

Исследование образной и процедурной компонент элементов картины мира субъекта деятельности

Александр Панов

ИСА РАН

научный руководитель д.ф.-м.н., проф. Г. С. Осипов

30 октября 2014 г.

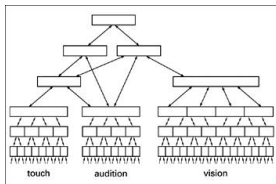
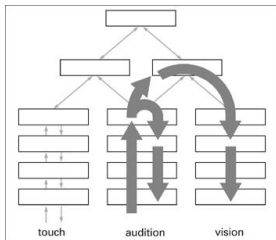
Картина мира субъекта деятельности

Картина мира человека представляет собой сложное психофизиологическое образование, позволяющее ему как субъекту деятельности на материальном субстрате головного мозга строить модель действительности и на основе этой модели выполнять различные психические функции:

- восприятие,
- планирование,
- целеполагание,
- категоризация,
- обобщение и др.

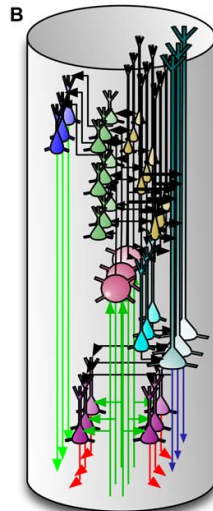
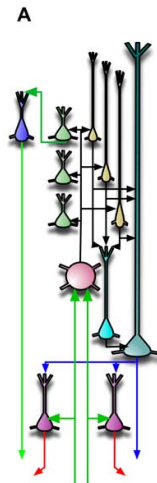
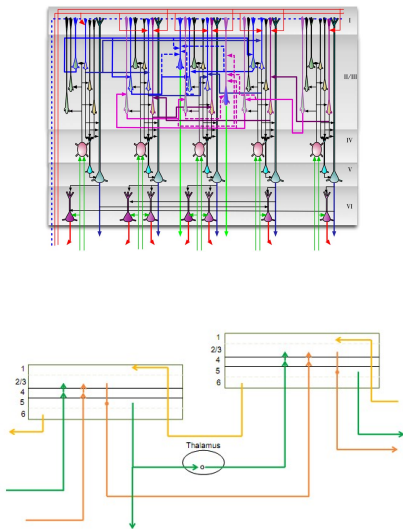
Основные принципы работы коры головного мозга

Маунткасл, Эдельман, Хокинс:



- неокортекс состоит из элементарных составных элементов, которые имеют одинаковое строение на всех участках коры,
- колонки латеральными связями объединены в регионы,
- неокортекс хранит последовательности паттернов,
- неокортекс воспроизводит паттерны автоассоциативно,
- неокортекс предсказывает паттерны,
- неокортекс хранит паттерны в инвариантной иерархической форме.

Слои и колонки неокортекса



Основные принципы модели

С целью проведения математического исследования модели были приняты следующие упрощения:

- дискретность во времени,
- простейшая строгая иерархия со связями только между ближайшими уровнями,
- обратная связь только по предсказанию, без моторной части,
- гипотеза одинаковой длительности для одной тематики,
- гипотеза «всегда начинаем с начала»,
- пороговая модель принятия решений,
- подавление непредвиденного сигнала.

Признаки и распознающие блоки

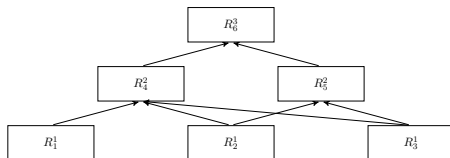
Пусть заданы следующие множества:

- $\{R_i^j\}$ — совокупность распознающих блоков,
- $\{f_k\}$ — совокупность допустимых признаков.

Введём бинарное отношение \dashv , определённое на декартовом произведении $\{f_k\} \times \{R_i^j\}$, и будем читать $f_k \dashv R_i^j$ как «признак f_k распознаётся блоком R_i^j ».

Множество всех распознаваемых блоком R_i^j признаков будем обозначать F_i^{*j} , т. е. $\forall f^* \in F_i^{*j} f^* \dashv R_i^j, F_i^{*j} \subseteq \{f_k\}$.

Иерархия распознающих блоков



Рассмотрим связный ориентированный (ярусный) граф $G_R = (V, E)$:

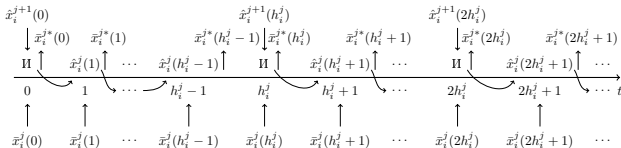
- V — множество вершин,
- E — множество рёбер,
- каждая вершина v , принадлежащая j -ому ярусу графа G_R , связана с соответствующим распознающим блоком R_i^j уровня j ,
- каждое ребро $e = (v, u) \in E$ обозначает иерархическую связь между соответствующим вершине v дочерним блоком $R_{i_1}^{j_1}$ и соответствующим вершине u блоком—родителем $R_{i_2}^{j_2}$.

Входные и измеряемый признаки

Определим:

- для каждого распознающего блока R_i^j множество $F_i^j \subseteq \{f_k\}$ — совокупность входных признаков, в которую входят такие признаки, что для любого $f \in F_i^j$ существует распознающий блок R_k^{j-1} уровня $j-1$, дочерний по отношению к блоку R_i^j , такой, что $f \in R_k^{j-1}$
- для каждого признака $f^* \in F_i^{*j}$ — функцию распознавания $\hat{f}(x_1, \dots, x_q) = x^*$, где $x^* \in (0, 1)$ — вес присутствия распознаваемого признака f^* , а $x_1, \dots, x_q \in (0, 1)$ — вес присутствия признаков из множества входных признаков F_i^j ,
- множество \hat{F}_i^j — совокупность функций распознавания для блока R_i^j .

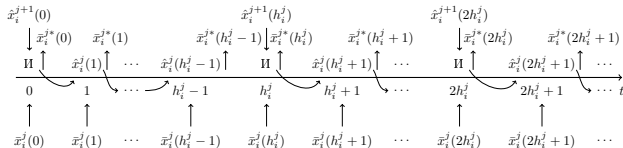
Динамика распознающего блока



Пусть

- l_i^j — мощность множества измеряемых признаков F_i^{*j} и множества функций измерения \hat{F}_i^j ,
- q_i^j — мощность множества входных признаков F_i^j ,
- T_i^j — упорядоченное множество локальных моментов времени T_i^j для распознающего блока R_i^j ,
- h_i^j — характерный масштаб времени, за который происходит один цикл вычисления в распознающем блоке R_i^j .

