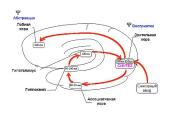
# Исследование образной и процедурной компонент элементов картины мира субъекта деятельности

Александр Панов

ИСА РАН научный руководитель д.ф.-м.н., проф. Г. С. Осипов

10 декабря 2014 г.

### Картина мира и нейрофизиология



По нейрофизиологическим данным (В. Маунткасл, 1981; Дж. Хокинс, 2009), в том числе в теории повторного входа или информационного синтеза (Д. Эдельман, 1981; А. М. Иваницкий, 1996) возникновение ощущения, т. е. активизация некоторого элемента картины мира субъекта, происходит при замыкании контура распространения нервного возбуждения от сенсорного входа. При этом происходит наложение значения сигнала (гиппокамп) и эмоционального отношения к нему (гипоталамус) на поступившую сенсорную информацию.

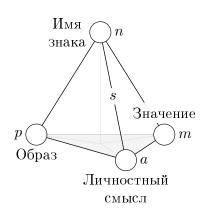
### Картина мира и психология

В культурно—историческом подходе (А.Р. Лурия, 1970; Л.Н. Выготский, 1960) вводится понятие знака как основного инструмента познавательной деятельности субъекта. В теории деятельности (А.Н. Леонтьев, 1975) раскрывается структура знака и его роль в формировании не только познавательной, но и любой другой деятельности субъекта.

По Леонтьеву образующими картины мира, т. е. компонентами знака, являются образ, значение и личностный смысл. «В значениях представлена преобразованная и свёрнутая в материи языка идеальная форма существования предметного мира ... раскрываемая в совокупной общественной практикой». Личностный смысл является «значением—для—меня».

«Движение, соединяющее абстрактное значение с чувственным миром, представляет собой одно из существеннейших движений сознания» (А. Н. Леонтьев).

### Знак — элемент картины мира



Знак имеет следующие компоненты:

- имя,
- образ,
- значение и
- личностный смысл.

### Предмет и цель исследования

**Предмет исследования** — построение моделей картины мира субъекта деятельности и некоторых когнитивных функций.

**Целью исследования** является разработка моделей и алгоритмов формирования пары образа и значения элемента знаковой картины мира субъекта деятельности.

Таким образом, в настоящей работе рассматриваются алгоритмы формирования двух основных компонент знака: образа и значения. Исследуется сходимость итерационного процесса связывания этих компонент и рассматриваются некоторые функции знаковой картины мира

### Формальная постановка задачи

В качестве модели компонент знака в работе строится специальный R-автомат, функционирование которого с некоторыми упрощениями соответствует нейрофизиологическим данным о работе указанных участков коры головного мозга человека.

#### В работе были поставлены следующие задачи:

- исследовать автоматную функцию иерархии R-автоматов с заданным множеством состояний, т. е. со сформированными матрицами предсказания после завершения процесса обучения (например, по алгоритму HTM);
- на основе построенной модели разработать итерационный алгоритм формирования и связывания двух основных компонент знака: образа и значения;
- исследовать сходимость построенного итерационного алгоритма под управлением значения, полученного из внешней среды.

### Признаки и распознающие автоматы

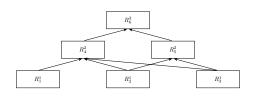
Пусть заданы следующие множества:

- ullet  $\mathcal{R}$  совокупность распознающих автоматов или R-автоматов,
- ullet  $\mathcal{F}$  совокупность допустимых признаков.

Введём бинарное отношение  $\dashv$ , определённое на декартовом произведении  $\mathcal{F} \times \mathcal{R}$ , и будем читать  $f_k \dashv R_i^j$  как «признак  $f_k$  распознаётся R-автоматом  $R_i^j$ ».

Множество всех распознаваемых R-автоматом  $R_i^j$  признаков будем обозначать  $F_i^{*j}$ , т. е.  $\forall f^* {\in} F_i^{*j} f^* {\dashv} R_i^j, F_i^{*j} {\subseteq} \mathcal{F}$ .

### Иерархия распознающих автоматов



Рассмотрим связный ориентированный ярусный граф  $G_R = (V, E)$ :

- ullet  $V=\mathcal{R}$  множество вершин,
- ullet  $E\subset\mathcal{R} imes\mathcal{R}$  множество рёбер,
- ullet каждая вершина, принадлежащая j-ому ярусу графа  $G_R$ , является R-автоматом  $R_i^j$  уровня j,
- ullet каждое ребро  $e=(R_{i_1}^{j_1},R_{i_2}^{j_2}){\in}E$  обозначает иерархическую связь между дочерним R-автоматом  $R_{i_1}^{j_1}$  и R-автоматом родителем  $R_{i_2}^{j_2}$ .

### Входные признаки и функции распознавания

Введём следующие определения.

