hat{C}^*$ — произвольное фиксированное корректное решающее правило, $\hat{R}$ пробегает множество $\hat{\mathcal{R}}$) является корректным относительно $\{\hat{Q}\}$.*

Для того, чтобы воспользоваться результатами, полученными при рассмотрении статических операторов $R = R^0$ и R^t, необходимо ввести понятие подзадачи.

Определение 7. *Если в задаче $Q^t(\hat{x}(t), \bar{x}(t), \bar{\alpha})$ входной вектор $\bar{x}(t)$ совпадает с t-ым столбцом матрицы $\omega_{\Delta t}$ задачи $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$, а вектор $\hat{x}(t)$ вычисляется на основании алгоритма $\mathfrak{A}_{th}$ с входным воздействием, равным матрице $\omega_{\Delta t}$, и начальным вектором ожиданий, равным $\hat{x}$, называется подзадачей задачи $\hat{Q}$.*

Зафиксируем начальный вектор ожиданий $\hat{x}$ и последовательность входных векторов $\omega_{\Delta t}$. Если, как и в статическом случае, мы будем рассматривать только такие задачи $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$, для которых в матрице $\omega_{\Delta t}$ в каждом столбце с номером s $\exists k$ такое, что x_{sk} является k-ым элементом вектора $\bar{x}(\tau_s + s)$ и $x_{sk} > 1/2$, то можно сформулировать следующую теорему.

Теорема 3. *Линейное замыкание $L\{\hat{\mathcal{A}}\}$ семейства алгоритмов $\{\hat{\mathcal{A}}\} = \{\hat{R}\cdot\hat{C}^*\}$ с константным корректным решающим правилом $\hat{C}^*$ и операторами распознавания $\hat{R}$, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на множестве задач $\{\hat{Q}\}$.*

Доказательство. В силу того, что динамический оператор $\hat{R}$ представим в виде последовательного применения статических операторов R^t к столбцам матрицы $\omega_{\Delta t}$, то для доказательства теоремы необходимо подобрать такие операторы R^t, $t = 0, \dots, h-1$, которые выдают последовательность $\gamma_{\Delta t}$, сходящуюся (с учётом применения константного корректного решающего правила $\hat{C}^* = (C_1^*, \dots, C_i^*)$) к информационному вектору $\bar{\alpha}$.

Рассмотрим алгебраическое замыкание $L\{R^t\}$ операторов вида $R^t(\hat{x}(\tau_s+t), \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}(\tau_s+t))$ с фиксированным вектором $\hat{x}(\tau_s + t)$ и $\omega(\tau_s + t)$. Из задачи $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ выделим подзачаду $Q_i(\hat{x}(\tau_s + t), \omega_{\Delta t}(\tau_s + t), \bar{\alpha})$.

В силу теорем 1 и 2 можно построить такой оператор $R^{*t} \in L\{R^t\}$, что $C^{*t} \cdot R^{*t}(\omega(\tau_s+i)) = \bar{\alpha}$. Формируя таким образом линейные замыкания и выделяя подзадачи для каждого момента времени $t \in [0, h)$, получим необходимую последовательность $\gamma_{\Delta t} = (C^{*1} \cdot R^{*1}(\omega(\tau_s)), \dots, C^{*h} \cdot R^{*h}(\omega(\tau_s + h - 1))) = (\bar{\alpha}, \dots, \bar{\alpha})$, которая очевидным образом сходится к $\bar{\alpha}$. Корректность, таким образом, доказана. ∎

