Controlando un sistema de producción de bienes

Pose, Alberto Miguel
Instituto Tecnológico de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina
apose@alu.itba.edu.ar

Catalano, Juan Ignacio
Instituto Tecnológico de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina
jcatalan@alu.itba.edu.ar

Palombo, Martín
Instituto Tecnológico de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina
mpalombo@alu.itba.edu.ar

Vázquez, Santiago José
Instituto Tecnológico de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina
savazque@alu.itba.edu.ar

RESUMEN

Se estudia el comportamiento del sistema correspondiente al inventario de producción de una empresa. Se plantean los modelos a lazo abierto y lazo cerrado y se estudian condiciones de estabilidad de los mismos. Además se propone una adaptación que controla la variación de la tasa de ventas.

1. INTRODUCCIÓN

En nuestro país las huelgas a empresas se realizan mediante el abandono de las actividades correspondientes a los empleados en protesta. Por otro lado, si observamos las huelgas en países como Japón, vemos que son totalmente contrarias a las que estamos acostumbrados. Los obreros o empleados en lugar de suspender su actividad, sobreproducen. Esto genera un exceso de inventario en los depósitos que se torna imposible de almacenar, resultando en una pérdida mayor para la empresa. La importancia del control de la cantidad de productos en inventario se manifiesta en este ejemplo y es nuestra motivación principal en el estudio de este tipo de sistemas. Un antecedente a este trabajo es el realizado por I. Luciani, J. Barreira y F. Siviero titulado "Sistema de Control de Inventario"[1].

En la sección 2 se presenta el modelo base (a lazo abierto) utilizado para realizar la simulación inicial. En la sección 3 presenta una alternativa (a lazo cerrado), agregando un set de referencia para controlar la cantidad de productos en inventario. En la sección 4 se controla la tasa de ventas y se analizan los resultados obtenidos de realizar la simulación con dicho control. En la sección 5 se presentan los resultados y conclusiones obtenidas en todo el análisis realizado para este artículo.

2. MODELO BASE

Para nuestro análisis consideramos una empresa que vende productos manufacturados los cuales son almacenados en un depósito. El inventario de dichos bienes sigue una dinámica que cumple las siguientes propiedades:

1. Los productos son homogéneos. Esto permite poder realizar un mismo proceso para todos ellos.
2. La cantidad de productos manipulada en cada ejercicio es muy grande. Esta condición nos permite aproximar como continuo, este sistema de naturaleza discreta.

El modelo que se propone define $x_1(t)$ como el nivel de inventario y $x_2(t)$ como la tasa de ventas del producto. Además, se establece la velocidad de variación de la tasa de ventas como proporcional a $u(t)$, el flujo de entrada. Dicha relación queda explicitada en (1).

$$\frac{dx_2}{dt}(t) = -Ku(t) \tag{1}$$

Donde K > 0.

Luego, definimos la velocidad de variación del inventario $\dot{x_1}(t)$ como se muestra en (2).

$$\dot{x}_1(t) = u(t) - x_2(t) \tag{2}$$

Esto significa que la variación de la cantidad de productos en inventario depende de lo que se produce (entra) y de lo que se vende (sale). Este comportamiento se puede detallar como sigue:

1. Si $x_2 < u(t)$ el nivel de inventario aumenta, $\dot{x}_1(t) > 0$. Esto se debe a que se produce más de lo que se vende.
2. Mientras que cuando $x_2(t) > u(t)$ el inventario disminuye más rápidamente que lo que se repone mediante nueva producción, $\dot{x}_1(t) < 0$. Es decir, se vende más de lo que se produce.
3. Cuando $x_2 = u(t)$, refleja que $\dot{x}_1(t) = 0$ y la cantidad de elementos en el inventario permanece constante. Esto puede atribuirse a que se vende tanto como lo que se produce o a que no se vende ni se produce ningún producto.

Para realizar la simulación, consideramos $x_2 = C$, una constante. Es decir, asumiendo que la tasa de ventas se

mantiene fija en el tiempo.
El modelo planteado en esta sección se denomina a lazo abierto, ya que no se propone realimentación alguna para la entrada del sistema. En la figura 1 podemos observar como evoluciona en este caso la cantidad de productos para el modelo a lazo abierto. Se puede notar un crecimiento indefinido de la cantidad de productos manufacturados que se debe a que las ventas disminuyen con el tiempo pero la produccion es siempre constante. Si $u(t) = 0$, las existencias disminuyen hasta llegar a cero, es decir, se vacía el depósito.

