

# Исследование образной и процедурной компонент картины мира субъекта деятельности

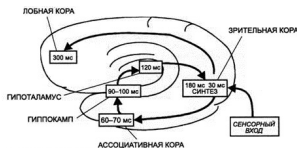
Александр Панов

ИСА РАН

научный руководитель д.ф.-м.н., проф. Г. С. Осипов

18 декабря 2014 г.

# Картина мира и нейрофизиология



По нейрофизиологическим данным (В. Маунткэсл, 1981; Дж. Хокинс, 2009), в том числе в *теории повторного входа или информационного синтеза* (Д. Эдельман, 1981; А. М. Иваницкий, 1996) возникновение ощущения, т. е. активизация некоторого элемента картины мира субъекта, происходит при замыкании контура распространения нервного возбуждения от сенсорного входа. При этом происходит наложение значения сигнала (гиппокамп) и эмоционального отношения к нему (гипоталамус) на поступившую сенсорную информацию.

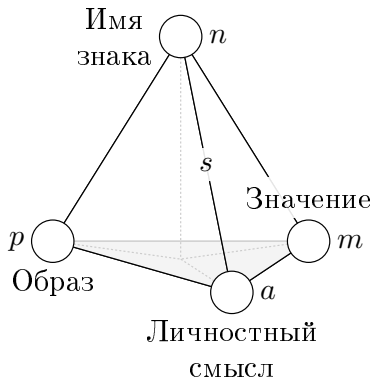
# Картина мира и психология

В культурно—историческом подходе (А. Р. Лурия, 1970; Л. Н. Выготский, 1960) вводится понятие знака как основного инструмента познавательной деятельности субъекта. В теории деятельности (А. Н. Леонтьев, 1975) раскрывается структура знака и его роль в формировании не только познавательной, но и любой другой деятельности субъекта.

По Леонтьеву образующими картины мира, т. е. компонентами знака, являются *образ, значение и личностный смысл*. «В значениях представлена преобразованная и свёрнутая в материи языка идеальная форма существования предметного мира ... раскрываемая в совокупной общественной практикой». Личностный смысл является «значением—для—меня».

«Движение, соединяющее абстрактное значение с чувственным миром, представляет собой одно из существеннейших движений сознания» (А. Н. Леонтьев).

# Знак — элемент картины мира



Знак имеет следующие компоненты:

- имя,
- образ,
- значение и
- личностный смысл.

# Предмет и цель исследования

**Предмет исследования** — построение моделей картины мира субъекта деятельности и некоторых когнитивных функций.

**Целью исследования** является разработка моделей и алгоритмов формирования пары образа и значения элемента знаковой картины мира субъекта деятельности.

Таким образом, в настоящей работе рассматриваются алгоритмы формирования двух основных компонент знака: образа и значения. Исследуется сходимость итерационного процесса связывания этих компонент и рассматриваются некоторые функции знаковой картины мира

# Задачи исследования

В качестве модели компонент знака в работе строится специальный распознающий автомат, функционирование которого соответствует (с некоторыми упрощениями) нейрофизиологическим данным о работе указанных участков коры головного мозга человека.

В работе были поставлены и решены следующие задачи:

- исследовать автоматную функцию иерархии распознающих автоматов с заданным множеством состояний, полученными в результате процесса обучения (например, по алгоритму НТМ);
- на основе построенной модели разработать итерационный алгоритм формирования и связывания двух основных компонент знака: образа и значения;
- исследовать сходимость построенного итерационного алгоритма.

# Признаки и распознающие автоматы

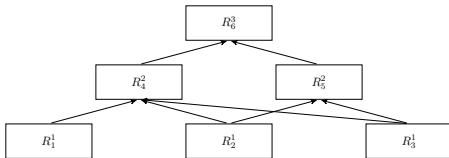
Для уточнения постановки задачи введём следующие объекты:

- $\mathcal{R}$  — совокупность распознающих автоматов или  $R$ -автоматов,
- $\mathcal{F}$  — совокупность допустимых признаков.

Введём бинарное отношение  $\dashv$ , определённое на декартовом произведении  $\mathcal{F} \times \mathcal{R}$ , и будем читать  $f_k \dashv R_i^j$  как «признак  $f_k$  распознаётся  $R$ -автоматом  $R_i^j$ ».

Множество всех распознаваемых  $R$ -автоматом  $R_i^j$  признаков будем обозначать  $F_i^{*j}$ , т. е.  $\forall f^* \in F_i^{*j} f^* \dashv R_i^j, F_i^{*j} \subseteq \mathcal{F}$ .

