Aufgabe 1

a) Das beschriebene Spiel sieht wie folgt aus:

(S1/S2)	2	3	4	. . .	98	99	100
2	(2*,2*)	(4*,0)	(4,0)	. . .	(4,0)	(4,0)	(4,0)
3	(0,4*)	(3,3)	(5*,1)	. . .	(5,1)	(5,1)	(5,1)
4	(0,4)	(1,5*)	(4,4)	. . .	(6,2)	(6,2)	(6,2)
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
98	(0,4)	(1,5)	(2,6)	. . .	(98,98)	(100*,96)	(100,96)
99	(0,4)	(1,5)	(2,6)	. . .	(96,100*)	(99,99)	(101*,97)
100	(0,4)	(1,5)	(2,6)	. . .	(96,100)	(97,101*)	(100,100)

Es ist durchaus sinnvoll, einen möglichst hohen Betrag zu wählen. Wählt der Gegenspieler nämlich einen ähnlich hohen Betrag, erhält man in etwa diesen Betrag (bis zu 101 Euro). Wählt er einen niedrigeren Betrag, steht man zwar um 2 Euro schlechter da als wenn man in diesem Fall ebenfalls einen niedrigen Betrag genannt hätte – aber die Chance auf knapp 100 Euro sollte man deswegen eingehen.

Das einzige Nash-Gleichgewicht in diesem Spiel ist (2,2) mit einer Auszahlung von je 2 Euro an beide Spieler. Auf allen anderen Strategie-Tupeln kann sich jeweils ein Spieler verbessern: Beginnen wir bei (100,100), könnte sich ein Spieler verbessern, indem er nur 99 Euro nennt und dadurch die 2 Euro Ehrlichkeitsbonus kassiert (also 101 Euro bekommt). Von (101,97) aus könnte sich der andere Spieler aber wieder verbessern, indem er nur 98 Euro nennt und sich dadurch statt 97 Euro 98+2 Euro sichert. Von (96,100) aus könnte sich der erste Spieler aber wieder verbessern usw., bis sich beide Geizkragen schließlich auf (2,2) einigen können – obwohl mit anfänglicher Absprache (100,100) möglich gewesen wären.

b) Das beschriebe Spiel sieht wie folgt aus:

(S1/S2)	weiterfahren	chicken out
weiterfahren	(d,d)	(a*,c*)
chicken out	(c*,a*)	(b,b)

Dabei muss nach Aufgabenstellung **a > b > c > d** gelten. Die beiden Nash-Gleichgewichte sind (weiterfahren, chicken out) und (chicken out, weiterfahren) – klar, denn die beste Antwort eines Spielers auf seinen Gegner ist immer die genau umgekehrte Reaktion: bevor beide zusammenkrachen, sollte man lieber ausweichen, und wenn der Gegner ausweicht, kann man einfach weiterfahren.

c) Das beschriebene Spiel sieht wie folgt aus:

(S1/S2)	weiterfahren (w)	chicken out (c)
weiterfahren (w)	(0,0)	(4*,1*)
chicken out (c)	(1*,4*)	(3,3)

Für das gemischte Gleichgewicht brauchen wir nur den Support I={c,w} betrachten – auf Grund der Symmetrie reicht die Behandlung eines Spielers. Es sei x_1 bzw. y_1 die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler 1 bzw. 2 weiterfährt und x_2 bzw. y_2 die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler 1 bzw. 2 ausweicht. $x = (x_1, x_2)$ und $y = (y_1, y_2)$ sind damit die gemischten Strategien von Spieler 1 und 2.

Sei I={c,w} der Support von Spieler 1, dann gilt für Spieler 2:

$0\, x_1 + 4\, x_2 = 1\, x_1 + 3\, x_2$

- ⇨ $x_2 = x_1$
- ⇨ zusammen mit $x_1 + x_2 = 1$ ergibt sich $\underline{x = (0{,}5 \mid 0{,}5)^T}$
- ⇨ Verifizierung der Beste-Antwort-Bedingung:

  $x^T B = \left(\frac{1}{2} \mid \frac{1}{2}\right)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = (2 \mid 2)$
- ⇨ BRC ist wegen 2 = max{2, 2} für L, C und R erfüllt
- ⇨ **(x,y) mit $x = y = (0{,}5 \mid 0{,}5)^T$ ist gemischtes Nash-Gleichgewicht**.

Als reine Nash-Gleichgewichte sind (c,w) ≅ (x=(0,1), y=(1,0)) und (w,c) ≅ (x=(1,0), y=(0,1)) wegen Aufgabe 1b auch spezielle gemischte Nash-Gleichgewichte.