- Признак  $f\dashv R_k^{j-1}$  называется входным для R-автомата  $R_i^j$ , если  $R_k^{j-1}$  является дочерним автоматом по отношению к  $R_i^j$ . Всё множество входных признаков для  $R_i^j$  будем обозначать  $F_i^j$ .
- Для каждого признака  $f^* {\in} F_i^{*j}$  введём функцию распознавания  $\hat{f}(x_1,\dots,x_q)=x^*$ , где  $x^* {\in} (0,1)$  вес распознаваемого признака  $f^*$ , а  $x_1,\dots,x_q {\in} (0,1)$  веса признаков из множества входных признаков  $F_i^j$ . Всю совокупность функций распознавания для  $R_i^j$  будем обозначать  $\hat{F}_i^j$ .

### Структура распознающего автомата

- вектор  $\bar{x}_i^j(t)$  длины  $l_i^j$  входной сигнал (вектор весов входных признаков),
- ullet вектор  $ar{x}_i^{*j}(t)$  длины  $l_i^j$  выходной сигнал (вектор весов распознаваемых признаков),
- вектор  $\hat{x}_{i}^{j+1}(t)$  длины  $q_{i}^{j+1}$  управляющий вектор, задающий начальное состояние в моменты времени  $0, h_i^j, 2h_i^j, \dots$
- ullet вектор  $\hat{x}_i^j(t)$  длины  $q_i^j$  вектор состояния (вектор ожиданий входных признаков в следующий момент времени),
- $h_i^j$  глубина памяти R-автомата  $R_i^j$ .

### Входы и выходы распознающего автомата

$$F_{i}^{**j} \begin{cases} f_{1}^{*} : & x_{11}^{*} \rightarrow x_{21}^{*} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{t1}^{*} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{h_{i}^{j}1}^{*} \\ f_{2}^{*} : & x_{12}^{*} \rightarrow x_{22}^{*} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{t2}^{*} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{h_{i}^{j}2}^{*} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f_{l_{i}^{j}} : & x_{1l_{i}^{j}}^{*} \rightarrow x_{2l_{i}^{j}}^{*} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{tl_{i}^{j}}^{*} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{h_{i}^{j}l_{i}^{j}}^{*} \\ \uparrow x^{*}(t_{1}) \uparrow x^{*}(t_{2}) & \uparrow x^{*}(t) & \uparrow x^{*}(h_{i}^{j}) \end{cases}$$

$$\hat{x}_{i}^{j+1}(\tau_{s}) = (\hat{x}_{i1}^{j+1}, \dots, \hat{x}_{il_{i}^{j}}^{j+1}) \qquad \qquad R_{i}^{j} - \text{pachoshabouhuň abtomat} \\ \hat{F}_{i}^{j} = \{\hat{f}_{1}, \dots, \hat{f}_{l_{i}^{j}}\} - \text{функции} \\ \text{pachoshabahuhu} \\ \uparrow x_{i}(t_{1}) \uparrow x_{i}^{j}(t_{2}) & \hat{x}_{i}^{j}(t) & \hat{x}_{i}^{j}(h_{i}^{j}) & \text{coctoshuhu} \end{cases}$$

$$\hat{x}_{i}^{j}(t) = (\hat{x}_{i1}^{j}, \dots, \hat{x}_{iq_{i}^{j}}^{j})$$

$$\uparrow x(t_{1}) \uparrow x(t_{2}) & \uparrow x(t) & \uparrow x(h_{i}^{j}) \\ \uparrow x(t_{1}) \uparrow x(t_{2}) & \uparrow x(t) & \uparrow x(h_{i}^{j}) \end{cases}$$

$$F_{i}^{**} \begin{cases} f_{1} : & x_{11} \rightarrow x_{21} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{t1} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{h_{i}^{j}1} \\ f_{2} : & x_{12} \rightarrow x_{22} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{t2} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{h_{i}^{j}2} \\ \dots & \dots & \dots \\ f_{q_{i}^{j}} : & x_{1l_{i}^{j}} \rightarrow x_{2l_{i}^{j}} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{tl_{i}^{j}} \rightarrow \cdots \rightarrow x_{h_{i}^{j}q_{i}^{j}} \end{cases}$$

# Матрица предсказаний

Для определения состояния R-автомата и его автоматной функции, поставим каждой функции распознавания  $\hat{f}_k$  из множества  $\hat{F}_i^j$  в соответствие набор булевых матриц предсказания  $Z_k = \{Z_1^k, \dots, Z_m^k\}$  размерности  $q_i^j \times h_i^j$ . Тогда

- столбец  $\bar{z}_u^r=(z_{u1}^k,\dots,z_{uq}^k)$  матрицы  $Z_r^k$  это вектор предсказания входных признаков из множества  $F_i^j$  в момент времени  $\tau_s+u,\,z_{un}^k\in\{0,1\}$ ,
- ullet матрица  $Z_r^k$  задаёт последовательность битовых векторов, наличие бита в котором свидетельствует о присутствии распознаваемого функцией  $\hat{f}_k$  признака,
- ullet  $\mathcal{Z}_i^j$  множество всех матриц предсказания R-автомата  $R_i^j$