Динамика распознающего блока

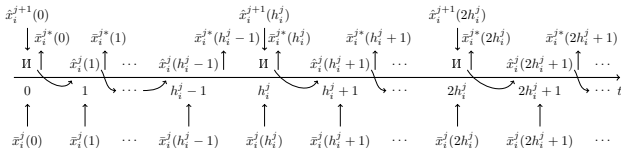


В начале s -ого цикла вычисления (момент времени $\tau_s \in T_i^j$) распознающий блок R_i^j получает на вход вектор длины l_i^j ожиданий $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$:

$$\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s) = \frac{1}{N_i^j} \sum_{k \in K_i^{j+1}} \hat{x}_k^{j+1}(\tau_s),$$

где N_i^j — количество родительских блоков, K_i^{j+1} — множество индексов родительских относительно R_i^j распознающих блоков.

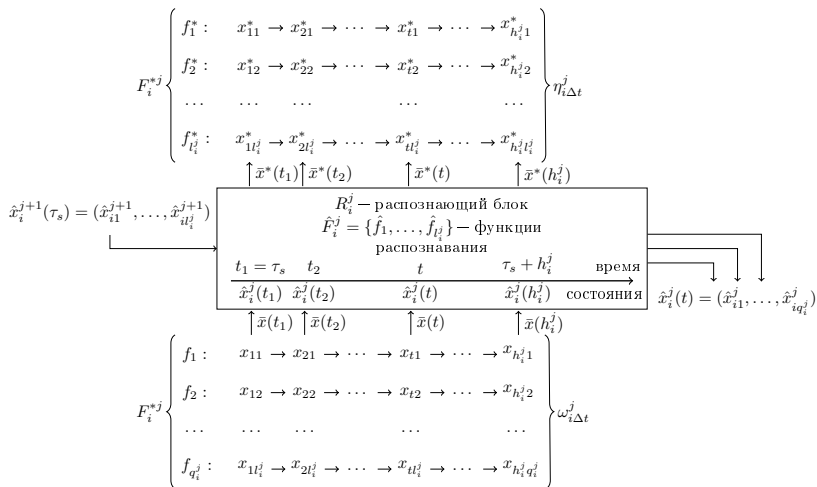
Динамика распознающего блока



В каждый момент времени $t \in T_i^j$, $\tau_s \leq t \leq \tau_s + h_i^j$, распознающий блок R_i^j

- получает на вход весовой вектор $\bar{x}_i^j(t)$ длины l_i^j присутствия входных признаков из множества F_i^j ,
- вычисляет выходной весовой вектор $\bar{x}_i^{*j}(t)$ длины l_i^j присутствия измеряемых признаков из множества F_i^{*j} ,
- вычисляет вектор длины q_i^j ожиданий $\hat{x}_i^j(t)$ присутствия входных признаков в следующий момент времени.

Схема входных и выходных отображений



Входные и выходные отображения

Пусть

- X_i^{*j} — множество возможных мгновенных значений выходных векторов распознающего блока R_i^j ,
- X_i^j — множество возможных мгновенных значений весовых векторов присутствия входных признаков,
- \hat{X}_i^j — множество всех возможных мгновенных значений векторов ожиданий или множество состояний распознающего блока R_i^j ,
- $\omega_i^j : T \rightarrow X_i^j$ — входное воздействие в смысле теории динамических систем,
- $\gamma_i^j : T \rightarrow X_i^{*j}$ — выходная величина,
- $\varphi_i^j(t; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j$ — функция переходов,
- $\eta_i^j : T \times \hat{X}_i^j \rightarrow X_i^{*j}$ — выходное отображение, определяющее выходные вектора $\bar{x}_i^{*j}(t) = \eta(t, \hat{x}_i^j(t))$.

Матрица предсказаний

Будем считать множество моментов времени T множеством целых чисел. Тогда распознающий блок R_i^j будет являться *динамической системой с дискретным временем*.

Поставим каждой функции измерения \hat{f}_k из множества \hat{F}_i^j в соответствие набор матриц предсказания $Z_k = \{Z_1^k, \dots, Z_m^k\}$ размерности $q_i^j \times h_i^j$. Тогда

- столбец $\bar{z}_u^r = (z_{u1}^k, \dots, z_{uq}^k)$ матрицы Z_r^k — это вектор предсказания присутствия входных признаков из множества F_i^j в момент времени $\tau_s + u$, $z_{uv}^k \in \{0, 1\}$,
- матрица Z_r^k задаёт последовательность событий, наличие которых свидетельствует о присутствии измеряемого функцией \hat{f}_k признака,
- Z_i^j — множество всех матриц предсказания распознающего блока R_i^j .

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} (часть I, инициализация)

Require: $\tau_s, \hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \omega_i^j;$

Ensure: $\varphi_i^j, \eta_i^j;$

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} (часть I, инициализация)

Require: $\tau_s, \hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \omega_i^j;$

Ensure: $\varphi_i^j, \eta_i^j;$

- 1: $\hat{F}^* = \emptyset;$
 - 2: $Z^* = \emptyset;$
 - 3: $t = 0;$
 - 4: $c_1 \in (0, 1), c_2 \in (0, 1);$
-

Алгоритм \mathcal{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathcal{A}_{th} (часть I, инициализация)

Require: $\tau_s, \hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \omega_i^j$;

Ensure: φ_i^j, η_i^j ;

1: $\hat{F}^* = \emptyset$;

2: $Z^* = \emptyset$;

3: $t = 0$;

4: $c_1 \in (0, 1), c_2 \in (0, 1)$;

5: **for all** компонент \hat{x}_{ik}^{j+1} вектора $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s) = (\hat{x}_{i1}^{j+1}, \hat{x}_{i2}^{j+1}, \dots, \hat{x}_{il}^{j+1})$ **do**

6: **if** $\hat{x}_{ik}^{j+1} \geq c_1$ **then**

7: $\hat{F}^* := \hat{F}^* \cup \{\hat{f}_k\}$;

8: **end if**

9: **end for**

Алгоритм \mathcal{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathcal{A}_{th} (часть II, инициализация)

10: **for all** функций распознавания $\hat{f}_k \in \hat{F}^*$ **do**

11: **for all** $Z_r^k \in \mathcal{Z}_k$, соответствующих функции распознавания \hat{f}_k **do**

Алгоритм \mathcal{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathcal{A}_{th} (часть II, инициализация)

```
10: for all функций распознавания  $\hat{f}_k \in \hat{F}^*$  do
11:   for all  $Z_r^k \in \mathcal{Z}_k$ , соответствующих функции распознавания  $\hat{f}_k$  do
12:     if  $\frac{\|\bar{z}_1^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_1^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} < c_2$  then
13:        $Z^* := Z^* \cup \{Z_r^k\};$ 
14:     end if
15:   end for
16: end for
```

