Исследование образной и процедурной компонент элементов картины мира субъекта деятельности

Александр Панов

ИСА РАН
научный руководитель д.ф.-м.н., проф. Г. С. Осипов

6 ноября 2014 г.

Введение

Предмет исследования — построение моделей картины мира субъекта деятельности и некоторых когнитивных функций.

Целью исследования является разработка моделей и алгоритмов формирования элементов знаковой картины мира субъекта деятельности и её функционирования.

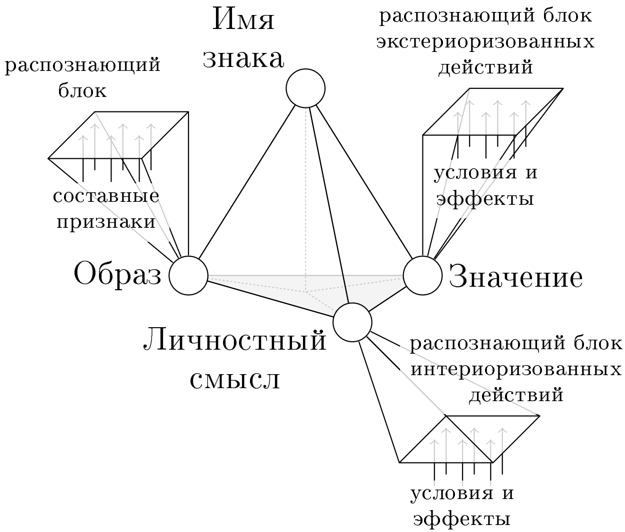
Постановка задачи

Согласно современным нейрофизиологическим и психологическим данным картина мира субъекта деятельности состоит из связанных базовых элементов. Элемент картины мира является структурой, которую в различных областях знаний принято называть **знаком**.

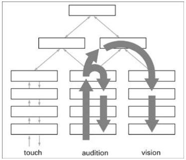
Знак имеет следующие компоненты: образ (перцепт), значение (функциональное назначение) и личностный смысл. Между этими компонентами существуют определённые связи, формирующиеся в процессе деятельности субъекта.

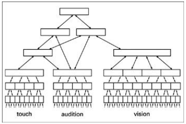
В настоящей работе рассматриваются алгоритмы функционирования и формирования перцепта и функционального назначения, исследуется сходимость итерационного процесса связывания этих компонент и рассматриваются некоторые функции знаковой картины мира.

Знак — элемент картины мира



Современные представления о принципах работы коры головного мозга





Исследование перцепта опирается на работы Маунткасла, Эдейльмана и Хокинса в области нейрофизиологии и строения коры головного мозга:

- неокортекс состоит из элементарных составных элементов, которые имеют одинаковое строение на всех участках коры, объединённые латеральными связями в регионы,
- неокортекс хранит последовательности паттернов,
- неокортекс воспроизводит паттерны автоассоциативно,
- неокортекс предсказывает паттерны,
- неокортекс хранит паттерны в инвариантной иерархической форме.

Основные допущения и прощения

С целью проведения исследования модели были приняты следующие упрощения:

- дискретность во времени,
- простейшая строгая иерархия со связями только между ближайшими уровнями,
- обратная связь только по предсказанию, без моторной части,
- гипотеза одинаковой длительности для одной группы признаков,
- гипотеза «всегда начинаем с начала»,
- пороговая модель принятия решений,
- подавление непредвиденного сигнала.

Признаки и распознающие блоки

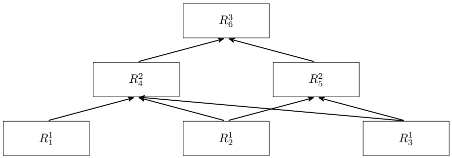
Пусть заданы следующие множества:

- $\{R_i^j\}$ — совокупность распознающих блоков,
- $\{f_k\}$ — совокупность допустимых признаков.

Введём бинарное отношение $\dashv$, определённое на декартовом произведении $\{f_k\}\times\{R_i^j\}$, и будем читать $f_k \dashv R_i^j$ как «признак f_k распознаётся блоком R_i^j».

Множество всех распознаваемых блоком R_i^j признаков будем обозначать F_i^{*j}, т. е. $\forall f^* \in F_i^{*j}\, f^* \dashv R_i^j, F_i^{*j} \subseteq \{f_k\}$.

Иерархия распознающих блоков



Рассмотрим связный ориентированный (ярусный) граф $G_R = (V, E)$:

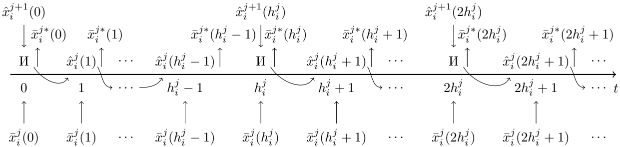
- V — множество вершин,
- E — множество рёбер,
- каждая вершина v, принадлежащая j-ому ярусу графа G_R, связана с соответствующим распознающим блоком R_i^j уровня j,
- каждое ребро $e = (v, u) \in E$ обозначает иерархическую связь между соответствующим вершине v дочерним блоком $R_{i_1}^{j_1}$ и соответствующим вершине u блоком—родителем $R_{i_2}^{j_2}$.

