

# Исследование образной и процедурной компонент элементов картины мира субъекта деятельности

Александр Панов

ИСА РАН

научный руководитель д.ф.-м.н., проф. Г. С. Осипов

6 ноября 2014 г.

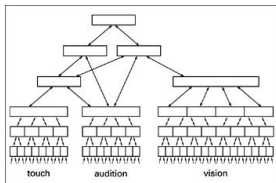
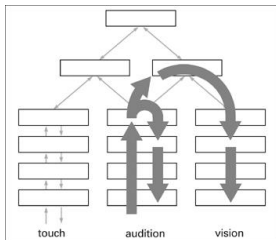
# Картина мира субъекта деятельности

Картина мира человека представляет собой сложное психофизиологическое образование, позволяющее ему как субъекту деятельности на материальном субстрате головного мозга строить модель действительности и на основе этой модели выполнять различные психические функции:

- восприятие,
- планирование,
- целеполагание,
- категоризация,
- обобщение и др.

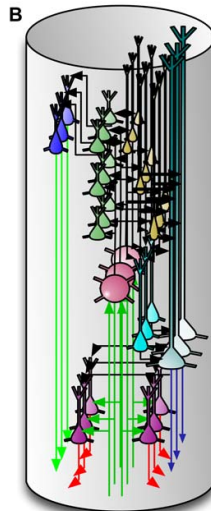
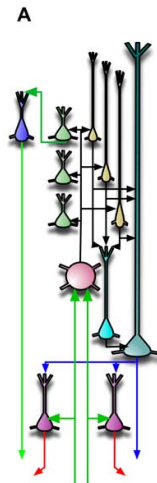
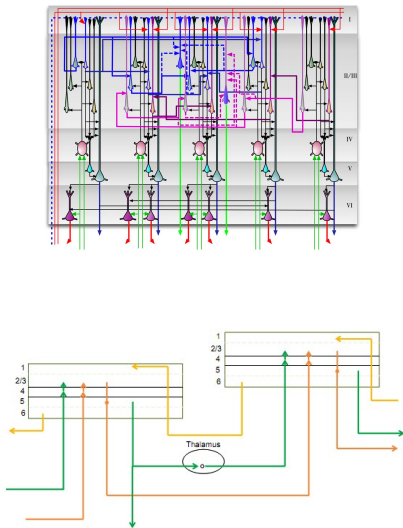
# Современные представления о принципах работы коры головного мозга

Маунткэсл, Эдельман, Хокинс:



- неокортекс состоит из элементарных составных элементов, которые имеют одинаковое строение на всех участках коры,
- колонки латеральными связями объединены в регионы,
- неокортекс хранит последовательности паттернов,
- неокортекс воспроизводит паттерны автоассоциативно,
- неокортекс предсказывает паттерны,
- неокортекс хранит паттерны в инвариантной иерархической форме.

# Слои и колонки неокортекса



# Основные принципы модели

С целью проведения исследования модели были приняты следующие упрощения:

- дискретность во времени,
- простейшая строгая иерархия со связями только между ближайшими уровнями,
- обратная связь только по предсказанию, без моторной части,
- гипотеза одинаковой длительности для одной тематики,
- гипотеза «всегда начинаем с начала»,
- пороговая модель принятия решений,
- подавление непредвиденного сигнала.

# Признаки и распознающие блоки

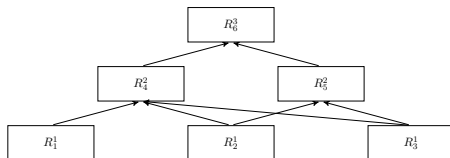
Пусть заданы следующие множества:

- $\{R_i^j\}$  — совокупность распознающих блоков,
- $\{f_k\}$  — совокупность допустимых признаков.

Введём бинарное отношение  $\dashv$ , определённое на декартовом произведении  $\{f_k\} \times \{R_i^j\}$ , и будем читать  $f_k \dashv R_i^j$  как «признак  $f_k$  распознаётся блоком  $R_i^j$ ».

Множество всех распознаваемых блоком  $R_i^j$  признаков будем обозначать  $F_i^{*j}$ , т. е.  $\forall f^* \in F_i^{*j} f^* \dashv R_i^j, F_i^{*j} \subseteq \{f_k\}$ .

# Иерархия распознающих блоков



Рассмотрим связный ориентированный (ярусный) граф  $G_R = (V, E)$ :

- $V$  — множество вершин,
- $E$  — множество рёбер,
- каждая вершина  $v$ , принадлежащая  $j$ -ому ярусу графа  $G_R$ , связана с соответствующим распознающим блоком  $R_i^j$  уровня  $j$ ,
- каждое ребро  $e = (v, u) \in E$  обозначает иерархическую связь между соответствующим вершине  $v$  дочерним блоком  $R_{i_1}^{j_1}$  и соответствующим вершине  $u$  блоком—родителем  $R_{i_2}^{j_2}$ .

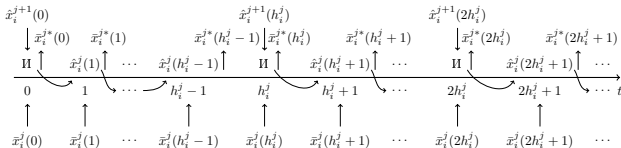
# Входные признаки и функции распознавания

Определим:

- для каждого распознающего блока  $R_i^j$  множество  $F_i^j \subseteq \{f_k\}$  — совокупность входных признаков, в которую входят такие признаки, что для любого  $f \in F_i^j$  существует распознающий блок  $R_k^{j-1}$  уровня  $j-1$ , дочерний по отношению к блоку  $R_i^j$ , такой, что  $f \in R_k^{j-1}$
- для каждого признака  $f^* \in F_i^{*j}$  — функцию распознавания  $\hat{f}(x_1, \dots, x_q) = x^*$ , где  $x^* \in (0, 1)$  — вес распознаваемого признака  $f^*$ , а  $x_1, \dots, x_q \in (0, 1)$  — вес признаков из множества входных признаков  $F_i^j$ ,
- множество  $\hat{F}_i^j$  — совокупность функций распознавания для блока  $R_i^j$ .



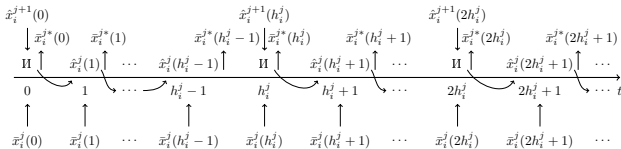
# Динамика распознающего блока



Пусть

- $l_i^j$  — мощность множества измеряемых признаков  $F_i^{*j}$  и множества функций измерения  $\hat{F}_i^j$ ,
- $q_i^j$  — мощность множества входных признаков  $F_i^j$ ,
- $T_i^j$  — упорядоченное множество локальных моментов времени  $T_i^j$  для распознающего блока  $R_i^j$ ,
- $h_i^j$  — характерный масштаб времени, за который происходит один цикл вычисления в распознающем блоке  $R_i^j$ .

