

Predikaatlogika

- Bewerings oor versamelings objekte (kwantore \forall en \exists word gebruik)
- Predikaat: uitdrukking wat *waar* of *vals* is, byvoorbeeld $x \geq 0$
- *Predikate* het dus die funksie van *proposisies*
- Notasie: $P(x)$ (tree op as funksie met Boolese resultaat)

1

Eksistensiële kwantor (\exists)

- Daar bestaan minstens een x binne die grense 1 en 10 sodat x kwadraat gelyk is aan 25
- $\exists x : 1..10 \bullet x^2 = 25$
- Bewering is *waar* of *vals* (is dus 'n predikaat)

2

Universele kwantor (\forall)

- Vir alle x vanaf 1 to by 10 is x kwadraat groter as 0
- $\forall x : 1..10 \bullet x^2 > 0$
- Kan dieselfde feit omskryf word mbv die eksistensiële kwantor?

3

Predikate: eienskappe van objekte

- $Open(valve_1)$
- $Open(valve_1) \wedge \neg Open(valve_2)$
- $Connected(computer_i, computer_j)$

4

Oefening

Gebruik predikaatlogika om die volgende vereistes formeel te spesifiseer:

- All files marked for archiving must be written to tape and deleted from disk.
- No communication line can be in use without having a status of 0.
- Some communication lines are not in use.

5

Gebonde en vrye veranderlikes

- Kwantore beheer spesifieke veranderlike(s) deur hulle te *bind* aan 'n sekere *bestek* ("scope")
- Alle veranderlikes wat nie beheer word deur 'n kwantor nie, is *vry* (kan enige waardes aanneem)

Voorbeeld:

$$(\exists x : 1..10 \bullet x^2 = y)$$

- x is 'n gebonde veranderlike (verbind aan \exists -kwantor)
- y is 'n vrye veranderlike (veranderlike wat nie beheer word deur die kwantor nie).

6

Geneste kwantore

- $(\exists i : 1..5 \bullet (\exists j : 1..25 \bullet i^2 = j))$
- Daar is ten minste een rekenaar waarvan die kommunikasielyne almal aktief is:
- $(\exists c : \text{Computer} \bullet (\forall l : \text{Line} \bullet \text{Active}(c, l)))$
- Alle gebruikers het nie toegang tot alle programme nie:
- $(\forall u : \text{User} \bullet \neg(\forall p : \text{Program} \bullet \text{Access}(u, p)))$

7

Wat beteken die volgende?

1. $\neg(\forall u : \text{User} \bullet (\forall p : \text{Program} \bullet \text{Access}(u, p)))$
2. $(\forall u : \text{User} \bullet (\exists p : \text{Program} \bullet \neg \text{Access}(u, p)))$
3. $(\forall u : \text{User} \bullet \neg(\exists p : \text{Program} \bullet \neg \text{Access}(u, p)))$

8

Afleidingsreëls

1. $\frac{\forall x:S \bullet P(x), \forall x:S \bullet Q(x)}{\forall x:S \bullet P(x) \wedge Q(x)}$
2. $\frac{\forall x:S \bullet P(x)}{\exists x:S \bullet P(x)}$
3. $\frac{\forall x:S \bullet P(x)}{P(a)}$ indien $a \in S$
4. $\frac{P(a)}{\exists x:S \bullet P(x)}$ indien $a \in S$
5. $\frac{\neg(\forall x:S \bullet P(x))}{\exists x:S \bullet \neg P(x)}$
6. $\frac{\neg(\exists x:S \bullet P(x))}{\forall x:S \bullet \neg P(x)}$

9

Spesiale kwantore

- Enkel-eksistensiële kwantor:

$$\exists_1 x : \mathbb{N} \bullet Prime(x) \wedge Even(x)$$

- Teller-kwantor:

$$(\Omega x : \mathbb{N} \bullet x \leq 10 \wedge Even(x)) = 10$$

- Sommerings-kwantor:

$$(\sum line : 0 \dots 31 \bullet Active(line)) = 0$$

10

Hantering van vektore

1. Alle elemente van vektor X is 0:
 $(\forall i : 0..9 \bullet X[i] = 0)$
2. Die elemente van vektor X is in stygende orde:
 $(\forall i : 0..8 \bullet X[i] < X[i + 1])$
3. Die elemente van vektor X is in nie-dalende orde:
 $(\forall i : 0..8 \bullet X[i] \leq X[i + 1])$
4. Alle elemente van vektor X is uniek:
 $(\forall i : 0..9 \bullet (\Omega j : 0..9 \bullet X[j] = X[i]) = 1)$

11

Eenvoudige spesifikasies

1. Beskrywing van die toestand van die stelsel:

- Die *veranderlikes* van die stelsel word beskryf (name en tipes)

2. Beskrywing van bewerkings wat toestand kan verander:

- Slegs effek van elke bewerking word beskryf:
 - Prekondisie (kondisie wat moet geld voor uitvoering van bewerking)
 - Postkondisie (kondisie wat moet geld na uitvoering van bewerking)
- Inisialisering (eerste bewerking)

12

Bewerkings, pre- en postkondisies

- Prosedure *Consumption* aanvaar twee parameters l (liters brandstof) en km (afstand in kilometers) en bereken die brandstofverbruik in liters per 100 kilometers.

Prekondisie: $l \geq 0 \wedge km > 0$

Postkondisie: $cons' = l * 100 / km$

- Konvensie: veranderlikes (en parameters) het TWEE relevante waardes:
 - die waarde *voor* uitvoering van die bewerking (x)
 - die waarde *na* uitvoering van die bewerking (x')

Oefening

Skryf pre- en postkondisies vir die volgende bewerkings:

- The procedure *Examine* has four parameters. The first parameter is an integer array *values* which has a range 1..20. The other parameters *range*, *obj* and *flag* are integers. *Examine* looks at the elements of *values* specified by *range* and sets *flag* to one if at least one of the values is equal to *obj*.
- The elements of array x , with indexes ranging from 0 to $n - 1$ are sorted in ascending order.