Trabajo Práctico N°5
Generadores de números pseudoaleatorios y Simulación de Montecarlo

1. *Modelo de Mercado de Acciones*

Primera Parte

Testear el Generador Lineal Congruencial:

$$x_{n+1} = \left((2^{18}+1)\,x_n + 1\right) \mod 2^{35}$$

con $x_0 = 314159265$. Generar una secuencia $\{u_i\}$, con $i = 1, \ldots, 10000$ en el intervalo (0, 1).

(a) Aplicar el test χ^2 y KS.

(b) Representar los pares (u_i, u_{i+1}) y las ternas (u_i, u_{i+1}, u_{i+2})

Segunda Parte

La evolución del valor de unas acciones varía diariamente siguiendo el siguiente esquema:

Cambio en la cotización	probabilidad
$-1/8$	$3/36$
sin cambios	$7/36$
$+1/8$	$16/36$
$+1/2$	$7/36$
$+1$	$3/36$

Simular de la evoluciónon del valor de estas acciones a lo largo de un mes, considerando que el valor inicial de la acción es de \$ 100.

(a) Estimar el beneficio medio en un mes al operar con esta acción, para n realizaciones simuladas. Para eso estudiar como varía dicho beneficio medio mensual al aumentar n. Graficar. Calcular la varianza del beneficio y establecer un criterio para decidir cuantas simulaciones deben realizarse.

(b) Calcular, mediante simulaciones el beneficio medio, dia a dia y su varianza.

(c) Concluya.

HINT: El beneficio debido a la acción, en el día t, es :$\beta_t = p_t - p_0$, siendo p_t el precio de la acción al día t (cierre de jornada) y p_0 el precio inicial de la acción, en este caso: \$ 100 (En este caso no se ha tenido en cuenta las comisiones del corredor de bolsa)

2. *Modelo de Sistema Integrado*

Primera Parte

El siguiente generador, sugerido por L'Ecuyer (1998), combina dos LCG's, según el siguiente algoritmo:

PASO 1 Seleccionar una semilla $X_{1,0}$ en el rango $[1, 2147483562]$ para el LCG1 y $X_{2,0}$ en el rango $[1, 2147483398]$ para el LCG2

PASO 2 Evaluar cada generador individual

$$\begin{aligned} X_{1,n+1} &= 40014\, X_{1,n} \mod 2147483563 \\ X_{2,n+1} &= 40692\, X_{2,n} \mod 2147483399 \end{aligned}$$

PASO 3 Computar

$$X_{n+1} = (X_{1,n+1} - X_{2,n+1}) \mod 2147483562$$

PASO 4 Computar

$$U_{n+1} = \begin{cases} \frac{X_{n+1}}{2147483563}, & X_{n+1} > 0 \\ \\ \frac{2147483562}{2147483563}, & X_{n+1} = 0 \end{cases}$$

PASO 5 Hacer $n = n + 1$ e ir al PASO 2.

Este generador combinado tiene período $\approx 2 \times 10^{18}$. A partir de una realización de 10000 muestras:

(a) Realizar el tests χ^2 y KS.

(b) Analizar y graficar las duplas (U_i, U_{i+1}) y las ternas (U_i, U_{i+1}, U_{i+2}).

(c) Obtener un algoritmo que, a partier de los valores obtenidos del generador anterior, devuelva numeros pseudoaleatorios distribuidos según una función densidad triangular:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & a \leq x \leq b \\ \\ \frac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)} & b < x \leq c \\ \\ 0 & \text{en otro lado} \end{cases}$$

(d) Implementar una funcion `mi_randtraing(u,a,b,c)` y generar para $a = 0$, $b = 1$ y $c = 3$ variables IID $X_1, X_2, \ldots, X_{10000}$.

Segunda Parte

El sistema de propulsión WARP de la nave espacial *USS Enterprise*, deriva a dos propulsores en las nescellas laterales, ubicadas a estribor y babor. Ambos propulsores son alimentados mediante un *Núcleo WARP* en el interior de un reactor donde se llevan a cabo reacciones de aniquilación materia-antimateria, moderadas por cristales de dilitio. Los cristales de dilitio se procesan en una cámara controlada, llamada *Matriz de Dilitio*. Dicho subsistema posee una redundacia El tiempo de operación de cada propulsor es una variable aleatoria exponencialmente distribuida, con tiempo medio de 10 dias. Del mismo modo, el tiempo de operación entre fallos del núcleo WARP es de 72 horas,

