

# Исследование образной и процедурной компонент элементов картины мира субъекта деятельности

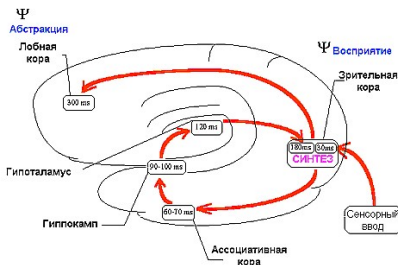
Александр Панов

ИСА РАН

научный руководитель д.ф.-м.н., проф. Г. С. Осипов

4 декабря 2014 г.

# Картина мира и нейрофизиология



В теории повторного входа или информационного синтеза (Д. М. Эдельман, А. М. Иваницкий) возникновение ощущения, т. е. активизация некоторого элемента картины мира субъекта, происходит при замыкании контура распространения нервного возбуждения от сенсорного входа. При этом происходит наложение значения сигнала (гиппокамп) и эмоционального отношения к нему (гипоталамус) на поступившую сенсорную информацию.

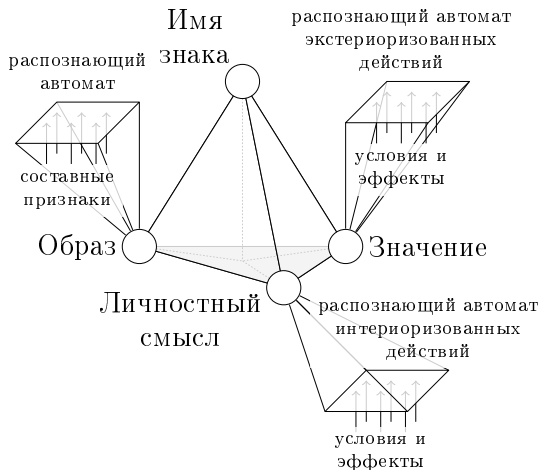
# Картина мира и психология

В *культурно—историческом подходе* (А. Р. Лурия, Л. Н. Выготский) вводится понятие знака как основного инструмента познавательной деятельности субъекта. В *теории деятельности* (А. Н. Леонтьев) раскрывается структура знака и его роль в формировании не только познавательной, но и любой другой деятельности субъекта.

По Леонтьеву образующими картины мира, т. е. компонентами знака, являются образ, значение и личностный смысл."В значениях представлена преобразованная и свёрнутая в материи языка идеальная форма существования предметного мира ... раскрываемая в совокупной общественной практикой". Личностный смысл является "значением—для—меня".

"Движение, соединяющее абстрактное значение с чувственным миром, представляет собой одно из существеннейших движений сознания" (А. Н. Леонтьев).

# Знак — элемент картины мира



Знак имеет следующие компоненты:

- имя,
- образ (перцепт),
- значение (функциональное назначение) и
- личностный смысл.

Между этими компонентами существуют определённые связи, формирующиеся в процессе деятельности субъекта.

# Постановка задачи

**Предмет исследования** — построение моделей картины мира субъекта деятельности и некоторых когнитивных функций.

**Целью исследования** является разработка моделей и алгоритмов формирования элементов знаковой картины мира субъекта деятельности и её функционирования.

В настоящей работе рассматриваются алгоритмы функционирования и формирования двух компонент знака: перцепта и функционального назначения. Исследуется сходимость итерационного процесса связывания этих компонент и рассматриваются некоторые функции знаковой картины мира

# Основные допущения и упрощения

При построении модели компонент знака были приняты следующие упрощения:

- дискретность во времени,
- простейшая строгая иерархия со связями только между ближайшими уровнями,
- обратная связь только по предсказанию, без моторной части,
- гипотеза одинаковой длительности для одной группы признаков,
- гипотеза «всегда начинаем с начала»,
- пороговая модель принятия решений,
- подавление непредвиденного сигнала.

# Признаки и распознающие автоматы

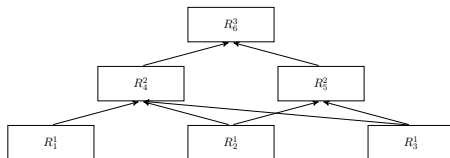
Пусть заданы следующие множества:

- $\{R_i^j\}$  — совокупность распознающих автоматов или  $R$ -автоматов,
- $\{f_k\}$  — совокупность допустимых признаков.

Введём бинарное отношение  $\dashv$ , определённое на декартовом произведении  $\{f_k\} \times \{R_i^j\}$ , и будем читать  $f_k \dashv R_i^j$  как «признак  $f_k$  распознаётся  $R$ -автоматом  $R_i^j$ ».

Множество всех распознаваемых  $R$ -автоматом  $R_i^j$  признаков будем обозначать  $F_i^{*j}$ , т. е.  $\forall f^* \in F_i^{*j} f^* \dashv R_i^j, F_i^{*j} \subseteq \{f_k\}$ .

# Иерархия распознающих автоматов



Рассмотрим связный ориентированный ярусный граф  $G_R = (V, E)$ :

- $V = \{R_i^j\}$  — множество вершин,
- $E \subset \{R_i^j\} \times \{R_i^j\}$  — множество рёбер,
- каждая вершина, принадлежащая  $j$ -ому ярусу графа  $G_R$ , является  $R$ -автоматом  $R_i^j$  уровня  $j$ ,
- каждое ребро  $e = (R_{i_1}^{j_1}, R_{i_2}^{j_2}) \in E$  обозначает иерархическую связь между дочерним  $R$ -автоматом  $R_{i_1}^{j_1}$  и  $R$ -автоматом — родителем  $R_{i_2}^{j_2}$ .

