Исследование образной и процедурной компонент картины мира субъекта деятельности

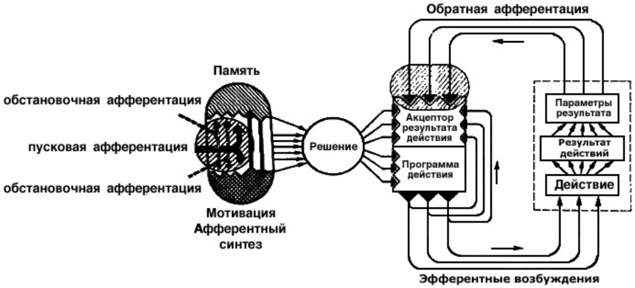
Александр Панов

ИСА РАН
научный руководитель д.ф.-м.н., проф. Г. С. Осипов

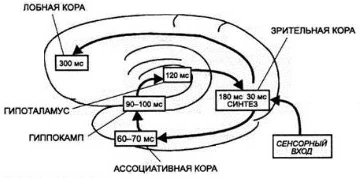
25 февраля 2015 г.

Проблема соотношени мозга и психики

Изучение физиологических основ психической деятельности и поведения человека привело к нахождению нейрофизиологических коррелятов многих низших психических и высших когнитивных функций. Однако единая математическая модель проявления психической функции на основе нейронного субстрата мозга до сих пор не построена.



Картина мира и нейрофизиология



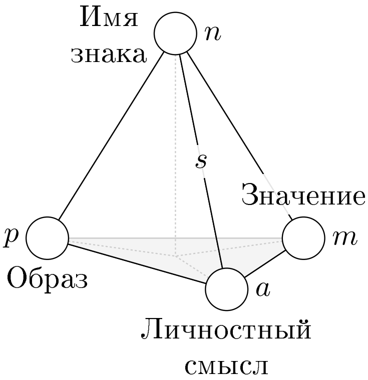
По нейрофизиологическим данным (В. Маунткасл,1981; Дж. Хокинс, 2009; С. Гроссберг, 2014), в том числе в *теории повторного входа* или *информационного синтеза* (Д. Эдельман, 1987; А. М. Иваницкий, 2010) возникновение ощущения, т. е. активизация некоторого элемента картины мира субъекта, происходит при замыкании контура распространения нервного возбуждения от сенсорного входа. При этом происходит наложение значения сигнала (гиппокамп) и эмоционального отношения к нему (гипоталамус) на поступившую сенсорную информацию.

Картина мира и психология

В *культурно—историческом подходе* (А. Р. Лурия, 1970; Л. Н. Выготский, 1982) вводится понятие знака как основного инструмента познавательной деятельности субъекта. В *теории деятельности* (А. Н. Леонтьев, 1975) раскрывается структура знака и его роль в формировании не только познавательной, но и любой другой деятельности субъекта.

По Леонтьеву образующими картины мира, т. е. компонентами знака, являются *образ*, *значение* и *личностный смысл*.«В значениях представлена преобразованная и свёрнутая в материи языка идеальная форма существования предметного мира ... раскрываемая в совокупной общественной практикой». Личностный смысл является «значением—для—меня».
«Движение, соединяющее абстрактное значение с чувственным миром, представляет собой одно из существеннейших движений сознания» (А. Н. Леонтьев).

Знак — элемент картины мира



Знак имеет следующие компоненты:

- имя,
- образ,
- значение и
- личностный смысл.

Предмет и цель исследования

Предмет исследования — построение моделей картины мира субъекта деятельности и некоторых когнитивных функций.

Целью исследования является разработка моделей и алгоритмов формирования пары образа и значения элемента знаковой картины мира субъекта деятельности.

Таким образом, в настоящей работе рассматриваются алгоритмы формирования двух основных компонент знака: образа и значения. Исследуется сходимость итерационного процесса связывания этих компонент и рассматриваются некоторые функции знаковой картины мира

Задачи исследования

В качестве модели компонент знака в работе строится специальный распознающий автомат, функционирование которого соответствует (с некоторыми упрощениями) нейрофизиологическим данным о работе указанных участков коры головного мозга человека.

В работе были поставлены и решены следующие задачи:

- исследовать автоматную функцию иерархии распознающих автоматов с заданным множеством состояний, полученными в результате процесса обучения (например, по алгоритму HTM или HQSOM);
- на основе построенной модели разработать итерационный алгоритм формирования и связывания двух основных компонент знака: образа и значения;
- исследовать сходимость построенного итерационного алгоритма.