Алгоритм \mathcal{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathcal{A}_{th} (часть II, инициализация)

```
10: for all функций распознавания  $\hat{f}_k \in \hat{F}^*$  do
11:   for all  $Z_r^k \in \mathcal{Z}_k$ , соответствующих функции распознавания  $\hat{f}_k$  do
12:     if  $\frac{\|\bar{z}_1^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_1^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} < c_2$  then
13:        $Z^* := Z^* \cup \{Z_r^k\}$ ;
14:     end if
15:   end for
16: end for
17:  $\bar{N} := (|\{Z_r^1 | Z_r^1 \in Z^*\}|, \dots, |\{Z_r^{l_i^j} | Z_r^{l_i^j} \in Z^*\}|)$ ;
18:  $\bar{x}_i^{*j} := W(\bar{N})$ ;  $\triangleright W$  — весовая функция
19:  $\eta(\tau_s, \hat{x}_i^j(\tau_s)) = \bar{x}_i^{*j}$ ;
20:  $\varphi(\tau_s + 1; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j(\tau_s + 1) = W(\sum_{\hat{f}_k \in \hat{F}^*} \hat{x}_{ik}^{j+1} \sum_{Z_r^k \in Z^*} \bar{z}_2^r)$ ;
```

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} (часть III, основной цикл)

21: $t = 1$;

22: **while** $t \leq h_i^j - 1$ **do**

23: $\bar{x}_i^j = \omega(\tau_s + t)$;

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} (часть III, основной цикл)

```
21:  $t = 1$ ;  
22: while  $t \leq h_i^j - 1$  do  
23:    $\bar{x}_i^j = \omega(\tau_s + t)$ ;  
24:   for all матриц предсказания  $Z_r^k$  из множества  $Z^*$  do  
25:     if  $\frac{\|\bar{z}_{t+1}^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_{t+1}^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} \geq c_2$  then  
26:        $Z^* := Z^* \setminus \{Z_r^k\}$ ;  
27:     end if  
28:   end for
```

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} (часть III, основной цикл)

```
21:  $t = 1$ ;  
22: while  $t \leq h_i^j - 1$  do  
23:    $\bar{x}_i^j = \omega(\tau_s + t)$ ;  
24:   for all матриц предсказания  $Z_r^k$  из множества  $Z^*$  do  
25:     if  $\frac{\|\bar{z}_{t+1}^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_{t+1}^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} \geq c_2$  then  
26:        $Z^* := Z^* \setminus \{Z_r^k\}$ ;  
27:     end if  
28:   end for  
29:    $\bar{N} = (|\{Z_r^1 | Z_r^1 \in Z^*\}|, \dots, |\{Z_r^{l_i^j} | Z_r^{l_i^j} \in Z^*\}|)$ ;  
30:    $\bar{x}_i^{*j} := W(\bar{N})$ ;  
31:    $\eta(\tau_s + t, \hat{x}_i^j(\tau_s + t)) = \bar{x}_i^{*j}$ ;
```

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} (окончание)

32: $t = t + 1;$

33: **if** $t \leq h_i^j - 2$ **then**

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} вычислительного цикла распознающего блока

Алгоритм \mathfrak{A}_{th} (окончание)

```
32:    $t = t + 1$ ;  
33:   if  $t \leq h_i^j - 2$  then  
34:      $\hat{x}_i^j := W(\sum_{\hat{f}_k \in \hat{F}^*} \hat{x}_{ik}^{j+1} \sum_{Z_r^k \in Z^*} \bar{z}_{t+1}^r)$ ;  
35:      $\varphi(\tau_s + t; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j(\tau_s + t) = \hat{x}_i^j$ ;  
36:   end if  
37: end while
```

Статический оператор распознавания

Зафиксируем момент времени t , равный началу некоторого s -го вычислительного цикла τ_s .

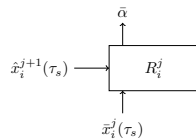
В этом случае, распознающий блок R_i^j можно рассматривать как статический оператор распознавания $R_i^j(\hat{x}_i^{j+1}, \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j) = \bar{x}_i^{*j}$.

Задача классификации по Журавлёву

Пусть

- $\{Q\}$ — совокупность задач классификации,
- $\{\mathcal{A}\}$ — множество алгоритмов, переводящих пары (\hat{x}, \bar{x}) в вектора $\bar{\beta}$, составленные из элементов $0, 1, \Delta$: $\mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\beta}$. Если $\beta_i \in \{0, 1\}$, то β_i — значение величины α_i , вычисленное алгоритмом \mathcal{A} . Если $\beta_i = \Delta$, то алгоритм \mathcal{A} не вычислил значение α_i .

Задача $Q(\hat{x}, \bar{x}, \alpha_1, \dots, \alpha_l) \in \{Q\}$ состоит в построении алгоритма, вычисляющего по поступившему вектору ожиданий \hat{x} и входному вектору \bar{x} значения $\alpha_1, \dots, \alpha_l \in \{0, 1\}$ присутствия признаков f_1^*, \dots, f_l^* . Другими словами, искомый алгоритм \mathcal{A}^* переводит набор (\hat{x}, \bar{x}) в вектор $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_l)$, который будем называть информационным вектором входного вектора \bar{x} .



Свойство корректности алгоритма

Определение 1

Алгоритм \mathcal{A} называется корректным для задачи Q , если выполнено равенство

$$\mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\alpha}.$$

Алгоритм \mathcal{A} , не являющийся корректным для Q , называется некорректным.

Далее будем считать, что множество $\{\mathcal{A}\}$ является совокупностью, вообще говоря, некорректных алгоритмов.

Главное отличие от классической постановки: используются вектора, а не матрицы при формулировке соответствующих определений и утверждений.

Разложение алгоритма классификации

Утверждение 1 (аналог теоремы 1 по Журавлёву)

Каждый алгоритм $\mathcal{A} \in \{\mathcal{A}\}$ представим как последовательность выполнения алгоритмов R и C , где $R(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{x}^$, \bar{x}^* — вектор действительных чисел, $C(\bar{x}^*) = \bar{\beta}$, $\beta_i \in \{0, 1, \Delta\}$.*

- R — оператор распознавания,
- C — решающее правило.

Решающее правило и операции над алгоритмами

Определение 2

Решающее правило C^ называется корректным на множестве входных векторов X , если для всякого вектора \bar{x} из X существует хотя бы один числовой вектор \bar{x}^* такой, что $C^*(\bar{x}^*) = \bar{\alpha}$, где $\bar{\alpha}$ — информационный вектор входного вектора \bar{x} .*

В множестве операторов $\{R\}$ введем операции умножения на скаляр, сложения и умножения. Пусть r' — скаляр, $R', R'' \in \{R\}$. Определим операторы $r' \cdot R'$, $R' + R''$ и $R' \cdot R''$ следующим образом:

$$r' \cdot R' = (r' \cdot x_1^{*'}, \dots, r' \cdot x_l^{*'}), \quad (1)$$

$$R' + R'' = (x_1^{*'} + x_1^{*''}, \dots, x_l^{*'} + x_l^{*''}), \quad (2)$$

$$R' \cdot R'' = (x_1^{*'} \cdot x_1^{*''}, \dots, x_l^{*'} \cdot x_l^{*''}). \quad (3)$$

Замыкание множества алгоритмов

Утверждение 2

Замыкание $L\{R\}$ множества $\{R\}$ относительно операций (1) и (2) является векторным пространством.