# Иерархия распознающих автоматов



Представим иерархию в виде связного ориентированного ярусного графа  $G_R = (V, E)$ :

- $V = \mathcal{R}$  — множество вершин,
- $E \subset \mathcal{R} \times \mathcal{R}$  — множество рёбер,
- каждая вершина, принадлежащая  $j$ -ому ярусу графа  $G_R$ , является  $R$ -автоматом  $R_i^j$  уровня  $j$ ,
- каждое ребро  $e = (R_{i_1}^{j_1}, R_{i_2}^{j_2}) \in E$  обозначает иерархическую связь между дочерним  $R$ -автоматом  $R_{i_1}^{j_1}$  и  $R$ -автоматом — родителем  $R_{i_2}^{j_2}$ .



# Входные признаки и функции распознавания

Введём следующие определения.

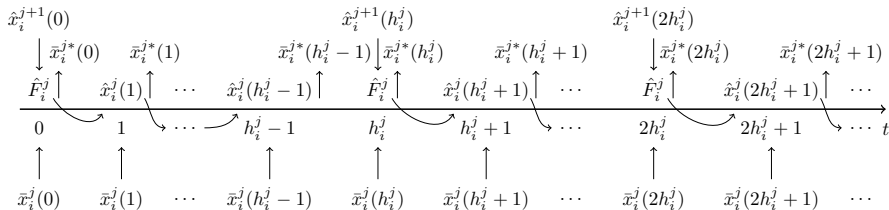
- Признак  $f \vdash R_k^{j-1}$  называется входным для  $R$ -автомата  $R_i^j$ , если  $R_k^{j-1}$  является дочерним автоматом по отношению к  $R_i^j$ . Всё множество входных признаков для  $R_i^j$  будем обозначать  $F_i^j$ .
- Для каждого признака  $f^* \in F_i^{*j}$  введём функцию распознавания  $\hat{f}(x_1, \dots, x_q) = x^*$ , где  $x^* \in (0, 1)$  — вес распознаваемого признака  $f^*$ , а  $x_1, \dots, x_q \in (0, 1)$  — веса признаков из множества входных признаков  $F_i^j$ . Всю совокупность функций распознавания для  $R_i^j$  будем обозначать  $\hat{F}_i^j$ .

# Задача исследования образной компоненты

Таким образом задача состоит в следующем:

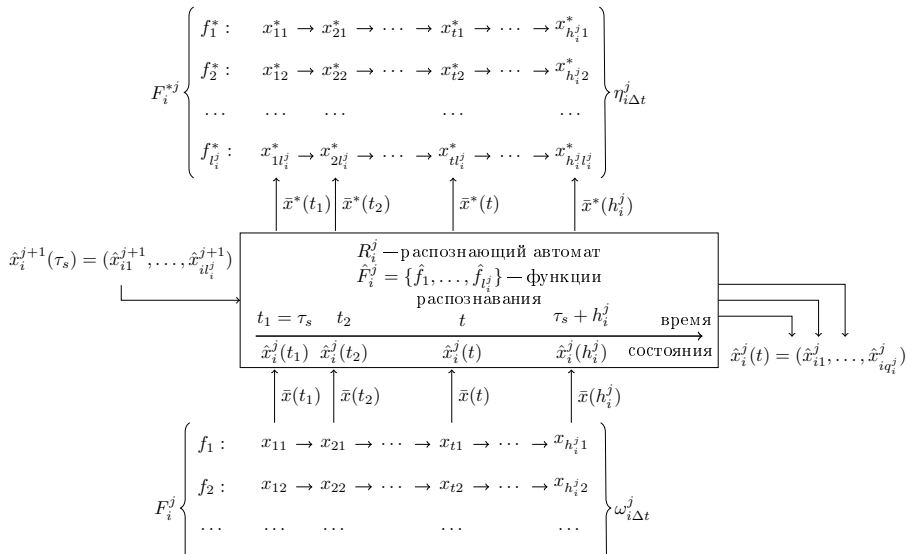
- построить алгоритм вычисления автоматной функции распознающего автомата,
- построить четыре типа операторов распознавания (два статических для начального и промежуточного моментов времени, динамический и иерархический),
- на основе этих операторов исследовать автоматную функцию и
- доказать теоремы о корректности линейных замыканий построенных операторов.

# Динамика распознающего автомата



- вектор  $\bar{x}_i^j(t)$  длины  $l_i^j$  — входной сигнал (вектор весов входных признаков),
- вектор  $\bar{x}_i^{j+1}(t)$  длины  $l_i^{j+1}$  — выходной сигнал (вектор весов распознаваемых признаков),
- вектор  $\hat{x}_i^{j+1}(t)$  длины  $q_i^{j+1}$  — управляющий вектор, задающий начальное состояние в моменты времени  $0, h_i^j, 2h_i^j, \dots$ ,
- вектор  $\hat{x}_i^j(t)$  длины  $q_i^j$  — вектор состояния (вектор ожиданий входных признаков в следующий момент времени),
- $h_i^j$  — глубина памяти  $R$ -автомата  $R_i^j$ .