Признаки и распознающие автоматы

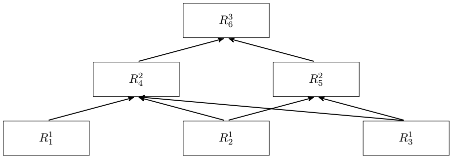
Для уточнения постановки задачи введём следующие объекты:

- $\mathcal{R}$ — совокупность распознающих автоматов или R-автоматов,
- $\mathcal{F}$ — совокупность допустимых признаков.

Введём бинарное отношение $\dashv$, определённое на декартовом произведении $\mathcal{F} \times \mathcal{R}$, и будем читать $f_k \dashv R_i^j$ как «признак f_k распознаётся R-автоматом R_i^j».

Множество всех распознаваемых R-автоматом R_i^j признаков будем обозначать F_i^{*j}, т. е. $\forall f^* \in F_i^{*j}\, f^* \dashv R_i^j, F_i^{*j} \subseteq \mathcal{F}$.

Иерархия распознающих автоматов



Представим иерархию в виде связного ориентированного ярусного граф $G_R = (V, E)$:

- $V = \mathcal{R}$ — множество вершин,
- $E \subset \mathcal{R} \times \mathcal{R}$ — множество рёбер,
- каждая вершина, принадлежащая j-ому ярусу графа G_R, является R-автоматом R_i^j уровня j,
- каждое ребро $e = (R_{i_1}^{j_1}, R_{i_2}^{j_2}) \in E$ обозначает иерархическую связь между дочерним R-автоматом $R_{i_1}^{j_1}$ и R-автоматом — родителем $R_{i_2}^{j_2}$.

Входные признаки и функции распознавания

Введём следующие определения.

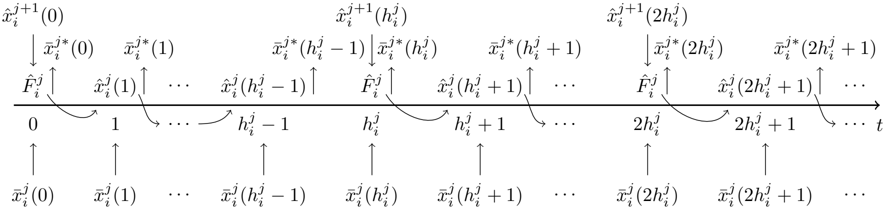
- Признак $f \dashv R_k^{j-1}$ называется входным для R-автомата R_i^j, если R_k^{j-1} является дочерним автоматом по отношению к R_i^j. Всё множество входных признаков для R_i^j будем обозначать F_i^j.
- Для каждого признака $f^* \in F_i^{*j}$ введём *функцию распознавания* $\hat{f}(x_1, \ldots, x_q) = x^*$, где $x^* \in (0,1)$ — вес распознаваемого признака f^*, а $x_1, \ldots, x_q \in (0,1)$ — веса признаков из множества входных признаков F_i^j. Всю совокупность функций распознавания для R_i^j будем обозначать $\hat{F}_i^j$.

Задача исследования образной компоненты

Таким образом задача состоит в следующем:

- построить алгоритм вычисления автоматной функции распознающего автомата,
- построить четыре типа операторов распознавания (два статических для начального и промежуточного моментов времени, динамический и иерархический),
- на основе этих операторов исследовать автоматную функцию и
- доказать теоремы о корректности линейных замыканий построенных операторов.

Динамика распознающего автомата



- вектор $\bar{x}_i^j(t)$ длины l_i^j — входной сигнал (вектор весов входных признаков),
- вектор $\bar{x}_i^{*j}(t)$ длины l_i^j — выходной сигнал (вектор весов распознаваемых признаков),
- вектор $\hat{x}_i^{j+1}(t)$ длины q_i^{j+1} — управляющий вектор, задающий начальное состояние в моменты времени $0, h_i^j, 2h_i^j, \ldots$,
- вектор $\hat{x}_i^j(t)$ длины q_i^j — вектор состояния (вектор ожиданий входных признаков в следующий момент времени),
- h_i^j — глубина памяти R-автомата R_i^j.

