INSTRUKSIES:

(a) Huiswerke moet met die aanvang van die tutoriaalperiode op Vrydae ingehandig word. Geen elektroniese huiswerke word aanvaar nie en geen huiswerke sal laat ingeneem word nie. In die praktyk beteken dit dat jy moet mik om teen Donderdagaand klaar te wees om toe te laat vir moontlike probleme met drukkers, skerms wat vries, en so aan.

(b) Samewerking op hierdie huiswerke word beperk tot die uitruil van enkele idees en wenke. Die uitruil van data, grafieke, rekenaarprogramme of die besonderhede van wiskundige berekenings is nie toelaatbaar nie. Wat jy inhandig moet jou eie werk wees.

Probleem 1: Laai die program `trap.m` vir die implementering van die saamgestelde Trapesiumreël van die kursuswebblad af (of skryf jou eie!). Vergewis jouself van die gebruik daarvan, deur dit te toets op 'n paar bekende integrale.

(a) Wysig die program om die saamgestelde Simpsonreël te implementeer. Stoor as 'n aparte program, vir gebruik in Probleem 3.

(b) Herhaal deel (a) vir die saamgestelde Middelpuntreël.

Toets jou kode van veral deel (a) deeglik, voordat jy verder gaan. Die doel van Probleem 3 hieronder is om tipiese en nie-tipiese konvergensie van die kwadratuurformules eksperimenteel te identifiseer. As jou programme nie reg werk nie, sal jy nie die korrekte verskynsels waarneem nie.

Probleem 2: Gestel die fout in 'n kwadratuurformule word gegee deur

$$I - I_n = C\,h^p,$$

met I die eksakte waarde van die integraal, I_n die numeriese benadering, h die staplengte en n die aantal intervalle. Die mag p word die **orde** van die metode genoem, en kan soos volg uit empiriese data bereken word:

(a) Gestel I is bekend. Toon aan dat

$$p = \frac{\log((I - I_n)/(I - I_{2n}))}{\log 2}.$$

(b) Gestel I is nie bekend nie. Toon aan dat

$$p = \frac{\log((I_{2n} - I_n)/(I_{4n} - I_{2n}))}{\log 2}.$$

Probleem 3: (omblaai)

Probleem 3: Beskou die volgende drie integrale (met eksakte waardes in hakies aangedui)

$$I_1 = \int_0^1 \left(1 + x^3\right)^{1/3} dx \quad (= 1.071620212518799\ldots)$$

$$I_2 = \int_0^1 \left(1 - x^3\right)^{1/3} dx \quad (= .8833193751427252\ldots)$$

$$I_3 = \int_0^1 \left(1 - x^3\right)^{9/2} dx \quad (= .5163034863687046\ldots)$$

Die eksakte waardes is verkrygbaar op die kursuswebblad. Laai die leër `Iwaardes.mat` af, en stoor dit waar jy normaalweg jou M-leërs stoor. Die instruksie `load Iwaardes` sal dan die veranderlikes `I1`, `I2`, en `I3` in jou werkspasie invoer.

(a) Vir elk van hierdie drie integrale, bereken Trapesium- en Simpsonreël benaderings, en lys die resultate in 'n tabel soos die een hieronder. Bereken ook geskatte waardes van p soos bereken met die formules van Probleem 2.

n	I_n	$I - I_n$	Orde van konvergensie
10			
20			$p =$ _____ (formule van Prob 2(a))
40			$p =$ _____ (formule van Prob 2(b))

(Drie integrale plus twee metodes beteken ses tabelle in totaal.)

(b) Vir watter van die tabelle van deel (a) is die orde van konvergensie soos wat die teorie op p. 123 in BF voorspel?

(c) Vir watter van die tabelle van deel (a) is die orde van konvergensie **stadiger** as wat die teorie op p. 123 in BF voorspel? Gee die oorsaak van die nie-tipiese gedrag, en skets 'n grafiek van die integrand om jou verduideliking toe te lig. (Handskets aanvaarbaar.)

(d) Vir watter van die tabelle van deel (a) is die orde van konvergensie **vinniger** as wat die teorie op p. 123 in BF voorspel? Gee die oorsaak van die nie-tipiese gedrag, en skets 'n grafiek van die integrand om jou verduideliking toe te lig. (Handskets aanvaarbaar.) In die geval van die trapesiumreël, verklaar ook die onverwagte vinnige konvergensie deur te verwys na die Euler-Maclaurin formule

$$\text{EM}: \quad I(f) - T_n(f) = -\frac{h^2}{12}\Big(f'(b) - f'(a)\Big) - \frac{h^4}{720}\Big(f'''(b) - f'''(a)\Big) + \ldots + \text{foutterm}$$