# Входы и выходы распознающего автомата



# Матрица предсказаний

Для определения состояния  $R$ -автомата и его автоматной функции, поставим каждой функции распознавания  $\hat{f}_k$  из множества  $\hat{F}_i^j$  в соответствие набор булевых матриц предсказания  $Z_k = \{Z_1^k, \dots, Z_m^k\}$  размерности  $q_i^j \times h_i^j$ . Тогда

- столбец  $\bar{z}_u^r = (z_{u1}^k, \dots, z_{uq}^k)$  матрицы  $Z_r^k$  — это вектор предсказания входных признаков из множества  $F_i^j$  в момент времени  $\tau_s + u$ ,  $z_{uv}^k \in \{0, 1\}$ ,
- матрица  $Z_r^k$  задаёт последовательность битовых векторов, наличие бита в котором свидетельствует о присутствии распознаваемого функцией  $\hat{f}_k$  признака,
- $\mathcal{Z}_i^j$  — множество всех матриц предсказания  $R$ -автомата  $R_i^j$ .

# Входные и выходные функции

Таким образом,  $R$ -автомат  $R_i^j$  является бесконечным автоматом Мили с переменной структурой и конечной памятью и определяется следующим набором  $R_i^j = \langle X_i^j \times \hat{X}_i^{j+1}, 2^{\mathcal{Z}_i^j}, X_i^{*j} \times \hat{X}_i^j, \varphi_i^j, \vec{\eta}_i^j \rangle$ , где

- $X_i^j$  — множество входных сигналов,
- $X_i^{*j}$  — множество выходных сигналов,
- $\hat{X}_i^{j+1}$  — множество управляющих сигналов с верхнего уровня иерархии,
- $\hat{X}_i^j$  — множество управляющих сигналов на нижний уровень иерархии,
- $2^{\mathcal{Z}_i^j}$  — множество состояний (множество подмножеств множества матриц предсказания),
- $\varphi_i^j : X_i^j \times \hat{X}_i^{j+1} \rightarrow 2^{\mathcal{Z}_i^j}$  — функция переходов,
- $\vec{\eta}_i^j : 2^{\mathcal{Z}_i^j} \rightarrow X_i^{*j} \times \hat{X}_i^j$  — вектор—функция выходов.

# Алгоритм $\mathfrak{A}_{th}$ функционирования $R$ -автомата

В работе построен пороговый алгоритм  $\mathfrak{A}_{th}(c_1, c_2)$  вычисления функции переходов  $\varphi_i^j$  и выходной функции  $\bar{\eta}_i^j$  по начальному моменту времени  $\tau_s$ , управляющему воздействию  $\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s)$  и входному воздействию  $\omega_i^j$ .

Для исследования автоматной функции на основании разработанного алгоритма ниже будут построены 4 типа операторов распознавания, сформулированы задачи классификации и доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств этих операторов.

# Статический оператор распознавания

Зафиксируем момент времени  $t$ , равный началу некоторого  $s$ -го вычислительного цикла  $\tau_s$ , т. е. рассмотрим первый этап алгоритма  $\mathcal{A}_{th}$  — задание начального состояния  $R$ -автомата.

В этом случае,  $R$ -автомат  $R_i^j$  можно рассматривать как статический оператор распознавания  $R_i^j(\hat{x}_i^{j+1}, \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j) = \bar{x}_i^{*j}$ .

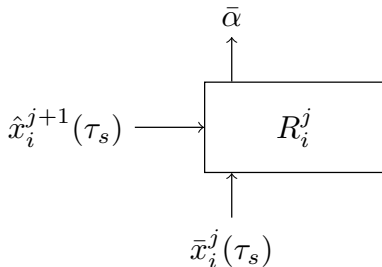


# Задача классификации в статическом случае

Пусть

- $\mathcal{Q}$  — совокупность задач классификации,
- $\mathcal{A}$  — множество алгоритмов, переводящих пары  $(\hat{x}, \bar{x})$  в вектора  $\bar{\beta}$ , составленные из элементов  $0, 1, \Delta : A(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\beta}$ .

Задача  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha}) \in \mathcal{Q}$  состоит в построении алгоритма, вычисляющего по поступившему вектору ожиданий  $\hat{x}$  и входному вектору  $\bar{x}$  значения информационного вектора  $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_l), \alpha_i \in \{0, 1\}$  присутствия признаков  $f_1^*, \dots, f_l^*$ .



# Свойство корректности алгоритма

## Определение 1

Алгоритм  $A$  называется корректным для задачи  $Q$ , если выполнено равенство

$$A(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{\alpha}.$$

Алгоритм  $A$ , не являющийся корректным для  $Q$ , называется некорректным.