# Динамика распознающего блока

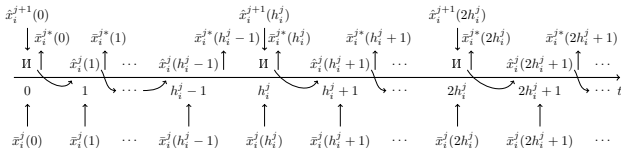


В начале  $s$ -ого цикла вычисления (момент времени  $\tau_s \in T_i^j$ ) распознающий блок  $R_i^j$  получает на вход вектор длины  $l_i^j$  ожиданий  $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$ :

$$\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s) = \frac{1}{N_i^j} \sum_{k \in K_i^{j+1}} \hat{x}_k^{j+1}(\tau_s),$$

где  $N_i^j$  — количество родительских блоков,  $K_i^{j+1}$  — множество индексов родительских относительно  $R_i^j$  распознающих блоков.

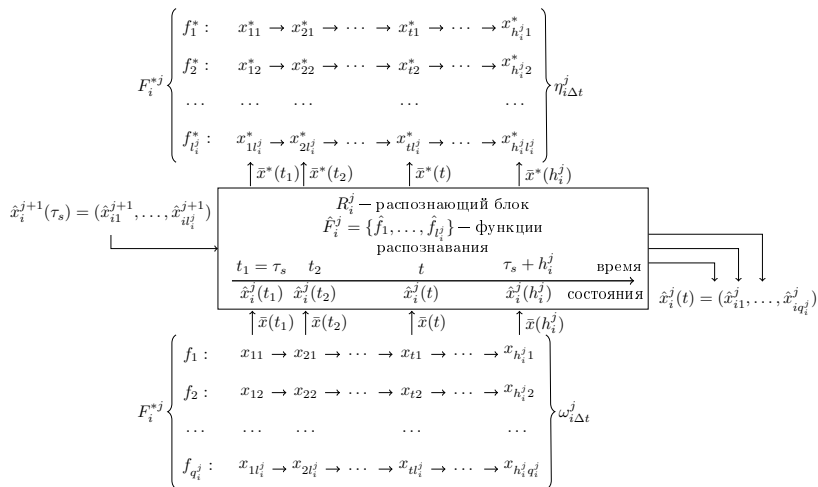
# Динамика распознающего блока



В каждый момент времени  $t \in T_i^j$ ,  $\tau_s \leq t \leq \tau_s + h_i^j$ , распознающий блок  $R_i^j$

- получает на вход весовой вектор  $\bar{x}_i^j(t)$  длины  $l_i^j$  присутствия входных признаков из множества  $F_i^j$ ,
- вычисляет выходной весовой вектор  $\bar{x}_i^{*j}(t)$  длины  $l_i^j$  присутствия измеряемых признаков из множества  $F_i^{*j}$ ,
- вычисляет вектор длины  $q_i^j$  ожиданий  $\hat{x}_i^j(t)$  присутствия входных признаков в следующий момент времени.

# Схема входных и выходных отображений



# Входные и выходные отображения

Пусть

- $X_i^{*j}$  — множество возможных мгновенных значений выходных векторов распознающего блока  $R_i^j$ ,
- $X_i^j$  — множество возможных мгновенных значений весовых векторов присутствия входных признаков,
- $\hat{X}_i^j$  — множество всех возможных мгновенных значений векторов ожиданий или множество состояний распознающего блока  $R_i^j$ ,
- $\omega_i^j : T \rightarrow X_i^j$  — входное воздействие в смысле теории динамических систем,
- $\gamma_i^j : T \rightarrow X_i^{*j}$  — выходная величина,
- $\varphi_i^j(t; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j$  — функция переходов,
- $\eta_i^j : T \times \hat{X}_i^j \rightarrow X_i^{*j}$  — выходное отображение, определяющее выходные вектора  $\bar{x}_i^{*j}(t) = \eta(t, \hat{x}_i^j(t))$ .

# Матрица предсказаний

Будем считать множество моментов времени  $T$  множеством целых чисел. Тогда распознающий блок  $R_i^j$  будет являться *динамической системой с дискретным временем*.

Поставим каждой функции измерения  $\hat{f}_k$  из множества  $\hat{F}_i^j$  в соответствие набор матриц предсказания  $Z_k = \{Z_1^k, \dots, Z_m^k\}$  размерности  $q_i^j \times h_i^j$ . Тогда

- столбец  $\bar{z}_u^r = (z_{u1}^k, \dots, z_{uq}^k)$  матрицы  $Z_r^k$  — это вектор предсказания присутствия входных признаков из множества  $F_i^j$  в момент времени  $\tau_s + u$ ,  $z_{uv}^k \in \{0, 1\}$ ,
- матрица  $Z_r^k$  задаёт последовательность событий, наличие которых свидетельствует о присутствии измеряемого функцией  $\hat{f}_k$  признака,
- $Z_i^j$  — множество всех матриц предсказания распознающего блока  $R_i^j$ .

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{th}$  (часть I, инициализация)

---

**Require:**  $\tau_s, \hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \omega_i^j;$

**Ensure:**  $\varphi_i^j, \eta_i^j;$

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{th}$  (часть I, инициализация)

---

**Require:**  $\tau_s, \hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \omega_i^j;$

**Ensure:**  $\varphi_i^j, \eta_i^j;$

- 1:  $\hat{F}^* = \emptyset;$
  - 2:  $Z^* = \emptyset;$
  - 3:  $t = 0;$
  - 4:  $c_1 \in (0, 1), c_2 \in (0, 1);$
-



# Алгоритм $\mathcal{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

Алгоритм  $\mathcal{A}_{th}$  (часть I, инициализация)

---

**Require:**  $\tau_s, \hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \omega_i^j;$

**Ensure:**  $\varphi_i^j, \eta_i^j;$

1:  $\hat{F}^* = \emptyset;$

2:  $Z^* = \emptyset;$

3:  $t = 0;$

4:  $c_1 \in (0, 1), c_2 \in (0, 1);$

5: **for all** компонент  $\hat{x}_{ik}^{j+1}$  вектора  $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s) = (\hat{x}_{i1}^{j+1}, \hat{x}_{i2}^{j+1}, \dots, \hat{x}_{il}^{j+1})$  **do**

6:     **if**  $\hat{x}_{ik}^{j+1} \geq c_1$  **then**

7:          $\hat{F}^* := \hat{F}^* \cup \{\hat{f}_k\};$

8:     **end if**

9: **end for**

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

Алгоритм  $\mathcal{A}_{th}$  (часть II, инициализация)

---

10: **for all** функций распознавания  $\hat{f}_k \in \hat{F}^*$  **do**

11:     **for all**  $Z_r^k \in \mathcal{Z}_k$ , соответствующих функции распознавания  $\hat{f}_k$  **do**

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{th}$ (часть II, инициализация)

---

```
10: for all функций распознавания  $\hat{f}_k \in \hat{F}^*$  do
11:   for all  $Z_r^k \in \mathcal{Z}_k$ , соответствующих функции распознавания  $\hat{f}_k$  do
12:     if  $\frac{\|\bar{z}_1^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_1^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} < c_2$  then
13:        $Z^* := Z^* \cup \{Z_r^k\};$ 
14:     end if
15:   end for
16: end for
```

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{th}$ (часть II, инициализация)