# Входные и выходные функции

Таким образом, R-автомат  $R_i^j$  является бесконечным автоматом Миля с переменной структурой и конечной памятью и определяется следующим набором  $R_i^j = < X_i^j \times \hat{X}_i^{j+1}, 2^{\mathcal{Z}_i^j}, X_i^{*j} \times \hat{X}_i^j, \varphi_i^j, \vec{\eta}_i^j, >$ , где

- $\bullet \ X_i^j$  множество входных сигналов,
- ullet  $X_i^{*j}$  множество выходных сигналов,
- $ullet \hat{X}_i^{j+1}$  множество управляющих сигналов с верхнего уровня иерархии,
- ullet  $\hat{X}_i^j$  множество управляющих сигналов на нижний уровень иерархии,
- $2^{\mathbb{Z}_i^j}$  множество состояний (множество подмножеств множества матриц предсказания),
- ullet  $arphi_i^j: X_i^j imes \hat{X}_i^{j+1} o 2^{\mathcal{Z}_i^j} -$  функция переходов,
- ullet  $ec{\eta}_i^j: 2^{\mathcal{Z}_i^j} o X_i^{*j} imes \hat{X}_i^j$  вектор—функция выходов.

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ функционирования R-автомата

Разработан пороговый алгоритм  $\mathfrak{A}_{th}(c_1,c_2)$  вычисления функции переходов  $arphi_i^j$  и выходной функции  $ec{\eta}_i^j$  по начальному моменту времени  $au_s$ , управляющему воздействию  $\hat{x}_i^{j+1}( au_s)$  и входному воздействию  $\omega_i^j$ .

Для исследования автоматной функции на основании построенного алгоритма ниже будут построены 4 типа операторов распознавания, сформулированы задачи классификации и доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств этих операторов.

### Статический оператор распознавания

Зафиксируем момент времени t, равный началу некоторого s-го вычислительного цикла  $au_s$ , т. е. рассмотрим первый этап алгоритма  $\mathfrak{A}_{th}$  — задание начального состояния R-автомата.

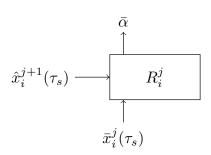
В этом случае, R-автомат  $R_i^j$  можно рассматривать как статический оператор распознавания  $R_i^j(\hat{x}_i^{j+1},\mathcal{Z}_i^j,\bar{x}_i^j)=\bar{x}_i^{*j}.$ 

# Задача классификации

#### Пусть

- ullet  $\{Q\}$  совокупность задач классификации,
- ullet  $\{\mathcal{A}\}$  множество алгоритмов, переводящих пары  $(\hat{x},\bar{x})$  в вектора  $ar{eta}$ , составленные из элементов  $0,1,\Delta:\mathcal{A}(\hat{x},\bar{x})=ar{eta}$ .

Задача  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \alpha_1, \dots, \alpha_l) \in \{Q\}$  состоит в построении алгоритма, вычисляющего по поступившему вектору ожиданий  $\hat{x}$  и входному вектору  $\bar{x}$  значения  $\alpha_1, \dots, \alpha_l \in \{0,1\}$  присутствия признаков  $f_1^*, \dots, f_l^*$ .



### Свойство корректности алгоритма

#### Определение 1

Алгоритм  $\mathcal A$  называется корректным для задачи Q, если выполнено равенство

$$\mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\alpha}.$$

Алгоритм  $\mathcal{A}$ , не являющийся корректным для Q, называется некорректным.

Далее будем считать, что множество  $\{\mathcal{A}\}$  является совокупностью, вообще говоря, некорректных алгоритмов.

# Разложение алгоритма классификации

Утверждение 1 (аналог теоремы Журавлёва о введении пространства оценок)

Каждый алгоритм  $\mathcal{A} \in \{\mathcal{A}\}$  представим как последовательность выполнения алгоритмов R и C, где  $R(\hat{x},\bar{x})=\bar{x}^*$ ,  $\bar{x}^*$  — вектор действительных чисел,  $C(\bar{x}^*)=\bar{\beta}$ ,  $\beta_i\in\{0,1,\Delta\}$ .

- R оператор распознавания,
- С решающее правило.

### Решающее правило и операции над алгоритмами

#### Определение 2

Решающее правило  $C^*$  называется корректным на множестве входных векторов X, если для всякого вектора  $\bar{x}$  из X существует хотя бы один числовой вектор  $\bar{x}^*$  такой, что  $C^*(\bar{x}^*) = \bar{\alpha}$ , где  $\bar{\alpha}$  — информационный вектор входного вектора  $\bar{x}$ .

