INSTRUKSIES:

(a) Huiswerke moet met die aanvang van die tutoriaalperiode op Vrydae ingehandig word. Geen elektroniese huiswerke word aanvaar nie en geen huiswerke sal laat ingeneem word nie. In die praktyk beteken dit dat jy moet mik om teen Donderdagaand klaar te wees om toe te laat vir moontlike probleme met drukkers, skerms wat vries, en so aan.

(b) Samewerking op hierdie huiswerke word beperk tot die uitruil van enkele idees en wenke. Die uitruil van data, grafieke, rekenaarprogramme of die besonderhede van wiskundige berekenings is nie toelaatbaar nie. Wat jy inhandig moet jou eie werk wees.

Probleem 1 Doen Probleem 5, *Exercise Set 3.2*, p. 76 in Burden & Faires. (Hieronder gereproduseer vir jou gerief.) Op grond hiervan, watter strategie vir die berekening van vierkantswortels beskou jy as die mees effektiewe: iterasiemetodes soos Heron of Halley, of polinoominterpolasie soos Neville?

Probleem 2 Vir watter waarde(s) van a sal die data in die tabel deur 'n *parabool* geïnterpoleer kan word? Vind hierdie parabool.

x	-1	0	1	3
y	1	3	2	a

Probleem 3 Konstrueer 'n kubiese polinoom wat die sinus-funksie benader op die interval $[0, \pi/2]$ deur Hermite-interpolasie en die volgende data te gebruik

$$f(x) = \sin x \quad \Longrightarrow \quad f(0) = 0,\ f'(0) = 1,\ f(\pi/2) = 1,\ f'(\pi/2) = 0.$$

Stip die funksie en die benadering op $[0, \pi/2]$, sowel as die absolute fout. Gebruik die grafiek om die maksimum absolute fout op $[0, \pi/2]$ te skat.

Probleem 4 (omblaai)

[1] Let Wel: Vanweë die eerste kwartaaltoets word twee weke vir hierdie huiswerk toegelaat.

Probleem 4 Doen Probleem 14, *Exercise Set 3.5*, p. 101 in Burden & Faires.

Probleem 5 Die gladheids-eienskap van natuurlike latfunksies sê dat

$$\int_a^b \left(S''(x)\right)^2 dx \leq \int_a^b \left(f''(x)\right)^2 dx$$

(stuk in klas uitgedeel). Hier is S die natuurlike kubiese latfunksie wat die funksie f (tweemaal kontinu differensieerbaar) interpoleer in knooppunte $a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_n = b$.

(a) Bevestig hierdie stelling vir die funksie

$$f(x) = \sin \pi x, \qquad 0 \leq x \leq 1,$$

en die partisie

$$x_0 = 0, \quad x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_2 = 1.$$

Aanvaar sonder bewys dat $S(x)$ op hierdie partisie gegee word deur

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = \ \ 3x - 4x^3, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ S_1(x) = 1 - 6(x - \frac{1}{2})^2 + 4(x - \frac{1}{2})^3, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1. \end{cases}$$

(b) Bereken ook die kwadratiese interpolant, $p_2(x)$, van die funksie $f(x)$ op die partisie in (a), en bevestig weereens die geldigheid van die stelling. Maw, toon aan dat

$$\int_0^1 \left(S''(x)\right)^2 dx \leq \int_0^1 \left(p_2''(x)\right)^2 dx.$$