---

```
10: for all функций распознавания  $\hat{f}_k \in \hat{F}^*$  do
11:   for all  $Z_r^k \in \mathcal{Z}_k$ , соответствующих функции распознавания  $\hat{f}_k$  do
12:     if  $\frac{\|\bar{z}_1^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_1^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} < c_2$  then
13:        $Z^* := Z^* \cup \{Z_r^k\}$ ;
14:     end if
15:   end for
16: end for
17:  $\bar{N} := (|\{Z_r^1 | Z_r^1 \in Z^*\}|, \dots, |\{Z_r^{l_i^j} | Z_r^{l_i^j} \in Z^*\}|)$ ;
18:  $\bar{x}_i^{*j} := W(\bar{N})$ ;  $\triangleright W$  — весовая функция
19:  $\eta(\tau_s, \hat{x}_i^j(\tau_s)) = \bar{x}_i^{*j}$ ;
20:  $\varphi(\tau_s + 1; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j(\tau_s + 1) = W(\sum_{\hat{f}_k \in \hat{F}^*} \hat{x}_{ik}^{j+1} \sum_{Z_r^k \in Z^*} \bar{z}_2^r)$ ;
```

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{th}$  (часть III, основной цикл)

---

21:  $t = 1$ ;

22: **while**  $t \leq h_i^j - 1$  **do**

23:      $\bar{x}_i^j = \omega(\tau_s + t)$ ;

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{th}$  (часть III, основной цикл)

---

```
21:  $t = 1$ ;  
22: while  $t \leq h_i^j - 1$  do  
23:    $\bar{x}_i^j = \omega(\tau_s + t)$ ;  
24:   for all матриц предсказания  $Z_r^k$  из множества  $Z^*$  do  
25:     if  $\frac{\|\bar{z}_{t+1}^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_{t+1}^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} \geq c_2$  then  
26:        $Z^* := Z^* \setminus \{Z_r^k\}$ ;  
27:     end if  
28:   end for
```

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ (часть III, основной цикл)

---

```
21:  $t = 1$ ;  
22: while  $t \leq h_i^j - 1$  do  
23:    $\bar{x}_i^j = \omega(\tau_s + t)$ ;  
24:   for all матриц предсказания  $Z_r^k$  из множества  $Z^*$  do  
25:     if  $\frac{\|\bar{z}_{t+1}^r - \bar{x}_i^j\|}{\|\bar{z}_{t+1}^r\| + \|\bar{x}_i^j\|} \geq c_2$  then  
26:        $Z^* := Z^* \setminus \{Z_r^k\}$ ;  
27:     end if  
28:   end for  
29:    $\bar{N} = (|\{Z_r^1 | Z_r^1 \in Z^*\}|, \dots, |\{Z_r^{l_i^j} | Z_r^{l_i^j} \in Z^*\}|)$ ;  
30:    $\bar{x}_i^{*j} := W(\bar{N})$ ;  
31:    $\eta(\tau_s + t, \hat{x}_i^j(\tau_s + t)) = \bar{x}_i^{*j}$ ;
```

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{th}$  (окончание)

---

32:      $t = t + 1;$

33:     **if**  $t \leq h_i^j - 2$  **then**

---



# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ вычислительного цикла распознающего блока

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ (окончание)

---

```
32:    $t = t + 1$ ;  
33:   if  $t \leq h_i^j - 2$  then  
34:      $\hat{x}_i^j := W(\sum_{\hat{f}_k \in \hat{F}^*} \hat{x}_{ik}^{j+1} \sum_{Z_r^k \in Z^*} \bar{z}_{t+1}^r)$ ;  
35:      $\varphi(\tau_s + t; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j(\tau_s + t) = \hat{x}_i^j$ ;  
36:   end if  
37: end while
```

---

# Статический оператор распознавания

Зафиксируем момент времени  $t$ , равный началу некоторого  $s$ -го вычислительного цикла  $\tau_s$ .

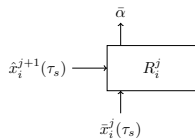
В этом случае, распознающий блок  $R_i^j$  можно рассматривать как статический оператор распознавания  $R_i^j(\hat{x}_i^{j+1}, \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j) = \bar{x}_i^{*j}$ .

# Задача классификации по Журавлёву

Пусть

- $\{Q\}$  — совокупность задач классификации,
- $\{\mathcal{A}\}$  — множество алгоритмов, переводящих пары  $(\hat{x}, \bar{x})$  в вектора  $\bar{\beta}$ , составленные из элементов  $0, 1, \Delta$ :  $\mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\beta}$ . Если  $\beta_i \in \{0, 1\}$ , то  $\beta_i$  — значение величины  $\alpha_i$ , вычисленное алгоритмом  $\mathcal{A}$ . Если  $\beta_i = \Delta$ , то алгоритм  $\mathcal{A}$  не вычислил значение  $\alpha_i$ .

Задача  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \alpha_1, \dots, \alpha_l) \in \{Q\}$  состоит в построении алгоритма, вычисляющего по поступившему вектору ожиданий  $\hat{x}$  и входному вектору  $\bar{x}$  значения  $\alpha_1, \dots, \alpha_l \in \{0, 1\}$  присутствия признаков  $f_1^*, \dots, f_l^*$ . Другими словами, искомый алгоритм  $\mathcal{A}^*$  переводит набор  $(\hat{x}, \bar{x})$  в вектор  $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_l)$ , который будем называть информационным вектором входного вектора  $\bar{x}$ .



# Свойство корректности алгоритма

## Определение 1

*Алгоритм  $\mathcal{A}$  называется корректным для задачи  $Q$ , если выполнено равенство*

$$\mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\alpha}.$$

*Алгоритм  $\mathcal{A}$ , не являющийся корректным для  $Q$ , называется некорректным.*

Далее будем считать, что множество  $\{\mathcal{A}\}$  является совокупностью, вообще говоря, некорректных алгоритмов.

Главное отличие от классической постановки: используются вектора, а не матрицы при формулировке соответствующих определений и утверждений.

# Разложение алгоритма классификации

## Утверждение 1 (аналог теоремы 1 по Журавлёву)

*Каждый алгоритм  $\mathcal{A} \in \{\mathcal{A}\}$  представим как последовательность выполнения алгоритмов  $R$  и  $C$ , где  $R(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{x}^*$ ,  $\bar{x}^*$  — вектор действительных чисел,  $C(\bar{x}^*) = \bar{\beta}$ ,  $\beta_i \in \{0, 1, \Delta\}$ .*

- $R$  — оператор распознавания,
- $C$  — решающее правило.

# Решающее правило и операции над алгоритмами

## Определение 2

*Решающее правило  $C^*$  называется корректным на множестве входных векторов  $X$ , если для всякого вектора  $\bar{x}$  из  $X$  существует хотя бы один числовой вектор  $\bar{x}^*$  такой, что  $C^*(\bar{x}^*) = \bar{\alpha}$ , где  $\bar{\alpha}$  — информационный вектор входного вектора  $\bar{x}$ .*

В множестве операторов  $\{R\}$  введем операции умножения на скаляр, сложения и умножения. Пусть  $r'$  — скаляр,  $R', R'' \in \{R\}$ . Определим операторы  $r' \cdot R'$ ,  $R' + R''$  и  $R' \cdot R''$  следующим образом:

$$r' \cdot R' = (r' \cdot x_1^{*'}, \dots, r' \cdot x_l^{*'}), \quad (1)$$

$$R' + R'' = (x_1^{*'} + x_1^{*''}, \dots, x_l^{*'} + x_l^{*''}), \quad (2)$$

$$R' \cdot R'' = (x_1^{*'} \cdot x_1^{*''}, \dots, x_l^{*'} \cdot x_l^{*''}). \quad (3)$$

# Замыкание множества алгоритмов

## Утверждение 2

*Замыкание  $L\{R\}$  множества  $\{R\}$  относительно операций (1) и (2) является векторным пространством.*

## Утверждение 3

*Замыкание  $\mathcal{U}\{R\}$  множества  $\{R\}$  относительно операций (1), (2) и (3) является ассоциативной линейной алгеброй с коммутативным умножением.*

## Определение 3

*Множества  $L\{A\}$  и  $\mathcal{U}\{A\}$  алгоритмов  $\mathcal{A} = R \cdot C^*$  соответственно таких, что  $R \in L\{R\}$  и  $R \in \mathcal{U}\{R\}$ , соответственно называются линейными и алгебраическими замыканиями множества  $\{A\}$ .*

## Свойство полноты задачи

Зафиксируем пару  $(\hat{x}, \bar{x})$  управляющего вектора и входного вектора. Будем рассматривать задачи  $Q(\hat{x}, \bar{x})$ , обладающие следующим свойством относительно множества операторов распознавания  $\mathcal{R}$ .

