Übungsblatt 09

Aufgabe 01

Teilaufgabe a

Betrachten Sie das “Wikinger”-Beispiel aus der Vorlesung.

Nehmen Sie an, dass die Reihenfolge in Zahlen 3, 2 und 1 ausgedrückt werden kann, also schätzt z.B. ein Wikinger Carlsberg mit 3 Einheiten, Becks mit 2 und Astra mit 1 Einheit.

Teilaufgabe a - Setting

- Wähler N = {1, . . . , n}
- Ergebnisse O = {Astra, Becks, Carlsberg}
- Typen:
  - Nordlicht (nl): Astra > Becks > Carlsberg
  - Hanseat (ha): Becks > Astra > Carlsberg
  - Wikinger (wi) : Carlsberg > Becks > Astra
- Verteilung P(nl) = P(ha) = 0.49, P(wi) = 0.02

Teilaufgabe a.1

In einem Profil $a_{-wi} = [a, a, -, b, b]$ bezeichneten wir b als beste Antwort von wi. Bestätigen Sie rechnerisch, dass b den höchsten erwarteten Nutzen bringt.

Teilaufgabe a.1

- Nordlicht (nl): Astra > Becks > Carlsberg
- Hanseat (ha): Becks > Astra > Carlsberg
- Wikinger (wi) : Carlsberg > Becks > Astra

Aktionsprofil: $\mathbf{a_{-w} = [a, a, -, b, b]}$

$$\mathbb{E}(\boldsymbol{u}(\boldsymbol{a})) = \mathbf{1}, \textit{weil Astra mit } 3:2 \textit{ Stimmen gewählt wird}$$
$$\mathbb{E}(\boldsymbol{u}(\boldsymbol{b})) = \mathbf{2}, \textit{weil Becks mit } 3:2 \textit{ Stimmen gewählt wird}$$
$$\mathbb{E}(\boldsymbol{u}(\boldsymbol{c})) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{2} = \mathbf{1.5}$$
$$\textit{weil zwischen Astra und Becks gelost wird}$$

$\underline{\Rightarrow \textit{Nutzen bei } b \textit{ ist am größten, also wählt der Wikinger } b!}$

Teilaufgabe a.2

Geben Sie ein Equilibrium in reinen Strategien für $|N| \geq 5$ an.

Teilaufgabe a.2

- Nordlicht (nl): Astra > Becks > Carlsberg
- Hanseat (ha): Becks > Astra > Carlsberg
- Wikinger (wi) : Carlsberg > Becks > Astra

gesucht: Gleichgewicht in reinen Strategien

Lösung: Profil $\boldsymbol{a} = [\boldsymbol{a}, \dots, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \dots, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}, \dots, \boldsymbol{b}]$ mit

$$\mathbb{P}(nl) = \mathbb{P}(ha) = 0.49, \mathbb{P}(wi) = 0.02$$

- Nordlichter werden nicht wechseln, da sie bereits für Astra stimmen und Becks (mit höchster Gewinnchance) ihre zweitbeste Alternative wäre
- Hanseaten werden nicht wechseln, da sie bereits für Becks stimmen und Astra (das gewinnen kann falls es zufällig genügend Nordlichter sind) ihre zweitbeste Alternative wäre
- Wikinger werden nicht wechseln, da Carlsberg chancenlos ist und sie deshalb ihre zweitbeste Alternative unterstützen werden

$\Rightarrow$ kein Agent kann sich verbessern

$\Rightarrow$ a ist Nash-Gleichgewicht

Teilaufgabe a.3

Gibt es eine dominante Strategie für w, falls $|N| = 3$ gilt?

Teilaufgabe a.3

- Nordlicht (nl): Astra > Becks > Carlsberg
- Hanseat (ha): Becks > Astra > Carlsberg
- Wikinger (wi) : Carlsberg > Becks > Astra

gesucht: dominante Strategie für wi bei |N| = 3

wi \ ha+nl	AA	AB	AC	BB	BC	CC
A	1*	1	1	2*	2	3*
B	1*	2*	2	2*	2	3*
C	1*	2*	3*	2*	3*	3*

Für wi ist c eine dominante Strategie bei |N| = 3, da die Auszahlung stets mindestens so hoch ist wie bei anderer Wahl.

Teilaufgabe a.4

Gehen Sie von der Population $N = \{w, h, n\}$ mit genau einem Wikinger, einem Hanseaten und einem Nordlicht aus.

Welches Aktionsprofil ist ein Nash-Equilibrium in reinen Strategien?

Welche soziale Auswahlfunktion wird dadurch implementiert?