Далее будем считать, что множество  $\mathcal{A}$  является совокупностью, вообще говоря, некорректных алгоритмов.

# Разложение алгоритма классификации

Утверждение 1 (аналог теоремы Ю. И. Журавлёва о введении пространства оценок)

*Каждый алгоритм  $A \in \mathcal{A}$  представим как последовательность выполнения алгоритмов  $R$  и  $C$ , где  $R(\hat{x}, \bar{x}) = \bar{x}^*$ ,  $\bar{x}^*$  — вектор действительных чисел,  $C(\bar{x}^*) = \bar{\beta}$ ,  $\beta_i \in \{0, 1, \Delta\}$ .*

- $R$  — оператор распознавания,
- $C$  — решающее правило.

# Решающее правило и операции над алгоритмами

## Определение 2

*Решающее правило  $C^*$  называется корректным на множестве входных векторов  $X$ , если для всякого вектора  $\bar{x}$  из  $X$  существует хотя бы один числовой вектор  $\bar{x}^*$  такой, что  $C^*(\bar{x}^*) = \bar{\alpha}$ , где  $\bar{\alpha}$  — информационный вектор входного вектора  $\bar{x}$ .*

В множестве операторов  $\mathcal{R}$  введём операции умножения на скаляр, сложения и умножения. Пусть  $r'$  — скаляр,  $R', R'' \in \mathcal{R}$ . Определим операторы  $r' \cdot R'$ ,  $R' + R''$  и  $R' \cdot R''$  следующим образом:

$$r' \cdot R' = (r' \cdot x_1^{*'}, \dots, r' \cdot x_l^{*'}), \quad (1)$$

$$R' + R'' = (x_1^{*'} + x_1^{*''}, \dots, x_l^{*'} + x_l^{*''}), \quad (2)$$

$$R' \cdot R'' = (x_1^{*'} \cdot x_1^{*''}, \dots, x_l^{*'} \cdot x_l^{*''}). \quad (3)$$

# Замыкание множества алгоритмов

## Утверждение 2

*Замыкание  $L(\mathcal{R})$  множества  $\mathcal{R}$  относительно операций (1) и (2) является векторным пространством.*

## Утверждение 3

*Замыкание  $\mathfrak{U}(\mathcal{R})$  множества  $\mathcal{R}$  относительно операций (1), (2) и (3) является ассоциативной линейной алгеброй с коммутативным умножением.*

## Определение 3

*Множества  $L(\mathcal{A})$  и  $\mathfrak{U}(\mathcal{A})$  алгоритмов  $\mathcal{A} = R \cdot C^*$  таких, что  $R \in L(\mathcal{R})$  и  $R \in \mathfrak{U}(\mathcal{R})$ , называются линейными и алгебраическими замыканиями множества  $\mathcal{A}$  соответственно.*

# Свойство полноты задачи

Зафиксируем пару  $(\hat{x}, \bar{x})$  управляющего вектора и входного вектора. Будем рассматривать задачи  $Q(\hat{x}, \bar{x})$ , обладающие следующим свойством относительно множества операторов распознавания  $\mathcal{R}$ .

## Определение 4

*Если множество векторов  $\{R(\hat{x}, \bar{x}) | R \in \mathcal{R}\}$  содержит базис в пространстве числовых векторов длины  $l$ , то задача  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$  называется полной относительно  $\mathcal{R}$ .*

# Связь свойств полноты и корректности

Имеет место следующее утверждение.

Утверждение 4 (аналог теоремы Журавлёва о корректности линейного замыкания)

*Если множество задач  $\mathcal{Q}$  состоит лишь из задач, полных относительно  $\mathcal{R}$ , то линейное замыкание  $L(\{R \cdot C^* \mid R \in \mathcal{R}\})$  ( $C^*$  — произвольное фиксированное корректное решающее правило) является корректным относительно  $\mathcal{Q}$ .*

# Теорема корректности в статическом случае

Будем рассматривать только такие задачи  $Q(\hat{x}, \bar{x}, \bar{\alpha})$ , для которых удовлетворяется следующее условие:  $\exists k$  такое, что  $x_k$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}$  и  $x_k > 1/2$ .

В работе доказано следующее утверждение.