Входы и выходы распознающего автомата

$$F_i^{*j}\left\{\begin{array}{llllllll} f_1^*: & x_{11}^* \to & x_{21}^* \to & \cdots \to & x_{t1}^* \to & \cdots \to & x_{h_i^j 1}^* \\ f_2^*: & x_{12}^* \to & x_{22}^* \to & \cdots \to & x_{t2}^* \to & \cdots \to & x_{h_i^j 2}^* \\ \cdots & \cdots & \cdots & & \cdots & & \cdots \\ f_{l_i^j}^*: & x_{1l_i^j}^* \to & x_{2l_i^j}^* \to & \cdots \to & x_{tl_i^j}^* \to & \cdots \to & x_{h_i^j l_i^j}^* \end{array}\right\}\eta_{i\Delta t}^j$$

$$\uparrow \bar{x}^*(t_1) \quad \uparrow \bar{x}^*(t_2) \quad \uparrow \bar{x}^*(t) \quad \uparrow \bar{x}^*(h_i^j)$$

$\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s) = (\hat{x}_{i1}^{j+1}, \ldots, \hat{x}_{il_i^j}^{j+1})$ $\to$

R_i^j — распознающий автомат
$\hat{F}_i^j = \{\hat{f}_1, \ldots, \hat{f}_{l_i^j}\}$ — функции распознавания

$t_1 = \tau_s$	t_2	t	$\tau_s + h_i^j$	время
$\hat{x}_i^j(t_1)$	$\hat{x}_i^j(t_2)$	$\hat{x}_i^j(t)$	$\hat{x}_i^j(h_i^j)$	состояния

$\to \hat{x}_i^j(t) = (\hat{x}_{i1}^j, \ldots, \hat{x}_{iq_i^j}^j)$

$$\uparrow \bar{x}(t_1) \quad \uparrow \bar{x}(t_2) \quad \uparrow \bar{x}(t) \quad \uparrow \bar{x}(h_i^j)$$

$$F_i^{j}\left\{\begin{array}{llllllll} f_1: & x_{11} \to & x_{21} \to & \cdots \to & x_{t1} \to & \cdots \to & x_{h_i^j 1} \\ f_2: & x_{12} \to & x_{22} \to & \cdots \to & x_{t2} \to & \cdots \to & x_{h_i^j 2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & & \cdots & & \cdots \\ f_{q_i^j}: & x_{1l_i^j} \to & x_{2l_i^j} \to & \cdots \to & x_{tl_i^j} \to & \cdots \to & x_{h_i^j q_i^j} \end{array}\right\}\omega_{i\Delta t}^j$$

Матрица предсказаний

Для определения состояния R-автомата и его автоматной функции, поставим каждой функции распознавания $\hat{f}_k$ из множества $\hat{F}$ в соответствие набор булевых матриц предсказания $Z_k = \{Z_1^k, \ldots, Z_m^k\}$ размерности $q \times h$. Тогда

- столбец $\bar{z}_u^r = (z_{u1}^k, \ldots, z_{uq}^k)$ матрицы Z_r^k — это вектор предсказания входных признаков из множества F_i^j в момент времени $\tau_s + u$, $z_{uv}^k \in \{0, 1\}$,
- матрица Z_r^k задаёт последовательность битовых векторов, наличие бита в котором свидетельствует о присутствии распознаваемого функцией $\hat{f}_k$ признака,
- $\mathcal{Z}$ — множество всех матриц предсказания R-автомата R.

Входные и выходные функции

Таким образом, R-автомат R является бесконечным автоматом Мили с переменной структурой и конечной памятью и определяется следующим набором $R =< X \times \hat{X}^{j+1}, 2^{\mathcal{Z}}, X^* \times \hat{X}^j, \varphi, \vec{\eta} >$, где

- X — множество входных сигналов,
- X^* — множество выходных сигналов,
- $\hat{X}^{j+1}$ — множество управляющих сигналов с верхнего уровня иерархии,
- $\hat{X}^j$ — множество управляющих сигналов на нижний уровень иерархии,
- $2^{\mathcal{Z}}$ — множество состояний (множество подмножеств множества матриц предсказания),
- $\varphi : X \times \hat{X}^{j+1} \to 2^{\mathcal{Z}}$ — функция переходов,
- $\vec{\eta} : 2^{\mathcal{Z}} \to X^* \times \hat{X}^j$ — вектор—функция выходов.

Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ функционирования R-автомата

В работе построен пороговый алгоритм $\mathfrak{A}_{th}(c_1, c_2)$ вычисления функции переходов φ и выходной функции $\vec{\eta}$ по начальному моменту времени τ_s, управляющему воздействию $\hat{x}^{j+1}(\tau_s)$ и входному воздействию ω.

