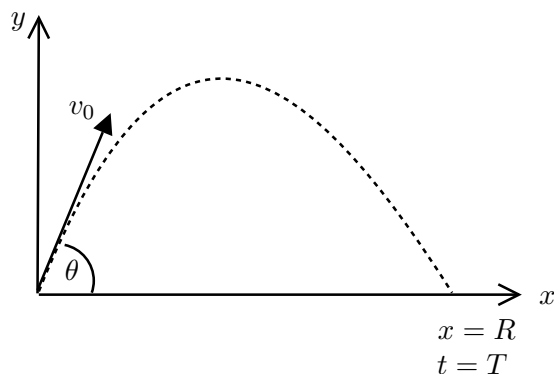


**Probleem 1:** Beskou die model van 'n projektiel wat teen (lineêre) lugweerstand beweeg (Model II). Ons het in klas die eksplisiete uitdrukkings

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{1}{c} v_0 \cos \theta (1 - e^{-ct}) \\y(t) &= \frac{1}{c} \left[ -gt + \left( \frac{c v_0 \sin \theta + g}{c} \right) (1 - e^{-ct}) \right].\end{aligned}$$



Beskou nou die spesifieke projektiel met beginsnelheid  $v_0 = 200$  m/s, aanvangshoek  $\theta = \frac{\pi}{3}$  en weerstandkonstante  $c = \frac{1}{450}$ .

- Gebruik MATLAB se `fzero` om die tyd  $t = T$ , wat die projektiel in die lug is, te bereken. [Tik `help fzero` om hulp vir die gebruik van die funksie te kry.]
- Bereken die reikafstand ( $R$ ) van die projektiel.

**Probleem 2:** In hierdie probleem leer ons om MATLAB se funksie `ode45`<sup>1</sup> te gebruik om stelsels van DVs op te los. Ons beskou die model van 'n projektiel wat teen lugweerstand beweeg, soos beskryf in Afdeling 5.2 in die notas. Deur  $v = dx/dt$  en  $w = dy/dt$  te definieer, asook  $c = k/m$  te stel, kan die stelsel (5.2.3) soos volg geskryf word

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= v, & x(0) &= 0 \\ \frac{dy}{dt} &= w, & y(0) &= 0 \\ \frac{dv}{dt} &= -cv, & v(0) &= V \cos \theta \\ \frac{dw}{dt} &= -cw - g, & w(0) &= V \sin \theta.\end{aligned}$$

Om `ode45` te gebruik, moet die stelsel in vektorvorm geskryf word, naamlik

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{z})$$

waar

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t, \mathbf{z}) = \begin{bmatrix} v \\ w \\ -cv \\ -cw - g \end{bmatrix}.$$

---

<sup>1</sup>Aanvaar dat `ode45` 'n numeriese metode is wat ons nog gaan beskou.

Nou word 'n funksie geskryf wat die regterkant,  $\mathbf{f}(t, \mathbf{z})$ , vir enige waardes van  $t$  en  $\mathbf{z}$  sal bereken. So 'n funksie, sê `proj.m`, kan soos volg lyk.<sup>2</sup>

```
function f = proj(t, z);

% Funksie wat regterkant van projektielprobleem bereken

c = 1/450;

x = z(1); y = z(2); v = z(3); w = z(4);

f = [v; w; -c*v; -c*w-9.8];
```

Die tydsduur van die vlug en aanvangswaardes word nou opgestel

```
>> tydsduur = [0 40];
>> V = 200; theta = pi/3;
>> x0 = 0; y0 = 0; v0 = V*cos(theta); w0 = V*sin(theta);
>> aanvangs = [x0; y0; v0; w0];
```

Uiteindelik is ons reg om `ode45` te gebruik om die stelsel op te los

```
>> [t,z] = ode45('proj',tydsduur,aanvangs);
```

en die baan van die vergelyking kan nou gestip word met

```
>> plot(z(:,1),z(:,2))
```

- (a) Gebruik bg. prosedure om Figuur 5.2.1 in die notas/boek te reproduseer.<sup>3</sup> Gebruik die `axis` bevel om die figuur te beperk tot  $y \geq 0$ .
- (b) Op dieselfde assestelsel, stip ook die projektielbaan wat ooreenstem met weglaatbare lugweerstand (stel eenvoudig  $c = 0$ ).
- (c) Deur in te zoem in die figuur, bereken die reikafstand van beide projekteie tot die naaste meter. Vergelyk hierdie waarde met Probleem 1 se waarde.
- (d) Vir  $c = \frac{1}{450}$ , eksperimenteer met verskillende waardes van  $\theta$ : watter waarde gee die maksimum reikafstand?
- (e) **Opsioneel, vir bonuspunte:** Laat `ode45` outomaties stop sodra die projektiel weer op grondhoogte is ( $y = 0$ ). Tik `help odeset`, en kyk na die `events` opsie.

---

<sup>2</sup>Let op dat in hierdie probleem die tyd nie eksplisiet aan die regterkant voorkom nie. Dit kan egter nie uit die argumentlys van die funksie weggelaat word nie.

<sup>3</sup>Let op dat die figuur in die notas/boek nie met die gegewe parameterwaardes ooreenstem nie. Druk 'n ekstra kopie om die figuur in die notas/boek te vervang.