Утверждение 3

Замыкание $\mathcal{U}\{R\}$ множества $\{R\}$ относительно операций (1), (2) и (3) является ассоциативной линейной алгеброй с коммутативным умножением.

Определение 3

Множества $L\{A\}$ и $\mathcal{U}\{A\}$ алгоритмов $\mathcal{A} = R \cdot C^$ соответственно таких, что $R \in L\{R\}$ и $R \in \mathcal{U}\{R\}$, соответственно называются линейными и алгебраическими замыканиями множества $\{A\}$.*

Свойство полноты задачи

Зафиксируем пару (\hat{x}, \bar{x}) управляющего вектора и входного вектора. Будем рассматривать задачи $Q(\hat{x}, \bar{x})$, обладающие следующим свойством относительно множества операторов распознавания \mathcal{R} .

Определение 4

Если множество векторов $\{R(\hat{x}, \bar{x})\}$, где R пробегает некоторое множество операторов распознавания \mathcal{R} , содержит базис в пространстве числовых векторов длины l , то задача $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$ называется полной относительно \mathcal{R} .

Связь свойств полноты и корректности

Утверждение 4 (аналог теоремы 2 по Журавлёву)

Если множество задач $\{Q\}$ состоит лишь из задач, полных относительно \mathfrak{R} , то линейное замыкание $L\{R \cdot C^\}$ (C^* — произвольное фиксированное корректное решающее правило, R пробегает множество \mathcal{R}) является корректным относительно $\{Q\}$.*

Основная теорема корректности

Будем рассматривать только такие задачи $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$, для которых удовлетворяется следующее условие: $\exists k$ такое, что x_k является k -ым элементом вектора \bar{x} и $x_k > 1/2$.

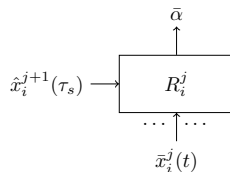
Theorem 1

Линейное замыкание $L\{\mathcal{A}\}$ семейства алгоритмов $\{\mathcal{A}\} = \{R \cdot C^\}$ с произвольным корректным решающим правилом C^* и операторами распознавания R , определенными алгоритмом \mathcal{A}_{th} , является корректным на $\{Q\}$.*

Операторы распознавания R^t

Фиксация момента времени не в начале вычислительного цикла, а на любом другом значении $\tau_s < t < \tau_s + h_i^j$, приводит к операторам вида $R_i^j(\hat{x}_i^j(t), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(t))$, который кратко будем записывать R^t .

Для этих операторов постановка задачи распознавания выглядит таким же образом как и для операторов R , формулировки определений полноты и корректности идентичны. Теорема о корректности линейного замыкания $L\{R^t \cdot C^*\}$ доказывается аналогично.

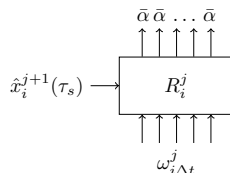


Динамические операторы распознавания

Будем фиксировать не конкретный момент времени t , а промежуток времени $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h_i^j)$.

В этом случае распознающий блок R_i^j можно рассматривать как *динамический оператор распознавания* $\hat{R}_i^j(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \omega_{i\Delta t}^j) = \gamma_{i\Delta t}^j$

- принимающий функцию входного воздействия $\omega_{i\Delta t}^j$, ограниченную на промежутке времени Δt и
- выдающий функцию выходной величины $\gamma_{i\Delta t}^j$ на том же временном промежутке.



Динамические операторы распознавания

Действие динамического оператора \hat{R}_i^j можно заменить последовательным действием статических операторов

$$R(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s)), R^1(\hat{x}_i^j(\tau_s + 1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s + 1)), \dots, \\ R^{h_i^j-1}(\hat{x}_i^j(\tau_s + h_i^j - 1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s + h_i^j - 1)),$$

в результате выдающих последовательность

$$\{\bar{x}_i^{*j}(t)\} = \{\bar{x}_i^{*j}(\tau_s), \bar{x}_i^{*j}(\tau_s + 1), \dots, \bar{x}_i^{*j}(\tau_s + h_i^j - 1)\}.$$

Так как параметр h_i^j фиксирован, то конечные последовательности векторов $\omega_{i\Delta t}^j$ и $\gamma_{i\Delta t}^j$ можно считать матрицами размерности $l_i^j \times h_i^j$. Далее будем опускать индексы i и j .

Задача классификации по Журавлёву

Задача $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ состоит в построении алгоритма \hat{A} , вычисляющего по поступившему начальному (управляющему) вектору ожиданий \hat{x} и матрице входных воздействий $\omega_{\Delta t}$ последовательность векторов $\beta_{\Delta t}$, монотонно сходящуюся к информационному вектору $\bar{\alpha}$.

Искомый оператор распознавания \hat{R} должен выдавать весовую матрицу присутствия измеряемых признаков $\gamma_{\Delta t}$, столбцы которой должны сходиться (с учётом корректного решающего правила) к информационному вектору: $\lim_{t \rightarrow \tau_s + h} \bar{x}^*(t) = \bar{\alpha}$.

Корректность алгоритма

Определение 5

Алгоритм $\hat{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \beta_{\Delta t} = (\bar{\beta}_1, \dots, \bar{\beta}_h)$ называется корректным для задачи \hat{Q} , если выполнено условие

$$\|\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}\| \geq \|\bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}\| \geq \dots \geq \|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\| = 0.$$

$\|\bar{\beta}_i - \bar{\alpha}\| = \sum_j (\beta_{ij} - \alpha_j)$, где $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$, если $\beta_{ij} = \alpha_j$, $\beta_{ij} - \alpha_j = \frac{1}{2}$, если $\beta_{ij} = \Delta$, и $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$ иначе. Алгоритм \hat{A} , не являющийся корректным для \hat{Q} , называется некорректным.

Разложимость алгоритма

Утверждение 5

Каждый алгоритм $\hat{A} \in \{\hat{A}\}$ представим как последовательность выполнения алгоритмов \hat{R} и \hat{C} , где $\hat{R}(\hat{x}, \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}) = \gamma_{\Delta t}$, $\gamma_{\Delta t}$ — матрица действительных чисел, $\hat{C}(\gamma_{\Delta t}) = \beta_{\Delta t}$, $\beta_{\Delta t}$ — матрица значений $\beta_{ij} \in \{0, 1, \Delta\}$.

Корректное решающее правило

Корректное решающее правило \hat{C}^* для матрицы $\gamma_{\Delta t}$ определяется через набор корректных правил для векторов (C_1^*, \dots, C_h^*) таких, что

$$\begin{aligned}\|C_1^*(\bar{x}^*(\tau_s)) - \bar{\alpha}\| &\geq \|C_2^*(\bar{x}^*(\tau_s + 1)) - \bar{\alpha}\| \geq \dots \geq \\ &\geq \|C_h^*(\bar{x}^*(\tau_s + h - 1)) - \bar{\alpha}\| = 0.\end{aligned}$$

В простейшем случае $\forall i \ C_i^*(\bar{x}^*(\tau_s + i)) = \bar{\alpha}$.