Входные признаки и функции распознавания

Определим:

- для каждого распознающего блока R_i^j множество $F_i^j \subseteq \{f_k\}$ — *совокупность входных признаков*, в которую входят такие признаки, что для любого $f \in F_i^j$ существует распознающий блок R_k^{j-1} уровня $j-1$, дочерний по отношению к блоку R_i^j, такой, что $f \dashv R_k^{j-1}$
- для каждого признака $f^* \in F_i^{*j}$ — *функцию распознавания* $\hat{f}(x_1, \ldots, x_q) = x^*$, где $x^* \in (0,1)$ — вес распознаваемого признака f^*, а $x_1, \ldots, x_q \in (0,1)$ — вес признаков из множества входных признаков F_i^j,
- множество $\hat{F}_i^j$ — совокупность функций распознавания для блока R_i^j.

Динамика распознающего блока



- l_i^j — мощность множества измеряемых признаков F_i^{*j},
- q_i^j — мощность множества входных признаков F_i^j,
- h_i^j — характерное время, за которое происходит один цикл вычисления в распознающем блоке R_i^j,
- вектор $\bar{x}_i^j(t)$ длины l_i^j — взвешенный вектор входных признаков,
- вектор $\bar{x}_i^{*j}(t)$ длины l_i^j — взвешенный вектор распознаваемых признаков,
- вектор $\hat{x}_i^j(t)$ длины q_i^j — вектор состояние (вектор ожиданий входных признаков в следующий момент времени).

Входные и выходные отображения

Пусть

- X_i^{*j} — множество возможных мгновенных значений выходных векторов распознающего блока R_i^j,
- X_i^j — множество возможных мгновенных значений взвешенных векторов входных признаков,
- $\hat{X}_i^j$ — множество всех возможных мгновенных значений векторов ожиданий или множество состояний распознающего блока R_i^j,
- $\omega_i^j : T \to X_i^j$ — входное воздействие в смысле теории динамических систем,
- $\gamma_i^j : T \to X_i^{*j}$ — выходная величина,
- $\varphi_i^j(t; \tau_s, \hat{x}_i^{j+1}, \omega) = \hat{x}_i^j$ — функция переходов,
- $\eta_i^j : T \times \hat{X}_i^j \to X_i^{*j}$ — выходное отображение, определяющее выходные вектора $\bar{x}_i^{*j}(t) = \eta(t, \hat{x}_i^j(t))$.

Матрица предсказаний

Будем считать множество моментов времени T множеством целых чисел. Тогда распознающий блок R_i^j будет являться *динамической системой с дискретным временем*.

Поставим каждой функции измерения $\hat{f}_k$ из множества $\hat{F}_i^j$ в соответствие набор матриц предсказания $Z_k = \{Z_1^k, \dots, Z_m^k\}$ размерности $q_i^j \times h_i^j$. Тогда

- столбец $\bar{z}_u^r = (z_{u1}^k, \dots, z_{uq}^k)$ матрицы Z_r^k — это вектор предсказания входных признаков из множества F_i^j в момент времени $\tau_s + u$, $z_{uv}^k \in \{0, 1\}$,
- матрица Z_r^k задаёт последовательность битовых векторов, наличие бита в котором свидетельствует о присутствии измеряемого функцией $\hat{f}_k$ признака,
- $\mathcal{Z}_i^j$ — множество всех матриц предсказания распознающего блока R_i^j.

Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ работы вычислительного блока

Разработан пороговый алгоритм $\mathfrak{A}_{th}(c_1, c_2)$ вычисления функции переходов φ_i^j и выходного отображения η_i^j по начальному моменту времени τ_s, управляющему воздействию $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$ и входному воздействию ω_i^j.

На основании данного алгоритма далее будут построены 4 типа операторов распознавания, сформулированы задачи классификации по Ю. И. Журавлёву и доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств этих операторов.

Статический оператор распознавания

Зафиксируем момент времени t, равный началу некоторого s-го вычислительного цикла τ_s.

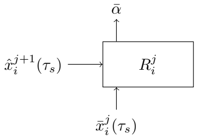
В этом случае, распознающий блок R_i^j можно рассматривать как статический оператор распознавания $R_i^j(\hat{x}_i^{j+1}, \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j) = \bar{x}_i^{*j}$.

Задача классификации

Пусть

- $\{Q\}$ — совокупность задач классификации,
- $\{\mathcal{A}\}$ — множество алгоритмов, переводящих пары $(\hat{x}, \bar{x})$ в вектора $\bar{\beta}$, составленные из элементов $0, 1, \Delta : \mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\beta}$. Если $\beta_i \in \{0, 1\}$, то β_i — значение величины α_i, вычисленное алгоритмом $\mathcal{A}$. Если $\beta_i = \Delta$, то алгоритм $\mathcal{A}$ не вычислил значение α_i.

Задача $Q(\hat{x}, \bar{x}, \alpha_1, \dots, \alpha_l) \in \{Q\}$ состоит в построении алгоритма, вычисляющего по поступившему вектору ожиданий $\hat{x}$ и входному вектору $\bar{x}$ значения $\alpha_1, \dots, \alpha_l \in \{0, 1\}$ присутствия признаков $f_1^*, \dots, f_l^*$. Другими словами, искомый алгоритм $\mathcal{A}^*$ переводит набор $(\hat{x}, \bar{x})$ в вектор $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_l)$, который будем называть информационным вектором входного вектора $\bar{x}$.