## Теорема 1

*Линейное замыкание  $L(\mathcal{A})$  семейства алгоритмов  $\mathcal{A} = \{R \cdot C^* | R \in \mathcal{R}\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $C^*$  и операторами распознавания  $\mathcal{R}$ , определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на  $\mathcal{Q}$ .*

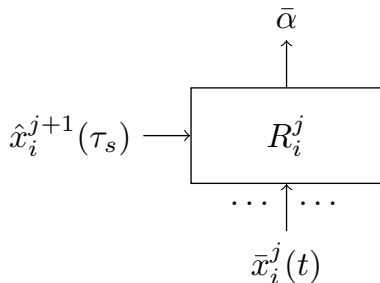


# Операторы распознавания $R^t$

Пусть  $\tau_s < t < \tau_s + h_i^j$ , тогда операторы распознавания примут вид  $R_i^j(\hat{x}_i^j(t), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(t))$ , кратко  $R^t$ .

Для этих операторов постановка задачи распознавания выглядит таким же образом как и для операторов  $R$ , формулировки определений полноты и корректности идентичны.

Теорема о корректности линейного замыкания  $L(\{R^t \cdot C^* | R^t \in \mathcal{R}^t\})$  доказывается аналогично.



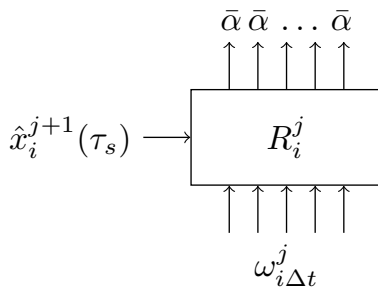
# Динамические операторы распознавания

Будем фиксировать не конкретный момент времени  $t$ , а полуинтервал  $\Delta t = [\tau_s, \tau_s + h_i^j)$ .

В этом случае  $R$ -автомат  $R_i^j$  можно рассматривать как *динамический оператор распознавания*

$$\hat{R}_i^j(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \omega_{i\Delta t}^j) = \gamma_{i\Delta t}^j$$

- принимающий функцию входного воздействия  $\omega_{i\Delta t}^j$  и
- выдающий функцию выходной величины  $\gamma_{i\Delta t}^j$ .



# Задача классификации в динамическом случае

Задача  $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$  состоит в построении алгоритма  $\hat{A}$ , вычисляющего по поступившему начальному (управляющему) вектору ожиданий  $\hat{x}$  и матрице входных воздействий  $\omega_{\Delta t}$  последовательность векторов  $\beta_{\Delta t}$ , монотонно сходящуюся к информационному вектору  $\bar{\alpha}$ .

Искомый оператор распознавания  $\hat{R}$  должен выдавать весовую матрицу распознаваемых признаков  $\gamma_{\Delta t}$ , столбцы которой должны сходиться (с учётом корректного решающего правила) к информационному вектору:  $\lim_{t \rightarrow \tau_s + h} \bar{x}^*(t) = \bar{\alpha}$ .

# Свойство корректности алгоритма в динамическом случае

## Определение 5

Алгоритм  $\hat{A}(\hat{x}, \bar{x}) = \beta_{\Delta t} = (\bar{\beta}_1, \dots, \bar{\beta}_h)$  называется корректным для задачи  $\hat{Q}$ , если выполнено условие

$$\|\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}\| \geq \|\bar{\beta}_2 - \bar{\alpha}\| \geq \dots \geq \|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\|,$$

причём  $\|\bar{\beta}_h - \bar{\alpha}\| = 0$ .  $\|\bar{\beta}_i - \bar{\alpha}\| = \sum_j (\beta_{ij} - \alpha_j)$ , где  $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$ , если  $\beta_{ij} = \alpha_j$ ,  $\beta_{ij} - \alpha_j = \frac{1}{2}$ , если  $\beta_{ij} = \Delta$ , и  $\beta_{ij} - \alpha_j = 0$  иначе. Алгоритм  $\hat{A}$ , не являющийся корректным для  $\hat{Q}$ , называется некорректным.

# Разложимость алгоритма в динамическом случае

## Утверждение 5

*Каждый алгоритм  $\hat{A} \in \hat{\mathcal{A}}$  представим как последовательность выполнения алгоритмов  $\hat{R}$  и  $\hat{C}$ , где  $\hat{R}(\hat{x}, \mathcal{Z}, \omega_{\Delta t}) = \gamma_{\Delta t}$ ,  $\gamma_{\Delta t}$  — матрица действительных чисел,  $\hat{C}(\gamma_{\Delta t}) = \beta_{\Delta t}$ ,  $\beta_{\Delta t}$  — матрица значений  $\beta_{ij} \in \{0, 1, \Delta\}$ .*

# Корректное решающее правило

Корректное решающее правило  $\hat{C}^*$  для матрицы  $\gamma_{\Delta t}$  определяется через набор корректных правил для векторов  $(C_1^*, \dots, C_h^*)$  таких, что

$$\begin{aligned} \|C_1^*(\bar{x}^*(\tau_s)) - \bar{\alpha}\| &\geq \|C_2^*(\bar{x}^*(\tau_s + 1)) - \bar{\alpha}\| \geq \dots \geq \\ &\geq \|C_h^*(\bar{x}^*(\tau_s + h - 1)) - \bar{\alpha}\|, \end{aligned}$$

причём последняя норма равна нулю. В простейшем случае  $\forall i$   
 $C_i^*(\bar{x}^*(\tau_s + i)) = \bar{\alpha}$ .

