INSTRUKSIES:

(a) Huiswerke moet met die aanvang van die tutoriaalperiode op Vrydae ingehandig word. Geen elektroniese huiswerke word aanvaar nie en geen huiswerke sal laat ingeneem word nie. In die praktyk beteken dit dat jy moet mik om teen Donderdagaand klaar te wees om toe te laat vir moontlike probleme met drukkers, skerms wat vries, en so aan.

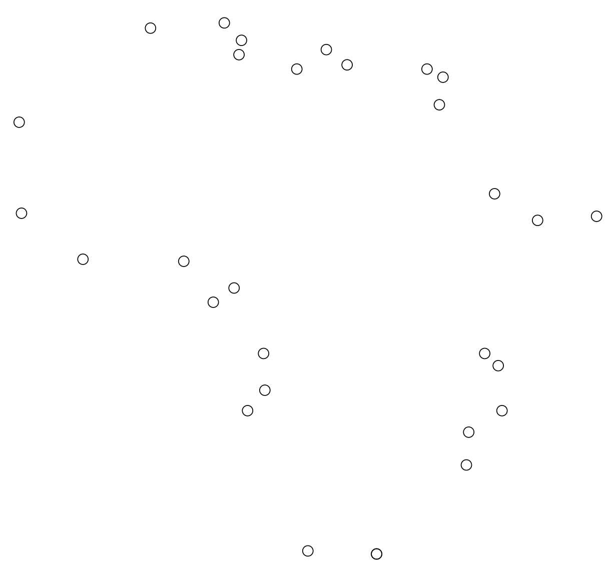
(b) Samewerking op hierdie huiswerke word beperk tot die uitruil van enkele idees en wenke. Die uitruil van data, grafieke, rekenaarprogramme of die besonderhede van wiskundige berekenings is nie toelaatbaar nie. Wat jy inhandig moet jou eie werk wees.

Probleem 1:[1] In hierdie probleem interpoleer ons die data hier onder as 'n parametriese kromme.[2] Die data kan verkry word deur die leër `AFRIKA.mat` van die kursuswebblad af te laai, en te stoor waar jy gewoonlik jou MATLAB funksies stoor. Die instruksie `load AFRIKA` sal dan die twee vektore met datawaardes, `x` en `y`, in jou werkspasie invoer.

(a) Stip die (x, y) datapunte met `plot(x,y,'o'); axis('square');`

(b) Stip 'n stuksgewys lineêre interpolant met `plot(x,y)`.

(c) Stip 'n gladder interpolant deur die data parametries te interpoleer, soos beskryf op p. 102–103 in Burden & Faires. Gebruik kubiese lafunksie interpolasie en MATLAB se ingeboude `spline` funksie.



[1] Probleem 1 het oorgestaan van Huiswerk 8.
[2] Dank aan Willie Brink vir die data.

Probleem 2: In hierdie oefening herbesoek ons die Runge-verskynsel soos waargeneem in Huiswerk 5, Probleem 2. Ons beskou naamlik die funksie

$$f(x) = \frac{1}{1+25x^2}, \qquad -1 \le x \le 1.$$

(a) Interpoleer die funksie in die $n+1$ gelykverspreide punte

$$x_k = -1 + 2k/n, \qquad k = 0, 1, \ldots, n.$$

Stip die funksie, $f(x)$, saam met die interpolant, sê $p_n(x)$ op $[-1, 1]$, vir $n = 5, 10, 15, 20$. Die funksie `runge.m` op die kursuswebblad kan vir hierdie doel gebruik word.

(b) Verander die kode van `runge.m` sodat kubiese latfunksie interpolasie eerder as polinoominterpolasie gebruik word. Is die Runge-ossillasies steeds teenwoordig?

(c) Verander die kode van `runge.m` sodat polinoominterpolasie gebruik word maar nie op gelykverspreide punte nie, wel Chebyshev punte (sien Burden & Faires, bo-aan p. 361)

$$x_k = \cos\Big(\frac{(2k+1)}{2(n+1)}\pi\Big), \qquad k = 0, 1, \ldots, n.$$

Is die Runge-ossillasies steeds teenwoordig?

Probleem 3: Lees Probleem 6(b) in Burden & Faires, p. 363.

(a) Bereken die gevraagde interpolant sommer met `polyfit` in MATLAB (of een van die boek se kodes). Noem die interpolant $p_3(x)$.

(b) Pas 'n soortgelyke interpolant, $q_3(x)$, maar gebruik gelykverspreide x waardes, naamlik $x_0 = 0$, $x_1 = 2/3$, $x_2 = 4/3$, $x_3 = 2$.

(c) Stip nou die onderskeie foute, $f(x) - p_3(x)$ en $f(x) - q_3(x)$, op $[0, 2]$ en bevestig dat

$$\max_{0 \le x \le 2} |f(x) - p_3(x)| < \max_{0 \le x \le 2} |f(x) - q_3(x)|.$$

(d) Verwys na die grafiek van $q_3(x)$ in deel (c) en bevestig die teoretiese foutgrense (sien uitdeelstuk "Foutafskattings vir Polinoominterpolasie")

Kubiese Interpolasie (slegs middelste interval)

$$\max_{x_1 \le x \le x_2} |f(x) - q_3(x)| \le \tfrac{3}{128} h^4 M_3, \quad \text{waar} \quad M_3 = \max_{x_0 \le x \le x_3} |f^{(4)}(x)|.$$

Kubiese Interpolasie (buitenste twee intervalle)

$$\max_{x_0 \le x \le x_3} |f(x) - q_3(x)| \le \tfrac{1}{24} h^4 M_3, \quad \text{waar} \quad M_3 = \max_{x_0 \le x \le x_3} |f^{(4)}(x)|.$$

(e) Verkry 'n soortgelyke teoretiese foutskatting vir $p_3(x)$ uit die formule op p. 361 in Burden & Faires. Bevestig die geldigheid van hierdie skatting deur na die grafiek van (c) te verwys.