Свойство корректности алгоритма

Определение 1

Алгоритм $\mathcal{A}$ называется корректным для задачи Q, если выполнено равенство

$$\mathcal{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\alpha}.$$

Алгоритм $\mathcal{A}$, не являющийся корректным для Q, называется некорректным.

Далее будем считать, что множество $\{\mathcal{A}\}$ является совокупностью, вообще говоря, некорректных алгоритмов.

Отличие от известной постановки: используются вектора, а не матрицы при формулировке соответствующих определений и утверждений.

Разложение алгоритма классификации

Утверждение 1 (аналог теоремы 1, Журавлёв)

Каждый алгоритм $\mathcal{A} \in \{\mathcal{A}\}$ *представим как последовательность выполнения алгоритмов* R *и* C, *где* $R(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{x}^*$, $\bar{x}^*$ *— вектор действительных чисел,* $C(\bar{x}^*) = \bar{\beta}$, $\beta_i \in \{0, 1, \Delta\}$.

- R — оператор распознавания,
- C — решающее правило.

Решающее правило и операции над алгоритмами

Определение 2

Решающее правило C^* называется корректным на множестве входных векторов X, если для всякого вектора $\bar{x}$ из X существует хотя бы один числовой вектор $\bar{x}^*$ такой, что $C^*(\bar{x}^*) = \bar{\alpha}$, где $\bar{\alpha}$ — информационный вектор входного вектора $\bar{x}$.

В множестве операторов $\{R\}$ введём операции умножения на скаляр, сложения и умножения. Пусть r' — скаляр, $R', R'' \in \{R\}$. Определим операторы $r' \cdot R'$, $R' + R''$ и $R \cdot R''$ следующим образом:

$$r' \cdot R' = (r' \cdot x_1^{*\prime}, \ldots, r' \cdot x_l^{*\prime}), \tag{1}$$

$$R' + R'' = (x_1^{*\prime} + x_1^{*\prime\prime}, \ldots, x_1^{*\prime} + x_l^{*\prime\prime}), \tag{2}$$

$$R' \cdot R'' = (x_1^{*\prime} \cdot x_1^{*\prime\prime}, \ldots, x_1^{*\prime} \cdot x_l^{*\prime\prime}). \tag{3}$$

Замыкание множества алгоритмов

Утверждение 2

Замыкание $L\{R\}$ *множества* $\{R\}$ *относительно операций* (1) *и* (2) *является векторным пространством.*

Утверждение 3

Замыкание $\mathfrak{U}\{R\}$ *множества* $\{R\}$ *относительно операций* (1), (2) *и* (3) *является ассоциативной линейной алгеброй с коммутативным умножением.*

Определение 3

Множества $L\{A\}$ *и* $\mathfrak{U}\{A\}$ *алгоритмов* $\mathcal{A} = R{\cdot}C^*$ *соответственно таких, что* $R{\in}L\{R\}$ *и* $R \in \mathfrak{U}\{R\}$, *соответственно называются линейными и алгебраическими замыканиями множества* $\{\mathcal{A}\}$.

Свойство полноты задачи

Зафиксируем пару $(\hat{x}, \bar{x})$ управляющего вектора и входного вектора. Будем рассматривать задачи $Q(\hat{x}, \bar{x})$, обладающие следующим свойством относительно множества операторов распознавания $\mathcal{R}$.

Определение 4

Если множество векторов $\{R(\hat{x}, \bar{x})\}$, где R пробегает некоторое множество операторов распознавания $\mathcal{R}$, содержит базис в пространстве числовых векторов длины l, то задача $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$ называется полной относительно $\mathcal{R}$.

Связь свойств полноты и корректности

Утверждение 4 (аналог теоремы 2, Журавлёв)

Если множество задач $\{Q\}$ состоит лишь из задач, полных относительно $\mathfrak{R}$, то линейное замыкание $L\{R{\cdot}C^*\}$ (C^* — произвольное фиксированное корректное решающее правило, R пробегает множество $\mathcal{R}$) является корректным относительно $\{Q\}$.

Основная теорема корректности в статическом случае

Будем рассматривать только такие задачи $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$, для которых удовлетворяется следующее условие: $\exists k$ такое, что x_k является k-ым элементом вектора $\bar{x}$ и $x_k > 1/2$.

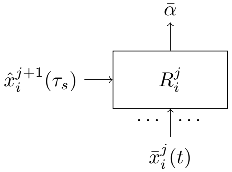
Теорема 1 (А. И. Панов)

Линейное замыкание $L\{\mathcal{A}\}$ семейства алгоритмов $\{\mathcal{A}\} = \{R{\cdot}C^*\}$ с произвольным корректным решающим правилом C^* и операторами распознавания R, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на $\{Q\}$.

Операторы распознавания R^t

Фиксация момента времени не в начале вычислительного цикла, а на любом другом значении $\tau_s < t < \tau_s + h_i^j$, приводит к операторам вида $R_i^j(\hat{x}_i^j(t), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(t))$, который кратко будем записывать R^t.