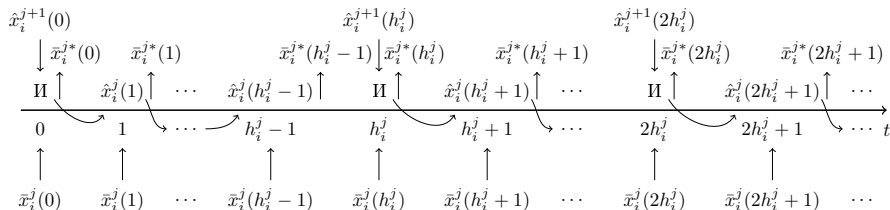


# Входные признаки и функции распознавания

Определим:

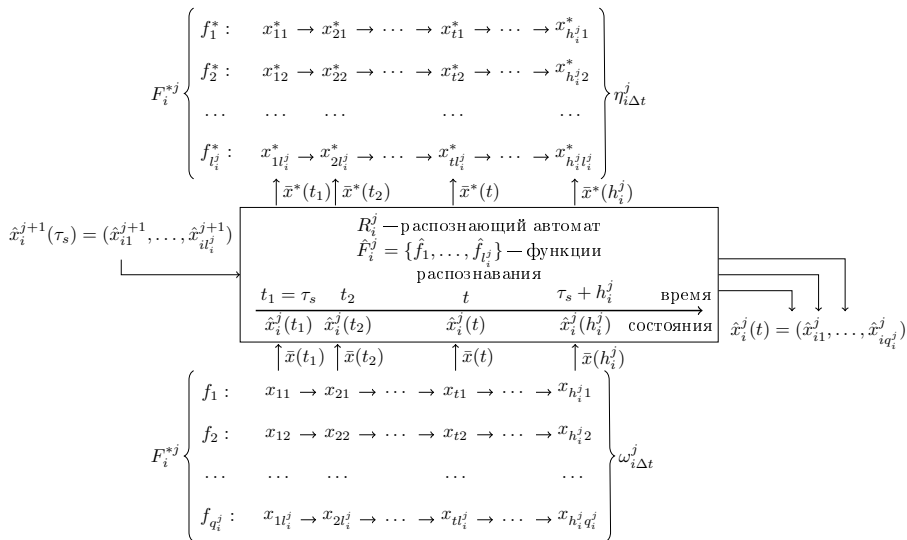
- для каждого  $R$ -автомата  $R_i^j$  множество  $F_i^j \subseteq \{f_k\}$  — совокупность входных признаков, в которую входят такие признаки, что для любого  $f \in F_i^j$  существует  $R$ -автомат  $R_k^{j-1}$  уровня  $j-1$ , дочерний по отношению к  $R$ -автомату  $R_i^j$ , такой, что  $f \vdash R_k^{j-1}$ ;
- для каждого признака  $f^* \in F_i^{*j}$  — функцию распознавания  $\hat{f}(x_1, \dots, x_q) = x^*$ , где  $x^* \in (0, 1)$  — вес распознаваемого признака  $f^*$ , а  $x_1, \dots, x_q \in (0, 1)$  — вес признаков из множества входных признаков  $F_i^j$ ;
- множество  $\hat{F}_i^j$  — совокупность функций распознавания для  $R$ -автомата  $R_i^j$ .

# Структура распознающего автомата



- вектор  $\bar{x}_i^j(t)$  длины  $l_i^j$  — входной сигнал (вектор весов входных признаков),
- вектор  $\bar{x}_i^{j*}(t)$  длины  $l_i^j$  — выходной сигнал (вектор весов распознаваемых признаков),
- вектор  $\hat{x}_i^{j+1}(t)$  длины  $q_i^{j+1}$  — управляющий вектор, задающий начальное состояние в моменты времени  $0, h_i^j, 2h_i^j, \dots$ ,
- вектор  $\hat{x}_i^j(t)$  длины  $q_i^j$  — вектор состояния (вектор ожиданий входных признаков в следующий момент времени),
- $h_i^j$  — глубина памяти  $R$ -автомата  $R_i^j$ .

# Входы и выхода распознающего автомата



# Матрица предсказаний

Для определения состояния  $R$ -автомата и его автоматной функции, поставим каждой функции распознавания  $\hat{f}_k$  из множества  $\hat{F}_i^j$  в соответствие набор булевых матриц предсказания  $Z_k = \{Z_1^k, \dots, Z_m^k\}$  размерности  $q_i^j \times h_i^j$ . Тогда

- столбец  $\bar{z}_u^r = (z_{u1}^k, \dots, z_{uq}^k)$  матрицы  $Z_r^k$  — это вектор предсказания входных признаков из множества  $F_i^j$  в момент времени  $\tau_s + u$ ,  $z_{uv}^k \in \{0, 1\}$ ,
- матрица  $Z_r^k$  задаёт последовательность битовых векторов, наличие бита в котором свидетельствует о присутствии распознаваемого функцией  $\hat{f}_k$  признака,
- $\mathcal{Z}_i^j$  — множество всех матриц предсказания  $R$ -автомата  $R_i^j$ .

# Входные и выходные функции

Таким образом,  $R$ -автомат  $R_i^j$  является бесконечным автоматом Милля с переменной структурой и конечной памятью и определяется следующим набором  $R_i^j = \langle X_i^j \times \hat{X}_i^{j+1}, 2^{\mathcal{Z}_i^j}, X_i^{*j} \times \hat{X}_i^j, \varphi_i^j, \vec{\eta}_i^j, \rangle$ , где

- $X_i^j$  — множество входных сигналов,
- $X_i^{*j}$  — множество выходных сигналов,
- $\hat{X}_i^{j+1}$  — множество управляющих сигналов с верхнего уровня иерархии,
- $\hat{X}_i^j$  — множество управляющих сигналов на нижний уровень иерархии,
- $2^{\mathcal{Z}_i^j}$  — множество состояний (множество подмножеств множества матриц предсказания),
- $\varphi_i^j : X_i^j \times \hat{X}_i^{j+1} \rightarrow 2^{\mathcal{Z}_i^j}$  — функция переходов,
- $\vec{\eta}_i^j : 2^{\mathcal{Z}_i^j} \rightarrow X_i^{*j} \times \hat{X}_i^j$  — вектор—функция выходов.