### Определение 4

*Если множество векторов  $\{R(\hat{x}, \bar{x})\}$ , где  $R$  пробегает некоторое множество операторов распознавания  $\mathcal{R}$ , содержит базис в пространстве числовых векторов длины  $l$ , то задача  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$  называется полной относительно  $\mathcal{R}$ .*



# Связь свойств полноты и корректности

## Утверждение 4 (аналог теоремы 2 по Журавлёву)

*Если множество задач  $\{Q\}$  состоит лишь из задач, полных относительно  $\mathfrak{R}$ , то линейное замыкание  $L\{R \cdot C^*\}$  ( $C^*$  — произвольное фиксированное корректное решающее правило,  $R$  пробегает множество  $\mathcal{R}$ ) является корректным относительно  $\{Q\}$ .*

# Основная теорема корректности

Будем рассматривать только такие задачи  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$ , для которых удовлетворяется следующее условие:  $\exists k$  такое, что  $x_k$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}$  и  $x_k > 1/2$ .

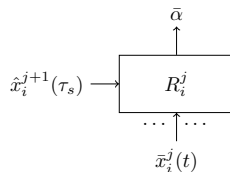
## Theorem 1

*Линейное замыкание  $L\{\mathcal{A}\}$  семейства алгоритмов  $\{\mathcal{A}\} = \{R \cdot C^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $C^*$  и операторами распознавания  $R$ , определенными алгоритмом  $\mathcal{A}_{th}$ , является корректным на  $\{Q\}$ .*

# Операторы распознавания $R^t$

Фиксация момента времени не в начале вычислительного цикла, а на любом другом значении  $\tau_s < t < \tau_s + h_i^j$ , приводит к операторам вида  $R_i^j(\hat{x}_i^j(t), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(t))$ , который кратко будем записывать  $R^t$ .

Для этих операторов постановка задачи распознавания выглядит таким же образом как и для операторов  $R$ , формулировки определений полноты и корректности идентичны. Теорема о корректности линейного замыкания  $L\{R^t \cdot C^*\}$  доказывается аналогично.

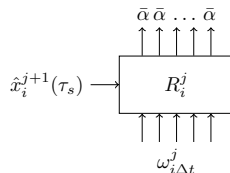


# Динамические операторы распознавания

Будем фиксировать не конкретный момент времени  $t$ , а промежуток времени  $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h_i^j)$ .

В этом случае распознающий блок  $R_i^j$  можно рассматривать как *динамический оператор распознавания*  $\hat{R}_i^j(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \omega_{i\Delta t}^j) = \gamma_{i\Delta t}^j$

- принимающий функцию входного воздействия  $\omega_{i\Delta t}^j$ , ограниченную на промежутке времени  $\Delta t$  и
- выдающий функцию выходной величины  $\gamma_{i\Delta t}^j$  на том же временном промежутке.



# Динамические операторы распознавания

Действие динамического оператора  $\hat{R}_i^j$  можно заменить последовательным действием статических операторов

$$R(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s)), R^1(\hat{x}_i^j(\tau_s + 1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s + 1)), \dots, \\ R^{h_i^j-1}(\hat{x}_i^j(\tau_s + h_i^j - 1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s + h_i^j - 1)),$$

в результате выдающих последовательность

$$\{\bar{x}_i^{*j}(t)\} = \{\bar{x}_i^{*j}(\tau_s), \bar{x}_i^{*j}(\tau_s + 1), \dots, \bar{x}_i^{*j}(\tau_s + h_i^j - 1)\}.$$

Так как параметр  $h_i^j$  фиксирован, то конечные последовательности векторов  $\omega_{i\Delta t}^j$  и  $\gamma_{i\Delta t}^j$  можно считать матрицами размерности  $l_i^j \times h_i^j$ . Далее будем опускать индексы  $i$  и  $j$ .

# Задача классификации по Журавлёву

Задача  $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$  состоит в построении алгоритма  $\hat{A}$ , вычисляющего по поступившему начальному (управляющему) вектору ожиданий  $\hat{x}$  и матрице входных воздействий  $\omega_{\Delta t}$  последовательность векторов  $\beta_{\Delta t}$ , монотонно сходящуюся к информационному вектору  $\bar{\alpha}$ .

Искомый оператор распознавания  $\hat{R}$  должен выдавать весовую матрицу присутствия измеряемых признаков  $\gamma_{\Delta t}$ , столбцы которой должны сходиться (с учётом корректного решающего правила) к информационному вектору:  $\lim_{t \rightarrow \tau_s + h} \bar{x}^*(t) = \bar{\alpha}$ .

# Корректность алгоритма

## Определение 5

Алгоритм  $\hat{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \beta_{\Delta t} = (\bar{\beta}_1, \dots, \bar{\beta}_h)$  называется корректным для задачи  $\hat{Q}$ , если выполнено условие

$$\|\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}\| \geq \|\bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}\| \geq \dots \geq \|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\| = 0.$$

$\|\bar{\beta}_i - \bar{\alpha}\| = \sum_j (\beta_{ij} - \alpha_j)$ , где  $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$ , если  $\beta_{ij} = \alpha_j$ ,  $\beta_{ij} - \alpha_j = \frac{1}{2}$ , если  $\beta_{ij} = \Delta$ , и  $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$  иначе. Алгоритм  $\hat{A}$ , не являющийся корректным для  $\hat{Q}$ , называется некорректным.

# Разложимость алгоритма

## Утверждение 5

*Каждый алгоритм  $\hat{A} \in \{\hat{A}\}$  представим как последовательность выполнения алгоритмов  $\hat{R}$  и  $\hat{C}$ , где  $\hat{R}(\hat{x}, \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}) = \gamma_{\Delta t}$ ,  $\gamma_{\Delta t}$  — матрица действительных чисел,  $\hat{C}(\gamma_{\Delta t}) = \beta_{\Delta t}$ ,  $\beta_{\Delta t}$  — матрица значений  $\beta_{ij} \in \{0, 1, \Delta\}$ .*



# Корректное решающее правило

Корректное решающее правило  $\hat{C}^*$  для матрицы  $\gamma_{\Delta t}$  определяется через набор корректных правил для векторов  $(C_1^*, \dots, C_h^*)$  таких, что

$$\begin{aligned} \|C_1^*(\bar{x}^*(\tau_s)) - \bar{\alpha}\| &\geq \|C_2^*(\bar{x}^*(\tau_s + 1)) - \bar{\alpha}\| \geq \dots \geq \\ &\geq \|C_h^*(\bar{x}^*(\tau_s + h - 1)) - \bar{\alpha}\| = 0. \end{aligned}$$

В простейшем случае  $\forall i \ C_i^*(\bar{x}^*(\tau_s + i)) = \bar{\alpha}$ .