Для этих операторов постановка задачи распознавания выглядит таким же образом как и для операторов R, формулировки определений полноты и корректности идентичны. Теорема о корректности линейного замыкания $L\{R^t \cdot C^*\}$ доказывается аналогично.

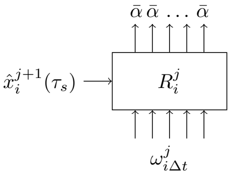


Динамические операторы распознавания

Будем фиксировать не конкретный момент времени t, а промежуток времени $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h_i^j)$.

В этом случае распознающий блок R_i^j можно рассматривать как *динамический оператор распознавания* $\hat{R}_i^j(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \omega_{i\Delta t}^j) = \gamma_{i\Delta t}^j$

- принимающий функцию входного воздействия ω_i^j, ограниченную на промежутке времени Δt и
- выдающий функцию выходной величины γ_i^j на том же временном промежутке.



Динамические операторы распознавания

Действие динамического оператора $\hat{R}_i^j$ можно заменить последовательным действием статических операторов

$$R(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s)), R^1(\hat{x}_i^j(\tau_s+1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s+1)), \dots,$$

$$R^{h_i^j-1}(\hat{x}_i^j(\tau_s+h_i^j-1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s+h_i^j-1)),$$

в результате выдающих последовательность

$$\{\bar{x}_i^{*j}(t)\} = \{\bar{x}_i^{*j}(\tau_s), \bar{x}_i^{*j}(\tau_s+1), \dots, \bar{x}_i^{*j}(\tau_s+h_i^j-1)\}.$$

Так как параметр h_i^j фиксирован, то конечные последовательности векторов $\omega_{i\Delta t}^j$ и $\gamma_{i\Delta t}^j$ можно считать матрицами размерности $l_i^j \times h_i^j$. Далее будем опускать индексы i и j.

Задача классификациуиу

Задача $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ состоит в построении алгоритма $\hat{\mathcal{A}}$, вычисляющего по поступившему начальному (управляющему) вектору ожиданий $\hat{x}$ и матрице входных воздействий $\omega_{\Delta t}$ последовательность векторов $\beta_{\Delta t}$, монотонно сходящуюся к информационному вектору $\bar{\alpha}$.

Искомый оператор распознавания $\hat{R}$ должен выдавать весовую матрицу измеряемых признаков $\gamma_{\Delta t}$, столбцы которой должны сходиться (с учётом корректного решающего правила) к информационному вектору: $\lim_{t \to \tau_s + h} \bar{x}^*(t) = \bar{\alpha}$.

Свойство корректность алгоритма

Определение 5

Алгоритм $\hat{\mathcal{A}}(\hat{x}, \bar{x}) = \beta_{\Delta t} = (\bar{\beta}_1, \ldots, \bar{\beta}_h)$ *называется корректным для задачи* $\hat{Q}$, *если выполнено условие*

$$\|\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}\| \geqslant \|\bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}\| \geqslant \cdots \geqslant \|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\|,$$

причём $\|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\| = 0$. $\|\bar{\beta}_i - \bar{\alpha}\| = \sum_j (\beta_{ij} - \alpha_j)$, *где* $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$, *если* $\beta_{ij} = \alpha_j$, $\beta_{ij} - \alpha_j = \frac{1}{2}$, *если* $\beta_{ij} = \Delta$, *и* $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$ *иначе. Алгоритм* $\hat{\mathcal{A}}$, *не являющийся корректным для* $\hat{Q}$, *называется некорректным.*

Разложимость алгоритма

Утверждение 5

Каждый алгоритм $\hat{A} \in \{\hat{\mathcal{A}}\}$ *представим как последовательность выполнения алгоритмов* $\hat{R}$ *и* $\hat{C}$, *где* $\hat{R}(\hat{x}, \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}) = \gamma_{\Delta t}$, $\gamma_{\Delta t}$ *— матрица действительных чисел,* $\hat{C}(\gamma_{\Delta t}) = \beta_{\Delta t}$, $\beta_{\Delta t}$ *— матрица значений* $\beta_{ij} \in \{0, 1, \Delta\}$.

Корректное решающее правило

Корректное решающее правило $\hat{C}^*$ для матрицы $\gamma_{\Delta t}$ определяется через набор корректных правил для векторов $(C_1^*, \ldots, C_h^*)$ таких, что

$$\|C_1^*(\bar{x}^*(\tau_s)) - \bar{\alpha}\| \geqslant \|C_2^*(\bar{x}^*(\tau_s + 1)) - \bar{\alpha}\| \geqslant \cdots \geqslant$$

$$\geqslant \|C_h^*(\bar{x}^*(\tau_s + h - 1)) - \bar{\alpha}\|,$$

причём последняя норма равна нулю. В простейшем случае $\forall i$ $C_i^*(\bar{x}^*(\tau_s + i)) = \bar{\alpha}$.

Аналогично статическому случаю вводятся определения линейного $L\{\hat{R}\}$ и алгебраического $\mathfrak{U}\{\hat{R}\}$ замыкания над множеством $\{\hat{R}\}$.

Основная теорема корректности в динамическом случае

Зафиксируем начальный вектора ожиданий $\hat{x}$ и последовательность входных векторов $\omega_{\Delta t}$.