Для исследования автоматной функции на основании разработанного алгоритма ниже будут построены 4 типа операторов распознавания, сформулированы задачи классификации и доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств этих операторов.

Статический оператор распознавания

Зафиксируем момент времени t, равный началу некоторого s-го вычислительного цикла τ_s, т. е. рассмотрим первый этап алгоритма $\mathfrak{A}_{th}$ — задание начального состояния R-автомата.

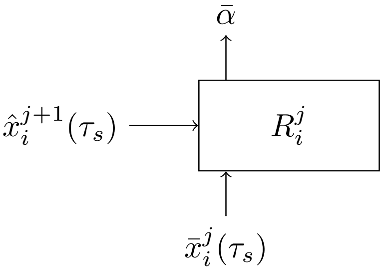
В этом случае, R-автомат R можно рассматривать как статический оператор распознавания $R(\hat{x}^{j+1}, \mathcal{Z}, \bar{x}) = \bar{x}^*$.

Задача классификации в статическом случае

Пусть

- $\mathcal{Q}$ — совокупность задач классификации,
- $\mathcal{A}$ — множество алгоритмов, переводящих пары $(\hat{x}, \bar{x})$ в вектора $\bar{\beta}$, составленные из элементов $0, 1, \Delta : A(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\beta}$.

Задача $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha}) \in \mathcal{Q}$ состоит в построении алгоритма, вычисляющего по поступившему вектору ожиданий $\hat{x}$ и входному вектору $\bar{x}$ значения информационного вектора $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_l), \alpha_i \in \{0, 1\}$ присутствия признаков $f_1^*, \dots, f_l^*$.



Свойство корректности алгоритма

Определение 1

Алгоритм A называется корректным для задачи Q, если выполнено равенство

$$A(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\alpha}.$$

Алгоритм A, не являющийся корректным для Q, называется некорректным.

Далее будем считать, что множество $\mathcal{A}$ является совокупностью, вообще говоря, некорректных алгоритмов.

Разложение алгоритма классификации

Утверждение 1 (аналог теоремы Ю. И. Журавлёва о введении пространства оценок)

Каждый алгоритм $A \in \mathcal{A}$ представим как последовательность выполнения алгоритмов R и C, где $R(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{x}^*$, $\bar{x}^*$ — вектор действительных чисел, $C(\bar{x}^*) = \bar{\beta}$, $\beta_i \in \{0, 1, \Delta\}$.

- R — оператор распознавания,
- C — решающее правило.

Решающее правило и операции над алгоритмами

Определение 2

Решающее правило C^* называется корректным на множестве входных векторов X, если для всякого вектора $\bar{x}$ из X существует хотя бы один числовой вектор $\bar{x}^*$ такой, что $C^*(\bar{x}^*) = \bar{\alpha}$, где $\bar{\alpha}$ — информационный вектор входного вектора $\bar{x}$.

В множестве операторов $\mathcal{R}$ введём операции умножения на скаляр, сложения и умножения. Пусть r' — скаляр, $R', R'' \in \mathcal{R}$. Определим операторы $r' \cdot R'$, $R' + R''$ и $R \cdot R''$ следующим образом:

$$r' \cdot R' = (r' \cdot x_1^{*\prime}, \dots, r' \cdot x_l^{*\prime}), \tag{1}$$

$$R' + R'' = (x_1^{*\prime} + x_1^{*\prime\prime}, \dots, x_1^{*\prime} + x_l^{*\prime\prime}), \tag{2}$$

$$R' \cdot R'' = (x_1^{*\prime} \cdot x_1^{*\prime\prime}, \dots, x_1^{*\prime} \cdot x_l^{*\prime\prime}). \tag{3}$$

Замыкание множества алгоритмов

Утверждение 2

Замыкание $L(\mathcal{R})$ *множества* $\mathcal{R}$ *относительно операций* (1) *и* (2) *является векторным пространством.*

Утверждение 3

Замыкание $\mathfrak{U}(\mathcal{R})$ *множества* $\mathcal{R}$ *относительно операций* (1), (2) *и* (3) *является ассоциативной линейной алгеброй с коммутативным умножением.*

Определение 3

Множества $L(\mathcal{A})$ *и* $\mathfrak{U}(\mathcal{A})$ *алгоритмов* $A = R{\cdot}C^*$ *таких, что* $R{\in}L(\mathcal{R})$ *и* $R \in \mathfrak{U}(\mathcal{R})$, *называются линейными и алгебраическими замыканиями множества* $\mathcal{A}$ *соответственно.*

Свойство полноты задачи

Зафиксируем пару $(\hat{x}, \bar{x})$ управляющего вектора и входного вектора. Будем рассматривать задачи $Q(\hat{x}, \bar{x})$, обладающие следующим свойством относительно множества операторов распознавания $\mathcal{R}$.