В множестве операторов  $\{R\}$  введём операции умножения на скаляр, сложения и умножения. Пусть r' — скаляр,  $R', R'' \in \{R\}$ . Определим операторы  $r' \cdot R', R'' + R''$  и  $R \cdot R''$  следующим образом:

$$r' \cdot R' = (r' \cdot x_1^{*\prime}, \dots, r' \cdot x_l^{*\prime}), \tag{1}$$

$$R' + R'' = (x_1^{*'} + x_1^{*''}, \dots, x_1^{*'} + x_l^{*''}), \tag{2}$$

$$R' \cdot R'' = (x_1^{*'} \cdot x_1^{*''}, \dots, x_1^{*'} \cdot x_l^{*''}). \tag{3}$$

# Замыкание множества алгоритмов

#### Утверждение 2

Замыкание  $L\{R\}$  множества  $\{R\}$  относительно операций (1) и (2) является векторным пространством.

#### Утверждение 3

Замыкание  $\mathfrak{U}\{R\}$  множества  $\{R\}$  относительно операций (1), (2) и (3) является ассоциативной линейной алгеброй с коммутативным умножением.

#### Определение 3

Множества  $L\{A\}$  и  $\mathfrak{U}\{A\}$  алгоритмов  $\mathcal{A}=R\cdot C^*$  соответственно таких, что  $R{\in}L\{R\}$  и  $R\in\mathfrak{U}\{R\}$ , соответственно называются линейными и алгебраическими замыканиями множества  $\{\mathcal{A}\}$ .

### Свойство полноты задачи

Зафиксируем пару  $(\hat{x}, \bar{x})$  управляющего вектора и входного вектора. Будем рассматривать задачи  $Q(\hat{x}, \bar{x})$ , обладающие следующим свойством относительно множества операторов распознавания  $\mathcal{R}$ .

#### Определение 4

Если множество векторов  $\{R(\hat{x},\bar{x})\}$ , где R пробегает некоторое множество операторов распознавания  $\mathcal{R}$ , содержит базис в пространстве числовых векторов длины l, то задача  $Q(\hat{x},\bar{x},\bar{\alpha})$  называется полной относительно  $\mathcal{R}$ .

### Связь свойств полноты и корректности

Утверждение 4 (аналог теоремы Журавлёва о корректности линейного замыкания)

Если множество задач  $\{Q\}$  состоит лишь из задач, полных относительно  $\Re$ , то линейное замыкание  $L\{R\cdot C^*\}$   $(C^*$  — произвольное фиксированное корректное решающее правило, R пробегает множество  $\Re$  является корректным относительно  $\{Q\}$ .

# Основная теорема корректности в статическом случае

Будем рассматривать только такие задачи  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$ , для которых удовлетворяется следующее условие:  $\exists k$  такое, что  $x_k$  является k-ым элементом вектора  $\bar{x}$  и  $x_k > 1/2$ .

В работе доказано следующее утверждение.

#### Теорема 1

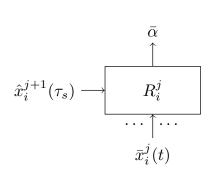
Линейное замыкание  $L\{\mathcal{A}\}$  семейства алгоритмов  $\{\mathcal{A}\}=\{R\cdot C^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $C^*$  и операторами распознавания R, определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на  $\{Q\}$ .

# Операторы распознавания $R^t$

Пусть  $au_s < t < au_s + h_i^j$ , тогда операторы распознавания примут вид  $R_i^j(\hat{x}_i^j(t),\mathcal{Z}_i^j,\bar{x}_i^j(t))$ , кратко  $R^t$ .

Для этих операторов постановка задачи распознавания выглядит таким же образом как и для операторов R, формулировки определений полноты и корректности идентичны.

Теорема о корректности линейного замыкания  $L\{R^t\cdot C^*\}$  доказывается аналогично.



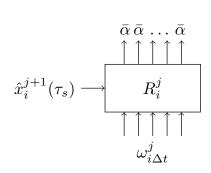
### Динамические операторы распознавания

Будем фиксировать не конкретный момент времени t, а полуинтервал  $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h_i^j).$ 

В этом случае R-автомат  $R_i^J$  можно рассматривать как динамический оператор распознавания

$$\hat{R}_i^j(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \omega_{i\Delta t}^j) = \gamma_{i\Delta t}^j$$

- ullet принимающий функцию входного воздействия  $\omega_i^j$  и
- ullet выдающий функцию выходной величины  $\gamma_i^j$ .