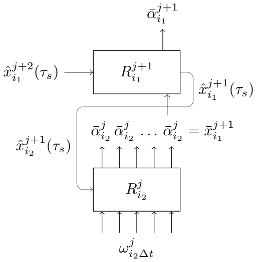
Если, как и в статическом случае, будем рассматривать только такие задачи $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$, для которых в матрице $\omega_{\Delta t}$ в каждом столбце с номером s $\exists k$ такое, что x_{sk} является k-ым элементом вектора $\bar{x}(\tau_s + s)$ и $x_{sk} > 1/2$, то можно сформулировать следующую теорему.

Теорема 2 (А. И. Панов)

Линейное замыкание $L\{\hat{A}\}$ семейства алгоритмов $\{\hat{A}\} = \{\hat{R} \cdot \hat{C}^*\}$ с произвольным корректным решающим правилом $\hat{C}^*$ и операторами распознавания $\hat{R}$, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на $\{\hat{Q}\}$.

Иерархический оператор распознавания

Для обоснования корректности иерархии операторов динамического распознавания, рассмотрим пример из двухуровневой иерархии, на каждом уровне которой находится по одному оператору: статический $R_{i_1}^{j+1}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \bar{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ на верхнем уровне и динамический $\hat{R}_{i_2}^{j}(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \omega_{i_2\Delta t}^{j}, \bar{\alpha}_{i_2}^{j})$ — на нижнем.



Данную иерархию можно рассматривать как иерархический оператор распознавания $\hat{R}_{e,j}^{2}(\hat{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_{i_1}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_2}^{j}, \omega_{i_2\Delta t}^{j}) = \bar{x}_{i_1}^{*j+1}$, принимающий функцию входного воздействия $\omega_{i_2\Delta t}^{j}$ нижнего уровня, ограниченную на промежутке времени Δt, и выдающий взвешенный вектор распознаваемых признаков $\bar{x}_{i_1}^{*j+1}$.

Задача классификации

Задача $\hat{Q}^2_{e,j}(\hat{x}^{j+2}_{i_1}, \omega^j_{i_2\Delta t}, \bar{\alpha}^{j+1}_{i_1})$ состоит в построении алгоритма $\hat{\mathcal{A}}_e$, вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий $\hat{x}^{j+2}_{i_1}$ и матрице входных воздействий $\omega^j_{i_2\Delta t}$ значения информационного вектора $\bar{\alpha}^{j+1}_{i_1}$.

Основная теорема корректности в иерархическом случае

Зафиксируем начальный вектор ожиданий $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$ и последовательность входных векторов $\omega_{i_2\Delta t}^{j}$.

Если мы будем рассматривать только такие задачи $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^{j}, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$, для которых в матрице $\omega_{i_2\Delta t}^{j}$ в каждом столбце с номером s $\exists k$ такое, что x_{sk} является k-ым элементом вектора $\bar{x}_{i_2}^{j}(\tau_s + s)$ и $x_{sk} > 1/2$, то можно сформулировать следующую теорему.

Теорема 3 (А. И. Панов)

Линейное замыкание $L\{\hat{\mathcal{A}}_e\}$ семейства алгоритмов $\{\hat{\mathcal{A}}_e\} = \{\hat{R}_{e,j}^2 \cdot \hat{C}_e^*\}$ с произвольным корректным решающим правилом $\hat{C}_e^*$ и операторами распознавания $\hat{R}_{e,j}^2$, определёнными алгоритмом $\mathfrak{A}_{th}$, является корректным на множестве задач $\{\hat{Q}_{e,j}^2\}$.

Схема алгоритма формирования знака

1. Формирование перцепта.
2. Порождение на основе прошлого опыта или на основе прецедентов — множества пар вида “перцепт — функциональное значение” — функционального значения объекта.
3. Получение субъектом из культурной среды, аккумулированной в системе естественного языка, пары “имя знака — значение” и оценка специальным механизмом степени близости функционального значения, построенного на стадии 1 к значению, полученному из культурной среды; в случае недостаточной близости — переход к п. 1 и продолжение формирования перцепта.
4. Связывание имени из пары “имя знака — значение” с перцептом, построенным после завершения выполнения п. 1–3; с этого момента перцепт превращается в образ.

Схема алгоритма формирования знака

5. Формирование личностных смыслов знака на основе прецедентов действий с предметом.
6. Связывание имени из пары “имя знака — значение” со сформированным личностным смыслом. С этого момента функциональное значение превращается в значение, а биологический смысл — в личностный смысл.
7. Продолжение отображения “биологический смысл — перцепт” включением в область определения отображения личностного смысла, полученного в предыдущем пункте, а в область значений — образа из п. 4.

Отношения измеримости

Введём семейство бинарных отношений $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$, определённых на декартовом произведении $\{f_k\} \times \{f_k\}$.

"Признак f_1 является составляющим признака f_2" или "признак f_2 измеряется по признаку f_1", $(f_1, f_2) \in \sqsubset$ или $f_1 \sqsubset f_2$, в том случае, если $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^{j+1}$, R_2^{j+1} — родительский блок по отношению к R_1^j и в множестве матриц предсказания $\mathcal{Z}_2$ признака f_2 существует как минимум одна матрица Z_r^2, содержащая некоторый столбец $\bar{z}_u^r$ с элементом $z_{uv}^r \neq 0$, где v — индекс признака f_1 во входном векторе вероятностей для распознающего блока R_2^{j+1}.