4.2. Случай двухуровневой иерархии распознающих блоков

Рассмотрим иерархическую постановку задачи, в которой будет учитываться иерархическая связь между операторами распознавания. Зафиксируем, как и в динамическом случае, промежуток времени $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h_{i_2}^j)$. Далее, будем рассматривать не единичный распознающий блок, а двухуровневую иерархию E_j^2, на каждом уровне которой будет по одному распознающему блоку $R_{i_1}^{j+1}$ и $R_{i_2}^j$. Данную иерархию можно рассматривать как *иерархический оператор распознавания* $\hat{R}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_{i_1}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_2}^j, \omega_{i_2\Delta t}^j) = \bar{x}_{i_1}^{*j+1}$, принимающий функцию входного воздействия $\omega_{i_2\Delta t}^j$ нижнего уровня, ограниченную на промежутке времени Δt, и выдающий весовой вектор присутствия распознаваемых признаков $\bar{x}_{i_1}^{*j+1}$. Т. к. в иерархии E_j^2 вектор состояния блока $R_{i_1}^{j+1}$ является одновременно и вектором ожидания для блока $R_{i_2}^j$, а конечный выходной вектор $\bar{x}_{i_2}^{*j}$ — входным вектором $\bar{x}_{i_1}^{j+1}$, то действие иерархического оператора $\hat{R}_{e,j}^2$ можно заменить последовательным действием динамического оператора $\hat{R}_{i_2}^j(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_2}^j, \omega_{i_2\Delta t}^j)$ нижнего уровня и статического оператора $R_{i_1}^{j+1,t}(\hat{x}_{i_1}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_1}^{j+1}, \bar{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s))$ верхнего уровня, где t является моментом времени текущего вычислительного цикла распознающего блока $R_{i_1}^{j+1}$, соответствующему моменту времени τ_s для распознающего блока $R_{i_2}^j$.

Формулировка задачи в иерархическом случае будет выглядеть следующим образом: задача $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ состоит в построении алгоритма $\hat{\mathcal{A}}_e$, вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$ и матрице входных воздействий $\omega_{i_2\Delta t}^j$ значения информационного вектора $\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1}$ (Рисунок 5b). Определения свойств корректности алгоритма и полноты задачи, а также корректного решающего правила, в данном случае в точности совпадают с аналогичными определениями для статического случая.

Зафиксируем начальный вектор ожиданий $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$ и последовательность входных векторов $\omega_{i_2\Delta t}^j$. Если мы будем рассматривать только такие задачи $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$, для которых в матрице $\omega_{i_2\Delta t}^j$ в каждом столбце с номером s $\exists k$ такое, что x_{sk} является k-ым элементом вектора $\bar{x}_{i_2}^j(\tau_s + s)$ и $x_{sk} > 1/2$, то можно сформулировать следующую теорему.

Теорема 4. *Линейное замыкание $L\{\hat{\mathcal{A}}_e\}$ семейства алгоритмов $\{\hat{\mathcal{A}}_e\} = \{\hat{R}_{e,j}^2 \cdot \hat{C}_e^*\}$ с произвольным корректным решающим правилом $\hat{C}_e^*$ и операторами распознавания $\hat{R}_{e,j}^2$, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на множестве задач $\{\hat{Q}_{e,j}^2\}$.*

Доказательство. Доказательство корректности в данном случае сводится к формулировке подзадачи нижнего уровня $\hat{Q}_2(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_2}^j)$. Т. е. необходимо сформировать по задаче $\hat{Q}_{e,j}^2$ информационный вектор $\bar{\alpha}_{i_2}^j$ и вектор ожидания $\hat{x}_{i_2}^{j+1}$.

Следую определению вычислительного цикла в алгоритме $\mathfrak{A}_{th}$, будем считать, что $\hat{x}_{i_2}^{j+1}$ равен тому состоянию распознающего блока $R_{i_1}^{j+1}$, которое было вычислено к моменту времени τ_s, т. е. вектору $\hat{x}_{i_1}^{j+1}$. Каждый компонент $\alpha_{i_2 u}^j$ информационного вектора $\bar{\alpha}_{i_2}^j$ будем вычислять по следующему правилу:

$$\alpha^j_{i_2 u} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum\limits_{v=1}^{l^{j+1}_{i_1}} \frac{\alpha^{j+1}_{i_1 v}}{|\mathcal{Z}_v|} \sum\limits_{w=1}^{|\mathcal{Z}_v|} z^w_{1v} > 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Т.к. входной вектор распознающего блока $R^j_{i_1}$ равен вектору $\bar{\alpha}^j_{i_2}$, то такие значения компонентов информационного вектора позволяют удовлетворить ограничениям теоремы 2 (существование такого компонента входного вектора, который бы имел значение большее 1/2). С другой стороны, формулируя задачу $\hat{Q}_2(\hat{x}^{j+1}_{i_2}, \omega^j_{i_2 \Delta t}, \bar{\alpha}^j_{i_2})$ мы попадаем в условия теоремы 3. Пользуясь результатами этих теорем, мы приходим к выводу, что среди алгоритмов линейного замыкания $L\{\hat{\mathcal{A}}_e\}$ имеется оператор, переводящий пару $(\hat{x}^{j+1}_{i_1}, \omega^j_{i_2 \Delta t})$ в информационный вектор $\bar{\alpha}^{j+1}_{i_1}$. ■

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы алгебраические свойства множества распознающих блоков. Показано, что динамические характеристики образной компоненты описываются в терминах классической теории управления. Построены операторы распознавания, позволяющие выполнить постановки задач классификации в терминах алгебраической теорий распознавания. Установлено, что линейные замыкания операторов распознавания, которые строятся в статических и динамических случаях, обладают свойством корректности относительно входных данных и требуемых результатов классификации. Это означает существования такого процесса обучения, в рамках которого будет сформирована иерархия образных компонент, корректно распознающая (классифицирующая) поступающие сигналы.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках инициативного проекта №14-07-00611 а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эделмен Д., Маунткасл В. Разумный мозг. — М. : Мир, 1981.
2. Ivanitsky A. M. Brain basis of subjective experience: information synthesis hypothesis // Neuroscience and Behavioral Physiology. — 1996. — Vol. 46, no. 2. — P. 251–252.
3. Вартанов А. В. Механизмы семантики: человек — нейрон — модель // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. — 2011. — № 12. — С. 54–64.
4. Процесс мышления в контексте динамической теории информации. часть II: понятие «образ» и «символ» как инструменты моделирования процесса мышления средствами нейрокомпьютинга / О. Д. Чернавская, Д. С. Чернавский, В. П. Карп и др. // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. — 2012. — № 2. — С. 46–65.
5. Сергин В. Я. Психофизиологические механизмы восприятия: концепция объемлющих сенсорных характеристик // Успехи физиологических наук. — 2009. — Т. 40, № 4. — С. 42–63.
6. Фреге Г. Логика и логическая семантика. — М. : Аспект Пресс, 2000.

7. Пирс Ч. С. Начала прагматизма. Т. 2. Логические основания теории знаков. — СПб. : Алетейя, 2000.

8. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. — М. : Политиздат, 1975.

9. Поспелов Д. А., Осипов Г. С. Введение в прикладную семиотику. Глава 5. Операции в семиотических базах знаний // Новости искусственного интеллекта. — 2002. — № 6. — С. 28–35.

10. Осипов Г. С., Панов А. И., Чудова Н. В. Управление поведением как функция сознания. I. Картина мира и целеполагание // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2014. — № 4. — С. 83–96.

11. George D., Hawkins J. Towards a mathematical theory of cortical micro-circuits // PLoS Computational Biology. — 2009. — Vol. 5, no. 10. — P. 1–26.

12. George D., Hawkins J. A hierarchical bayesian model of invariant pattern recognition in the visual cortex // Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks. — Vol. 3. — 2005. — P. 1812–1817.

13. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. — М. : Мир, 1971.

14. Журавлев Ю. И. Корректные алгебры над множеством некорректных (эвристических) алгоритмов. Часть I // Кибернектика. — 1977. — № 4. — С. 5–17.