Аналогично статическому случаю вводятся определения линейного  $L\{\hat{R}\}$  и алгебраического  $\mathcal{U}\{\hat{R}\}$  замыкания над множеством  $\{\hat{R}\}$ .

# Основная теорема корректности

Зафиксируем начальный вектора ожиданий  $\hat{x}$  и последовательность входных векторов  $\omega_{\Delta t}$ .

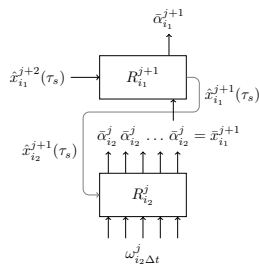
Если, как и в статическом случае, будем рассматривать только такие задачи  $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ , для которых в матрице  $\omega_{\Delta t}$  в каждом столбце с номером  $s \exists k$  такое, что  $x_{sk}$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}(\tau_s + s)$  и  $x_{sk} > 1/2$ , то можно сформулировать следующую теорему.

## Theorem 2

*Линейное замыкание  $L\{\hat{A}\}$  семейства алгоритмов  $\{\hat{A}\} = \{\hat{R} \cdot \hat{C}^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $\hat{C}^*$  и операторами распознавания  $\hat{R}$ , определенными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на  $\{\hat{Q}\}$ .*

# Иерархический оператор распознавания

Для обоснования корректности иерархии операторов динамического распознавания, рассмотрим пример из двухуровневой иерархии, на каждом уровне которой находится по одному оператору: статический  $R_{i_1}^{j+1}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \bar{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$  на верхнем уровне и динамический  $\hat{R}_{i_2}^j(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \omega_{i_2 \Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_2}^j)$  — на нижнем.



Данную иерархию можно рассматривать как иерархический оператор распознавания  $\hat{R}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_{i_1}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_2}^j, \omega_{i_2 \Delta t}^j) = \bar{x}_{i_1}^{*j+1}$ , принимающий функцию входного воздействия  $\omega_{i_2 \Delta t}^j$  нижнего уровня, ограниченную на промежутке времени  $\Delta t$ , и выдающий весовой вектор присутствия распознаваемых признаков  $\bar{x}_{i_1}^{*j+1}$ .

# Задача классификации по Журавлёву

Задача  $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$  состоит в построении алгоритма  $\hat{\mathcal{A}}_e$ , вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий  $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$  и матрице входных воздействий  $\omega_{i_2\Delta t}^j$  значения информационного вектора  $\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1}$ .

# Основная теорема корректности

Зафиксируем начальный вектор ожиданий  $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$  и последовательность входных векторов  $\omega_{i_2 \Delta t}^j$ .

Если мы будем рассматривать только такие задачи  $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2 \Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ , для которых в матрице  $\omega_{i_2 \Delta t}^j$  в каждом столбце с номером  $s \exists k$  такое, что  $x_{sk}$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}_{i_2}^j(\tau_s + s)$  и  $x_{sk} > 1/2$ , то можно сформулировать следующую теорему.

## Theorem 3

*Линейное замыкание  $L\{\hat{\mathcal{A}}_e\}$  семейства алгоритмов  $\{\hat{\mathcal{A}}_e\} = \{\hat{R}_{e,j}^2 \cdot \hat{C}_e^*\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $\hat{C}_e^*$  и операторами распознавания  $\hat{R}_{e,j}^2$ , определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на множестве задач  $\{\hat{Q}_{e,j}^2\}$ .*

# Результаты

- теорема корректности линейного замыкания иерархических операторов распознавания интерпретируется как существование такого способа обучения иерархии распознающих блоков, в результате которого данная иерархия будет корректно распознавать поступающие стимулы,
- был разработан алгоритм работы региона неокортекса в процессе восприятия с известными допущениями и упрощениями,
- было проведено исследование данного алгоритма путём построения операторов распознавания (статического, динамического и иерархического),
- был применён алгебраический подход к исследуемому алгоритму, доказаны теоремы корректности по всем оператором распознавания,
- с помощью распознающего блока возможно описать и другие компоненты элемента картины мира и построить модели других когнитивных функций.

# Протознак и именование знака

До того, как происходит связывание компонент знака в единую структуру под одним именем, существуют лишь “парные” переходы между компонентами знания агента о том или ином явлении. До момента именования эти компоненты образуют “протознак”:

- перцепт — становится образом знака после выполнения процедуры именования,
- функциональное значение — значением знака,
- биологический смысл — личностным смыслом знака.

# Схема алгоритма формирования знака

- ❶ Формирование перцепта.
- ❷ Порождение на основе прошлого опыта или на основе прецедентов — множества пар вида “перцепт — функциональное значение” — функционального значения объекта.
- ❸ Получение субъектом из культурной среды, аккумулированной в системе естественного языка, пары “имя знака — значение” и оценка специальным механизмом степени близости функционального значения, построенного на стадии 1 к значению, полученному из культурной среды; в случае недостаточной близости — переход к п. 1 и продолжение формирования перцепта.
- ❹ Связывание имени из пары “имя знака — значение” с перцептом, построенным после завершения выполнения п. 1–3; с этого момента перцепт превращается в образ.



# Схема алгоритма формирования знака

- 5 Формирование личностных смыслов знака на основе прецедентов действий с предметом.
- 6 Связывание имени из пары “имя знака — значение” со сформированным личностным смыслом. С этого момента функциональное значение превращается в значение, а биологический смысл — в личностный смысл.
- 7 Продолжение отображения “биологический смысл — перцепт” включением в область определения отображения личностного смысла, полученного в предыдущем пункте, а в область значений — образа из п. 4.

# Отношения измеримости

Введём семейство бинарных отношений  $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$ , определённых на декартовом произведении  $\{f_k\} \times \{f_k\}$ .

“Признак  $f_1$  является составляющим признака  $f_2$ ” или “признак  $f_2$  измеряется по признаку  $f_1$ ”,  $(f_1, f_2) \in \sqsubset$  или  $f_1 \sqsubset f_2$ , в том случае, если  $f_1 \dashv R_1^j$ ,  $f_2 \dashv R_2^{j+1}$ ,  $R_2^{j+1}$  — родительский блок по отношению к  $R_1^j$  и в множестве матриц предсказания  $\mathcal{Z}_2$  признака  $f_2$  существует как минимум одна матрица  $Z_r^2$ , содержащая некоторый столбец  $\bar{z}_u^r$  с элементом  $z_{uv}^r \neq 0$ , где  $v$  — индекс признака  $f_1$  во входном векторе вероятностей для распознающего блока  $R_2^{j+1}$ .

# Отношения измеримости

Пара признаков  $(f_1, f_2) \in \sqsubset^t$  или  $f_1 \sqsubset^t f_2$ , где  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , в том случае, если  $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^{j+1}$ ,  $R_2^{j+1}$  — родительский блок по отношению к  $R_1^j$  и в множестве матриц предсказания  $\mathcal{Z}_2$  признака  $f_2$  существует как минимум одна матрица  $Z_r^2$ , содержащая  $t$ -ый столбец  $\bar{z}_t^r$  с элементом  $z_{tv}^r \neq 0$ , где  $v$  — индекс признака  $f_1$  во входном векторе вероятностей для распознающего блока  $R_2^{j+1}$ .