Teilaufgabe a.4

- Nordlicht (nl): Astra > Becks > Carlsberg
- Hanseat (ha): Becks > Astra > Carlsberg
- Wikinger (wi) : Carlsberg > Becks > Astra

<u>gesucht</u>: Gleichgewicht in reinen Strategien für |N| = 3

<u>Lösung:</u> Profil $\boldsymbol{a} = [\boldsymbol{c}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}]$

- Der Wikinger hat Auszahlung $\frac{1}{3} \cdot (3+2+1) = 2$. Würde er b wählen, bekäme er mit b ebenfalls 2, wählt er a, bekäme er mit a 1 – also keine Verbesserung möglich.
- Der Hanseat hat auch Auszahlung $\frac{1}{3} \cdot (3+2+1) = 2$. Würde er a wählen, bekäme er mit a ebenfalls 2, wählt er c, bekäme er mit c 1 – also keine Verbesserung möglich.
- Das Nordlicht hat ebenfalls Auszahlung $\frac{1}{3} \cdot (3+2+1) = 2$. Würde es b wählen, bekäme es mit b auch 2, wählt es c, bekäme es mit c 1 – also keine Verbesserung möglich.

$\Rightarrow$ kein Agent kann sich verbessern

$\Rightarrow$ a ist Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien für |N|=3.

$\Rightarrow$ Mehrheitswahl als soziale Auswahlfunktion

Teilaufgabe b

Betrachten Sie nun das „Vasen”-Beispiel, also eine Auktion, bei der Agenten einen Wert für einen Gegenstand nennen, der Höchstbietende den Zuschlag erhält und den Preis des Zweithöchsten bezahlt.

Die Aktionen der Agenten A (Gebote) und die Abbildung von Aktionsprofilen zu Ergebnissen M sei wie in der Vorlesung.

Teilaufgabe b.1

Zeichnen Sie das Bayes-Spiel für zwei Agenten, die jeweils den (privaten) Typ {w, v} annehmen können, wobei w bedeutet, dass die Vase für den Agenten eine Einheit (wenig) wert ist und v zwei (viel).

Geben Sie eine Normalformdarstellung an, bei der Sie als Wahrscheinlichkeiten für beide Agententypen P(w) = 0.4 annehmen.

Nennen Sie Equilibria in reinen Strategien.

Teilaufgabe b.1

Zeile: w, Spalte: w

	1	2
1	$(0^*, 0^*)$	$(0^*, 0^*)$
2	$(0^*, 0^*)$	$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

$\mathbb{P}(w, w) = 0.4^2 = 0.16$

Zeile: w, Spalte: v

	1	2
1	$\left(0^*, \frac{1}{2}\right)$	$(0^*, 1^*)$
2	$(0^*, 0^*)$	$\left(-\frac{1}{2}, 0^*\right)$

$\mathbb{P}(w, v) = 0.4 \cdot 0.6 = 0.24$

Zeile: v, Spalte: w

	1	2
1	$\left(\frac{1}{2}, 0^*\right)$	$(0^*, 0^*)$
2	$(1^*, 0^*)$	$\left(0^*, -\frac{1}{2}\right)$

$\mathbb{P}(v, w) = 0.6 \cdot 0.4 = 0.24$

Zeile: v, Spalte: v

	1	2
1	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$	$(0^*, 1^*)$
2	$(1^*, 0^*)$	$(0^*, 0^*)$

$\mathbb{P}(v, w) = 0.6^2 = 0.36$

Teilaufgabe b.2

Angenommen, die Vase könnte in ganzzahligen Werten von 0 bis 10 geschätzt werden und es treten nur die Typen w mit Zahlungsbereitschaft 2, m (mit 3) und v (mit 8) auf, wobei $\mathbb{P}(w) = 0.4, \mathbb{P}(m) = 0.5$ und $\mathbb{P}(v) = 0.1$

Sei nun eine Höchstgebot-Auktion (höchstes Gebot erhält den Zuschlag, zum höchsten Preis) zwischen 3 Spielern (N = {a, b, c}) gegeben. Was ist eine beste Antwort von Spieler a, falls er vom Typ v ist, auf ein Profil, in dem die anderen beiden Agenten wahrheitsgemäß abstimmen?

Ist wahrheitsgemäßes Abstimmen also eine dominante Strategie für alle Agenten?

Teilaufgabe b.2

Gebote anderer Spieler:		Wahrscheinlichkeit:	Mein Gebot:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	8	0,01	Nutzen:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,00	-2,00
8	3	0,10		0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,00	-2,00
8	2	0,08		0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,00	-2,00
3	3	0,25		0	0	0	1,67	4,00	3,00	2,00	1,00	0	-1,00	-2,00
3	2	0,40		0	0	0	2,50	4,00	3,00	2,00	1,00	0	-1,00	-2,00
2	2	0,16		0	0	2,00	5,00	4,00	3,00	2,00	1,00	0	-1,00	-2,00
erwarteter Nutzen für mich:				0,00	0,00	0,32	2,22	**3,24**	2,43	1,62	0,81	0,00	-1,00	-2,00

➔Ist Spieler a (ich) von Typ v mit Zahlungsbereitschaft 8, sollte er das Gebot 4 abgeben.

➔wahrheitsgemäßes Abstimmen bei dieser Auktion keine dominante Strategie!

Übungsgruppe 02 wünscht

Frohe Weihnachten!