Определение 4

Если множество векторов $\{R(\hat{x}, \bar{x}) | R \in \mathcal{R}\}$ содержит базис в пространстве числовых векторов длины l, то задача $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$ называется полной относительно $\mathcal{R}$.

Связь свойств полноты и корректности

Имеет место следующее утверждение.

Утверждение 4 (аналог теоремы Журавлёва о корректности линейного замыкания)

Если множество задач $\mathcal{Q}$ состоит лишь из задач, полных относительно $\mathcal{R}$, то линейное замыкание $L(\{R \cdot C^* | R \in \mathcal{R}\})$ (C^* — произвольное фиксированное корректное решающее правило) является корректным относительно $\mathcal{Q}$.

Теорема корректности в статическом случае

Будем рассматривать только такие задачи $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$, для которых удовлетворяется следующее условие: $\exists k$ такое, что x_k является k-ым элементом вектора $\bar{x}$ и $x_k = 1$.

В работе доказано следующее утверждение.

Теорема 1

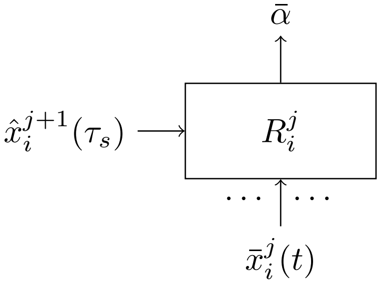
Линейное замыкание $L(\mathcal{A})$ семейства алгоритмов $\mathcal{A} = \{R \cdot C^* | R \in \mathcal{R}\}$ с произвольным корректным решающим правилом C^* и операторами распознавания $\mathcal{R}$, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на $\mathcal{Q}$.

Операторы распознавания R^t

Пусть $\tau_s < t < \tau_s + h$, тогда операторы распознавания примут вид $R(\hat{x}^{j+1}(t), \mathcal{Z}, \bar{x}(t))$, кратко R^t.

Для этих операторов постановка задачи распознавания выглядит таким же образом как и для операторов R, формулировки определений полноты и корректности идентичны.

Теорема о корректности линейного замыкания $L(\{R^t \cdot C^* | R^t \in \mathcal{R}^t\})$ доказывается аналогично.

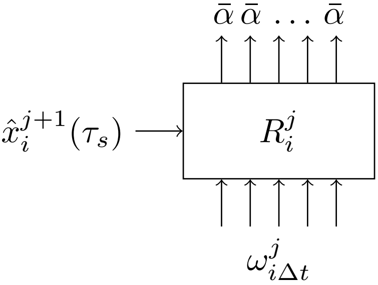


Динамические операторы распознавания

Будем фиксировать не конкретный момент времени t, а полуинтервал $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h)$.

В этом случае R-автомат R можно рассматривать как *динамический оператор распознавания* $\hat{R}(\hat{x}^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}) = \gamma_{\Delta t}$

- принимающий функцию входного воздействия ω и
- выдающий функцию выходной величины γ.



Задача классификации в динамическом случае

Задача $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ состоит в построении алгоритма $\hat{A}$, вычисляющего по поступившему начальному (управляющему) вектору ожиданий $\hat{x}$ и матрице входных воздействий $\omega_{\Delta t}$ последовательность векторов $\beta_{\Delta t}$, монотонно сходящуюся к информационному вектору $\bar{\alpha}$.

Искомый оператор распознавания $\hat{R}$ должен выдавать весовую матрицу распознаваемых признаков $\gamma_{\Delta t}$, столбцы которой должны сходиться (с учётом корректного решающего правила) к информационному вектору: $\lim_{t \to \tau_s + h} \bar{x}^*(t) = \bar{\alpha}$.

