

Übungsblatt 09

Aufgabe 01

Teilaufgabe a

Betrachten Sie das “Wikinger”-Beispiel aus der Vorlesung.

Nehmen Sie an, dass die Reihenfolge in Zahlen 3, 2 und 1 ausgedrückt werden kann, also schätzt z.B. ein Wikinger Carlsberg mit 3 Einheiten, Becks mit 2 und Astra mit 1 Einheit.

Teilaufgabe a - Setting

- Wähler $N = \{1, \dots, n\}$
- Ergebnisse $O = \{\text{Astra}, \text{Becks}, \text{Carlsberg}\}$
- Typen:
 - Nordlicht (nl): Astra > Becks > Carlsberg
 - Hanseat (ha): Becks > Astra > Carlsberg
 - Wikinger (wi): Carlsberg > Becks > Astra
- Verteilung $P(\text{nl}) = P(\text{ha}) = 0.49, P(\text{wi}) = 0.02$

Teilaufgabe a.1

In einem Profil $a_{wi} = [a, a, -, b, b]$ bezeichnen wir b als beste Antwort von w_i . Bestätigen Sie rechnerisch, dass b den höchsten erwarteten Nutzen bringt.

Teilaufgabe a.1

- Nordlicht (nl): Astra > Becks > Carlsberg
- Hanseat (ha): Becks > Astra > Carlsberg
- Wikinger (wi) : Carlsberg > Becks > Astra

Aktionsprofil: $\mathbf{a}_w = [\mathbf{a}, \mathbf{a}, -, \mathbf{b}, \mathbf{b}]$

$\mathbb{E}(\mathbf{u}(\mathbf{a})) = 1$, weil Astra mit 3:2 Stimmen gewählt wird

$\mathbb{E}(\mathbf{u}(\mathbf{b})) = 2$, weil Becks mit 3:2 Stimmen gewählt wird

$$\mathbb{E}(\mathbf{u}(\mathbf{c})) = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.5$$

weil zwischen Astra und Becks gelost wird

\Rightarrow Nutzen bei \mathbf{b} ist am größten, also wählt der Wikinger \mathbf{b} !

Teilaufgabe a.2

Geben Sie ein Equilibrium in reinen Strategien
für $|N| \geq 5$ an.

Teilaufgabe a.2

gesucht: Gleichgewicht in reinen Strategien

Lösung: Profil $\alpha = [\textcolor{red}{a}, \dots, \textcolor{red}{a}, \textcolor{green}{b}, \dots, \textcolor{green}{b}, \textcolor{blue}{b}, \dots, \textcolor{blue}{b}]$ mit
 $\mathbb{P}(\textcolor{red}{nl}) = \mathbb{P}(\textcolor{blue}{ha}) = 0.49, \mathbb{P}(\textcolor{green}{wi}) = 0.02$

- Nordlichter werden nicht wechseln, da sie bereits für Astra stimmen und Becks (mit höchster Gewinnchance) ihre zweitbeste Alternative wäre
- Hanseaten werden nicht wechseln, da sie bereits für Becks stimmen und Astra (das gewinnen kann falls es zufällig genügend Nordlichter sind) ihre zweitbeste Alternative wäre
- Wikinger werden nicht wechseln, da Carlsberg chancenlos ist und sie deshalb ihre zweitbeste Alternative unterstützen werden

⇒ kein Agent kann sich verbessern

⇒ α ist Nash-Gleichgewicht

Teilaufgabe a.3

Gibt es eine dominante Strategie für w ,
falls $|N| = 3$ gilt?

Teilaufgabe a.3

gesucht: dominante Strategie für w_i bei $|N| = 3$

$\begin{matrix} \text{ha+nl} \\ w_i \end{matrix}$	AA	AB	AC	BB	BC	CC
A	1*	1	1	2*	2	3*
B	1*	2*	2	2*	2	3*
C	1*	2*	3*	2*	3*	3*

Für w_i ist c eine dominante Strategie bei $|N| = 3$, da die Auszahlung stets mindestens so hoch ist wie bei anderer Wahl.

Teilaufgabe a.4

Gehen Sie von der Population $N = \{w, h, n\}$ mit genau einem Wikinger, einem Hanseaten und einem Nordlicht aus.

Welches Aktionsprofil ist ein Nash-Equilibrium in reinen Strategien?

Welche soziale Auswahlfunktion wird dadurch implementiert?