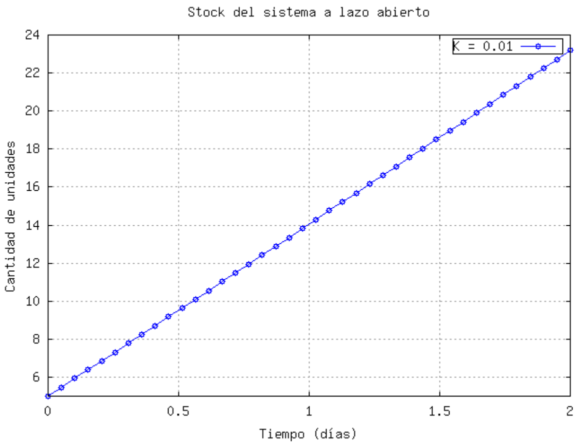

Figura 1: Cantidad de unidades almacenadas en función del tiempo. Simulación del modelo a lazo abierto.

Esto puede ser perjudicial para una compañia debido a los costos de almacenamiento junto a los costos de producción inmediatos de unidades que no se venden en el corto plazo. Más precisamente, como se puede ver en el sistema, no se venden nunca.
Si observamos la figura 2 vemos que la tasa de ventas en este caso varía comportándose como una recta de pendiente negativa, es decir, que el sistema tiende a una situación en la cual no se vende nada, como dijimos previamente. Haciendo un análisis de los autovalores del sistema podemos ver que su parte real es cero y por ende el mismo es inestable. Si alcanza la estabilidad, es alrededor de un punto de equilibrio inestable, es decir que ante una pequeña perturbación pierde estabilidad y oscila.

3. CONTROLANDO EL INVENTARIO

Se desea controlar el nivel del inventario tomando como output $y(t) = x_1(t)$ y considerando un set point de referencia $r(t)$. Es decir, que $u(t)$ queda explicitado como se muestra en (3).

$$u(t) = Ke(t) = K(r(t) - y(t)) \tag{3}$$

Resultando en la adaptación del modelo, ahora a lazo cerrado que se muestra en (4).

$$\dot{x}_1(t) = K(r(t) - x_1(t)) - C \tag{4}$$

A fines de regular el inventario de manera tal que la cantidad de productos tienda a mantenerse constante, definimos

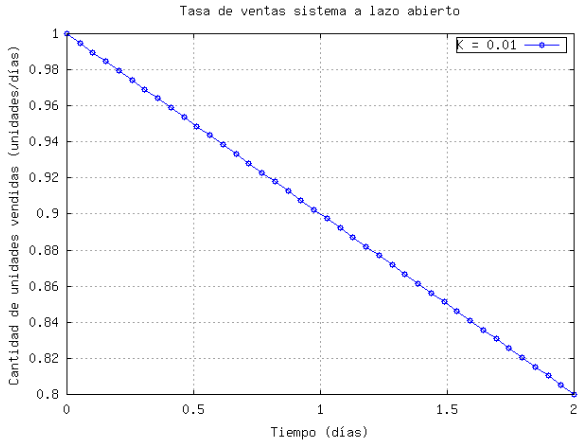

Figura 2: Tasa de ventas en función del tiempo. Simulación del modelo a lazo abierto.

$r(t)$ como una función constante. Como se puede ver, esta adaptación del modelo queda completamente controlada por la constante K definida en la sección anterior. El valor alcanzado en el regimen estable es el valor tomado como set point de referencia, en nuestro caso $r(t) = 50$.
Podemos ver entonces que existe relación entre lo que se vende y lo que se produce y que dicha relación se encuentra gobernada por el valor de K. La definición de dicho parámetro lleva a que el sistema sobreproduzca o no. Como podemos ver en la figura 3 para varios valores de K, el sistema se estabiliza en la cantidad de productos deseada. Sin embargo existe diferencia en el caso en el que K tiende a cero, y en el que tiende a aumentar. En el primer caso, el sistema se estabiliza en el valor prefijado como control del sistema. En el segundo caso, se llega a valores menores de estabilidad. En la misma figura, podemos ver que para determinados valores de K se dan situaciones que no son factibles en la realidad y que en el gráfico se notan como las curvas que no alcanzan a estabilizarse en ningún valor. Si

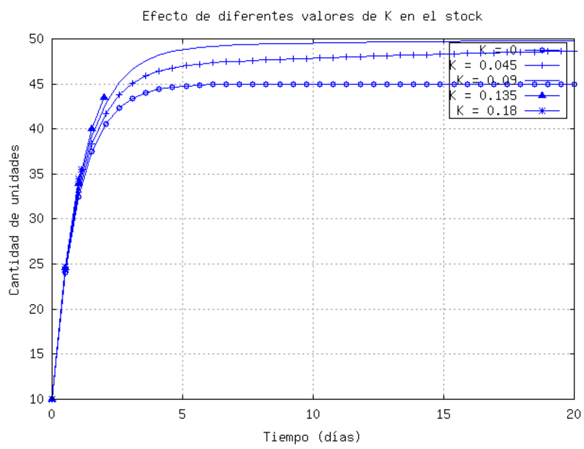

Figura 3: Cantidad de productos en función del tiempo para distintos valores de K, simulando un sistema a lazo cerrado.

ahora obsrevamos la figura 4 podemos ver como varía la tasa de ventas en este caso. Vemos que para los casos en que K tiende a cero, la tasa de ventas se estabiliza, cada vez más a largo plazo, en cero.

