

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Elementos Finitos
Prof. José Roberto Camacho (PhD)**

Relatório 3

**Daniel Teodoro Gonçalves Mariano
11411EEL011**

**Uberlândia
2016**

Sumário

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas e Quadros	iv
Lista de Abreviaturas e Siglas	iv
1 Atividade 1	1
1.1 Introdução	2
1.2 Materiais e Métodos	5
1.3 Resultados	11
1.4 Discussões e Conclusões	16
2 Atividade 2	17
2.1 Introdução	18
2.2 Materiais e Métodos	18
2.3 Resultados	20
2.4 Discussões e Conclusões	22
3 Atividade 3	24
3.1 Introdução	25
3.2 Materiais e Métodos	25
3.3 Resultados	28
3.4 Discussões e Conclusões	28
Referências Bibliográficas	28

Lista de Figuras

1.1	Circuito magnético simplificado	3
1.2	Núcleo de chapas de aço com um enrolamento	5
1.3	Curva de magnetização CC para o aço elétrico de grão orientado M-5 de 0.012 polegadas de espessura	5
1.4	Barra de ferramentas	7
1.5	Circuito magnético no FEMM	8
1.6	Propriedades para o circuito lcurr	9
1.7	Propriedades para o circuito -lcurr	9
1.8	Circuito magnético, enrolamento, fronteira	10
1.9	Malha de pontos gerada pelo FEMM	11
1.10	Densidade de fluxo (Mapa de calor)	11
1.11	Local de medição	12
1.12	Gráfico da densidade de fluxo magnético	13
1.13	Gráfico do potencial	13
1.14	Gráfico da intensidade de campo	13
1.15	Densidade de fluxo (mapa de calor) e local de medição	14
1.16	Gráfico da densidade de fluxo magnético	15
1.17	Gráfico do potencial	15
1.18	Gráfico da intensidade de campo	15
2.1	Carregar arquivo script LUA	20
2.2	Resultados	21
2.3	Gráficos	22
3.1	Resultados	28

Lista de Tabelas e Quadros

1.1	Comparação entre variáveis dos circuitos elétricos e magnéticos	4
1.2	Parâmetros do problema	6
1.3	Materiais	8

Capítulo 1

Atividade 1

Neste trabalho é apresentada uma abordagem para um problema de circuitos magnéticos, utilizando uma ferramenta de resolução numérica chamada elementos finitos. O trabalho encontra-se dividido em quatro seções. A primeira seção introduz brevemente o tópico de circuitos magnéticos. A segunda seção apresenta os materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento do trabalho. A terceira seção apresenta os resultados obtidos. A quarta e última seção realiza as discussões e conclusões acerca deste trabalho.

1.1 Introdução

Circuitos magnéticos e materiais magnéticos

Os transformadores e máquinas elétricas, de forma geral, utilizam material ferro-magnético para direcionar e dar forma a campos magnéticos, os quais atuam como meio de transferência e conversão de energia. Um circuito magnético consiste em uma estrutura que, em sua maior parte, é composto por material magnético de permeabilidade elevada. A presença de um material de alta permeabilidade tende a fazer com que o fluxo magnético seja confinado aos caminhos delimitados pela estrutura, do mesmo modo que, em um circuito elétrico, as correntes são confinadas aos condutores [1]. A figura 1.1 apresenta um exemplo simplificado de um circuito magnético. Nesse caso, assume-se que o núcleo seja composto de material magnético cuja permeabilidade é muito maior que a do ar ($\mu \gg \mu_0$). A fonte do campo magnético do núcleo é o produto entre o número de espiras (N) e a corrente (i), expressa em ampères-espira (Ae). A força magnetomotriz (FMM) que atua no circuito magnético é dada pelo produto Ni. Diferente do circuito apresentado aqui, transformadores e a maioria das máquinas rotativas possuem no mínimo dois enrolamentos, de forma que Ni deve ser ajustado pela soma algébrica dos ampères-espiras de todos os enrolamentos. O fluxo magnético que atravessa uma superfície S é a integral de superfície da componente normal de B expressa pela equação 1.1.

$$\phi = \int_S B \cdot da [Wb] \quad (1.1)$$

A equação 1.1 pode ser reduzida a uma equação escalar simples, uma vez que é considerado que a densidade de fluxo magnético é uniforme em uma seção reta de um circuito magnético.

$$\phi_c = B_c A_c \quad (1.2)$$

Onde:

- ϕ_c = fluxo no núcleo
- B_c = densidade de fluxo no núcleo
- A_c = área da seção reta do núcleo

A relação entre a força magnetomotriz que atua ao longo de qualquer segmento de um circuito magnético e o campo magnético naquele circuito pode ser calculada como:

$$FMM = Ni = \oint H dl \quad (1.3)$$

As dimensões do núcleo são tais que o comprimento do caminho de qualquer linha de fluxo é aproximadamente igual ao comprimento médio do núcleo l_c . A integral de linha torna-se o produto escalar $H_c l_c$ do módulo de H vezes o comprimento médio l_c do caminho do fluxo. A equação 1.3 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$FMM = Ni = H_c l_c \quad (1.4)$$

Onde H_c é o módulo médio de H no núcleo. A relação entre a intensidade de campo magnético (H) e a densidade de fluxo magnético (B) é uma propriedade do material em que se encontra o campo magnético. É comum supor uma relação linear entre as duas variáveis, expressa por:

$$B = \mu H \quad (1.5)$$

Onde μ é a permeabilidade magnética do material.