Каждый элемент векторов-столбцов соотносится с признаком из входного множества признаков распознающего блока, что означает задание типа для каждого элемента вектора-столбца. Будем обозначать тип  $k$ -го элемента вектора-столбца распознающего блока  $R_i^j$  как  $f_i^j(k) \in F_i^j$ ,  $k \in (1, q_i^j)$ .

# Признаки “условие” и “эффект”

Введем два выделенных из множества  $\{f_k\}$  признака:  $f_c$  — “условие” и  $f_e$  — “эффект”, измеряемые одним распознающим блоком  $R_0^1$ .

## Определение 6

*Те признаки, которые измеряются распознающими блоками, выступающими родительскими по отношению к блоку  $R_0^1$ , будем называть процедурными признаками, остальные — объектными признаками.*

Для любого процедурного признака выполняются следующие естественные условия:

- условие всегда предшествует эффекту,
- условие всегда влечет за собой эффект и
- все условия всегда отделены от своих эффектов.

# Столбцы условий и эффектов

## Определение 7

*Те столбцы матрицы предсказания  $Z$ , в которых соответствующий признаку  $f_e$  элемент вектора не нулевой, будем называть столбцами эффектов, а те столбцы матрицы предсказания  $Z$ , в которых не равен нулю элемент вектора, соответствующий признаку  $f_c$  – столбцами условий.*

Пополним семейство отношений  $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$  двумя отношениями:  $\sqsubset^c$  и  $\sqsubset^e$ , принадлежность к которым пары признаков  $(f_1, f_2)$  свидетельствует о том, что признак  $f_1$  присутствует соответственно в столбце условий и эффектов как минимум в одной матрице предсказания процедурного признака  $f_2$ .

# Перцепт

## Определение 8

Если  $f_1$  — признак, то подмножество  $\tilde{p}(f_1)$  множества  $\{f_k\}$  таких признаков, что  $\forall f_i \in \tilde{p}(f_1) f_i \sqsubset f_1$ , будем называть перцептом признака  $f_1$ .

На множестве всех перцептов  $\tilde{P}$  введем величину  $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2))$ , вычисляемую по следующему правилу:

- если  $f_1$  и  $f_2$  измеряются разными распознающими блоками, т.е.  $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^i$ , то  $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \infty$ ,
- если  $f_1$  и  $f_2$  измеряются одним и тем же распознающим блоком  $R_1^j$  со множеством входных признаков  $F_1^j$  мощности  $q$  и характерным временем  $h$ , то

$$\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \min_{\substack{Z_r^1 \in Z_1 \\ Z_s^2 \in Z_2}} \frac{1}{q \cdot h} \sum_{u=1}^h \|\bar{z}_u^r - \bar{z}_u^s\|. \quad (4)$$

# Функциональное значение

## Определение 9

Если  $f_1$  — признак,  $f_2$  — процедурный признак,  $f_1 \sqsubset^c f_2$ , то будем называть  $f_2$  функциональным значением признака  $f_1$ . Множество всех функциональных значений признака  $f_1$  будем обозначать  $\tilde{m}(f_1)$ .

На множестве всех функциональных значений  $\tilde{M}$  введем величину  $\rho_m(\tilde{m}(f_1), \tilde{m}(f_2))$ , вычисляемую по следующему правилу:

$$\rho_m(\tilde{m}_1(f_1), \tilde{m}_2(f_2)) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}(f_1) \\ f_j \in \tilde{m}(f_2)}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)). \quad (5)$$

# Матрица предсказаний процедурного признака

Матрицу предсказания  $Z_r^p$  процедурного признака  $f_p$  всегда можно представить в следующем виде:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_1}^{r,c}, \bar{z}_{j_1+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_1}^{r,e}, \dots, \dots, \\ \bar{z}_{i_{k-1}+1}^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_k}^{r,c}, \bar{z}_{j_k+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_k}^{r,e}),$$

где  $\bar{z}_j^{r,c}$  — столбцы причин,  $\bar{z}_i^{r,e}$  — столбцы следствий.

Величину  $k$  будем называть актностью процедурного признака. В дальнейшем будем рассматривать простые матрицы предсказаний  $k$ -актного процедурного признака:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \bar{z}_2^{r,e}, \dots, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k - 1}^{r,c}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{r,e}).$$

Краткая форма  $k$ -актного процедурного признака  $f_p$  имеет матрицу предсказания, в которой оставлены только первый столбец условий и последний столбец эффектов.



# Процедурный признак как правило

Любой одноактный процедурный признак  $f_p$ , измеряемый распознающим блоком  $R_i^j$ , можно представить в виде правила  $r_p = (F_C(f_p), F_A(f_p), F_D(f_p))$ , в котором:

- $F_C(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество признаков — условий правила:  
 $\forall f \in F_C(f_p) \ f \sqsubset^c f_p$ ;
- $F_A(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество добавляемых правилом признаков:  
 $\forall f \in F_A(f_p) \ f \sqsubset^e f_p, f \notin F_C$ ;
- $F_D(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество удаляемых правилом признаков:  
 $\forall f \in F_D(f_p) \ f \notin F_A, f \in F_C$ .

# Свойство выполнимости

## Определение 10

*Процедурный признак  $f_p^1$  с матрицей предсказания  $Z = (\bar{z}_1^c, \bar{z}_2^e)$  выполняется на векторе  $z$  длины  $q$ , если  $z \cdot \bar{z}_1^c = \bar{z}_1^c$ .*

Будем говорить, что процедурный признак  $f_p^1$  выполним в условиях процедурного признака  $f_p^2$ , если

- оба признака измеряются одним и тем же распознающим блоком  $R_i^j$  и признак  $f_p^1$  выполняется на столбце условий матрицы предсказания признака  $f_p^2$ ,
- $f_p^1 \dashv R_1^{j_1}, f_p^2 \dashv R_2^{j_2}$ , множества  $F_C(f_p^1)$  и  $F_C(f_p^2)$  состоят из одних и тех же признаков, образуемый вектор  $\tilde{z}$  (той же мощности, что и множество  $F_1^{j_1}$ ) элементы которого, соответствующие признакам из  $F_C(f_p^2)$  принимаются равными 1, остальные — 0, и признак  $f_p^1$  выполним на векторе  $\tilde{z}$ .

# Свойство конфликтности

## Определение 11

*Будем говорить, что два процедурных признака  $f_p^1$  и  $f_p^2$  конфликтуют, если выполнено как минимум одно из следующих условий:*

- $F_D(f_p^1) \cap F_A(f_p^2) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^2) \cap F_A(f_p^1) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^1) \cap F_C(f_p^2) \neq \emptyset$ ,
- $F_D(f_p^2) \cap F_C(f_p^1) \neq \emptyset$ .

# Операции приведения признаков

## Определение 12

Операцией сохраняющего приведения вектор-столбца  $\bar{z}_1$  к множеству входных признаков  $F_{i_2}^{j_2}$  будем называть такой вектор  $\bar{z}_3$  длины  $q_{i_2}^{j_2}$ , элемент которого  $z_{3k} = 1$ , если  $f_{i_1}^{j_1}(k) = f_{i_2}^{j_2}(k)$  и  $z_{1k} = 1$ , иначе  $z_{3k} = 0$ , и обозначать  $(\bar{z}_1 \rightarrow F_{i_2}^{j_2}) = \bar{z}_3$ .