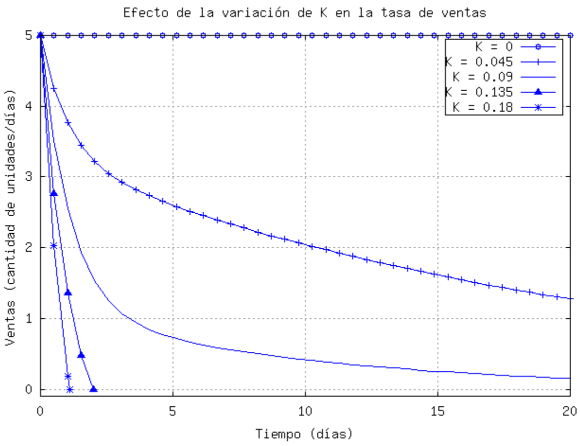

Figura 4: Tasa de ventas en función del tiempo para distintos valores de K, simulando un sistema a lazo cerrado.

4. CONTROLANDO LA TASA DE VENTAS

Veamos de plantear una adaptación del modelo en donde se controle el variación de la tasa de ventas. Para ello proponemos una ecuación diferencial tal que $\dot{x}_2$ dependa de la cantidad de productos en inventario. Esto se sustenta en la idea de que la variación de la tasa de unidades vendidas depende de que se disponga de dichos bienes para su venta. Por ende, $\dot{x}_2$ resulta de la forma explicitada en (5).

$$\frac{dx_2}{dt}(t) = 6x_1(t) - Ku(t) \tag{5}$$

Como podemos ver, el comportamiento del modelo sigue regido por el valor de K. En la figura vemos que para determinados valores de K el sistema oscila inestablemente, mientras que para otros valores logra estabilizarse en el set point de referencia. Empíricamente se muestra que cuando $0.799 < K < 5.687$ el modelo se comporta de forma estable. Es decir, se alcanza el comportamiento que se desea obtener mediante la regulación impuesta.
En la figura 5 vemos como para valores de K fuera del rango de estabilidad, el modelo oscila de forma inestable y si tomamos los valores dentro de dicho rango, el modelo se comporta de manera estable. Dentro de dicho rango, aumentar el valor de K lleva a que el sistema se estabilice en valores mayores al utilizado como referencia. Por otro lado, si utilizamos un K menor podemos ver como el modelo se estabiliza cada vez más cercano al establecido por la función de control.

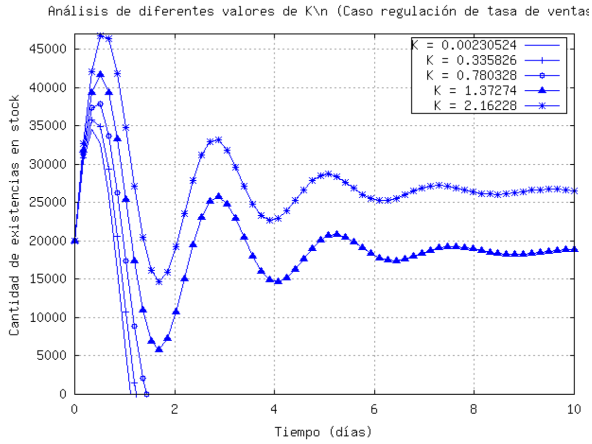

Figura 5: Cantidad de productos en función del tiempo para distintos valores de K, simulando un sistema a lazo cerrado. Controlando la variación de la tasa de ventas.

5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo se verifican los modelos tanto a lazo cerrado como lazo abierto. Se puede ver el éxito de su uso para modelar un sistema de inventario de productos. Al variar el inventario utilizando un modelo a lazo abierto observamos como la cantidad de productos aumenta de forma lineal ya que las ventas disminuyen hasta ser nulas. Por otro lado, en el modelo a lazo cerrado, se elige un subsistema de referencia. Es decir, una función que controla las existencias en el inventario. En este caso vemos como la producción incrementa hasta llegar al valor que se fijó como referencia. En este caso el valor de K también es fundamental ya que determina en que cantidad de productos se estabiliza finalmente la producción. Para valores más cercanos a cero, se aproxima al punto elegido como referencia. Al aumentarlo, el punto en el que se estabiliza disminuye. Además, al controlar la variación de la tasa de ventas, el valor de K determina también la cantidad de productos en que se estabiliza el sistema.
Además, se ven oscilaciones en los primeros días de la simulación realizada controlando la variación de la tasa de ventas. Dichas oscilaciones pueden también ser perjudiciales para un sistema de producción ya que pueden significar variaciones en los precios o en las cantidades importadas.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] Ignacio Luciani et al. Sistema de control de inventario. Agosto 2008.