Aufgabe 2

a) **gesucht:** strikt dominante Strategie in folgendem Spiel:

(S1/S2)	x	y	Z
a	(1,2*)	(2,2*)	(5,1)
b	(4,1)	(3,5*)	(3,3)
c	(5*,2)	(4*,4*)	(7*,0)
d	(2,3)	(0,4*)	(3,0)

Für Spieler 1 ist **Strategie c** strikt dominant, da er unabhängig von der Entscheidung von Spieler 2 stets c wählen wird. Für Spieler 2 ist Strategie y zwar dominant, aber nicht strikt dominant, da er sich, falls sich Spieler 1 für a entscheidet, ohne Gewinneinbußen auch für x entscheiden könnte.

b) Entscheidet sich Spieler 1 für d, wird sich Spieler 2 für **Strategie y** entscheiden (siehe entsprechendes Sternchen), da er hier einen Gewinn von 4 erspielt, während er bei x oder z nur 3 bzw. 0 erhält.

c) Das einzige Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien ist **(c,y)** mit einer Auszahlung von je 4 an beide Spieler. Kein Spieler kann sich verbessern, da die Strategien c und y dominieren. Da bei Spieler 2 die strikte Dominanz nur für die Strategie a von Spieler 1 verloren geht, gibt es kein weiteres reines Nash-Gleichgewicht.

d) **gesucht:** dominante Strategien oder Nash-Gleichgewicht in folgendem Spiel:

(S1/S2)	L	M	R
U	(1,3*)	(4*,2)	(2,2)
C	(4*,0)	(0,3*)	(4,1)
D	(2,5)	(3,4)	(5*,6*)

Es existieren keine dominanten Strategien, da jeder Spieler, abhängig von der Entscheidung des Gegenspielers, stets eine unterschiedliche Wahl trifft. Tragen wir diese Wahlen in das Tableau ein (Sternchen), so sind nur D und R gegenseitig beste Antworten aufeinander, so dass **(R,D) mit der Auszahlung (5,6)** das einzige Nash-Gleichgewicht ist.

e) Wir verdeutlichen das Spiel anhand einer diskreten Fassung. Um doppelte Kommata zu vermeiden, geben wir den gewünschten Anteil der beiden Spieler sowie die resultierenden Auszahlungen jeweils in Prozent an.

(S1/S2)	0 %	30 %	50 %	70 %	100 %
0 %	(0,0)	(0,30)	(0,50)	(0,70)	(0*,100*)
30 %	(30,0)	(30,30)	(30,50)	(30*,70*)	(0*,0)
50 %	(50,0)	(50,30)	(50*,50*)	(0,0)	(0*,0)
70 %	(70,0)	(70*,30*)	(0,0)	(0,0)	(0*,0)
100 %	(100*,0*)	(0,0*)	(0,0*)	(0,0*)	(0*,0*)

Nash-Gleichgewichte sind somit alle Kombinationen (x, 1-x) mit x Є [0,1]. Wünscht sich ein Spieler x, kann sich der andere höchstens 1-x wünschen – will er weniger, bekommt er auch weniger, wünscht er mehr, gehen beide leer aus.
Ein Sonderfall ergibt sich für x = 0 bzw. x = 1: Wünscht sich nämlich ein Spieler alles (also 1), kann der andere Spieler wünschen, was er will – er bekommt sowieso nichts. Somit kann dieser sich von keiner Position mehr verbessern. Aus Symmetriegründen ist somit (1,1) mit Nullauszahlung ein zusätzliches Nash-Gleichgewicht.
Folglich sind **alle angegebenen Aktionsprofile** Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien.

f) Wir betrachten zur Veranschaulichung zunächst wieder einen diskreten Fall, bei dem wir von D=10 Kunden und Produktionskosten von c=10 ausgehen.

Preise	6	8	10=c	13	15
6	(-20,-20)	(-40,0*)	(-40,0*)	(-40,0*)	(-40,0*)
8	(0*,-40)	(-10,-10)	(-20,0*)	(-20,0*)	(-20,0*)
10=c	(0*,-40)	(0*,-20)	(0*,0*)	(0,0*)	(0,0*)
13	(0*,-40)	(0*,-20)	(0*,0)	(15*,15*)	(30*,0)
15	(0*,-40)	(0*,-20)	(0*,0)	(0,30)	(25,25*)

Zu beachten ist hierbei jedoch, dass (13,13) nur in diesem diskreten Fall ein Nash-Gleichgewicht ist. Entscheidet sich nämlich von diesem Punkt aus eine Firma für einen Preis, von 12, erhöht sie ihren Gewinn auf 10*2=20. Von (12,12) aus könnte sich wiederum eine Firma für einen Preis von 11,11 Euro entscheiden, womit sie ihren Gewinn von 10,00 auf 11,10 Euro erhöht usw. Das entstehende scheinbare Nash-Gleichgewicht ist also der Diskretisierung geschuldet und bildet sich dort jeweils beim ersten Preis, der über den Kosten liegt.

Somit erhalten wir im kontinuierlichen Fall **(c,c) mit Nullauszahlung** als einziges Nash-Gleichgewicht. Wird von hier aus eine Firma billiger, zieht sie zwar die komplette Nachfrage auf sich, muss aber unter ihren Kosten verkaufen, womit sie Miese macht. Verkauft eine Firma teurer, bleibt die Nachfrage aus, womit sie auch nicht mehr verdient. Ohne Absprache werden die Firmen also durch dieses Spiel angehalten, zu ihren Produktionskosten zu verkaufen.