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ функционирования $R$ -автомата

В работе исследуется функционирование иерархии  $R$ -автоматов с заданным множеством состояний, т. е. со сформированными матрицами предсказания после завершения процесса обучения (например, по алгоритму НТМ).

Разработан пороговый алгоритм  $\mathfrak{A}_{th}(c_1, c_2)$  вычисления функции переходов  $\varphi_i^j$  и выходной функции  $\vec{\eta}_i^j$  по начальному моменту времени  $\tau_s$ , управляющему воздействию  $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$  и входному воздействию  $\omega_i^j$ .

На основании данного алгоритма далее будут построены 4 типа операторов распознавания, сформулированы задачи классификации по Ю. И. Журавлёву и доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств этих операторов.

# Статический оператор распознавания

Зафиксируем момент времени  $t$ , равный началу некоторого  $s$ -го вычислительного цикла  $\tau_s$ .

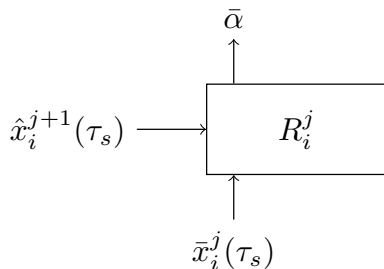
В этом случае,  $R$ -автомат  $R_i^j$  можно рассматривать как статический оператор распознавания  $R_i^j(\hat{x}_i^{j+1}, \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j) = \bar{x}_i^{*j}$ .

# Задача классификации

Пусть

- $\{Q\}$  — совокупность задач классификации,
- $\{\mathcal{A}\}$  — множество алгоритмов, переводящих пары  $(\hat{x}, \bar{x})$  в вектора  $\bar{\beta}$ , составленные из элементов 0, 1,  $\Delta : \mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\beta}$ .

Задача  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \alpha_1, \dots, \alpha_l) \in \{Q\}$  состоит в построении алгоритма, вычисляющего по поступившему вектору ожиданий  $\hat{x}$  и входному вектору  $\bar{x}$  значения  $\alpha_1, \dots, \alpha_l \in \{0, 1\}$  присутствия признаков  $f_1^*, \dots, f_l^*$ .





# Свойство корректности алгоритма

## Определение 1

Алгоритм  $\mathcal{A}$  называется корректным для задачи  $Q$ , если выполнено равенство

$$\mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\alpha}.$$

Алгоритм  $\mathcal{A}$ , не являющийся корректным для  $Q$ , называется некорректным.

Далее будем считать, что множество  $\{\mathcal{A}\}$  является совокупностью, вообще говоря, некорректных алгоритмов.

# Разложение алгоритма классификации

## Утверждение 1 (аналог теоремы 1, Журавлёв)

*Каждый алгоритм  $\mathcal{A} \in \{\mathcal{A}\}$  представим как последовательность выполнения алгоритмов  $R$  и  $C$ , где  $R(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{x}^*$ ,  $\bar{x}^*$  — вектор действительных чисел,  $C(\bar{x}^*) = \bar{\beta}$ ,  $\beta_i \in \{0, 1, \Delta\}$ .*

- $R$  — оператор распознавания,
- $C$  — решающее правило.

# Решающее правило и операции над алгоритмами

## Определение 2

*Решающее правило  $C^*$  называется корректным на множестве входных векторов  $X$ , если для всякого вектора  $\bar{x}$  из  $X$  существует хотя бы один числовой вектор  $\bar{x}^*$  такой, что  $C^*(\bar{x}^*) = \bar{\alpha}$ , где  $\bar{\alpha}$  — информационный вектор входного вектора  $\bar{x}$ .*

В множестве операторов  $\{R\}$  введём операции умножения на скаляр, сложения и умножения. Пусть  $r'$  — скаляр,  $R', R'' \in \{R\}$ . Определим операторы  $r' \cdot R'$ ,  $R' + R''$  и  $R' \cdot R''$  следующим образом:

$$r' \cdot R' = (r' \cdot x_1^{*'}, \dots, r' \cdot x_l^{*'}), \quad (1)$$

$$R' + R'' = (x_1^{*'} + x_1^{*''}, \dots, x_l^{*'} + x_l^{*''}), \quad (2)$$

$$R' \cdot R'' = (x_1^{*'} \cdot x_1^{*''}, \dots, x_l^{*'} \cdot x_l^{*''}). \quad (3)$$

# Замыкание множества алгоритмов

## Утверждение 2

*Замыкание  $L\{R\}$  множества  $\{R\}$  относительно операций (1) и (2) является векторным пространством.*

## Утверждение 3

*Замыкание  $\mathcal{U}\{R\}$  множества  $\{R\}$  относительно операций (1), (2) и (3) является ассоциативной линейной алгеброй с коммутативным умножением.*

## Определение 3

*Множества  $L\{A\}$  и  $\mathcal{U}\{A\}$  алгоритмов  $\mathcal{A} = R \cdot C^*$  соответственно таких, что  $R \in L\{R\}$  и  $R \in \mathcal{U}\{R\}$ , соответственно называются линейными и алгебраическими замыканиями множества  $\{A\}$ .*

# Свойство полноты задачи

Зафиксируем пару  $(\hat{x}, \bar{x})$  управляющего вектора и входного вектора. Будем рассматривать задачи  $Q(\hat{x}, \bar{x})$ , обладающие следующим свойством относительно множества операторов распознавания  $\mathcal{R}$ .