Свойство корректности алгоритма в динамическом случае

Определение 5

Алгоритм $\hat{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \beta_{\Delta t} = (\bar{\beta}_1, \ldots, \bar{\beta}_h)$ *называется корректным для задачи* $\hat{Q}$, *если выполнено условие*

$$\|\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}\| \geqslant \|\bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}\| \geqslant \cdots \geqslant \|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\|,$$

причём $\|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\| = 0$. $\|\bar{\beta}_i - \bar{\alpha}\| = \sum_j (\beta_{ij} - \alpha_j)$, *где* $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$, *если* $\beta_{ij} = \alpha_j$, $\beta_{ij} - \alpha_j = \frac{1}{2}$, *если* $\beta_{ij} = \Delta$, *и* $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$ *иначе. Алгоритм* $\hat{A}$, *не являющийся корректным для* $\hat{Q}$, *называется некорректным.*

Разложимость алгоритма в динамическом случае

Утверждение 5

Каждый алгоритм $\hat{A} \in \hat{\mathcal{A}}$ представим как последовательность выполнения алгоритмов $\hat{R}$ и $\hat{C}$, где $\hat{R}(\hat{x}, \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}) = \gamma_{\Delta t}$, $\gamma_{\Delta t}$ — матрица действительных чисел, $\hat{C}(\gamma_{\Delta t}) = \beta_{\Delta t}$, $\beta_{\Delta t}$ — матрица значений $\beta_{ij} \in \{0, 1, \Delta\}$.

Корректное решающее правило

Корректное решающее правило $\hat{C}^*$ для матрицы $\gamma_{\Delta t}$ определяется через набор корректных правил для векторов $(C_1^*, \ldots, C_h^*)$ таких, что

$$\|C_1^*(\bar{x}^*(\tau_s)) - \bar{\alpha}\| \geqslant \|C_2^*(\bar{x}^*(\tau_s + 1)) - \bar{\alpha}\| \geqslant \cdots \geqslant$$

$$\geqslant \|C_h^*(\bar{x}^*(\tau_s + h - 1)) - \bar{\alpha}\|,$$

причём последняя норма равна нулю. В простейшем случае $\forall i$ $C_i^*(\bar{x}^*(\tau_s + i)) = \bar{\alpha}$.

Аналогично статическому случаю вводятся определения линейного $L(\hat{\mathcal{R}})$ и алгебраического $\mathfrak{U}(\hat{\mathcal{R}})$ замыкания над множеством $\hat{\mathcal{R}}$.

Основная теорема корректности в динамическом случае

Зафиксируем начальный вектор ожиданий $\hat{x}$ и последовательность входных векторов $\omega_{\Delta t}$.

Если, как и в статическом случае, будем рассматривать только такие задачи $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$, для которых в матрице $\omega_{\Delta t}$ в каждом столбце с номером s $\exists k$ такое, что x_{sk} является k-ым элементом вектора $\bar{x}(\tau_s + s)$ и $x_{sk} = 1$, то можно сформулировать следующую теорему.

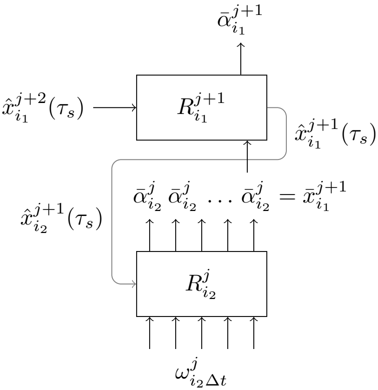
В работе доказано следующее утверждение.

Теорема 2

Линейное замыкание $L(\hat{\mathcal{A}})$ семейства алгоритмов $\hat{\mathcal{A}} = \{\hat{R} \cdot \hat{C}^* | \hat{R} \in \hat{\mathcal{R}}\}$ с произвольным корректным решающим правилом $\hat{C}^*$ и операторами распознавания $\hat{\mathcal{R}}$, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на $\hat{Q}$.

Иерархический оператор распознавания

Рассмотрим пример из двухуровневой иерархии, на каждом уровне которой находится по одному оператору: статический $R_{i_1}^{j+1}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \bar{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ на верхнем уровне и динамический $\hat{R}_{i_2}^{j}(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \omega_{i_2 \Delta t}^{j}, \bar{\alpha}_{i_2}^{j})$ — на нижнем.



Эту иерархию можно рассматривать как *иерархический оператор распознавания* $\hat{R}_{e,j}^{2}(\hat{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_{i_1}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_2}^{j}, \omega_{i_2 \Delta t}^{j}) = \bar{x}_{i_1}^{*j+1}$.

Задача классификации в случае двухуровневой иерархии

Задача $\hat{Q}^2_{e,j}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^{j}, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ состоит в построении алгоритма $\hat{A}_e$, вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$ и матрице входных воздействий $\omega_{i_2\Delta t}^{j}$ значения информационного вектора $\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1}$.

