

Universiteit van Stellenbosch

Toegepaste Wiskunde 314

Tutoriaal 9: Oplossings

- (1) (a) $\{000000, 111111\}$
 (b) $(F_q)^3$
 (c) Voeg pariteitskontrolle by elke kodewoord van $(F_q)^3$.
 (d) So 'n kode is nie moontlik nie. Veronderstel tot die teendeel dat C 'n $(5, 3, 4)$ -kode is en gestel gerieflikheidshalwe dat 00000 een van die kodewoorde is. Dan moet die ander twee kodewoorde elk vier een bevat. Maar dit impliseer dat hulle in hoogstens twee posisies kan verskil.
 (e) Nie moontlik nie aangesien Hamming se grens deur hierdie parameters weerspreek word.
- (2) (a) $n = 8$, $M = 4$, $d = 5$. C kan twee foute korrigeer.
 (b) Nee. Hamming se grens word nie bereik nie.
 (c) i. 00000000
 ii. 00011111
 iii. Kan nie hierdie vektor dekodeer nie; meer as twee foute is gemaak (Die afstande na die vier kodewoorde is onderskeidelik 6, 3, 3, en 4).
 iv. 11111000
 v. 00011111

(3)

+	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	3	4	5	6	0	1
3	3	4	5	6	0	1	2
4	4	5	6	0	1	2	3
5	5	6	0	1	2	3	4
6	6	0	1	2	3	4	5

•	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	1	3	5
3	3	6	2	5	1	4
4	4	1	5	2	6	3
5	5	3	1	6	4	2
6	6	5	4	3	2	1

(4)

$$\left| \begin{array}{c} x \\ x^{-1} \end{array} \right| \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 5 & 2 & 3 & 6 \end{array} \left| \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 1 & 7 & 9 & 10 & 8 & 11 & 2 & 5 & 3 & 4 & 6 & 12 \end{array} \right|$$

(5) 'n Basis van C is $\{(0, 1, 2, 1), (1, 0, 2, 2)\}$ en $\dim(C) = 2$.

(6) (a) Gestel C is 'n ternêre $(3, M, 2)$ -kode. Dan moet die M geordende pare wat verkry word deur die derde koördinaat van elke kodewoord weg te laat almal verskillend wees, want sou twee sulke pare identies wees, dan sou die twee ooreenstemmende kodewoorde slegs in die derde posisie verskil, in teenspraak met $d(C) = 2$. Dus is $M \leq 9$.

(b) 'n Ternêre $(3, 9, 2)$ -kode is

$$\left\{ \begin{array}{ccc} 000 & 101 & 202 \\ 011 & 112 & 210 \\ 022 & 120 & 221 \end{array} \right\}$$

(c) In die algemeen word 'n q -êre $(3, q^2, 2)$ -kode gegee deur $\{(a, b, a + b) \mid (a, b) \in (F_q)^2\}$, waar $F_q = \{0, 1, \dots, q - 1\}$ en $a + b$ modulo q bereken word.