## Определение 4

*Если множество векторов  $\{R(\hat{x}, \bar{x})\}$ , где  $R$  пробегает некоторое множество операторов распознавания  $\mathcal{R}$ , содержит базис в пространстве числовых векторов длины  $l$ , то задача  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$  называется полной относительно  $\mathcal{R}$ .*

# Связь свойств полноты и корректности

## Утверждение 4 (аналог теоремы 2, Журавлёв)

*Если множество задач  $\{Q\}$  состоит лишь из задач, полных относительно  $\mathfrak{R}$ , то линейное замыкание  $L\{R \cdot C^*\}$  ( $C^*$  — произвольное фиксированное корректное решающее правило,  $R$  пробегает множество  $\mathcal{R}$ ) является корректным относительно  $\{Q\}$ .*

# Основная теорема корректности в статическом случае

Будем рассматривать только такие задачи  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$ , для которых удовлетворяется следующее условие:  $\exists k$  такое, что  $x_k$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}$  и  $x_k > 1/2$ .

## Теорема 1 (А. И. Панов)

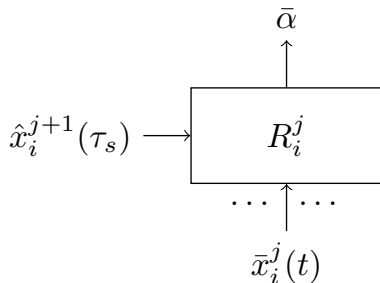
*Линейное замыкание  $L\{\mathcal{A}\}$  семейства алгоритмов  $\{\mathcal{A}\} = \{R \cdot C^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $C^*$  и операторами распознавания  $R$ , определёнными алгоритмом  $\mathcal{A}_{th}$ , является корректным на  $\{Q\}$ .*

# Операторы распознавания $R^t$

Пусть  $\tau_s < t < \tau_s + h_i^j$ , тогда операторы распознавания примут вид  $R_i^j(\hat{x}_i^j(t), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(t))$ , кратко  $R^t$ .

Для этих операторов постановка задачи распознавания выглядит таким же образом как и для операторов  $R$ , формулировки определений полноты и корректности идентичны.

Теорема о корректности линейного замыкания  $L\{R^t \cdot C^*\}$  доказывается аналогично.





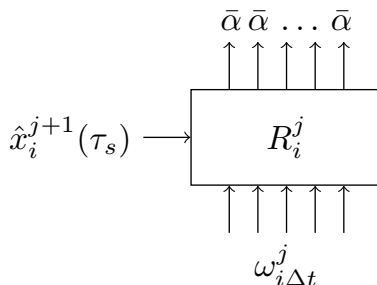
# Динамические операторы распознавания

Будем фиксировать не конкретный момент времени  $t$ , а полуинтервал  $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h_i^j)$ .

В этом случае  $R$ -автомат  $R_i^j$  можно рассматривать как динамический оператор распознавания

$$\hat{R}_i^j(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \omega_{i\Delta t}^j) = \gamma_{i\Delta t}^j$$

- принимающий функцию входного воздействия  $\omega_{i\Delta t}^j$  и
- выдающий функцию выходной величины  $\gamma_{i\Delta t}^j$ .



# Динамические операторы распознавания

Действие динамического оператора  $\hat{R}_i^j$  можно заменить последовательным действием статических операторов

$$R(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s)), R^1(\hat{x}_i^j(\tau_s + 1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s + 1)), \dots, \\ R^{h_i^j-1}(\hat{x}_i^j(\tau_s + h_i^j - 1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s + h_i^j - 1)),$$

в результате выдающих последовательность

$$\{\bar{x}_i^{*j}(t)\} = \{\bar{x}_i^{*j}(\tau_s), \bar{x}_i^{*j}(\tau_s + 1), \dots, \bar{x}_i^{*j}(\tau_s + h_i^j - 1)\}.$$

Так как параметр  $h_i^j$  фиксирован, то конечные последовательности векторов  $\omega_{i\Delta t}^j$  и  $\gamma_{i\Delta t}^j$  можно считать матрицами размерности  $l_i^j \times h_i^j$ . Далее будем опускать индексы  $i$  и  $j$ .

# Задача классификации

Задача  $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$  состоит в построении алгоритма  $\hat{A}$ , вычисляющего по поступившему начальному (управляющему) вектору ожиданий  $\hat{x}$  и матрице входных воздействий  $\omega_{\Delta t}$  последовательность векторов  $\beta_{\Delta t}$ , монотонно сходящуюся к информационному вектору  $\bar{\alpha}$ .

Искомый оператор распознавания  $\hat{R}$  должен выдавать весовую матрицу распознаваемых признаков  $\gamma_{\Delta t}$ , столбцы которой должны сходиться (с учётом корректного решающего правила) к информационному вектору:  $\lim_{t \rightarrow \tau_s + h} \bar{x}^*(t) = \bar{\alpha}$ .

# Свойство корректность алгоритма

## Определение 5

Алгоритм  $\hat{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \beta_{\Delta t} = (\bar{\beta}_1, \dots, \bar{\beta}_h)$  называется корректным для задачи  $\hat{Q}$ , если выполнено условие

$$\|\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}\| \geq \|\bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}\| \geq \dots \geq \|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\|,$$

причём  $\|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\| = 0$ .  $\|\bar{\beta}_i - \bar{\alpha}\| = \sum_j (\beta_{ij} - \alpha_j)$ , где  $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$ , если  $\beta_{ij} = \alpha_j$ ,  $\beta_{ij} - \alpha_j = \frac{1}{2}$ , если  $\beta_{ij} = \Delta$ , и  $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$  иначе. Алгоритм  $\hat{A}$ , не являющийся корректным для  $\hat{Q}$ , называется некорректным.