Аналогично статическому случаю вводятся определения линейного  $L(\hat{\mathcal{R}})$  и алгебраического  $\mathcal{U}(\hat{\mathcal{R}})$  замыкания над множеством  $\hat{\mathcal{R}}$ .

# Основная теорема корректности в динамическом случае

Зафиксируем начальный вектор ожиданий  $\hat{x}$  и последовательность входных векторов  $\omega_{\Delta t}$ .

Если, как и в статическом случае, будем рассматривать только такие задачи  $\hat{Q}(\hat{x}, \omega_{\Delta t}, \bar{\alpha})$ , для которых в матрице  $\omega_{\Delta t}$  в каждом столбце с номером  $s \exists k$  такое, что  $x_{sk}$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}(\tau_s + s)$  и  $x_{sk} > 1/2$ , то можно сформулировать следующую теорему.

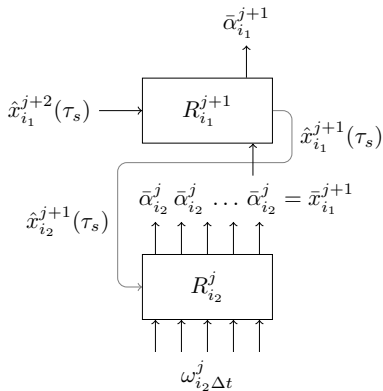
В работе доказано следующее утверждение.

## Теорема 2

*Линейное замыкание  $L(\hat{\mathcal{A}})$  семейства алгоритмов  $\hat{\mathcal{A}} = \{\hat{R} \cdot \hat{C}^* | \hat{R} \in \hat{\mathcal{R}}\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $\hat{C}^*$  и операторами распознавания  $\hat{\mathcal{R}}$ , определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на  $\hat{Q}$ .*

# Иерархический оператор распознавания

Рассмотрим пример из двухуровневой иерархии, на каждом уровне которой находится по одному оператору: статический  $R_{i_1}^{j+1}(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \bar{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$  на верхнем уровне и динамический  $\hat{R}_{i_2}^j(\hat{x}_{i_2}^{j+1}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_2}^j)$  — на нижнем.



Эту иерархию можно рассматривать как *иерархический оператор распознавания*  $\hat{R}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_{i_1}^{j+1}, \mathcal{Z}_{i_2}^j, \omega_{i_2\Delta t}^j) = \bar{x}_{i_1}^{*j+1}$ .



# Задача классификации в случае двухуровневой иерархии

Задача  $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2\Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$  состоит в построении алгоритма  $\hat{A}_e$ , вычисляющего по поступившему начальному вектору ожиданий  $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$  и матрице входных воздействий  $\omega_{i_2\Delta t}^j$  значения информационного вектора  $\bar{\alpha}_{i_1}^{j+1}$ .

# Основная теорема корректности в иерархическом случае

Зафиксируем начальный вектор ожиданий  $\hat{x}_{i_1}^{j+2}$  и последовательность входных векторов  $\omega_{i_2 \Delta t}^j$ . Если рассматривать только такие задачи  $\hat{Q}_{e,j}^2(\hat{x}_{i_1}^{j+2}, \omega_{i_2 \Delta t}^j, \bar{\alpha}_{i_1}^{j+1})$ , для которых в матрице  $\omega_{i_2 \Delta t}^j$  в каждом столбце с номером  $s \exists k$  такое, что  $x_{sk}$  является  $k$ -ым элементом вектора  $\bar{x}_{i_2}^j(\tau_s + s)$  и  $x_{sk} > 1/2$ , то можно сформулировать следующую теорему.

В работе доказано следующее утверждение.

## Теорема 3

*Линейное замыкание  $L(\hat{\mathcal{A}}_e)$  семейства алгоритмов  $\hat{\mathcal{A}}_e = \{\hat{R}_{e,j}^2 \cdot \hat{C}_e^* | \hat{R}_{e,j}^2 \in \hat{\mathcal{R}}_{e,j}^2\}$  с произвольным корректным решающим правилом  $\hat{C}_e^*$  и операторами распознавания  $\hat{\mathcal{R}}_{e,j}^2$ , определёнными алгоритмом  $\mathfrak{A}_{th}$ , является корректным на множестве задач  $\hat{\mathcal{Q}}_{e,j}^2$ .*

# Формирование пары «образ — значение»

Следующая задача заключается в рассмотрении формирования пары «образ — значение» элемента картины мира субъекта под управлением некоторого значения.