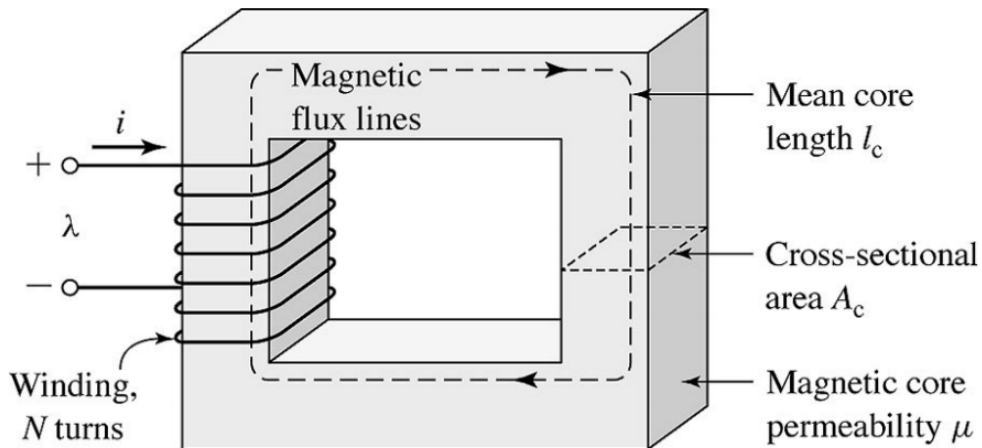


Figura 1.1: Circuito magnético simplificado

A tabela 1.1 apresenta uma analogia entre as variáveis dos circuitos elétricos e magnéticos.

Tabela 1.1: Comparação entre variáveis dos circuitos elétricos e magnéticos

Circuito elétrico		Circuito magnético	
Grandeza		Grandeza	
Corrente	I	Fluxo magnético	ϕ
Densidade de corrente	J	Densidade de fluxo magnético	B
Força eletromotriz	V	Força magnetomotriz	FMM
Intensidade de campo elétrico	E	Intensidade de campo magnético	H
Condutividade elétrica	σ	Permeabilidade magnética	μ
Resistência	R	Relutância	R'

1.2 Materiais e Métodos

Descrição do problema

O núcleo magnético da figura 2.1 é feito de chapas de aço elétrico de grão orientado M-5. O enrolamento é excitado com uma tensão de 60 Hz produzindo no aço uma densidade de fluxo de $B = 1.5 \sin(\omega t)$ [T], onde $\Omega = 2\pi 60 = 377$ rad/s. O aço ocupa 0.94 da área da seção reta. A densidade de massa do aço é 7.65 g/cm³.

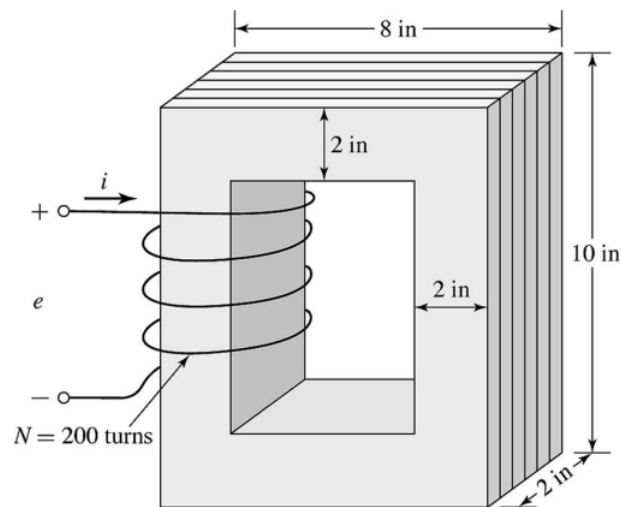


Figura 1.2: Núcleo de chapas de aço com um enrolamento. Extraído de [1].