# Разложимость алгоритма

## Утверждение 5

*Каждый алгоритм  $\hat{A} \in \{\hat{A}\}$  представим как последовательность выполнения алгоритмов  $\hat{R}$  и  $\hat{C}$ , где  $\hat{R}(\hat{x}, \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}) = \gamma_{\Delta t}$ ,  $\gamma_{\Delta t}$  — матрица действительных чисел,  $\hat{C}(\gamma_{\Delta t}) = \beta_{\Delta t}$ ,  $\beta_{\Delta t}$  — матрица значений  $\beta_{ij} \in \{0, 1, \Delta\}$ .*

# Корректное решающее правило

Корректное решающее правило  $\hat{C}^*$  для матрицы  $\gamma_{\Delta t}$  определяется через набор корректных правил для векторов  $(C_1^*, \dots, C_h^*)$  таких, что

$$\begin{aligned} \|C_1^*(\bar{x}^*(\tau_s)) - \bar{\alpha}\| &\geq \|C_2^*(\bar{x}^*(\tau_s + 1)) - \bar{\alpha}\| \geq \dots \geq \\ &\geq \|C_h^*(\bar{x}^*(\tau_s + h - 1)) - \bar{\alpha}\|, \end{aligned}$$

причём последняя норма равна нулю. В простейшем случае  $\forall i$   
 $C_i^*(\bar{x}^*(\tau_s + i)) = \bar{\alpha}$ .

Аналогично статическому случаю вводятся определения линейного  $L\{\hat{R}\}$  и алгебраического  $\mathcal{U}\{\hat{R}\}$  замыкания над множеством  $\{\hat{R}\}$ .

# Основная теорема корректности в динамическом случае

Зафиксируем начальный вектора ожиданий  $\hat{x}$  и последовательность входных векторов  $\omega_{\Delta t}$ .

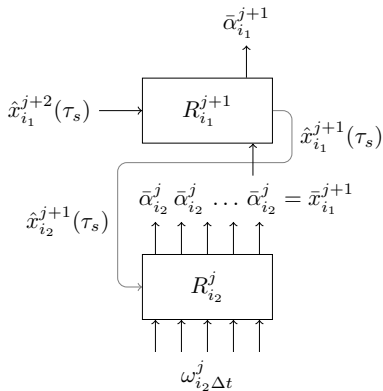
Если, как и в статическом случае, будем рассматривать только такие задачи  $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ , для которых в матрице  $\omega_{\Delta t}$  в каждом столбце с номером  $s \exists k$  такое, что  $x_{sk}$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}(\tau_s + s)$  и  $x_{sk} > 1/2$ , то можно сформулировать следующую теорему.

## Теорема 2 (А. И. Панов)

*Линейное замыкание  $L\{\hat{\mathcal{A}}\}$  семейства алгоритмов  $\{\hat{\mathcal{A}}\} = \{\hat{R} \cdot \hat{C}^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $\hat{C}^*$  и операторами распознавания  $\hat{R}$ , определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на  $\{\hat{Q}\}$ .*

# Иерархический оператор распознавания

Рассмотрим пример из двухуровневой иерархии, на каждом уровне которой находится по одному оператору: статический  $R_{i_1}^{j+1}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \bar{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$  на верхнем уровне и динамический  $\hat{R}_{i_2}^j(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_2}^j)$  — на нижнем.



Данную иерархию можно рассматривать как *иерархический оператор распознавания*  $\hat{R}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_{i_1}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_2}^j, \omega_{i_2\Delta t}^j) = \bar{x}_{i_1}^{*j+1}$ .



# Задача классификации

Задача  $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$  состоит в построении алгоритма  $\hat{\mathcal{A}}_e$ , вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий  $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$  и матрице входных воздействий  $\omega_{i_2\Delta t}^j$  значения информационного вектора  $\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1}$ .

# Основная теорема корректности в иерархическом случае

Зафиксируем начальный вектор ожиданий  $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$  и последовательность входных векторов  $\omega_{i_2\Delta t}^j$ .

Если мы будем рассматривать только такие задачи  $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ , для которых в матрице  $\omega_{i_2\Delta t}^j$  в каждом столбце с номером  $s \exists k$  такое, что  $x_{sk}$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}_{i_2}^j(\tau_s + s)$  и  $x_{sk} > 1/2$ , то можно сформулировать следующую теорему.

## Теорема 3 (А. И. Панов)

Линейное замыкание  $L\{\hat{\mathcal{A}}_e\}$  семейства алгоритмов  $\{\hat{\mathcal{A}}_e\} = \{\hat{R}_{e,j}^2 \cdot \hat{C}_e^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $\hat{C}_e^*$  и операторами распознавания  $\hat{R}_{e,j}^2$ , определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на множестве задач  $\{\hat{Q}_{e,j}^2\}$ .

# Схема алгоритма формирования знака

- ❶ Формирование перцепта.
- ❷ Порождение на основе прошлого опыта или на основе прецедентов — множества пар вида “перцепт — функциональное значение” — функционального значения объекта.
- ❸ Получение субъектом из культурной среды, аккумулированной в системе естественного языка, пары “имя знака — значение” и оценка специальным механизмом степени близости функционального значения, построенного на стадии 1 к значению, полученному из культурной среды; в случае недостаточной близости — переход к п. 1 и продолжение формирования перцепта.
- ❹ Связывание имени из пары “имя знака — значение” с перцептом, построенным после завершения выполнения п. 1–3; с этого момента перцепт превращается в образ.