Аналогично статическому случаю вводятся определения линейного $L\{\hat{R}\}$ и алгебраического $\mathcal{U}\{\hat{R}\}$ замыкания над множеством $\{\hat{R}\}$.

Основная теорема корректности

Зафиксируем начальный вектора ожиданий \hat{x} и последовательность входных векторов $\omega_{\Delta t}$.

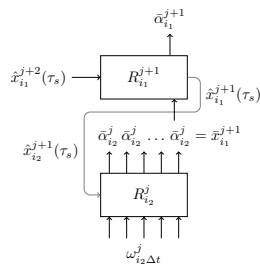
Если, как и в статическом случае, будем рассматривать только такие задачи $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$, для которых в матрице $\omega_{\Delta t}$ в каждом столбце с номером $s \exists k$ такое, что x_{sk} является k -ым элементом вектора $\bar{x}(\tau_s + s)$ и $x_{sk} > 1/2$, то можно сформулировать следующую теорему.

Theorem 2

Линейное замыкание $L\{\hat{A}\}$ семейства алгоритмов $\{\hat{A}\} = \{\hat{R} \cdot \hat{C}^\}$ с произвольным корректным решающим правилом \hat{C}^* и операторами распознавания \hat{R} , определенными алгоритмом \mathfrak{A}_{th} , является корректным на $\{\hat{Q}\}$.*

Иерархический оператор распознавания

Для обоснования корректности иерархии операторов динамического распознавания, рассмотрим пример из двухуровневой иерархии, на каждом уровне которой находится по одному оператору: статический $R_{i_1}^{j+1}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \bar{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ на верхнем уровне и динамический $\hat{R}_{i_2}^j(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \omega_{i_2 \Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_2}^j)$ — на нижнем.



Данную иерархию можно рассматривать как иерархический оператор распознавания $\hat{R}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_{i_1}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_2}^j, \omega_{i_2 \Delta t}^j) = \bar{x}_{i_1}^{*j+1}$, принимающий функцию входного воздействия $\omega_{i_2 \Delta t}^j$ нижнего уровня, ограниченную на промежутке времени Δt , и выдающий весовой вектор присутствия распознаваемых признаков $\bar{x}_{i_1}^{*j+1}$.

Задача классификации по Журавлёву

Задача $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ состоит в построении алгоритма $\hat{\mathcal{A}}_e$, вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$ и матрице входных воздействий $\omega_{i_2\Delta t}^j$ значения информационного вектора $\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1}$.

Основная теорема корректности

Зафиксируем начальный вектор ожиданий $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$ и последовательность входных векторов $\omega_{i_2 \Delta t}^j$.

Если мы будем рассматривать только такие задачи $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2 \Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$, для которых в матрице $\omega_{i_2 \Delta t}^j$ в каждом столбце с номером $s \exists k$ такое, что x_{sk} является k -ым элементом вектора $\bar{x}_{i_2}^j(\tau_s + s)$ и $x_{sk} > 1/2$, то можно сформулировать следующую теорему.

Theorem 3

Линейное замыкание $L\{\hat{\mathcal{A}}_e\}$ семейства алгоритмов $\{\hat{\mathcal{A}}_e\} = \{\hat{R}_{e,j}^2 \cdot \hat{C}_e^\}$ с произвольным корректным решающим правилом \hat{C}_e^* и операторами распознавания $\hat{R}_{e,j}^2$, определёнными алгоритмом \mathfrak{A}_{th} , является корректным на множестве задач $\{\hat{Q}_{e,j}^2\}$.*

Результаты

- теорема корректности линейного замыкания иерархических операторов распознавания интерпретируется как существование такого способа обучения иерархии распознающих блоков, в результате которого данная иерархия будет корректно распознавать поступающие стимулы,
- был разработан алгоритм работы региона неокортекса в процессе восприятия с известными допущениями и упрощениями,
- было проведено исследование данного алгоритма путём построения операторов распознавания (статического, динамического и иерархического),
- был применён алгебраический подход к исследуемому алгоритму, доказаны теоремы корректности по всем оператором распознавания,
- с помощью распознающего блока возможно описать и другие компоненты элемента картины мира и построить модели других когнитивных функций.

Протознак и именование знака

До того, как происходит связывание компонент знака в единую структуру под одним именем, существуют лишь “парные” переходы между компонентами знания агента о том или ином явлении. До момента именования эти компоненты образуют “протознак”:

- перцепт — становится образом знака после выполнения процедуры именования,
- функциональное значение — значением знака,
- биологический смысл — личностным смыслом знака.

Схема алгоритма формирования знака

- 1 Формирование перцепта.
- 2 Порождение на основе прошлого опыта или на основе прецедентов — множества пар вида “перцепт — функциональное значение” — функционального значения объекта.
- 3 Получение субъектом из культурной среды, аккумулированной в системе естественного языка, пары “имя знака — значение” и оценка специальным механизмом степени близости функционального значения, построенного на стадии 1 к значению, полученному из культурной среды; в случае недостаточной близости — переход к п. 1 и продолжение формирования перцепта.
- 4 Связывание имени из пары “имя знака — значение” с перцептом, построенным после завершения выполнения п. 1–3; с этого момента перцепт превращается в образ.

Схема алгоритма формирования знака

- 5 Формирование личностных смыслов знака на основе прецедентов действий с предметом.
- 6 Связывание имени из пары “имя знака — значение” со сформированным личностным смыслом. С этого момента функциональное значение превращается в значение, а биологический смысл — в личностный смысл.
- 7 Продолжение отображения “биологический смысл — перцепт” включением в область определения отображения личностного смысла, полученного в предыдущем пункте, а в область значений — образа из п. 4.

Отношения измеримости

Введём семейство бинарных отношений $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$, определённых на декартовом произведении $\{f_k\} \times \{f_k\}$.

“Признак f_1 является составляющим признака f_2 ” или “признак f_2 измеряется по признаку f_1 ”, $(f_1, f_2) \in \sqsubset$ или $f_1 \sqsubset f_2$, в том случае, если $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^{j+1}, R_2^{j+1}$ — родительский блок по отношению к R_1^j и в множестве матриц предсказания \mathcal{Z}_2 признака f_2 существует как минимум одна матрица Z_r^2 , содержащая некоторый столбец \bar{z}_u^r с элементом $z_{uv}^r \neq 0$, где v — индекс признака f_1 во входном векторе вероятностей для распознающего блока R_2^{j+1} .