### Динамические операторы распознавания

Действие динамического оператора  $\hat{R}_i^j$  можно заменить последовательным действием статических операторов

$$R(\hat{x}_{i}^{j+1}(\tau_{s}), \mathcal{Z}_{i}^{j}, \bar{x}_{i}^{j}(\tau_{s})), R^{1}(\hat{x}_{i}^{j}(\tau_{s}+1), \mathcal{Z}_{i}^{j}, \bar{x}_{i}^{j}(\tau_{s}+1)), \dots,$$

$$R^{h_{i}^{j}-1}(\hat{x}_{i}^{j}(\tau_{s}+h_{i}^{j}-1), \mathcal{Z}_{i}^{j}, \bar{x}_{i}^{j}(\tau_{s}+h_{i}^{j}-1)),$$

выдающих последовательность

$$\{\bar{x}_i^{*j}(t)\} = \{\bar{x}_i^{*j}(\tau_s), \bar{x}_i^{*j}(\tau_s+1), \dots, \bar{x}_i^{*j}(\tau_s+h_i^j-1)\}.$$

Так как параметр  $h_i^j$  фиксирован, то конечные последовательности векторов  $\omega_{i\Delta t}^j$  и  $\gamma_{i\Delta t}^j$  можно считать матрицами размерности  $l_i^j \times h_i^j$ . Далее будем опускать индексы i и j.

# Задача классификации

Задача  $\hat{Q}(\hat{x},\omega_{\Delta t},\bar{\alpha})$  состоит в построении алгоритма  $\hat{\mathcal{A}}$ , вычисляющего по поступившему начальному (управляющему) вектору ожиданий  $\hat{x}$  и матрице входных воздействий  $\omega_{\Delta t}$  последовательность векторов  $\beta_{\Delta t}$ , монотонно сходящуюся к информационному вектору  $\bar{\alpha}$ .

Искомый оператор распознавания  $\hat{R}$  должен выдавать весовую матрицу распознаваемых признаков  $\gamma_{\Delta t}$ , столбцы которой должны сходиться (с учётом корректного решающего правила) к информационному вектору:  $\lim_{t \to \tau_s + h} \bar{x}^*(t) = \bar{\alpha}$ .

### Свойство корректность алгоритма

#### Определение 5

Алгоритм  $\hat{\mathcal{A}}(\hat{x},\bar{x})=eta_{\Delta t}=(ar{eta}_1,\dots,ar{eta}_h)$  называется корректным для задачи  $\hat{Q}$ , если выполнено условие

$$\|\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}\| \geqslant \|\bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}\| \geqslant \dots \geqslant \|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\|,$$

причём  $\|ar{\beta}_h - \bar{\alpha}\| = 0$ .  $\|ar{\beta}_i - \bar{\alpha}\| = \sum_j (\beta_{ij} - \alpha_j)$ , где  $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$ , если  $\beta_{ij} = \alpha_j$ ,  $\beta_{ij} - \alpha_j = \frac{1}{2}$ , если  $\beta_{ij} = \Delta$ , и  $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$  иначе. Алгоритм  $\hat{\mathcal{A}}$ , не являющийся корректным для  $\hat{Q}$ , называется некорректным.

### Разложимость алгоритма

#### Утверждение 5

Каждый алгоритм  $\hat{\mathcal{A}} \in \{\hat{\mathcal{A}}\}$  представим как последовательность выполнения алгоритмов  $\hat{R}$  и  $\hat{C}$ , где  $\hat{R}(\hat{x},\mathcal{Z},\omega_{\Delta t})=\gamma_{\Delta t}$ ,  $\gamma_{\Delta t}$  — матрица действительных чисел,  $\hat{C}(\gamma_{\Delta t})=\beta_{\Delta t}$ ,  $\beta_{\Delta t}$  — матрица значений  $\beta_{ij}\in\{0,1,\Delta\}$ .

### Корректное решающее правило

Корректное решающее правило  $\hat{C}^*$  для матрицы  $\gamma_{\Delta t}$  определяется через набор корректных правил для векторов  $(C_1^*,\dots,C_h^*)$  таких, что

$$||C_1^*(\bar{x}^*(\tau_s)) - \bar{\alpha}|| \ge ||C_2^*(\bar{x}^*(\tau_s + 1)) - \bar{\alpha}|| \ge \cdots \ge$$
  
 $\ge ||C_h^*(\bar{x}^*(\tau_s + h - 1)) - \bar{\alpha}||,$ 

причём последняя норма равна нулю. В простейшем случае  $\forall i$   $C_i^*(\bar{x}^*(\tau_s+i))=\bar{\alpha}.$ 

Аналогично статическому случаю вводятся определения линейного  $L\{\hat{R}\}$  и алгебраического  $\mathfrak{U}\{\hat{R}\}$  замыкания над множеством  $\{\hat{R}\}.$ 

### Основная теорема корректности в динамическом случае

Зафиксируем начальный вектора ожиданий  $\hat{x}$  и последовательность входных векторов  $\omega_{\Delta t}.$ 

Если, как и в статическом случае, будем рассматривать только такие задачи  $\hat{Q}(\hat{x},\omega_{\Delta t},\bar{\alpha})$ , для которых в матрице  $\omega_{\Delta t}$  в каждом столбце с номером s  $\exists k$  такое, что  $x_{sk}$  является k-ым элементом вектора  $\bar{x}(\tau_s+s)$  и  $x_{sk}>1/2$ , то можно сформулировать следующую теорему.