# Схема алгоритма формирования знака

- 5 Формирование личностных смыслов знака на основе прецедентов действий с предметом.
- 6 Связывание имени из пары “имя знака — значение” со сформированным личностным смыслом. С этого момента функциональное значение превращается в значение, а биологический смысл — в личностный смысл.
- 7 Продолжение отображения “биологический смысл — перцепт” включением в область определения отображения личностного смысла, полученного в предыдущем пункте, а в область значений — образа из п. 4.

# Отношения измеримости

Введём семейство бинарных отношений  $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$ , определённых на декартовом произведении  $\{f_k\} \times \{f_k\}$ .

“Признак  $f_1$  является составляющим признака  $f_2$ ” или “признак  $f_2$  измеряется по признаку  $f_1$ ”,  $(f_1, f_2) \in \sqsubset$  или  $f_1 \sqsubset f_2$ , в том случае, если  $f_1 \vdash R_1^j$ ,  $f_2 \vdash R_2^{j+1}$ ,  $R_2^{j+1}$  — родительский  $R$ -автомат по отношению к  $R_1^j$  и в множестве матриц предсказания  $\mathcal{Z}_2$  признака  $f_2$  существует как минимум одна матрица  $Z_r^2$ , содержащая некоторый столбец  $\bar{z}_u^r$  с элементом  $z_{uv}^r \neq 0$ , где  $v$  — индекс признака  $f_1$  во входном векторе вероятностей для  $R$ -автомата  $R_2^{j+1}$ .

# Отношения измеримости

Пара признаков  $(f_1, f_2) \in \sqsubset^t$  или  $f_1 \sqsubset^t f_2$ , где  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , в том случае, если  $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^{j+1}$ ,  $R_2^{j+1}$  — родительский  $R$ -автомат по отношению к  $R_1^j$  и в множестве матриц предсказания  $\mathcal{Z}_2$  признака  $f_2$  существует как минимум одна матрица  $Z_r^2$ , содержащая  $t$ -ый столбец  $\bar{z}_t^r$  с элементом  $z_{tv}^r \neq 0$ , где  $v$  — индекс признака  $f_1$  во входном векторе вероятностей для  $R$ -автомата  $R_2^{j+1}$ .

Каждый элемент векторов-столбцов соотносится с признаком из входного множества признаков  $R$ -автомата, что означает задание типа для каждого элемента вектора-столбца. Будем обозначать тип  $k$ -го элемента вектора-столбца  $R$ -автомата  $R_i^j$  как  $f_i^j(k) \in F_i^j$ ,  $k \in (1, q_i^j)$ .

# Признаки “условие” и “эффект”

Для описания действий будем использовать правила, которые в искусственном интеллекте представляются в виде множества условий и эффектов. Введём два выделенных из множества  $\{f_k\}$  признака:  $f_c$  — “условие” и  $f_e$  — “эффект”, распознаваемые  $R$ -автоматом  $R_0^1$ .

## Определение 6

*Те признаки, которые распознаются  $R$ -автоматами, выступающими родительскими по отношению к  $R$ -автомату  $R_0^1$ , будем называть процедурными признаками, остальные — объектными признаками.*

Для любого процедурного признака выполняются следующие естественные условия:

- условие всегда предшествует эффекту,
- условие всегда влечёт за собой эффект и
- все условия всегда отделены от своих эффектов.

# Столбцы условий и эффектов

## Определение 7

*Те столбцы матрицы предсказания  $Z$ , в которых соответствующий признаку  $f_e$  элемент вектора не нулевой, будем называть столбцами эффектов, а те столбцы матрицы предсказания  $Z$ , в которых не равен нулю элемент вектора, соответствующий признаку  $f_c$  – столбцами условий.*

Пополним семейство отношений  $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$  двумя отношениями:  $\sqsubset^c$  и  $\sqsubset^e$ , принадлежность к которым пары признаков  $(f_1, f_2)$  свидетельствует о том, что признак  $f_1$  присутствует соответственно в столбце условий и эффектов как минимум в одной матрице предсказания процедурного признака  $f_2$ .



# Перцепт

## Определение 8

Если  $f_1$  — признак, то подмножество  $\tilde{p}(f_1)$  множества  $\{f_k\}$  таких признаков, что  $\forall f_i \in \tilde{p}(f_1) f_i \sqsubset f_1$ , будем называть перцептом признака  $f_1$ .

На множестве всех перцептов  $\tilde{P}$  введём метрику  $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2))$ , вычисляемую по следующему правилу:

- если  $f_1$  и  $f_2$  распознаются разными  $R$ -автоматами, т.е.  $f_1 \vdash R_1^j, f_2 \vdash R_2^i$ , то  $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \infty$ ,
- если  $f_1$  и  $f_2$  распознаются одним и тем же  $R$ -автоматом  $R_1^j$  со множеством входных признаков  $F_1^j$  мощности  $q$  и характерным временем  $h$ , то

$$\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \min_{\substack{Z_r^1 \in Z_1 \\ Z_s^2 \in Z_2}} \frac{1}{q \cdot h} \sum_{u=1}^h \|\bar{z}_u^r - \bar{z}_u^s\|. \quad (4)$$

# Функциональное значение

## Определение 9

Если  $f_1$  — признак,  $f_2$  — процедурный признак,  $f_1 \sqsubset^c f_2$ , то будем называть  $f_2$  функциональным значением признака  $f_1$ . Множество всех функциональных значений признака  $f_1$  будем обозначать  $\tilde{m}(f_1)$ .