Отношения измеримости

Пара признаков $(f_1, f_2) \in \sqsubset^t$ или $f_1 \sqsubset^t f_2$, где $t \in \{1, 2, \dots\}$, в том случае, если $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^{j+1}$, R_2^{j+1} — родительский блок по отношению к R_1^j и в множестве матриц предсказания \mathcal{Z}_2 признака f_2 существует как минимум одна матрица Z_r^2 , содержащая t -ый столбец \bar{z}_t^r с элементом $z_{tv}^r \neq 0$, где v — индекс признака f_1 во входном векторе вероятностей для распознающего блока R_2^{j+1} .

Каждый элемент векторов-столбцов соотносится с признаком из входного множества признаков распознающего блока, что означает задание типа для каждого элемента вектора-столбца. Будем обозначать тип k -го элемента вектора-столбца распознающего блока R_i^j как $f_i^j(k) \in F_i^j$, $k \in (1, q_i^j)$.

Признаки “условие” и “эффект”

Введем два выделенных из множества $\{f_k\}$ признака: f_c — “условие” и f_e — “эффект”, измеряемые одним распознающим блоком R_0^1 .

Определение 6

Те признаки, которые измеряются распознающими блоками, выступающими родительскими по отношению к блоку R_0^1 , будем называть процедурными признаками, остальные — объектными признаками.

Для любого процедурного признака выполняются следующие естественные условия:

- условие всегда предшествует эффекту,
- условие всегда влечет за собой эффект и
- все условия всегда отделены от своих эффектов.

Столбцы условий и эффектов

Определение 7

Те столбцы матрицы предсказания Z , в которых соответствующий признаку f_e элемент вектора не нулевой, будем называть столбцами эффектов, а те столбцы матрицы предсказания Z , в которых не равен нулю элемент вектора, соответствующий признаку f_c – столбцами условий.

Пополним семейство отношений $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$ двумя отношениями: \sqsubset^c и \sqsubset^e , принадлежность к которым пары признаков (f_1, f_2) свидетельствует о том, что признак f_1 присутствует соответственно в столбце условий и эффектов как минимум в одной матрице предсказания процедурного признака f_2 .

Перцепт

Определение 8

Если f_1 — признак, то подмножество $\tilde{p}(f_1)$ множества $\{f_k\}$ таких признаков, что $\forall f_i \in \tilde{p}(f_1) f_i \sqsubset f_1$, будем называть перцептом признака f_1 .

На множестве всех перцептов \tilde{P} введем величину $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2))$, вычисляемую по следующему правилу:

- если f_1 и f_2 измеряются разными распознающими блоками, т.е. $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^i$, то $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \infty$,
- если f_1 и f_2 измеряются одним и тем же распознающим блоком R_1^j со множеством входных признаков F_1^j мощности q и характерным временем h , то

$$\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \min_{\substack{Z_r^1 \in Z_1 \\ Z_s^2 \in Z_2}} \frac{1}{q \cdot h} \sum_{u=1}^h \|\bar{z}_u^r - \bar{z}_u^s\|. \quad (4)$$

Функциональное значение

Определение 9

Если f_1 — признак, f_2 — процедурный признак, $f_1 \sqsubset^c f_2$, то будем называть f_2 функциональным значением признака f_1 . Множество всех функциональных значений признака f_1 будем обозначать $\tilde{m}(f_1)$.

На множестве всех функциональных значений \tilde{M} введем величину $\rho_m(\tilde{m}(f_1), \tilde{m}(f_2))$, вычисляемую по следующему правилу:

$$\rho_m(\tilde{m}_1(f_1), \tilde{m}_2(f_2)) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}(f_1) \\ f_j \in \tilde{m}(f_2)}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)). \quad (5)$$

Матрица предсказаний процедурного признака

Матрицу предсказания Z_r^p процедурного признака f_p всегда можно представить в следующем виде:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_1}^{r,c}, \bar{z}_{j_1+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_1}^{r,e}, \dots, \dots, \\ \bar{z}_{i_{k-1}+1}^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_k}^{r,c}, \bar{z}_{j_k+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_k}^{r,e}),$$

где $\bar{z}_j^{r,c}$ — столбцы причин, $\bar{z}_i^{r,e}$ — столбцы следствий.

Величину k будем называть актностью процедурного признака. В дальнейшем будем рассматривать простые матрицы предсказаний k -актного процедурного признака:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \bar{z}_2^{r,e}, \dots, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k - 1}^{r,c}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{r,e}).$$

Краткая форма k -актного процедурного признака f_p имеет матрицу предсказания, в которой оставлены только первый столбец условий и последний столбец эффектов.

Процедурный признак как правило

Любой одноактный процедурный признак f_p , измеряемый распознающим блоком R_i^j , можно представить в виде правила $r_p = (F_C(f_p), F_A(f_p), F_D(f_p))$, в котором:

- $F_C(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество признаков — условий правила:
 $\forall f \in F_C(f_p) \ f \sqsubset^c f_p$;
- $F_A(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество добавляемых правилом признаков:
 $\forall f \in F_A(f_p) \ f \sqsubset^e f_p, f \notin F_C$;
- $F_D(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество удаляемых правилом признаков:
 $\forall f \in F_D(f_p) \ f \notin F_A, f \in F_C$.

Свойство выполнимости

Определение 10

Процедурный признак f_p^1 с матрицей предсказания $Z = (\bar{z}_1^c, \bar{z}_2^e)$ выполняется на векторе z длины q , если $z \cdot \bar{z}_1^c = \bar{z}_1^c$.

Будем говорить, что процедурный признак f_p^1 выполним в условиях процедурного признака f_p^2 , если

- оба признака измеряются одним и тем же распознающим блоком R_i^j и признак f_p^1 выполняется на столбце условий матрицы предсказания признака f_p^2 ,
- $f_p^1 \dashv R_1^{j_1}, f_p^2 \dashv R_2^{j_2}$, множества $F_C(f_p^1)$ и $F_C(f_p^2)$ состоят из одних и тех же признаков, образуемый вектор \tilde{z} (той же мощности, что и множество $F_1^{j_1}$) элементы которого, соответствующие признакам из $F_C(f_p^2)$ принимаются равными 1, остальные — 0, и признак f_p^1 выполним на векторе \tilde{z} .

Свойство конфликтности

Определение 11

Будем говорить, что два процедурных признака f_p^1 и f_p^2 конфликтуют, если выполнено как минимум одно из следующих условий:

- $F_D(f_p^1) \cap F_A(f_p^2) \neq \emptyset$,
- $F_D(f_p^2) \cap F_A(f_p^1) \neq \emptyset$,
- $F_D(f_p^1) \cap F_C(f_p^2) \neq \emptyset$,
- $F_D(f_p^2) \cap F_C(f_p^1) \neq \emptyset$.

Операции приведения признаков

Определение 12

Операцией сохраняющего приведения вектор-столбца \bar{z}_1 к множеству входных признаков $F_{i_2}^{j_2}$ будем называть такой вектор \bar{z}_3 длины $q_{i_2}^{j_2}$, элемент которого $z_{3k} = 1$, если $f_{i_1}^{j_1}(k) = f_{i_2}^{j_2}(k)$ и $z_{1k} = 1$, иначе $z_{3k} = 0$, и обозначать $(\bar{z}_1 \rightarrow F_{i_2}^{j_2}) = \bar{z}_3$.