Отношения измеримости

Пара признаков $(f_1, f_2) \in \sqsubset^t$ или $f_1 \sqsubset^t f_2$, где $t \in \{1, 2, \dots\}$, в том случае, если $f_1 \dashv R_1^j$, $f_2 \dashv R_2^{j+1}$, R_2^{j+1} — родительский блок по отношению к R_1^j и в множестве матриц предсказания $\mathcal{Z}_2$ признака f_2 существует как минимум одна матрица Z_r^2, содержащая t–ый столбец $\bar{z}_t^r$ с элементом $z_{tv}^r \neq 0$, где v — индекс признака f_1 во входном векторе вероятностей для распознающего блока R_2^{j+1}.

Каждый элемент векторов-столбцов соотносится с признаком из входного множества признаков распознающего блока, что означает задание типа для каждого элемента вектора-столбца. Будем обозначать тип k-го элемента вектора-столбца распознающего блока R_i^j как $f_i^j(k) \in F_i^j$, $k \in (1, q_i^j)$.

Признаки “условие” и “эффект”

Для описания действий будем использовать правила, которые в искусственном интеллекте представляются собой множества условий и эффектов. Введём два выделенных из множества $\{f_k\}$ признака: f_c — “условие” и f_e — “эффект”, измеряемые распознающим блоком R_0^1.

Определение 6

Те признаки, которые измеряются распознающими блоками, выступающими родительскими по отношению к блоку R_0^1, будем называть процедурными признаками, остальные — объектными признаками.

Для любого процедурного признака выполняются следующие естественные условия:

- условие всегда предшествует эффекту,
- условие всегда влечёт за собой эффект и
- все условия всегда отделены от своих эффектов.

Столбцы условий и эффектов

Определение 7

Те столбцы матрицы предсказания Z, в которых соответствующий признаку f_e элемент вектора не нулевой, будем называть столбцами эффектов, а те столбцы матрицы предсказания Z, в которых не равен нулю элемент вектора, соответствующий признаку f_c – столбцами условий.

Пополним семейство отношений $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$ двумя отношениями: $\sqsubset^c$ и $\sqsubset^e$, принадлежность к которым пары признаков (f_1, f_2) свидетельствует о том, что признак f_1 присутствует соответственно в столбце условий и эффектов как минимум в одной матрице предсказания процедурного признака f_2.

Перцепт

Определение 8

Если f_1 — признак, то подмножество $\tilde{p}(f_1)$ множества $\{f_k\}$ таких признаков, что $\forall f_i \in \tilde{p}(f_1) f_i \sqsubset f_1$, будем называть перцептом признака f_1.

На множестве всех перцептов $\tilde{P}$ введём метрику $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2))$, вычисляемую по следующему правилу:

- если f_1 и f_2 измеряются разными распознающими блоками, т.е. $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^i$, то $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \infty$,
- если f_1 и f_2 измеряются одним и тем же распознающим блоком R_1^j со множеством входных признаков F_1^j мощности q и характерным временем h, то

$$\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \min_{\substack{Z_r^1 \in Z_1 \\ Z_s^2 \in Z_2}} \frac{1}{q \cdot h} \sum_{u=1}^{h} \|\bar{z}_u^r - \bar{z}_u^s\|. \tag{4}$$

Функциональное значение

Определение 9

Если f_1 — признак, f_2 — процедурный признак, $f_1 \sqsubset^c f_2$, то будем называть f_2 функциональным значением признака f_1. Множество всех функциональных значений признака f_1 будем обозначать $\tilde{m}(f_1)$.

На множестве всех функциональных значений $\tilde{M}$ введём метрику $\rho_m(\tilde{m}(f_1), \tilde{m}(f_2))$ следующим образом:

$$\rho_m(\tilde{m}_1(f_1), \tilde{m}_2(f_2)) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}(f_1) \\ f_j \in \tilde{m}(f_2)}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)). \quad (5)$$

Матрица предсказаний процедурного признака

Матрицу предсказания Z_r^p процедурного признака f_p всегда можно представить в следующем виде:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_1}^{r,c}, \bar{z}_{j_1+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_1}^{r,e}, \dots, \dots,$$

$$\bar{z}_{i_{k-1}+1}^{r,c}, \dots, \bar{z}_{j_k}^{r,c}, \bar{z}_{j_k+1}^{r,e}, \dots, \bar{z}_{i_k}^{r,e}),$$

где $\bar{z}_j^{r,c}$ — столбцы причин, $\bar{z}_i^{r,e}$ — столбцы следствий.

Величину k будем называть актностью процедурного признака. В дальнейшем будем рассматривать простые матрицы предсказаний k-актного процедурного признака:

$$Z_r^p = (\bar{z}_1^{r,c}, \bar{z}_2^{r,e}, \dots, \dots, \bar{z}_{2\cdot k-1}^{r,c}, \bar{z}_{2\cdot k}^{r,e}).$$

Краткая форма k-актного процедурного признака f_p имеет матрицу предсказания, в которой оставлены только первый столбец условий и последний столбец эффектов.