Уточним эту постановку задачи.

# Отношения иерархичности признаков

Введём семейство бинарных отношений  $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$ , определённых на декартовом произведении  $\mathcal{F} \times \mathcal{F}$ .

Признак  $f_1$  является дочерним по отношению к признаку  $f_2$ :  $(f_1, f_2) \in \sqsubset$  или  $f_1 \sqsubset f_2$ , в том случае, если  $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^{j+1}$ ,  $R_2^{j+1}$  — родительский  $R$ -автомат по отношению к  $R_1^j$  и в множестве матриц предсказания  $\mathcal{Z}_2$  признака  $f_2$  существует как минимум одна матрица  $Z_r^2$ , содержащая некоторый столбец  $\bar{z}_u^r$  с элементом  $z_{uv}^r \neq 0$ , где  $v$  — индекс признака  $f_1$  во входном векторе для  $R$ -автомата  $R_2^{j+1}$ .

# Отношения иерархичности признаков

Пара признаков  $(f_1, f_2) \in \sqsubset^t$  или  $f_1 \sqsubset^t f_2$ , где  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , если  $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^{j+1}$ ,  $R_2^{j+1}$  — родительский  $R$ -автомат по отношению к  $R_1^j$  и в множестве матриц предсказания  $\mathcal{Z}_2$  признака  $f_2$  существует хотя бы одна матрица  $Z_r^2$ , содержащая  $t$ -ый столбец  $\bar{z}_t^r$  с элементом  $z_{tv}^r \neq 0$ , где  $v$  — индекс признака  $f_1$  во входном векторе для  $R$ -автомата  $R_2^{j+1}$ .

Каждый элемент вектора—столбца соответствует определённому признаку из входного множества признаков  $R$ -автомата, что означает задание типа для каждого элемента вектора-столбца. Будем обозначать тип  $k$ -го элемента вектора-столбца  $R$ -автомата  $R_i^j$  как  $f_i^j(k) \in F_i^j$ ,  $k \in (1, q_i^j)$ .

# Признаки «условие» и «эффект»

Значение будем рассматривать как множество правил, каждое из которых соответствует некоторому действию. Правило для простоты будем представлять в виде пары «условия — эффект действия» так, как это принято в искусственном интеллекте.

Введём два выделенных признака:  $f_c$  является меткой условия, а  $f_e$  — меткой эффекта. Пусть некоторый  $R$ -автомат, например  $R_0^1$ , распознает оба этих признака.

## Определение 6

*Признаки, которые распознаются  $R$ -автоматами, выступающими родительскими по отношению к  $R$ -автомату  $R_0^1$ , будем называть процедурными признаками, остальные — объектными признаками.*

# Столбцы условий и эффектов

## Определение 7

*Столбцы матрицы предсказания  $Z$ , в которых соответствующий признаку  $f_e$  элемент вектора не нулевой, будем называть столбцами эффектов, а те столбцы матрицы предсказания  $Z$ , в которых не равен нулю элемент вектора, соответствующий признаку  $f_c$  – столбцами условий.*

Пополним семейство отношений  $\{\sqsubset, \sqsubset^1, \sqsubset^2, \dots\}$  двумя отношениями:  $\sqsubset^c$  и  $\sqsubset^e$ , принадлежность к которым пары признаков  $(f_1, f_2)$  свидетельствует о том, что признак  $f_1$  присутствует соответственно в столбце условий и эффектов как минимум в одной матрице предсказания процедурного признака  $f_2$ .

# Образ знака

## Определение 8

Если  $f_1$  — признак, обозначающий знак  $s_1$ , то подмножество  $\tilde{p}(f_1)$  множества  $\mathcal{F}$  таких признаков, что  $\forall f_i \in \tilde{p}(f_1) f_i \sqsubset f_1$ , будем называть образом знака  $s_1$  (признака  $f_1$ ).

На множестве всех образов  $\tilde{P}$  введём метрику  $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2))$ , вычисляемую по следующему правилу:

- если  $f_1$  и  $f_2$  распознаются разными  $R$ -автоматами, т.е.  $f_1 \dashv R_1^j, f_2 \dashv R_2^i$ , то  $\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \infty$ ,
- если  $f_1$  и  $f_2$  распознаются одним и тем же  $R$ -автоматом  $R_1^j$  со множеством входных признаков  $F_1^j$  мощности  $q$  и характерным временем  $h$ , то

$$\rho_p(\tilde{p}(f_1), \tilde{p}(f_2)) = \min_{\substack{Z_r^1 \in Z_1 \\ Z_s^2 \in Z_2}} \frac{1}{q \cdot h} \sum_{u=1}^h \|\bar{z}_u^r - \bar{z}_u^s\|. \quad (4)$$



# Значение знака

## Определение 9

Если  $f_1$  — признак, обозначающий знак  $s_1$ ,  $f_2$  — процедурный признак и  $f_1 \sqsubset^c f_2$ , то будем называть  $f_2$  значением знака  $s_1$  (признака  $f_1$ ). Множество всех значений признака  $f_1$  будем обозначать  $\tilde{m}(f_1)$ .