Основная теорема корректности в иерархическом случае

Зафиксируем начальный вектор ожиданий $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$ и последовательность входных векторов $\omega_{i_2\Delta t}^{j}$. Если рассматривать только такие задачи $\hat{Q}_{e,j}^{2}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^{j}, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$, для которых в матрице $\omega_{i_2\Delta t}^{j}$ в каждом столбце с номером s $\exists k$ такое, что x_{sk} является k-ым элементом вектора $\bar{x}_{i_2}^{j}(\tau_s + s)$ и $x_{sk} = 1$, то можно сформулировать следующую теорему.

В работе доказано следующее утверждение.

Теорема 3

Линейное замыкание $L(\hat{\mathcal{A}}_e)$ семейства алгоритмов $\hat{\mathcal{A}}_e = \{\hat{R}_{e,j}^2 \cdot \hat{C}_e^* | \hat{R}_{e,j}^2 \in \hat{\mathcal{R}}_{e,j}^2\}$ с произвольным корректным решающим правилом $\hat{C}_e^*$ и операторами распознавания $\hat{\mathcal{R}}_{e,j}^2$, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на множестве задач $\hat{Q}_{e,j}^2$.

Формирование пары «образ — значение»

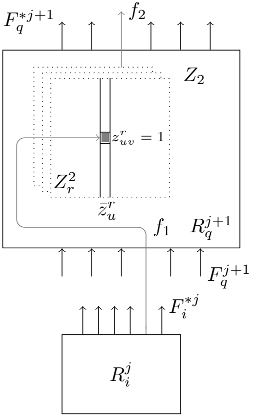
Следующая задача заключается в рассмотрении формирования пары «образ — значение» элемента картины мира субъекта под управлением некоторого значения.

Уточним эту постановку задачи.

Отношения иерархичности признаков

Введём семейство бинарных отношений $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$, определённых на декартовом произведении $\mathcal{F} \times \mathcal{F}$.

Признак f_1 поглощается признаком f_2: $f_1 \sqsubset f_2$, в том случае, если $f_1 \dashv R_i^j, f_2 \dashv R_k^{j+1}$, R_k^{j+1} — родительский R-автомат по отношению к R_i^j и в множестве матриц предсказания Z_2 признака f_2 существует как минимум одна матрица Z_r^2, содержащая некоторый столбец $\bar{z}_u^r$ с элементом $z_{uv}^r \neq 0$, где v — индекс признака f_1 во входном векторе для R-автомата R_2^{j+1}.



Процедрные и объектные признаки

Значение будем рассматривать как множество правил, каждое из которых соответствует некоторому действию. Правило для простоты будем представлять в виде пары «условия — эффект действия» так, как это принято в искусственном интеллекте.

Введём операцию Λ, которая по множеству матриц распознавания $\mathcal{Z}_k$ признака f_k определяет два набора индексов столбцов матриц из Z_k. Первый набор $I_c = \{i_1^c, i_2^c, \dots\}$, $\forall k\ 0 \leqslant i_k^c < h$, составляют индексы *столбцов условий*, в которых ненулевые элементы определяют условия проявления признака f_k. Второй набор $I_e = \{i_1^e, i_2^e, \dots\}$, $\forall k\ 0 \leqslant i_k^e < h$, состоит из индексов *столбцов эффектов*, в которых ненулевые элементы определяют эффекты проявления признака f_k.

Процедрные и объектные признаки

Определение 6

Признаки, для матриц предсказания которых процедура Λ выдаёт не пустые множества индексов I_c и I_e, будем называть процедурными признаками, остальные — объектными признаками.

Пополним семейство отношений $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$ двумя отношениями: $\sqsubset^c$ и $\sqsubset^e$, принадлежность к которым пары признаков (f_1, f_2) свидетельствует о том, что признак f_1 присутствует соответственно в столбце условий и эффектов как минимум в одной матрице предсказания процедурного признака f_2.

Образ знака

Определение 7

Если f_1 — признак, соответствующий знаку s_1, то подмножество $\tilde{p}(f_1)$ множества $\mathcal{F}$ таких признаков, что $\forall f_i \in \tilde{p}(f_1) f_i \sqsubset f_1$, будем называть образом знака s_1 (признака f_1).