Teilaufgabe a.4

gesucht: Gleichgewicht in reinen Strategien für $|N| = 3$

Lösung: Profil $\mathbf{a} = [\mathbf{c}, \mathbf{b}, \mathbf{a}]$

- Der Wikinger hat Auszahlung $\frac{1}{3} \cdot (3 + 2 + 1) = 2$. Würde er b wählen, bekäme er mit b ebenfalls 2, wählt er a, bekäme er mit a 1 – also keine Verbesserung möglich.
- Der Hanseat hat auch Auszahlung $\frac{1}{3} \cdot (3 + 2 + 1) = 2$. Würde er a wählen, bekäme er mit a ebenfalls 2, wählt er c, bekäme er mit c 1 – also keine Verbesserung möglich.
- Das Nordlicht hat ebenfalls Auszahlung $\frac{1}{3} \cdot (3 + 2 + 1) = 2$. Würde es b wählen, bekäme es mit b auch 2, wählt es c, bekäme es mit c 1 – also keine Verbesserung möglich.

⇒ kein Agent kann sich verbessern

⇒ \mathbf{a} ist Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien für $|N|=3$.

⇒ Mehrheitswahl als soziale Auswahlfunktion

Teilaufgabe b

Betrachten Sie nun das „Vasen“-Beispiel, also eine Auktion, bei der Agenten einen Wert für einen Gegenstand nennen, der Höchstbietende den Zuschlag erhält und den Preis des Zweithöchsten bezahlt.

Die Aktionen der Agenten A (Gebote) und die Abbildung von Aktionsprofilen zu Ergebnissen M sei wie in der Vorlesung.

Teilaufgabe b.1

Zeichnen Sie das Bayes-Spiel für zwei Agenten, die jeweils den (privaten) Typ $\{w, v\}$ annehmen können, wobei w bedeutet, dass die Vase für den Agenten eine Einheit (wenig) wert ist und v zwei (viel).

Geben Sie eine Normalformdarstellung an, bei der Sie als Wahrscheinlichkeiten für beide Agententypen $P(w) = 0.4$ annehmen.

Nennen Sie Equilibria in reinen Strategien.

Teilaufgabe b.1

W

	1	2
1	$(0^*, 0^*)$	$(0^*, 0^*)$
2	$(0^*, 0^*)$	$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

$\mathbb{P}(w, w) = 0.4^2 = 0.16$

V

	1	2
1	$\left(\frac{1}{2}, 0^*\right)$	$(0^*, 0^*)$
2	$(1^*, 0^*)$	$\left(0^*, -\frac{1}{2}\right)$

$\mathbb{P}(v, w) = 0.6 \cdot 0.4 = 0.24$

V

	1	2
1	$\left(0^*, \frac{1}{2}\right)$	$(0^*, 1^*)$
2	$(0^*, 0^*)$	$\left(-\frac{1}{2}, 0^*\right)$

$\mathbb{P}(w, v) = 0.4 \cdot 0.6 = 0.24$

	1	2
1	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$	$(0^*, 1^*)$
2	$(1^*, 0^*)$	$(0^*, 0^*)$

$\mathbb{P}(v, w) = 0.6^2 = 0.36$

Teilaufgabe b.2

Angenommen, die Vase könnte in ganzzahligen Werten von 0 bis 10 geschätzt werden und es treten nur die Typen w mit Zahlungsbereitschaft 2, m (mit 3) und v (mit 8) auf, wobei $\mathbb{P}(w) = 0.5$, $\mathbb{P}(m) = 0.4$ und $\mathbb{P}(v) = 0.1$

Sei nun eine Höchstgebot-Auktion (höchstes Gebot erhält den Zuschlag, zum höchsten Preis) zwischen 3 Spielern ($N = \{a, b, c\}$) gegeben. Was ist eine beste Antwort von Spieler a , falls er vom Typ v ist, auf ein Profil, in dem die anderen beiden Agenten wahrheitsgemäß abstimmen?

Ist wahrheitsgemäßes Abstimmen also eine dominante Strategie für alle Agenten?

Teilaufgabe b.2

Gebote anderer Spieler:		Wahrscheinlichkeit:	Mein Gebot:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	8	0,01	Nutzen:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,00	-2,00
8	3	0,10		0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,00	-2,00
8	2	0,08		0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,00	-2,00
3	3	0,25		0	0	0	1,67	4,00	3,00	2,00	1,00	0	-1,00	-2,00
3	2	0,40		0	0	0	2,50	4,00	3,00	2,00	1,00	0	-1,00	-2,00
2	2	0,16		0	0	2,00	5,00	4,00	3,00	2,00	1,00	0	-1,00	-2,00
erwarteter Nutzen für mich:				0,00	0,00	0,32	2,22	3,24	2,43	1,62	0,81	0,00	-1,00	-2,00

- ➔ Ist Spieler a (ich) von Typ v mit Zahlungsbereitschaft 8, sollte er das Gebot 4 abgeben.
- ➔ wahrheitsgemäßes Abstimmen bei dieser Auktion keine dominante Strategie!

Übungsgruppe 02 wünscht

Frohe Weihnachten!