## Определение 13

Операцией сужающего приведения вектор-столбца  $\bar{z}_1$  к некоторому столбцу  $\bar{z}_2$  распознающего блока  $R_{i_2}^{j_2}$  будем называть такой вектор  $\bar{z}_3$  длины  $q_{i_2}^{j_2}$ , элемент которого  $z_{3k} = 1$ , если  $f_{i_1}^{j_1}(k) = f_{i_2}^{j_2}(k)$ ,  $z_{2k} = 1$  и  $z_{1k} = 1$ , иначе  $z_{3k} = 0$ , и обозначать  $(\bar{z}_1 \Rightarrow \bar{z}_2) = \bar{z}_3$ .

# Опыт наблюдения

У субъекта имеется опыт наблюдения, который выражается в виде отношения  $\Psi_p^m: \tilde{p} \Psi_p^m \tilde{m}$ , или  $\Psi_p^m(\tilde{p}) = \tilde{m}$ , в том случае, если  $\tilde{p} \in \tilde{P}$  является перцептом некоторого признака  $f$ , а  $\tilde{m} \in \tilde{M}$  – функциональным значением того же признака  $f$ .

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

Алгоритм  $\mathfrak{A}_{pm}$  (часть I)

---

**Require:**  $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

---

**Require:**  $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1:  $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
  - 2:  $Z^{*(0)} := \emptyset;$
  - 3:  $t := 0;$
-

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

---

**Require:**  $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1:  $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
  - 2:  $Z^{*(0)} := \emptyset;$
  - 3:  $t := 0;$
  - 4: **for all**  $f^{(t)} \in \hat{F}$  **do**
-



# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть I)

---

**Require:**  $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1:  $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
  - 2:  $Z^{*(0)} := \emptyset;$
  - 3:  $t := 0;$
  - 4: **for all**  $f^{(t)} \in \hat{F}$  **do**
  - 5:     **if**  $\exists \tilde{m}^{(t)} \in \tilde{M}$  такое, что  $\tilde{p}(f^{(t)}), \tilde{m}^{(t)} \in \Psi_p^m$  **and**
  - 6:      $\tilde{m}^{(t)}$  выполним в условиях признака  $f_p$  **and**
  - 7:      $\nexists f : f \in \tilde{p}^{*(t)}, (\tilde{p}(f), \tilde{m}(f)) \in \Psi_p^m, \tilde{m}$  конфликтует с  $\tilde{m}^{(t)}$  **then**
-

# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть I)

---

**Require:**  $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\};$

- 1:  $\tilde{p}^{*(0)} := \emptyset;$
  - 2:  $Z^{*(0)} := \emptyset;$
  - 3:  $t := 0;$
  - 4: **for all**  $f^{(t)} \in \hat{F}$  **do**
  - 5:     **if**  $\exists \tilde{m}^{(t)} \in \tilde{M}$  такое, что  $\tilde{p}(f^{(t)}), \tilde{m}^{(t)} \in \Psi_p^m$  **and**
  - 6:      $\tilde{m}^{(t)}$  выполним в условиях признака  $f_p$  **and**
  - 7:      $\nexists f : f \in \tilde{p}^{*(t)}, (\tilde{p}(f), \tilde{m}(f)) \in \Psi_p^m, \tilde{m}$  конфликтует с  $\tilde{m}^{(t)}$  **then**
  - 8:          $\tilde{p}^{*(t)} = \tilde{p}^{*(t)} \cup \{f^{(t)}\};$
  - 9:         **if**  $\exists R_i^j$  такой, что  $f^{(t)} \in F_i^j$  **then**
  - 10:              $R_i^{j(t)} := R_i^j;$
-

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть II)

---

```
11:      else  
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$   
13:      end if
```

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть II)

---

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
    во входном векторе распознающего блока  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
```

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть II)

---

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
        во входном векторе распознающего блока  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
15:       $Z^{*(t)} := Z^{*(t)} \cup \bar{z}_s;$ 
```

---

# Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathcal{A}_{pm}$ (часть II)

---

```
11:      else
12:           $R_i^{j(t)} := \arg \max_{\{R\}} (F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$ 
13:      end if
14:       $\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$ , если  $k$  – индекс признака  $f^{(t)}$ 
      во входном векторе распознающего блока  $R_i^{j(t)}$  и  $z_{sk} = 0$  иначе;
15:       $Z^{*(t)} := Z^{*(t)} \cup \bar{z}_s;$ 
16:       $Z_p^{(t)} := (\bar{z}_1^{c(t)}, \bar{z}_2^{e(t)}, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k - 1}^{c(t)}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{e(t)}),$  где
17:           $\bar{z}_i^{c(t)} = \bigvee_{\tilde{m}_j^{(t)}} (\bar{z}_j^{c(t)} \rightarrow F_p^j), \bar{z}_i^{e(t)} = \bigvee_{\tilde{m}_j^{(t)}} (\bar{z}_j^{e(t)} \Rightarrow \bar{z}_j^e);$ 
18:  end if
```

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть III)

---

19:  $\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\};$   
20:  $\mathcal{Z}^{*(t)} = \{Z^{*(t)}\};$   
21:  $t = t + 1;$   
22: **end for**

---

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции $\Psi_p^m$

---

## Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть III)

---

```
19:    $\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\};$   
20:    $\mathcal{Z}^{*(t)} = \{Z^{*(t)}\};$   
21:    $t = t + 1;$   
22: end for  
      return  $\Psi_p^m$ , определенная на паре  $(\tilde{p}, \tilde{m})$ , где  $\tilde{p} = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{p}^{*(t)}$ ,  
23:    $f^*, Z^* = \lim_{t \rightarrow \infty} Z^{*(t)}, \mathcal{Z}^* = \{Z^*\};$ 
```

---



# Теорема корректности алгоритма $\mathcal{A}_{pt}$

## Theorem 4

Алгоритм  $\mathcal{A}_{pt}$  корректен, т. е. последовательность функциональных значений  $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \dots \rangle$ , которая строится с помощью алгоритма  $\mathcal{A}_{pt}$  для функционального значения  $\tilde{m}$ , сходится к  $\tilde{m}$ .

# Доказательство теоремы корректности

## Доказательство.

Рассмотрим два элемента последовательности  $\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\}$  и  $\tilde{m}^{*(t+1)} = \{f_p^{(t+1)}\}$ . Соответствующие матрицы предсказания будут иметь следующий вид:

$$Z_p^{(t)} = (\bar{z}_1^{c(t)}, \bar{z}_2^{e(t)}, \dots, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k-1}^{c(t)}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{e(t)}), \quad (6)$$

$$Z_p^{(t+1)} = (\bar{z}_1^{c(t+1)}, \bar{z}_2^{e(t+1)}, \dots, \dots, \bar{z}_{2 \cdot k-1}^{c(t+1)}, \bar{z}_{2 \cdot k}^{e(t+1)}). \quad (7)$$

Если на шаге 1 и 2 алгоритма  $\mathfrak{A}_{pm}$  на  $(t+1)$ -й итерации не был найден подходящий признак, то матрицы  $Z_p^{(t)}$  и  $Z_p^{(t+1)}$  равны. Рассмотрим случай, когда был найден подходящий признак  $f^{(t+1)}$  с функциональным значением  $\tilde{m}^{(t+1)} = \{\tilde{f}_p^{(t+1)}\}$  с соответствующей матрицей предсказания  $\tilde{Z}_p^{(t+1)} = (\bar{z}^{c(t+1)}, \bar{z}^{e(t+1)})$ .

