Probleem 1:

Die MATLAB-kode vir (a): (vir (b) word die eerste reël vervang met `n = 30`)

```
>> n = 10;
>> LK = prod(1:n);                    % Bereken n! (of LK = gamma(n+1))
>> RK = sqrt(2*pi*n)*(n/exp(1))^n;    % Stirling se formule
>> abs_err = abs(LK-RK);              % Absolute fout
>> rel_err = abs((LK-RK)/LK);         % Relatiewe fout
>> t = -log10(rel_err);               % Bereken t
```

Die afvoer sien soos volg daaruit:

	(a) $n = 10$	(b) $n = 30$
LK (n! eksak)	3628800	2.652528598121910e+032
RK (Stirling se formule)	3.598695618741033e+006	2.645170959229639e+032
Absolute fout	3.01e+004	7.36e+029
Relatiewe fout	8.30e−003	2.77e−003
t-waarde	2.1	2.6

In elke geval is die relatiewe fout 'n baie beter aanduiding van die kwaliteit van die benadering. Soos n toeneem streef die absolute fout na oneindig, terwyl die relatiewe fout na nul streef.

In (a) stem LK en RK na afronding ooreen tot 2 beduidende syfers, naamlik 36xxxxx, wat klop met die waarde van t. In (b) stem LK en RK na afronding ooreen tot 3 beduidende syfers, naamlik 2.65xxx...e32, wat ook klop met die waarde van t.

Probleem 2:

(a)

```
>> a = 1; b = -2004; c = 1;
>> r = roots([a b c]);
```

Die twee wortels soos hierbo bereken is 2.003999500997880e+03 en 4.990021202610360e-04.

(b)

```
>> x1 = (-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
>> x2 = (-b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
```

Die waarde van `x1` is 2.003999500997880e+03, wat met `r(1)` ooreenstem tot alle syfers. Die waarde van `x2` is 4.990021202502248e-04, wat met `r(2)` ooreenstem slegs tot 10 syfers.

(c)

Die probleem het ingesluip in die berekening van

$$-b - \sqrt{b^2 - 4ac} \; = \; 2004 - 2003.99900...$$

waar katastrofiese kansellasie plaasgevind het. 'n Beter metode is, soos in die klas bespreek,

```
>> x2_beter = c/(a*x1)
```

Nou is die waarde van `x2_beter` 4.990021202610360e-04, wat tot alle syfers oreenstem met `r(2)` van hierbo.

Probleem 3:

```
>> x = 1e-5;  f = (1+cos(x))/(1-cos(x))
```

Bostaande lewer 3.999999668938544e+010, wat slegs akkuraat is tot 7 syfers. 'n Beter formule vir $f(x)$ kan verkry word deur die halwehoek formules $1 + \cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2}$ en $1 - \cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$ te gebruik:

$$f(x) = \frac{1+\cos x}{1-\cos x} = \frac{2\cos^2 \frac{x}{2}}{2\sin^2 \frac{x}{2}} = \cot^2 \frac{x}{2}.$$

Hierdie formule in MATLAB,

```
>> f = cot(x/2)^2
```

lewer 3.999999999933334e+010, wat tot byna alle syfers akkuraat is. 'n Alternatiewe metode is

$$f(x) = \frac{1+\cos x}{1-\cos x} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x} = \frac{(1+\cos x)^2}{1-\cos^2 x} = \frac{(1+\cos x)^2}{\sin^2 x}$$

wat minder elegant is, maar ook volle akkuraatheid lewer.

Probleem 4:

```
>> x = 1e-3; g = sqrt(1+x^3)-1
```

Bostaande lewer 5.000000413701855e-10, wat slegs akkuraat is tot 7 syfers (na afronding). Ons kan weer eens 'n beter formule kry,

$$g(x) = \left(\sqrt{1+x^3} - 1\right) \times \frac{\sqrt{1+x^3}+1}{\sqrt{1+x^3}+1} = \frac{x^3}{\sqrt{1+x^3}+1}.$$

Hierdie formule in MATLAB,

```
>> g = x^3/(sqrt(1+x^3)+1)
```

lewer 4.999999998750000e-010, wat tot alle syfers akkuraat is.