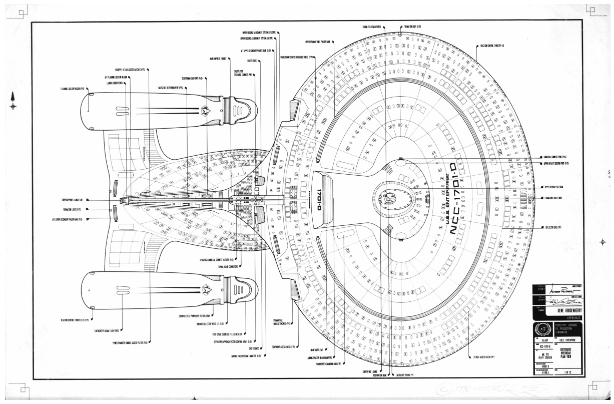

Figure 1: Esquematico del USS Enterprise visto de planta

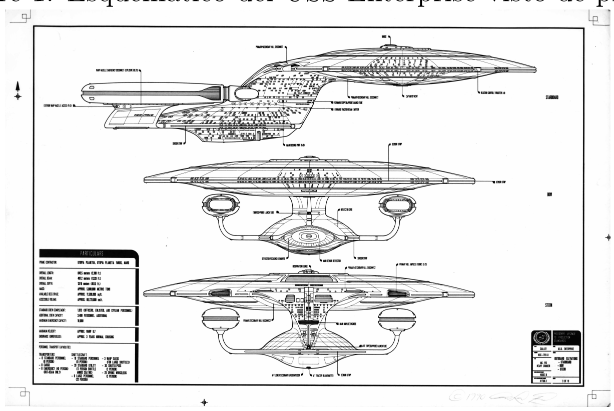

Figure 2: Esquematico del USS Enterprise vistas frontal, lateral y trasera

pudiendo variar linealmente hasta en 12 horas. La nave puede propulsarse a velocidad WARP con una sola nescella operativa.
Las cámaras de Dilitio que moderan al núcleo WARP operán de forma tal que la Cámara Principal tiene un tiempo de operación entre 20 y 50 horas, uniformemente distribuido. La Cámara Redundante es de baja calidad, pero se la mantiene siempre en operación, siendo el tiempo entre fallos de 5 a 12 horas. Estimar, mediante simulaciones, el tiempo de vuelo medio de la nave espacial. Calcule la varianza del tiempo medio de vuelo y justifique la cantidad de simulaciones.

3. *Modelo de Sistema Ecológico*
   Un grupo de empresas pesqueras que explotan cierta zona sobre la plataforma continental, pescan la especie *Salmón de Mar* (*Pseudopercis semifasciata*), la cual es capturada desde una latitud correspondiente a la desembocadura del Río Coloradao, hasta el Golfo de San Julián.
   El *Tiburón Pintarrojo* (*Haleaeulurus bivius*) es una de las cincuenta especies que habitan la Plataforma Continenetal Argentina. Está distribuido especialmente entre la latitudes $-45°$ a $-30°$, y hasta una profundidad de 150 brazas. Dicha especie preda al Salmón de Mar. No osbtante se desconocen sus propiedades bióticas.
   A partir de mediciones de individuos de ambas especies en cierta región de la plataforma continental, durante aproximadamente 10 años, se obtuvo el registro almacenado en el archivo `sstp01_p4.ale`.
   Adoptando un modelo dinámico determinista de *Lokta-Volterra-Ancona*, de la forma:

$$\dot{x} = \lambda x - axy \tag{1}$$

$$\dot{y} = bxy - \mu y \tag{2}$$

   donde $x(t)$ e $y(t)$ representan las poblaciones de la especie presa y predador, respectivamente. Las constantes λ, μ representan las tasas de crecimento poblacional de presas y predadores respectivamente, en asuencia de sus contrapartes. Las constantes positivas a y b representan las tasas de encuentros perjudiciales para las presas y beneficiosos para los predadores.

   (a) A partir de los datos reopilados, estimar el período de la evolución del sistema y su error.
   AYUDA: Usar Análisis de Fourier: 1) Computar la población media $\bar{q}$, 2) Computar la anomalía $a = q - \bar{q}$. 3) Computar el Power Spectrum de s y de allí estimar el período.
   (b) Sabiendo que $a = 0.02\text{yr}^{-1}$, $b = 0.035\text{yr}^{-1}$, mediante el Método de Montecarlo, estimar la función densidad de probabilidad del *Período*, sabiendo que: $\lambda = 1.5\text{yr}^{-1}$, con un desvío porcentual del 10% y $\mu = 1.2\text{yr}^{-1}$ con un devio prcentual de 5%.
   (c) Estimar a partir de los datos y de simulaciones, el valor de los parámetros bióticos λ y μ para el sistema Salmoón-Tiburón.