

Probleem 1: Vir die aanvangswaardeprobleme:

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2.$$

- (a) Bepaal $y(t)$ mbv Laplace transforms en stip $y(t)$ teenoor t .
- (b) Gebruik `pplane6.m`¹ om $y(t)$ teenoor t te stip, en bevestig dat dit ooreenstem met jou grafiek in (a).

Probleem 2: Vir die lineêre stelsel van eerste orde DV's,

$$\begin{aligned} x' &= -x + y \\ y' &= x - y + 2 \end{aligned}$$

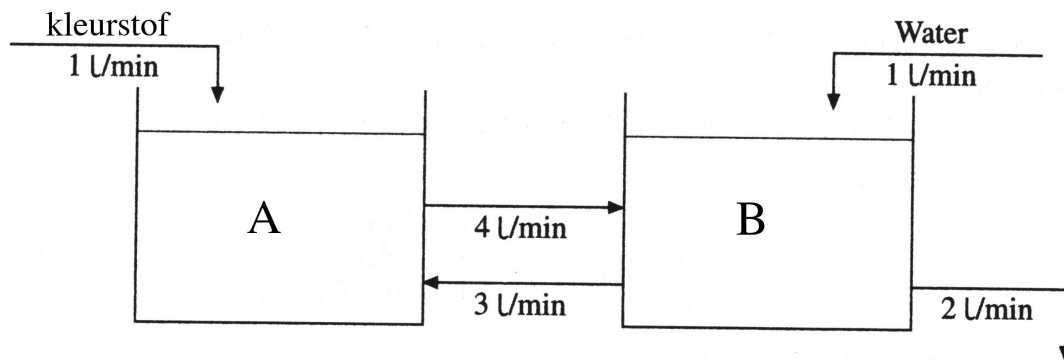
met beginwaardes $x(0) = 1$, $y(0) = 2$.

- (a) Los op vir $x = x(t)$ en $y = y(t)$ mbv Laplace transforms.
- (b) Stip $x(t)$ teenoor t en $y(t)$ teenoor t op die seldfe assestelsel.
- (c) Skryf die lineêre stelsel as 'n matriks vergelyking en gebruik dan eiewaardes en eievektore om vir $x = x(t)$ en $y = y(t)$ op te los.
- (d) Gebruik `pplane6` om $x(t)$ teenoor t en $y(t)$ teenoor t te stip. Bevestig dat die grafiek ooreenstem met jou in (b).

Probleem 3:

Twee groot tenks, elk met volume 100 L, word met pype verbind op so manier dat die vloeistof vanaf tenk A na tenk B vloei teen 'n tempo van 4 L/min en van tenk B na tenk A teen 'n tempo van 3 L/min (sien die figuur hieronder). Suiwer kleurstof word in tenk A ingepomp teen 'n tempo van 1 L/min terwyl suiwer water in tenk B ingepomp word teen dieselfde tempo. Die (verdunde) oplossing vloei uit tenk B teen 'n tempo van 2 L/min.

- (a) Neem aan dat beide tenke aanvanklik vol suiwer water is en dat die mengsels in beide tenke goed gemeng word en lei 'n stelsel DV's af vir die hoeveelheid kleurstof in elke tenk.
- (b) Gebruik Laplace transforms om die stelsel op te los, dws om die hoeveelheid kleurstof teenwoordig in elk van die tenke op tydstip $t \geq 0$ te bepaal.
- (c) Ondersoek die langtermyn gedrag, dws as $t \rightarrow \infty$.



¹beskikbaar op <http://dip.sun.ac.za/courses/tw244.html>