На множестве всех функциональных значений  $\tilde{M}$  введём метрику  $\rho_m(\tilde{m}(f_1), \tilde{m}(f_2))$  следующим образом:

$$\rho_m(\tilde{m}_1(f_1), \tilde{m}_2(f_2)) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}(f_1) \\ f_j \in \tilde{m}(f_2)}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)). \quad (5)$$

# Матрица предсказаний процедурного признака

Матрицу предсказания  $Z_r^p$  процедурного признака  $f_p$  всегда можно представить в следующем виде:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_1}^{r,c}, \bar{z}_{j_1+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_1}^{r,e}, \dots, \dots, \\ \bar{z}_{i_{k-1}+1}^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_k}^{r,c}, \bar{z}_{j_k+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_k}^{r,e}),$$

где  $\bar{z}_j^{r,c}$  — столбцы причин,  $\bar{z}_i^{r,e}$  — столбцы следствий.

Величину  $k$  будем называть актностью процедурного признака. В дальнейшем будем рассматривать простые матрицы предсказаний  $k$ -актного процедурного признака:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \bar{z}_2^{r,e}, \dots, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k - 1}^{r,c}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{r,e}).$$

Краткая форма  $k$ -актного процедурного признака  $f_p$  имеет матрицу предсказания, в которой оставлены только первый столбец условий и последний столбец эффектов.

# Процедурный признак как правило

Любой одноактный процедурный признак  $f_p$ , распознаваемые  $R$ -автоматом  $R_i^j$ , можно представить в виде правила  $r_p = (F_C(f_p), F_A(f_p), F_D(f_p))$ , в котором:

- $F_C(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество признаков — условий правила:  
 $\forall f \in F_C(f_p) \ f \sqsubset^c f_p$ ;
- $F_A(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество добавляемых правилом признаков:  
 $\forall f \in F_A(f_p) \ f \sqsubset^e f_p, f \notin F_C$ ;
- $F_D(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество удаляемых правилом признаков:  
 $\forall f \in F_D(f_p) \ f \notin F_A, f \in F_C$ .

# Свойство выполнимости

## Определение 10

*Процедурный признак  $f_p^1$  с матрицей предсказания  $Z = (\bar{z}_1^c, \bar{z}_2^e)$  выполняется на векторе  $z$  длины  $q$ , если  $z \cdot \bar{z}_1^c = \bar{z}_1^c$ .*

Будем говорить, что процедурный признак  $f_p^1$  выполним в условиях процедурного признака  $f_p^2$ , если

- оба признака распознаются одним и тем же  $R$ -автоматом  $R_i^j$  и признак  $f_p^1$  выполняется на столбце условий матрицы предсказания признака  $f_p^2$ ,
- $f_p^1 \dashv R_1^{j_1}, f_p^2 \dashv R_2^{j_2}$ , множества  $F_C(f_p^1)$  и  $F_C(f_p^2)$  состоят из одних и тех же признаков, образуемый вектор  $\tilde{z}$  (той же мощности, что и множество  $F_1^{j_1}$ ) элементы которого, соответствующие признакам из  $F_C(f_p^2)$  принимаются равными 1, остальные — 0, и признак  $f_p^1$  выполним на векторе  $\tilde{z}$ .

# Свойство конфликтности

## Определение 11

*Будем говорить, что два процедурных признака  $f_p^1$  и  $f_p^2$  конфликтуют, если выполнено как минимум одно из следующих условий:*

- $F_D(f_p^1) \cap F_A(f_p^2) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^2) \cap F_A(f_p^1) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^1) \cap F_C(f_p^2) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^2) \cap F_C(f_p^1) \neq \emptyset$ .

# Операции приведения признаков

## Определение 12

Операцией сохраняющего приведения вектор-столбца  $\bar{z}_1$  к множеству входных признаков  $F_{i_2}^{j_2}$  будем называть такой вектор  $\bar{z}_3$  длины  $q_{i_2}^{j_2}$ , элемент которого  $z_{3k} = 1$ , если  $f_{i_1}^{j_1}(k) = f_{i_2}^{j_2}(k)$  и  $z_{1k} = 1$ , иначе  $z_{3k} = 0$ , и обозначать  $(\bar{z}_1 \rightarrow F_{i_2}^{j_2}) = \bar{z}_3$ .

## Определение 13

Операцией сужающего приведения вектор-столбца  $\bar{z}_1$  к некоторому столбцу  $\bar{z}_2$   $R$ -автомата  $R_{i_2}^{j_2}$  будем называть такой вектор  $\bar{z}_3$  длины  $q_{i_2}^{j_2}$ , элемент которого  $z_{3k} = 1$ , если  $f_{i_1}^{j_1}(k) = f_{i_2}^{j_2}(k)$ ,  $z_{2k} = 1$  и  $z_{1k} = 1$ , иначе  $z_{3k} = 0$ , и обозначать  $(\bar{z}_1 \Rightarrow \bar{z}_2) = \bar{z}_3$ .

# Опыт наблюдения

У субъекта имеется опыт наблюдения, который выражается в виде отношения  $\Psi_p^m: \tilde{p}\Psi_p^m\tilde{m}$ , или  $\Psi_p^m(\tilde{p}) = \tilde{m}$ , в том случае, если  $\tilde{p} \in \tilde{P}$  является перцептом некоторого признака  $f$ , а  $\tilde{m} \in \tilde{M}$  – функциональным значением того же признака  $f$ .

Разработан итерационный алгоритм  $\mathfrak{A}_{pm}$  доопределения функции  $\Psi_p^m$ , который обеспечивает построение такого перцепта из множества признаков  $\hat{F}$ , при котором формируемое функциональное значение сходится к значению  $\tilde{m}^0 = \{f_p\}$ , полученному из внешней среды.



# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{pm}$  (часть I)

---

**Вход:**  $\tilde{m}^0 = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

---

**Вход:**  $\tilde{m}^0 = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1:  $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
  - 2:  $Z^{*(0)} := \emptyset;$
  - 3:  $t := 0;$
-

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

---

**Вход:**  $\tilde{m}^0 = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1:  $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
  - 2:  $Z^{*(0)} := \emptyset;$
  - 3:  $t := 0;$
  - 4: **for all**  $f^{(t)} \in \hat{F}$  **do**
-

# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть I)

---

**Вход:**  $\tilde{m}^0 = \{f_p\}$ ,  $\Psi_p^m$ ,  $\hat{F} \subseteq \{f_k\}$ ;

1:  $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset$ ;

2:  $Z^{*(0)} := \emptyset$ ;

3:  $t := 0$ ;

4: **for all**  $f^{(t)} \in \hat{F}$  **do**

5:     **if**  $\exists \tilde{m}^{(t)} \in \tilde{M}$  такое, что  $(\tilde{p}(f^{(t)}), \tilde{m}^{(t)}) \in \Psi_p^m$  **and**

6:      $\tilde{m}^{(t)}$  выполним в условиях признака  $f_p$  **and**

7:      $\nexists f : f \in \tilde{p}^{*(t)}, (\tilde{p}(f), \tilde{m}(f)) \in \Psi_p^m, \tilde{m}^0$  конфликтует с  $\tilde{m}^{(t)}$  **then**

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть I)

---

**Вход:**  $\tilde{m}^0 = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1:  $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
  - 2:  $Z^{*(0)} := \emptyset;$
  - 3:  $t := 0;$
  - 4: **for all**  $f^{(t)} \in \hat{F}$  **do**
  - 5:     **if**  $\exists \tilde{m}^{(t)} \in \tilde{M}$  такое, что  $\tilde{p}(f^{(t)}), \tilde{m}^{(t)} \in \Psi_p^m$  **and**
  - 6:      $\tilde{m}^{(t)}$  выполним в условиях признака  $f_p$  **and**
  - 7:      $\nexists f : f \in \tilde{p}^{*(t)}, (\tilde{p}(f), \tilde{m}(f)) \in \Psi_p^m, \tilde{m}^0$  конфликтует с  $\tilde{m}^{(t)}$  **then**
  - 8:          $\tilde{p}^{*(t)} = \tilde{p}^{*(t)} \cup \{f^{(t)}\};$
  - 9:         **if**  $\exists R_i^j$  такой, что  $f^{(t)} \in F_i^j$  **then**
  - 10:              $R_i^{j(t)} := R_i^j;$
-

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть II)

---

```
11:      else  
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), F_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$   
13:      end if
```

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть II)

---

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), F_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
    во входном векторе  $R$ -автомата  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
```

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть II)

---

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), F_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
      во входном векторе  $R$ -автомата  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
15:       $Z^{*(t)} := Z^{*(t)} \cup \bar{z}_s;$ 
```

---



# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть II)

---

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), F_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
      во входном векторе  $R$ -автомата  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
15:       $Z^{*(t)} := Z^{*(t)} \cup \bar{z}_s;$ 
16:       $Z_p^{(t)} := (\bar{z}_1^{c(t)}, \bar{z}_2^{e(t)}, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k - 1}^{c(t)}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{e(t)}),$  где
17:           $\bar{z}_i^{c(t)} = \bigvee_{\tilde{m}_j^{(t)}} (\bar{z}_j^{c(t)} \rightarrow F_p^j), \bar{z}_i^{e(t)} = \bigvee_{\tilde{m}_j^{(t)}} (\bar{z}_j^{e(t)} \Rightarrow \bar{z}_j^e);$ 
18:  end if
```

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть III)

---

19:  $\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\};$   
20:  $\mathcal{Z}^{*(t)} = \{Z^{*(t)}\};$   
21:  $t = t + 1;$   
22: **end for**

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть III)

---

19:  $\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\};$

20:  $\mathcal{Z}^{*(t)} = \{Z^{*(t)}\};$

21:  $t = t + 1;$

22: **end for**

**Выход:**  $\Psi_p^m$ , определённая на паре  $(\tilde{p}, \tilde{m})$ , где  $\tilde{p} = \lim_{t \rightarrow |\hat{F}|} \tilde{p}^{*(t)},$

$$\tilde{m} = \lim_{t \rightarrow |\hat{F}|} \tilde{m}^{*(t)}, f^*, Z^* = \lim_{t \rightarrow |\hat{F}|} Z^{*(t)}, \mathcal{Z}^* = \{Z^*\};$$

---

# Теорема корректности алгоритма $\mathfrak{A}_{pt}$

## Теорема 4 (А. И. Панов)

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{pt}$  корректен, т. е. последовательность функциональных значений  $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \dots \rangle$ , которая строится с помощью алгоритма  $\mathfrak{A}_{pt}$  для функционального значения  $\tilde{m}^0$ , сходится к  $\tilde{m}^0$ .

# Результаты

- 1 Построена модель компонент знака — элемента картины мира субъекта деятельности.
- 2 Построены четыре типа операторов распознавания (два статических случая, динамический и иерархический случаи) в терминах алгебраической теории для образной компоненты знака.
- 3 Доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств построенных в работе операторов распознавания.
- 4 Построен алгоритм итерационного процесса формирования и связывания двух компонент знака.
- 5 Исследована сходимость итерационного процесса формирования и связывания двух компонент знака.

# Спасибо за внимание!

ИСА РАН, лаб. «Динамические интеллектуальные системы»,  
pan@isa.ru