Universiteit van Stellenbosch

Toegepaste Wiskunde 314

Tutoriaal 12: Oplossing

(1) (a) i. 'n Pariteitskontrolematriks vir $Ham(3,2)$ is

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

ii. $2^4 = 16$

iii. $S(1101011) = 110$, dus fout in posisie 6, dus kodewoord is 1101001.

(b) i. 'n Pariteitskontrolematriks vir $H\hat{a}m(3,2)$ is

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

ii. $2^4 = 16$

iii. $S(11010011) = 0001$, dus fout in laaste posisie, dus kodewoord is 11010010.
$S(11001010) = 0010$, dus meer as een fout.

(2) 'n Pariteitskontrolematriks is

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

$(040031)H^T = (33) = 3(11)$; fout is (003000), dus kodewoord is $040031 - 003000 = 042031$.
$(112031)H^T = (21) = 2(13)$; fout is (000020), dus kodewoord is $112031 - 000020 = 112011$.

(3) Die klasse van veelvoude van die kolomvektore is

$$\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{matrix}\right\}.$$

Kies 'n kolom uit elke klas om 'n pariteitskontrolematriks te kry:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Aantal kodewoorde $M = 3^{10}$.

(4) 'n Pariteitskontrolematriks vir C_1 is

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Al die kolomme van H_1 is verskillend en nie-nul. Die eerste kolom is egter 'n veelvoud van die vyfde. Dus is $d(C_1) = 2$.
'n Pariteitskontrolematriks vir C_2 is

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Enige twee kolomme van H_2 is lineêr onafhanklik (nie een is 'n veelvoud van 'n ander nie), terwyl die laaste drie kolomme lineêr afhanklik is. Dus is $d(C_2) = 3$.
(Let wel: dit was nodig om kolomme drie en vier om te ruil om 'n standaardvorm voortbringermatriks te kry; so nadat die pariteitskontrolematriks neergeskryf was, moes ons eers weer kolomme drie en vier terugruil).

(5) Die matriks

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

het die eienskap dat enige drie van sy kolomme lineêre onafhanklik is, terwyl die eerste vier kolomme lineêr afhanklik is. Dus is H die pariteitskontrolematriks van 'n $[6, 3, 4]$–kode.