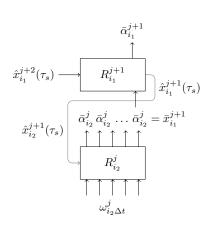
В работе доказано следующее утверждение.

#### Теорема 2

Линейное замыкание  $L\{\hat{\mathcal{A}}\}$  семейства алгоритмов  $\{\hat{\mathcal{A}}\}=\{\hat{R}\cdot\hat{C}^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $\hat{C}^*$  и операторами распознавания  $\hat{R}$ , определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на  $\{\hat{Q}\}$ .

# Иерархический оператор распознавания

Рассмотрим пример из двухуровневой иерархии, на каждом уровне которой находится по одному оператору: статический  $R_{i_1}^{j+1}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \bar{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$  на верхнем уровне и динамический  $\hat{R}_{i_2}^j(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_2}^j)$  — на нижнем.



Данную иерархию можно рассматривать как иерархический оператор распознавания  $\hat{R}^2_{e,j}(\hat{x}^{j+1}_{i_1}( au_s),\mathcal{Z}^{j+1}_{i_1},\mathcal{Z}^{j}_{i_2},\omega^{j}_{i_2\Delta t})=\bar{x}^{*j+1}_{i_1}.$ 

# Задача классификации

Задача  $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2},\omega_{i_2\Delta t}^j,\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$  состоит в построении алгоритма  $\hat{\mathcal{A}}_{e}$ , вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий  $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$  и матрице входных воздействий  $\omega_{i_2\Delta t}^j$  значения информационного вектора  $\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1}$ .

# Основная теорема корректности в иерархическом случае

Зафиксируем начальный вектор ожиданий  $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$  и последовательность входных векторов  $\omega_{i_2\Delta t}^j$ . Если мы будем рассматривать только такие задачи  $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2},\omega_{i_2\Delta t}^j,\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ , для которых в матрице  $\omega_{i_2\Delta t}^j$  в каждом столбце с номером s  $\exists k$  такое, что  $x_{sk}$  является k-ым элементом вектора  $\bar{x}_{i_2}^j(\tau_s+s)$  и  $x_{sk}>1/2$ , то можно сформулировать следующую теорему.

В работе доказано следующее утверждение.

#### Теорема 3

Линейное замыкание  $L\{\hat{\mathcal{A}}_e\}$  семейства алгоритмов  $\{\hat{\mathcal{A}}_e\}=\{\hat{R}_{e,j}^2\cdot\hat{C}_e^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $\hat{C}_e^*$  и операторами распознавания  $\hat{R}_{e,j}^2$ , определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на множестве задач  $\{\hat{Q}_{e,j}^2\}$ .

### Формирование пары «образ — значение»

Рассмотрим формирование пары «образ — значение» элемента картины мира субъекта под управлением эталонного значения, полученного из внешней среды.

# Отношения иерархичности признаков

Введём семейство бинарных отношений  $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$ , определённых на декартовом произведении  $\mathcal{F} \times \mathcal{F}$ .

Признак  $f_1$  является дочерним по отношению к признаку  $f_2$ :  $(f_1,f_2)\in \sqsubset$  или  $f_1 \sqsubset f_2$ , в том случае, если  $f_1\dashv R_1^j, f_2\dashv R_2^{j+1}, R_2^{j+1}$  — родительский R-автомат по отношению к  $R_1^j$  и в множестве матриц предсказания  $\mathcal{Z}_2$  признака  $f_2$  существует как минимум одна матрица  $Z_r^2$ , содержащая некоторый столбец  $\bar{z}_u^r$  с элементом  $z_{uv}^r \neq 0$ , где v — индекс признака  $f_1$  во входном векторе для R-автомата  $R_2^{j+1}$ .

### Отношения иерархичности признаков

Пара признаков  $(f_1,f_2)\in \sqsubset^t$  или  $f_1 \sqsubset^t f_2$ , где  $t\in \{1,2,\dots\}$ , если  $f_1\dashv R_1^j, f_2\dashv R_2^{j+1}$ ,  $R_2^{j+1}$ — родительский R-автомат по отношению к  $R_1^j$  и в множестве матриц предсказания  $\mathcal{Z}_2$  признака  $f_2$  существует хотя бы одна матрица  $Z_r^2$ , содержащая t-ый столбец  $\overline{z}_t^r$  с элементом  $z_{tv}^r\neq 0$ , где v— индекс признака  $f_1$  во входном векторе для R-автомата  $R_2^{j+1}$ .