Определение 13

Операцией сужающего приведения вектор-столбца \bar{z}_1 к некоторому столбцу \bar{z}_2 распознающего блока $R_{i_2}^{j_2}$ будем называть такой вектор \bar{z}_3 длины $q_{i_2}^{j_2}$, элемент которого $z_{3k} = 1$, если $f_{i_1}^{j_1}(k) = f_{i_2}^{j_2}(k)$, $z_{2k} = 1$ и $z_{1k} = 1$, иначе $z_{3k} = 0$, и обозначать $(\bar{z}_1 \Rightarrow \bar{z}_2) = \bar{z}_3$.

Опыт наблюдения

У субъекта имеется опыт наблюдения, который выражается в виде отношения $\Psi_p^m: \tilde{p} \Psi_p^m \tilde{m}$, или $\Psi_p^m(\tilde{p}) = \tilde{m}$, в том случае, если $\tilde{p} \in \tilde{P}$ является перцептом некоторого признака f , а $\tilde{m} \in \tilde{M}$ – функциональным значением того же признака f .

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} (часть I)

Require: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} (часть I)

Require: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1: $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
 - 2: $Z^{*(0)} := \emptyset;$
 - 3: $t := 0;$
-

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} (часть I)

Require: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1: $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
 - 2: $Z^{*(0)} := \emptyset;$
 - 3: $t := 0;$
 - 4: **for all** $f^{(t)} \in \hat{F}$ **do**
-

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} (часть I)

Require: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1: $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
 - 2: $Z^{*(0)} := \emptyset;$
 - 3: $t := 0;$
 - 4: **for all** $f^{(t)} \in \hat{F}$ **do**
 - 5: **if** $\exists \tilde{m}^{(t)} \in \tilde{M}$ такое, что $\tilde{p}(f^{(t)}), \tilde{m}^{(t)} \in \Psi_p^m$ **and**
 - 6: $\tilde{m}^{(t)}$ выполним в условиях признака f_p **and**
 - 7: $\nexists f : f \in \tilde{p}^{*(t)}, (\tilde{p}(f), \tilde{m}(f)) \in \Psi_p^m, \tilde{m}$ конфликтует с $\tilde{m}^{(t)}$ **then**
-

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} (часть I)

Require: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1: $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
 - 2: $Z^{*(0)} := \emptyset;$
 - 3: $t := 0;$
 - 4: **for all** $f^{(t)} \in \hat{F}$ **do**
 - 5: **if** $\exists \tilde{m}^{(t)} \in \tilde{M}$ такое, что $\tilde{p}(f^{(t)}), \tilde{m}^{(t)} \in \Psi_p^m$ **and**
 - 6: $\tilde{m}^{(t)}$ выполним в условиях признака f_p **and**
 - 7: $\nexists f : f \in \tilde{p}^{*(t)}, (\tilde{p}(f), \tilde{m}(f)) \in \Psi_p^m, \tilde{m}$ конфликтует с $\tilde{m}^{(t)}$ **then**
 - 8: $\tilde{p}^{*(t)} = \tilde{p}^{*(t)} \cup \{f^{(t)}\};$
 - 9: **if** $\exists R_i^j$ такой, что $f^{(t)} \in F_i^j$ **then**
 - 10: $R_i^{j(t)} := R_i^j;$
-

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} (часть II)

```
11:      else  
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$   
13:      end if
```

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} (часть II)

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
      во входном векторе распознающего блока  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
```

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} (часть II)

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
      во входном векторе распознающего блока  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
15:       $Z^{*(t)} := Z^{*(t)} \cup \bar{z}_s;$ 
```

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathcal{A}_{pm} (часть II)

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
      во входном векторе распознающего блока  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
15:       $Z^{*(t)} := Z^{*(t)} \cup \bar{z}_s;$ 
16:       $Z_p^{(t)} := (\bar{z}_1^{c(t)}, \bar{z}_2^{e(t)}, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k - 1}^{c(t)}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{e(t)}),$  где
17:           $\bar{z}_i^{c(t)} = \bigvee_{\tilde{m}_j^{(t)}} (\bar{z}_j^{c(t)} \rightarrow F_p^j), \bar{z}_i^{e(t)} = \bigvee_{\tilde{m}_j^{(t)}} (\bar{z}_j^{e(t)} \Rightarrow \bar{z}_j^e);$ 
18:  end if
```

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} (часть III)

```
19:    $\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\};$   
20:    $\mathcal{Z}^{*(t)} = \{Z^{*(t)}\};$   
21:    $t = t + 1;$   
22: end for
```

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм \mathfrak{A}_{pm} (часть III)