Процедурный признак как правило

Любой одноактный процедурный признак f_p, измеряемый распознающим блоком R_i^j, можно представить в виде правила $r_p = (F_C(f_p), F_A(f_p), F_D(f_p))$, в котором:

- $F_C(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество признаков — условий правила: $\forall f \in F_C(f_p)\ f \sqsubset^c f_p$;
- $F_A(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество добавляемых правилом признаков: $\forall f \in F_A(f_p)\ f \sqsubset^e f_p, f \notin F_C$;
- $F_D(f_p) \subseteq F_i^j$ — множество удаляемых правилом признаков: $\forall f \in F_D(f_p)\ f \notin F_A, f \in F_C$.

Свойство выполнимости

Определение 10

Процедурный признак f_p^1 с матрицей предсказания $Z = (\bar{z}_1^c, \bar{z}_2^e)$ выполняется на векторе z длины q, если $z \cdot \bar{z}_1^c = \bar{z}_1^c$.

Будем говорить, что процедурный признак f_p^1 выполним в условиях процедурного признака f_p^2, если

- оба признака измеряются одним и тем же распознающим блоком R_i^j и признак f_p^1 выполняется на столбце условий матрицы предсказания признака f_p^2,
- $f_p^1 \dashv R_1^{j_1}, f_p^2 \dashv R_2^{j_2}$, множества $F_C(f_p^1)$ и $F_C(f_p^2)$ состоят из одних и тех же признаков, образуемый вектор $\tilde{z}$ (той же мощности, что и множество $F_1^{j_1}$) элементы которого, соответствующие признакам из $F_C(f_p^2)$ принимаются равными 1, остальные — 0, и признак f_p^1 выполним на векторе $\tilde{z}$.

Свойство конфликтности

Определение 11

Будем говорить, что два процедурных признака f_p^1 и f_p^2 конфликтуют, если выполнено как минимум одно из следующих условий:

- $F_D(f_p^1) \cap F_A(f_p^2) \neq \varnothing$,
- $F_D(f_p^2) \cap F_A(f_p^1) \neq \varnothing$,
- $F_D(f_p^1) \cap F_C(f_p^2) \neq \varnothing$,
- $F_D(f_p^2) \cap F_C(f_p^1) \neq \varnothing$.

Операции приведения признаков

Определение 12

Операцией сохраняющего приведения вектор-столбца $\bar{z}_1$ *к множеству входных признаков* $F_{i_2}^{j_2}$ *будем называть такой вектор* $\bar{z}_3$ *длины* $q_{i_2}^{j_2}$, *элемент которого* $z_{3k} = 1$, *если* $f_{i_1}^{j_1}(k) = f_{i_2}^{j_2}(k)$ *и* $z_{1k} = 1$, *иначе* $z_{3k} = 0$, *и обозначать* $(\bar{z}_1 \to F_{i_2}^{j_2}) = \bar{z}_3$.

Определение 13

Операцией сужающего приведения вектор-столбца $\bar{z}_1$ *к некоторому столбцу* $\bar{z}_2$ *распознающего блока* $R_{i_2}^{j_2}$ *будем называть такой вектор* $\bar{z}_3$ *длины* $q_{i_2}^{j_2}$, *элемент которого* $z_{3k} = 1$, *если* $f_{i_1}^{j_1}(k) = f_{i_2}^{j_2}(k)$, $z_{2k} = 1$ *и* $z_{1k} = 1$, *иначе* $z_{3k} = 0$, *и обозначать* $(\bar{z}_1 \Rightarrow \bar{z}_2) = \bar{z}_3$.

Опыт наблюдения

У субъекта имеется опыт наблюдения, который выражается в виде отношения Ψ_p^m: $\tilde{p}\Psi_p^m\tilde{m}$, или $\Psi_p^m(\tilde{p}) = \tilde{m}$, в том случае, если $\tilde{p} \in \tilde{P}$ является перцептом некоторого признака f, а $\tilde{m} \in \tilde{M}$ – функциональным значением того же признака f.

Разработан итерационный алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m, который обеспечивает построение такого перцепта из множества признаков $\hat{F}$, при котором формируемое функциональное значение сходится к значению $\tilde{m} = \{f_p\}$, полученному из внешней среды.

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

Вход: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\}$;

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

Вход: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\}$;

1: $\tilde{p}^{*(0)} := \varnothing$;
2: $Z^{*(0)} := \varnothing$;
3: $t := 0$;

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

Вход: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\}$;

1: $\tilde{p}^{*(0)} := \varnothing$;
2: $Z^{*(0)} := \varnothing$;
3: $t := 0$;
4: **for all** $f^{(t)} \in \hat{F}$ **do**

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

Вход: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\}$;

1: $\tilde{p}^{*(0)} := \varnothing$;
2: $Z^{*(0)} := \varnothing$;
3: $t := 0$;
4: **for all** $f^{(t)} \in \hat{F}$ **do**
5: **if** $\exists \tilde{m}^{(t)} \in \tilde{M}$ такое, что $\tilde{p}(f^{(t)}), \tilde{m}^{(t)}) \in \Psi_p^m$ **and**
6: $\tilde{m}^{(t)}$ выполним в условиях признака f_p **and**
7: $\nexists f : f \in \tilde{p}^{*(t)}, (\tilde{p}(f), \tilde{m}(f)) \in \Psi_p^m, \tilde{m}$ конфликтует с $\tilde{m}^{(t)}$ **then**