Каждый элемент вектора—столбца соответствует определённому признаку из входного множества признаков R-автомата, что означает задание типа для каждого элемента вектора-столбца. Будем обозначать тип k-го элемента вектора-столбца R-автомата  $R_i^j$  как  $f_i^j(k) \in F_i^j$ ,  $k \in (1,q_i^j)$ .

### Признаки «условие» и «эффект»

Для описания действий будем использовать правила, каждое из которых для простоты будем представлять в виде пары «условия— эффект действия». Введём два выделенных признака:  $f_c$  является меткой условия, а  $f_e$ — меткой эффекта. Пусть некоторый R-автомат, например  $R_0^1$ , распознает оба эти признаки.

#### Определение 6

Tе признаки, которые распознаются R-автоматами, выступающими родительскими по отношению к R-автомату  $R^1_0$ , будем называть процедурными признаками, остальные — объектными признаками.

### Столбцы условий и эффектов

#### Определение 7

Те столбцы матрицы предсказания Z, в которых соответствующий признаку  $f_e$  элемент вектора не нулевой, будем называть столбцами эффектов, а те столбцы матрицы предсказания Z, в которых не равен нулю элемент вектора, соответствующий признаку  $f_c$  – столбцами условий.

Пополним семейство отношений  $\{ \sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots \}$  двумя отношениями:  $\sqsubset^c$  и  $\sqsubset^e$ , принадлежность к которым пары признаков  $(f_1, f_2)$  свидетельствует о том, что признак  $f_1$  присутствует соответственно в столбце условий и эффектов как минимум в одной матрице предсказания процедурного признака  $f_2$ .

### Образ знака

#### Определение 8

Если  $f_1$  — признак, соответствующий знаку  $s_1$ , то подмножество  $\tilde{p}(f_1)$  множества  $\mathcal{F}$  таких признаков, что  $\forall f_i \in \tilde{p}(f_1) f_i \sqsubset f_1$ , будем называть образом знака  $s_1$  (признака  $f_1$ ).

На множестве всех образов  $\tilde{P}$  введём метрику  $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2))$ , вычисляемую по следующему правилу:

- ullet если  $f_1$  и  $f_2$  распознаются разнымиR-автоматами, т.е.  $f_1\dashv R_1^j, f_2\dashv R_2^i$ , то  $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2))=\infty$ ,
- ullet если  $f_1$  и  $f_2$  распознаются одним и тем же R-автоматом  $R_1^j$  со множеством входных признаков  $F_1^j$  мощности q и характерным временем h, то

$$\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \min_{\substack{Z_1^r \in Z_1 \\ Z_s^s \in Z_2}} \frac{1}{q \cdot h} \sum_{u=1}^h \|\bar{z}_u^r - \bar{z}_u^s\|. \tag{4}$$

#### Значение знака

#### Определение 9

Если  $f_1$  — признак, соответствующий знаку  $s_1$ ,  $f_2$  — процедурный признак и  $f_1 \sqsubset^c f_2$ , то будем называть  $f_2$  значением знака  $s_1$  (признака  $f_1$ ). Множество всех значений признака  $f_1$  будем обозначать  $\tilde{m}(f_1)$ .

На множестве всех значений  $\tilde{M}$  введём метрику  $\rho_m(\tilde{m}(f_1),\tilde{m}(f_2))$  следующим образом:

$$\rho_m(\tilde{m}_1(f_1), \tilde{m}_2(f_2)) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}(f_1) \\ f_j \in \tilde{m}(f_2)}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)). \tag{5}$$

### Матрица предсказаний процедурного признака

Матрицу предсказания  $Z_r^p$  процедурного признака  $f_p$  всегда можно представить в следующем виде:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_1}^{r,c}, \bar{z}_{j_{1+1}}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_1}^{r,e}, \dots, \dots, \\ \bar{z}_{i_{k-1}+1}^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_k}^{r,c}, \bar{z}_{j_k+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_k}^{r,e}),$$

где  $\bar{z}_i^{r,c}$  — столбцы причин,  $\bar{z}_i^{r,e}$  — столбцы следствий.

Величину k будем называть актностью процедурного признака. В дальнейшем будем рассматривать простые матрицы предсказаний k-актного процедурного признака:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \bar{z}_2^{r,e}, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k-1}^{r,c}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{r,e}).$$

Краткая форма k-актного процедурного признака  $f_p$  имеет матрицу предсказания, в которой оставлены только первый столбец условий и последний столбец эффектов.