```
19:    $\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\};$   
20:    $\mathcal{Z}^{*(t)} = \{Z^{*(t)}\};$   
21:    $t = t + 1;$   
22: end for  
      return  $\Psi_p^m$ , определенная на паре  $(\tilde{p}, \tilde{m})$ , где  $\tilde{p} = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{p}^{*(t)}$ ,  
23:    $f^*, Z^* = \lim_{t \rightarrow \infty} Z^{*(t)}, \mathcal{Z}^* = \{Z^*\};$ 
```

Теорема корректности алгоритма \mathcal{A}_{pt}

Теорема 1

Алгоритм \mathcal{A}_{pt} корректен, т. е. последовательность функциональных значений $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \dots \rangle$, которая строится с помощью алгоритма \mathcal{A}_{pt} для функционального значения \tilde{m} , сходится к \tilde{m} .

Доказательство теоремы корректности

Доказательство.

Рассмотрим два элемента последовательности $\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\}$ и $\tilde{m}^{*(t+1)} = \{f_p^{(t+1)}\}$. Соответствующие матрицы предсказания будут иметь следующий вид:

$$Z_p^{(t)} = (\bar{z}_1^{c(t)}, \bar{z}_2^{e(t)}, \dots, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k-1}^{c(t)}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{e(t)}), \quad (6)$$

$$Z_p^{(t+1)} = (\bar{z}_1^{c(t+1)}, \bar{z}_2^{e(t+1)}, \dots, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k-1}^{c(t+1)}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{e(t+1)}). \quad (7)$$

Если на шаге 1 и 2 алгоритма \mathfrak{A}_{pm} на $(t+1)$ -й итерации не был найден подходящий признак, то матрицы $Z_p^{(t)}$ и $Z_p^{(t+1)}$ равны. Рассмотрим случай, когда был найден подходящий признак $f^{(t+1)}$ с функциональным значением $\tilde{m}^{(t+1)} = \{\tilde{f}_p^{(t+1)}\}$ с соответствующей матрицей предсказания $\tilde{Z}_p^{(t+1)} = (\bar{z}^{c(t+1)}, \bar{z}^{e(t+1)})$.

Доказательство теоремы корректности

Доказательство (продолжение).

Так как выполнено условие шага 1, то признак $\tilde{f}_p^{(t+1)}$ выполним на некотором $(2 \cdot s - 1)$ -м столбце условий матрицы предсказания признака f_p . Это означает, что матрицы $Z_p^{(t)}$ и $Z_p^{(t+1)}$ будут отличаться только в двух вектор-столбцах $(2 \cdot s - 1)$ -м и $(2 \cdot s)$ -м:

$$\bar{z}_{2 \cdot s - 1}^{c(t+1)} = \bar{z}_{2 \cdot s - 1}^{c(t)} \vee (\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j), \quad (8)$$

$$\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t+1)} = \bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t)} \vee (\bar{z}^{e(t+1)} \Rightarrow \bar{z}_{2 \cdot s}^e). \quad (9)$$

По определению расстояние между функциональными значениями $\tilde{m}^{(t)}$ и \tilde{m} примет следующее значение:

$$\rho_m(\tilde{m}^{(t)}, \tilde{m}) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}^{(t)} \\ f_j \in \tilde{m}}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)) = \rho_p(\tilde{p}(f_p^{(t)}), \tilde{p}(f_p)) =$$

Доказательство теоремы корректности

Доказательство (продолжение).

$$= \frac{1}{q \cdot h} \sum_{\substack{\bar{z}_u^1 \in Z_p^{(t)} \\ \bar{z}_u^2 \in Z_p}} \|\bar{z}_u^1 - \bar{z}_u^2\|. \quad (10)$$

Аналогично для $\tilde{m}^{(t+1)}$:

$$\rho_m(\tilde{m}^{(t+1)}, \tilde{m}) = \frac{1}{q \cdot h} \sum_{\substack{\bar{z}_u^1 \in Z_p^{(t+1)} \\ \bar{z}_u^2 \in Z_p}} \|\bar{z}_u^1 - \bar{z}_u^2\|. \quad (11)$$

Рассмотрим разность

$$\rho_m(\tilde{m}^{(t)}, \tilde{m}) - \rho_m(\tilde{m}^{(t+1)}, \tilde{m}) = \frac{1}{q \cdot h} (\|\bar{z}_{2 \cdot s-1}^{c(t)} - \bar{z}_{2 \cdot s-1}^c\| + \|\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t)} - \bar{z}_{2 \cdot s}^e\| -$$

Доказательство теоремы корректности

Доказательство (продолжение).

$$\begin{aligned} -\|\bar{z}_{2 \cdot s-1}^{c(t+1)} - \bar{z}_{2 \cdot s-1}^c\| - \|\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t+1)} - \bar{z}_{2 \cdot s}^e\|) = \frac{1}{q \cdot h} (\|\bar{z}_{2 \cdot s-1}^{c(t)} - \bar{z}_{2 \cdot s-1}^c\| + \\ + \|\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t)} - \bar{z}_{2 \cdot s}^e\| - \|\bar{z}_{2 \cdot s-1}^{c(t)} \vee (\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j) - \bar{z}_{2 \cdot s-1}^c\| - \\ - \|\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t)} \vee (\bar{z}^{e(t+1)} \Rightarrow \bar{z}_{2 \cdot s}^e) - \bar{z}_{2 \cdot s}^e\|), \end{aligned}$$

где $\bar{z}_{2 \cdot s-1}^c, \bar{z}_{2 \cdot s}^e$ – столбцы матрицы предсказания процедурного признака f_p , соответствующего функциональному значению \tilde{m} .

Так как $\tilde{f}_p^{(t+1)}$ выполним на $(2 \cdot s - 1)$ -м столбце условий матрицы предсказания признака f_p , то после применении операции приведения $\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j$ в результирующем векторе единицы появляются только на тех же местах что и в векторе $\bar{z}_{2 \cdot s-1}^c$.

Доказательство теоремы корректности

Доказательство (продолжение).

Это означает, что в векторе $\bar{z}_{2.s-1}^{c(t)} \vee (\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j)$ по сравнению с вектором $\bar{z}_{2.s-1}^{c(t)}$ единицы находятся только в тех же местах, что и в векторе $\bar{z}_{2.s-1}^c$, а новых нулей не появляется. В следствие чего разность $\|\bar{z}_{2.s-1}^{c(t)} - \bar{z}_{2.s-1}^c\| - \|\bar{z}_{2.s-1}^{c(t)} \vee (\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j) - \bar{z}_{2.s-1}^c\|$ всегда больше нуля.

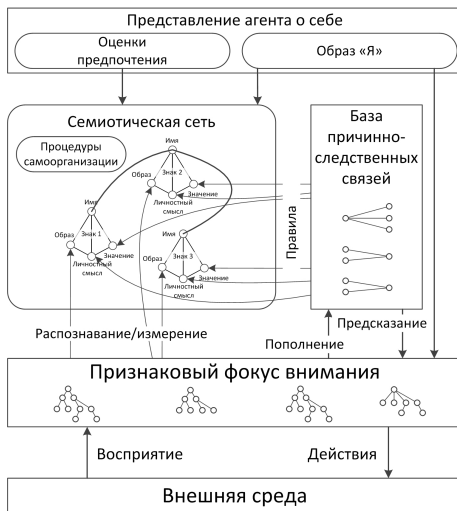
Так как для столбцов эффектов применяется операция сужающего приведения, которая оставляет единицы только на тех местах, на которых одновременно находятся единицы в приводимом векторе и векторе, к которому осуществляется приведение. В связи с этим разность $\|\bar{z}_{2.s}^{e(t)} - \bar{z}_{2.s}^e\| - \|\bar{z}_{2.s}^{e(t)} \vee (\bar{z}^{e(t+1)} \Rightarrow \bar{z}_{2.s}^e) - \bar{z}_{2.s}^e\|$ также больше нуля.

Доказательство теоремы корректности

Доказательство (окончание).

Так как обе разности в скобках выражения для $\rho_m(\tilde{m}^{(t)}, \tilde{m}) - \rho_m(\tilde{m}^{(t+1)}, \tilde{m})$ больше нуля, то отсюда следует, что функциональное значение $\tilde{m}^{(t+1)}$ ближе к \tilde{m} . В виду произвольности выбора итерации t , это приводит к сходимости всей последовательности $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \dots \rangle$. □

Архитектура интеллектуального агента



Результаты

- Впервые была построена модель структурных компонент элемента картины мира субъекта деятельности.
- Впервые была проведена постановка задач распознавания в терминах алгебраической теории для образной компоненты элемента картины мира в динамическом и иерархическом случаях.
- Были доказаны теоремы корректности некоторых множеств построенных в работе операторов распознавания.
- Был построен алгоритм итерационного процесса формирования нового элемента картины мира.
- Было проведено оригинальное исследование итерационного процесса формирования нового элемента картины мира.

Спасибо за внимание!

ИСА РАН, лаб. «Динамические интеллектуальные системы»,
pan@isa.ru