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть I)

Вход: $\tilde{m} = \{f_p\}, \Psi_p^m, \hat{F} \subseteq \{f_k\}$;

$\tilde{p}^{*(0)} := \varnothing$;

$Z^{*(0)} := \varnothing$;

$t := 0$;

for all $f^{(t)} \in \hat{F}$ **do**

    if $\exists \tilde{m}^{(t)} \in \tilde{M}$ такое, что $\tilde{p}(f^{(t)}), \tilde{m}^{(t)}) \in \Psi_p^m$ **and**

    $\tilde{m}^{(t)}$ выполним в условиях признака f_p **and**

    $\nexists f : f \in \tilde{p}^{*(t)}, (\tilde{p}(f), \tilde{m}(f)) \in \Psi_p^m, \tilde{m}$ конфликтует с $\tilde{m}^{(t)}$ **then**

        $\tilde{p}^{*(t)} = \tilde{p}^{*(t)} \cup \{f^{(t)}\}$;

        if $\exists R_i^j$ такой, что $f^{(t)} \in F_i^j$ **then**

            $R_i^{j(t)} := R_i^j$;

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть II)

```
    else
        R_i^{j(t)} := argmax_{R} (F_i^j ∩ p̃^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} ∪ f^{(t)};
    end if
```

$$R_i^{j(t)} := \arg\max_{\{R\}}(F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$$

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть II)

else

$$R_i^{j(t)} := \arg\max_{\{R\}}(F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$$

end if

$\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \ldots, z_{sq}), z_{sk} = 1$, если k – индекс признака $f^{(t)}$ во входном векторе распознающего блока $R_i^{j(t)}$ и $z_{sk} = 0$ иначе;

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть II)

else
    $R_i^{j(t)} := \arg\max\limits_{\{R\}}(F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)};$
end if
$\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sq}), z_{sk} = 1$, если k – индекс признака $f^{(t)}$ во входном векторе распознающего блока $R_i^{j(t)}$ и $z_{sk} = 0$ иначе;
$Z^{*(t)} := Z^{*(t)} \cup \bar{z}_s;$

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть II)

else

$R_i^{j(t)} := \arg\max\limits_{\{R\}}(F_i^j \cap \tilde{p}^{(t)}), R_i^{j(t)} := F_i^{j(t)} \cup f^{(t)}$;

end if

$\bar{z}_s := (z_{s1}, z_{s2}, \ldots, z_{sq}), z_{sk} = 1$, если k – индекс признака $f^{(t)}$ во входном векторе распознающего блока $R_i^{j(t)}$ и $z_{sk} = 0$ иначе;

$Z^{*(t)} := Z^{*(t)} \cup \bar{z}_s$;

$Z_p^{(t)} := (\bar{z}_1^{c(t)}, \bar{z}_2^{e(t)}, \ldots, \bar{z}_{2\cdot k-1}^{c(t)}, \bar{z}_{2\cdot k}^{e(t)})$, где

$\bar{z}_i^{c(t)} = \bigvee\limits_{\tilde{m}_j^{(t)}} (\bar{z}_j^{c(t)} \to F_p^j), \bar{z}_i^{e(t)} = \bigvee\limits_{\tilde{m}_j^{(t)}} (\bar{z}_j^{e(t)} \Rightarrow \bar{z}_j^e)$;

end if

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть III)

$\quad\quad \tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\};$

$\quad\quad \mathcal{Z}^{*(t)} = \{Z^{*(t)}\};$

$\quad\quad t = t + 1;$

end for

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ доопределения функции Ψ_p^m

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ (часть III)

$\tilde{m}^{*(t)} = \{f_p^{(t)}\}$;

$\mathcal{Z}^{*(t)} = \{Z^{*(t)}\}$;

$t = t + 1$;

end for

Выход: Ψ_p^m, определенная на паре $(\tilde{p}, \tilde{m})$, где $\tilde{p} = \lim\limits_{t \to \infty} \tilde{p}^{*(t)}$,

$f^*, Z^* = \lim\limits_{t \to \infty} Z^{*(t)}, \mathcal{Z}^* = \{Z^*\}$;

Теорема корректности алгоритма $\mathfrak{A}_{pm}$

Теорема 4 (А. И. Панов)

Алгоритм $\mathfrak{A}_{pm}$ корректен, т. е. последовательность функциональных значений $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \dots \rangle$, которая строится с помощью алгоритма $\mathfrak{A}_{pm}$ для функционального значения $\tilde{m}$, сходится к $\tilde{m}$.

Результаты

1. Построена модель компонент знака — элемента картины мира субъекта деятельности.
2. Построены четыре типа операторов распознавания (два статических случая, динамический и иерархический случаи) в терминах алгебраической теории для образной компоненты знака.
3. Доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств построенных в работе операторов распознавания.
4. Построен алгоритм итерационного процесса формирования и связывания двух компонент знака.
5. Исследована сходимость итерационного процесса формирования и связывания двух компонент знака.

Спасибо за внимание!

ИСА РАН, лаб. «Динамические интеллектуальные системы»,
pan@isa.ru