### Процедурный признак как правило

Любой элементарный процедурный признак  $f_p$ , распознаваемый R-автоматом  $R_i^j$ , можно представить в виде правила  $r_p = < F_C(f_p), F_A(f_p), F_D(f_p) >$ , в котором:

- ullet  $F_C(f_p)\subseteq F_i^j$  множество признаков условий правила:  $\forall f\in F_C(f_p)\; f\sqsubset^c f_p;$
- ullet  $F_A(f_p)\subseteq F_i^j$  множество добавляемых правилом признаков:  $\forall f\in F_A(f_p)\; f\sqsubset^e f_p, f
  otin F_C;$
- ullet  $F_D(f_p)\subseteq F_i^j$  множество удаляемых правилом признаков:  $orall f\in F_D(f_p)\ f
  otin F_A, f\in F_C.$

#### Свойство выполнимости

#### Определение 10

Процедурный признак  $f_p^1$  с матрицей предсказания  $Z=(\bar{z}_1^c,\bar{z}_2^e)$  выполняется на векторе z длины q, если  $z\cdot \bar{z}_1^c=\bar{z}_1^c$ .

Будем говорить, что процедурный признак  $f_p^1$  выполним в условиях процедурного признака  $f_p^2$ , если

- ullet оба признака распознаются одним и тем же R-автоматом  $R_i^j$  и признак  $f_p^1$  выполняется на столбце условий матрицы предсказания признака  $f_p^2$ ,
- $f_p^1\dashv R_1^{j_1}, f_p^2\dashv R_2^{j_2}$ , множества  $F_C(f_p^1)$  и  $F_C(f_p^2)$  состоят из одних и тех же признаков, образуемый вектор  $\tilde{z}$  (той же мощности, что и множество  $F_1^{j_1}$ ) элементы которого, соответствующие признакам из  $F_C(f_p^2)$  принимаются равными 1, остальные 0, и признак  $f_p^1$  выполним на векторе  $\tilde{z}$ .

### Свойство конфликтности

#### Определение 11

Будем говорить, что два процедурных признака  $f_p^1$  и  $f_p^2$  конфликтуют, если выполнено как минимум одно из следующих условий:

- $F_D(f_p^1) \cap F_A(f_p^2) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^2) \cap F_A(f_p^1) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^1) \cap F_C(f_p^2) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^2) \cap F_C(f_p^1) \neq \varnothing$ .

### Операции приведения признаков

#### Определение 12

Операцией сохраняющего приведения вектор-столбца  $ar{z}_1$  к множеству входных признаков  $F_{i_2}^{j_2}$  будем называть такой вектор  $ar{z}_3$  длины  $q_{i_2}^{j_2}$ , элемент которого  $z_{3k}=1$ , если  $f_{i_1}^{j_1}(k)=f_{i_2}^{j_2}(k)$  и  $z_{1k}=1$ , иначе  $z_{3k}=0$ , и обозначать  $(ar{z}_1 o F_{i_2}^{j_2})=ar{z}_3$ .

#### Определение 13

Операцией сужающего приведения вектор-столбца  $\bar{z}_1$  к некоторому столбцу  $\bar{z}_2$  R-автомата  $R_{i_2}^{j_2}$  будем называть такой вектор  $\bar{z}_3$  длины  $q_{i_2}^{j_2}$ , элемент которого  $z_{3k}=1$ , если  $f_{i_1}^{j_1}(k)=f_{i_2}^{j_2}(k)$ ,  $z_{2k}=1$  и  $z_{1k}=1$ , иначе  $z_{3k}=0$ , и обозначать  $(\bar{z}_1\Rightarrow\bar{z}_2)=\bar{z}_3$ .

### Опыт наблюдения

У субъекта имеется опыт наблюдения, который выражается в виде отношения  $\Psi_p^m$ :  $\tilde{p}\Psi_p^m\tilde{m}$ , или  $\Psi_p^m(\tilde{p})=\tilde{m}$ , в том случае, если  $\tilde{p}\in\tilde{P}$  является образом некоторого знака s, а  $\tilde{m}\in\tilde{M}$  — значением того же знака s.

Разработан итерационный алгоритм  $\mathfrak{A}_{pm}$  доопределения функции  $\Psi_p^m$ , который обеспечивает построение такого образа из множества признаков  $\hat{F}$ , при котором формируемое значение сходится к значению  $\tilde{m}^0=\{f_p\}$ , полученному из внешней среды.

## Теорема корректности алгоритма $\mathfrak{A}_{pm}$

Имеет место следующее утверждение.

#### Теорема 4

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{pm}$  корректен, т. е. последовательность значений  $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \ldots \rangle$ , которая строится с помощью алгоритма  $\mathfrak{A}_{pm}$  для значения  $\tilde{m}^0$ , полученного из внешней среды, сходится к  $\tilde{m}^0$ .

### Результаты

- Построена модель компонент знака элемента картины мира субъекта деятельности.
- Построены четыре типа операторов распознавания (два статических случая, динамический и иерархический случаи) в терминах алгебраической теории для образной компоненты знака.
- Доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств построенных в работе операторов распознавания.
- Построен алгоритм итерационного процесса формирования и связывания двух компонент знака.
- Исследована сходимость итерационного процесса формирования и связывания двух компонент знака.

# Спасибо за внимание!

ИСА РАН, лаб. «Динамические интеллектуальные системы», pan@isa.ru