На множестве всех образов $\tilde{P}$ введём метрику $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2))$, вычисляемую по следующему правилу:

- если f_1 и f_2 распознаются разнымиR-автоматами, т.е. $f_1 \dashv R_i^j, f_2 \dashv R_k^i$, то $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \infty$,
- если f_1 и f_2 распознаются одним и тем же R-автоматом R_i^j со множеством входных признаков F_1^j мощности q и характерным временем h, то

$$\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \min_{\substack{Z_r^1 \in Z_1 \\ Z_s^2 \in Z_2}} \frac{1}{q \cdot h} \sum_{u=1}^{h} \|\bar{z}_u^r - \bar{z}_u^s\|. \tag{4}$$

Значение знака

Определение 8

Если f_1 — признак, соответствующий знаку s_1, f_2 — процедурный признак и $f_1 \sqsubset^c f_2$, то будем называть f_2 элементом значения знака s_1 (признака f_1). Множество всех элементов значения признака f_1 будем обозначать $\tilde{m}(f_1)$.

На множестве всех значений $\tilde{M}$ введём метрику $\rho_m(\tilde{m}(f_1), \tilde{m}(f_2))$ следующим образом:

$$\rho_m(\tilde{m}_1(f_1), \tilde{m}_2(f_2)) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}(f_1) \\ f_j \in \tilde{m}(f_2)}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)). \quad (5)$$

Процедурный признак как правило

Любой элементарный процедурный признак f_p, распознаваемый R-автоматом R, можно представить в виде правила $r_p =< F_C(f_p), F_A(f_p), F_D(f_p) >$, в котором:

- $F_C(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество признаков — условий правила: $\forall f \in F_C(f_p)\ f \sqsubset^c f_p$;
- $F_A(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество добавляемых правилом признаков: $\forall f \in F_A(f_p)\ f \sqsubset^e f_p, f \notin F_C$;
- $F_D(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество удаляемых правилом признаков: $\forall f \in F_D(f_p)\ f \notin F_A, f \in F_C$.

Опыт наблюдения

У субъекта имеется опыт наблюдения, который выражается в виде отношения Ψ_p^m: $\Psi_p^m(\tilde{p}) = \tilde{m}$, в том случае, если $\tilde{p} \in \tilde{P}$ является образом некоторого знака s, а $\tilde{m} \in \tilde{M}$ – значением того же знака s.

Построен итерационный алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m, который обеспечивает формирование такого образа из множества признаков $\hat{F}$, при котором формируемое значение сходится к заданному значению $\tilde{m}^0 = \{f_p\}$. Полученные образ и значение служат основной для образования нового знака.

Теорема корректности алгоритма $\mathfrak{A}_{pm}$

Имеет место следующее утверждение.

Теорема 4

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ корректен, т. е. последовательность значений $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \ldots \rangle$, которая строится с помощью алгоритма $\mathfrak{A}_{pm}$ для значения $\tilde{m}^0$, полученного из внешней среды, сходится к $\tilde{m}^0$.

Результаты

1. Построена модель компонент знака — элемента картины мира субъекта деятельности.
2. Построены четыре типа операторов распознавания (два статических оператора, динамический и иерархический операторы) в терминах алгебраической теории для образной компоненты знака.
3. Доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств построенных в работе операторов распознавания.
4. Построен итерационный алгоритм формирования и связывания двух компонент знака: образа и значения.
5. Исследована сходимость итерационного алгоритма формирования и связывания двух компонент знака.

Спасибо за внимание!

ИСА РАН, лаб. «Динамические интеллектуальные системы»,
pan@isa.ru

Динамические операторы распознавания

Действие динамического оператора $\hat{R}_i^j$ можно заменить последовательным действием статических операторов

$$R(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s)), R^1(\hat{x}_i^j(\tau_s+1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s+1)), \dots,$$

$$R^{h_i^j-1}(\hat{x}_i^j(\tau_s+h_i^j-1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s+h_i^j-1)),$$

выдающих последовательность

$$\{\bar{x}_i^{*j}(t) | t \in |\Delta t\} = \{\bar{x}_i^{*j}(\tau_s), \bar{x}_i^{*j}(\tau_s+1), \dots, \bar{x}_i^{*j}(\tau_s+h_i^j-1)\}.$$

Так как параметр h_i^j фиксирован, то конечные последовательности векторов $\omega_{i\Delta t}^j$ и $\gamma_{i\Delta t}^j$ можно считать матрицами размерности $l_i^j \times h_i^j$. Далее будем опускать индексы i и j.