# Доказательство теоремы корректности

## Доказательство (продолжение).

Так как выполнено условие шага 1, то признак  $\tilde{f}_p^{(t+1)}$  выполним на некотором  $(2 \cdot s - 1)$ -м столбце условий матрицы предсказания признака  $f_p$ . Это означает, что матрицы  $Z_p^{(t)}$  и  $Z_p^{(t+1)}$  будут отличаться только в двух вектор-столбцах  $(2 \cdot s - 1)$ -м и  $(2 \cdot s)$ -м:

$$\bar{z}_{2 \cdot s - 1}^{c(t+1)} = \bar{z}_{2 \cdot s - 1}^{c(t)} \vee (\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j), \quad (8)$$

$$\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t+1)} = \bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t)} \vee (\bar{z}^{e(t+1)} \Rightarrow \bar{z}_{2 \cdot s}^e). \quad (9)$$

По определению расстояние между функциональными значениями  $\tilde{m}^{(t)}$  и  $\tilde{m}$  примет следующее значение:

$$\rho_m(\tilde{m}^{(t)}, \tilde{m}) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}^{(t)} \\ f_j \in \tilde{m}}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)) = \rho_p(\tilde{p}(f_p^{(t)}), \tilde{p}(f_p)) =$$

# Доказательство теоремы корректности

Доказательство (продолжение).

$$= \frac{1}{q \cdot h} \sum_{\substack{\bar{z}_u^1 \in Z_p^{(t)} \\ \bar{z}_u^2 \in Z_p}} \|\bar{z}_u^1 - \bar{z}_u^2\|. \quad (10)$$

Аналогично для  $\tilde{m}^{(t+1)}$ :

$$\rho_m(\tilde{m}^{(t+1)}, \tilde{m}) = \frac{1}{q \cdot h} \sum_{\substack{\bar{z}_u^1 \in Z_p^{(t+1)} \\ \bar{z}_u^2 \in Z_p}} \|\bar{z}_u^1 - \bar{z}_u^2\|. \quad (11)$$

Рассмотрим разность

$$\rho_m(\tilde{m}^{(t)}, \tilde{m}) - \rho_m(\tilde{m}^{(t+1)}, \tilde{m}) = \frac{1}{q \cdot h} (\|\bar{z}_{2 \cdot s-1}^{c(t)} - \bar{z}_{2 \cdot s-1}^c\| + \|\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t)} - \bar{z}_{2 \cdot s}^e\| -$$

# Доказательство теоремы корректности

## Доказательство (продолжение).

$$\begin{aligned} -\|\bar{z}_{2 \cdot s-1}^{c(t+1)} - \bar{z}_{2 \cdot s-1}^c\| - \|\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t+1)} - \bar{z}_{2 \cdot s}^e\|) = \frac{1}{q \cdot h} (\|\bar{z}_{2 \cdot s-1}^{c(t)} - \bar{z}_{2 \cdot s-1}^c\| + \\ + \|\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t)} - \bar{z}_{2 \cdot s}^e\| - \|\bar{z}_{2 \cdot s-1}^{c(t)} \vee (\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j) - \bar{z}_{2 \cdot s-1}^c\| - \\ - \|\bar{z}_{2 \cdot s}^{e(t)} \vee (\bar{z}^{e(t+1)} \Rightarrow \bar{z}_{2 \cdot s}^e) - \bar{z}_{2 \cdot s}^e\|), \end{aligned}$$

где  $\bar{z}_{2 \cdot s-1}^c, \bar{z}_{2 \cdot s}^e$  – столбцы матрицы предсказания процедурного признака  $f_p$ , соответствующего функциональному значению  $\tilde{m}$ .

Так как  $\tilde{f}_p^{(t+1)}$  выполним на  $(2 \cdot s - 1)$ -м столбце условий матрицы предсказания признака  $f_p$ , то после применении операции приведения  $\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j$  в результирующем векторе единицы появляются только на тех же местах что и в векторе  $\bar{z}_{2 \cdot s-1}^c$ .

# Доказательство теоремы корректности

## Доказательство (продолжение).

Это означает, что в векторе  $\bar{z}_{2.s-1}^{c(t)} \vee (\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j)$  по сравнению с вектором  $\bar{z}_{2.s-1}^{c(t)}$  единицы находятся только в тех же местах, что и в векторе  $\bar{z}_{2.s-1}^c$ , а новых нулей не появляется. В следствие чего разность  $\|\bar{z}_{2.s-1}^{c(t)} - \bar{z}_{2.s-1}^c\| - \|\bar{z}_{2.s-1}^{c(t)} \vee (\bar{z}^{c(t+1)} \rightarrow F_p^j) - \bar{z}_{2.s-1}^c\|$  всегда больше нуля.

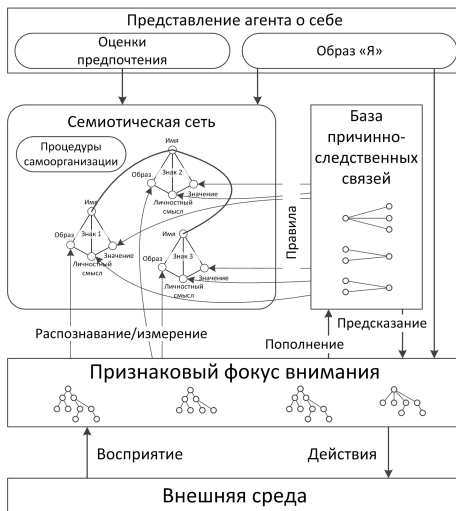
Так как для столбцов эффектов применяется операция сужающего приведения, которая оставляет единицы только на тех местах, на которых одновременно находятся единицы в приводимом векторе и векторе, к которому осуществляется приведение. В связи с этим разность  $\|\bar{z}_{2.s}^{e(t)} - \bar{z}_{2.s}^e\| - \|\bar{z}_{2.s}^{e(t)} \vee (\bar{z}^{e(t+1)} \Rightarrow \bar{z}_{2.s}^e) - \bar{z}_{2.s}^e\|$  также больше нуля.

# Доказательство теоремы корректности

## Доказательство (окончание).

Так как обе разности в скобках выражения для  $\rho_m(\tilde{m}^{(t)}, \tilde{m}) - \rho_m(\tilde{m}^{(t+1)}, \tilde{m})$  больше нуля, то отсюда следует, что функциональное значение  $\tilde{m}^{(t+1)}$  ближе к  $\tilde{m}$ . В виду произвольности выбора итерации  $t$ , это приводит к сходимости всей последовательности  $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \dots \rangle$ . □

# Архитектура интеллектуального агента





# Результаты

- Впервые построена модель структурных компонент элемента картины мира субъекта деятельности.
- Впервые проведена постановка задач распознавания в терминах алгебраической теории для образной компоненты элемента картины мира в динамическом и иерархическом случаях.
- Доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств построенных в работе операторов распознавания.
- Построен алгоритм итерационного процесса формирования нового элемента картины мира.
- Проведено оригинальное исследование итерационного процесса формирования нового элемента картины мира.

# Спасибо за внимание!

ИСА РАН, лаб. «Динамические интеллектуальные системы»,  
pan@isa.ru