На множестве всех значений  $\tilde{M}$  введём метрику  $\rho_m(\tilde{m}(f_1), \tilde{m}(f_2))$  следующим образом:

$$\rho_m(\tilde{m}_1(f_1), \tilde{m}_2(f_2)) = \min_{\substack{f_i \in \tilde{m}(f_1) \\ f_j \in \tilde{m}(f_2)}} \rho_p(\tilde{p}(f_i), \tilde{p}(f_j)). \quad (5)$$

# Процедурный признак как правило

Любой элементарный процедурный признак  $f_p$ , распознаваемый  $R$ -автоматом  $R_i^j$ , можно представить в виде правила  $r_p = \langle F_C(f_p), F_A(f_p), F_D(f_p) \rangle$ , в котором:

- $F_C(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество признаков — условий правила:  
 $\forall f \in F_C(f_p) \ f \sqsubset^c f_p$ ;
- $F_A(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество добавляемых правилом признаков:  
 $\forall f \in F_A(f_p) \ f \sqsubset^e f_p, f \notin F_C$ ;
- $F_D(f_p) \subseteq F_i^j$  — множество удаляемых правилом признаков:  
 $\forall f \in F_D(f_p) \ f \notin F_A, f \in F_C$ .

# Опыт наблюдения

У субъекта имеется опыт наблюдения, который выражается в виде отношения  $\Psi_p^m$ :  $\Psi_p^m(\tilde{p}) = \tilde{m}$ , в том случае, если  $\tilde{p} \in \tilde{P}$  является образом некоторого знака  $s$ , а  $\tilde{m} \in \tilde{M}$  – значением того же знака  $s$ .

Построен итерационный алгоритм  $\mathfrak{A}_{pm}$  доопределения функции  $\Psi_p^m$ , который обеспечивает формирование такого образа из множества признаков  $\hat{F}$ , при котором формируемое значение сходится к заданному значению  $\tilde{m}^0 = \{f_p\}$ . Полученные образ и значение служат основой для образования нового знака.

# Теорема корректности алгоритма $\mathcal{A}_{pt}$

Имеет место следующее утверждение.

## Теорема 4

*Алгоритм  $\mathcal{A}_{pt}$  корректен, т. е. последовательность значений  $\langle \tilde{m}^{*(0)}, \tilde{m}^{*(1)}, \dots \rangle$ , которая строится с помощью алгоритма  $\mathcal{A}_{pt}$  для значения  $\tilde{m}^0$ , полученного из внешней среды, сходится к  $\tilde{m}^0$ .*

# Результаты

- 1 Построена модель компонент знака — элемента картины мира субъекта деятельности.
- 2 Построены четыре типа операторов распознавания (два статических оператора, динамический и иерархический операторы) в терминах алгебраической теории для образной компоненты знака.
- 3 Доказаны теоремы корректности линейных замыканий множеств построенных в работе операторов распознавания.
- 4 Построен итерационный алгоритм формирования и связывания двух компонент знака: образа и значения.
- 5 Исследована сходимость итерационного алгоритма формирования и связывания двух компонент знака.

# Спасибо за внимание!

ИСА РАН, лаб. «Динамические интеллектуальные системы»,  
pan@isa.ru

# Динамические операторы распознавания

Действие динамического оператора  $\hat{R}_i^j$  можно заменить последовательным действием статических операторов

$$R(\hat{x}_i^{j+1}(\tau_s), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s)), R^1(\hat{x}_i^j(\tau_s + 1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s + 1)), \dots, \\ R^{h_i^j-1}(\hat{x}_i^j(\tau_s + h_i^j - 1), \mathcal{Z}_i^j, \bar{x}_i^j(\tau_s + h_i^j - 1)),$$

выдающих последовательность

$$\{\bar{x}_i^{*j}(t) | t \in |\Delta t\} = \{\bar{x}_i^{*j}(\tau_s), \bar{x}_i^{*j}(\tau_s + 1), \dots, \bar{x}_i^{*j}(\tau_s + h_i^j - 1)\}.$$

Так как параметр  $h_i^j$  фиксирован, то конечные последовательности векторов  $\omega_{i\Delta t}^j$  и  $\gamma_{i\Delta t}^j$  можно считать матрицами размерности  $l_i^j \times h_i^j$ . Далее будем опускать индексы  $i$  и  $j$ .