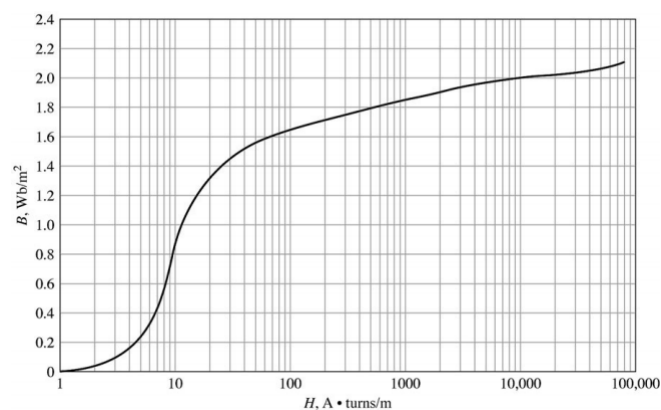


Figura 1.3: Curva de magnetização CC para o aço elétrico de grão orientado M-5 de 0.012 polegadas de espessura. Extraído de [1].

Ferramenta de elementos finitos: FEMM

FEMM (Finite Elements Method Magnetics) é um conjunto de programas utilizados para a resolução de problemas eletromagnéticos de baixa frequência em domínios planares (bidimensional) ou assimétricos. O problema permite a resolução dos seguintes tipos de problemas: magnéticos lineares/não-lineares, problemas eletroestáticos lineares, problemas de fluxo de calor e problemas de fluxo de corrente [2].

Definições dos parâmetros do problema

Foram definidos os seguintes parâmetros do problema no FEMM: tipo do problema, unidade de medida, frequência, precisão, ângulo mínimo e método computacional, conforme apresentado na tabela 1.2.

Tabela 1.2: Parâmetros do problema

Parâmetro	Descrição
Tipo do problema	Planar
Unidade de medida	Milímetros
Frequência (Hz)	0
Precisão	1E-008
Ângulo Mín	30°
Método	Aprox. Suc

Cálculo da área do condutor

$$Area_{condutor} = \frac{i}{D_{cu}} = \frac{0.1[A]}{2.5[\frac{A}{mm^2}]} = 0.04[mm^2] \quad (1.6)$$

Achando o valor de diâmetro:

$$Area_{condutor} = \frac{\pi d^2}{4} \quad (1.7)$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \times Area_{condutor}}{\pi}} = 0.225676[mm] \quad (1.8)$$

Como não há disponível um material com o valor de diâmetro igual a 0.225676 [mm], adota-se o material com medida mais próxima. O material escolhido foi o

30AWG, com diâmetro igual a 0.254724 [mm]. A partir do novo diâmetro, realiza-se o cálculo para Área'.

$$Area'_{condutor} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 0.254724^2}{4} = 0.050960[mm^2] \quad (1.9)$$

Conforme a descrição do problema o enrolamento possui 200 espiras. Dessa forma:

$$AreaT'_{condutor} = N_{espiras} * Area'_{condutor} = 200 * 0.050960[mm^2] \quad (1.10)$$

$$AreaT'_{condutor} = 10.192026[mm^2] \approx 10[mm^2] \quad (1.11)$$

A partir do valor da área total do condutor, considerando as 200 espiras, é possível encontrar diversas medidas que possuam o valor de área de 10 [mm²]:

- 10.0 [mm] X 1.0 [mm]
- 5.0 [mm] X 2.0 [mm]
- 4.0 [mm] X 2.5 [mm]

Para a construção da espira no circuito magnético, optou-se pelas dimensões 5.0 X 2.0 [mm].

Construção do circuito magnético no FEMM

O problema foi reconstruído na camada de interação. A camada de interação do FEMM possui uma barra de ferramentas (Figura 1.4) que permite a construção de objetos geométricos bidimensionais. A partir daí são inseridos os pontos e os segmentos de retas para construção do circuito magnético análogo do enunciado do problema.



Figura 1.4: Barra de ferramentas.

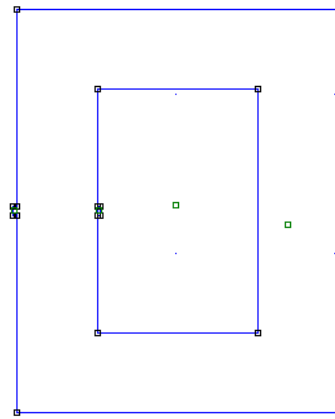


Figura 1.5: Circuito magnético no FEMM

Definição dos materiais a serem utilizados

Após a construção geométrica do circuito magnético, é necessário atribuir os materiais a serem utilizados. O FEMM disponibiliza uma biblioteca de materiais com parâmetros definidos.

Tabela 1.3: Materiais

Material	σ [MS/m]	Atributos especiais
Ar	0	Não laminado
US Steel Type 2-S	6.25	Laminado no plano
30 AWG	58	Fio magnético

Definição dos circuitos

Foram definidos dois circuitos para o problema:

- I_{curr} (Corrente do circuito série com 0.1 [A])
- $-I_{curr}$ (Corrente do circuito série com -0.1 [A])

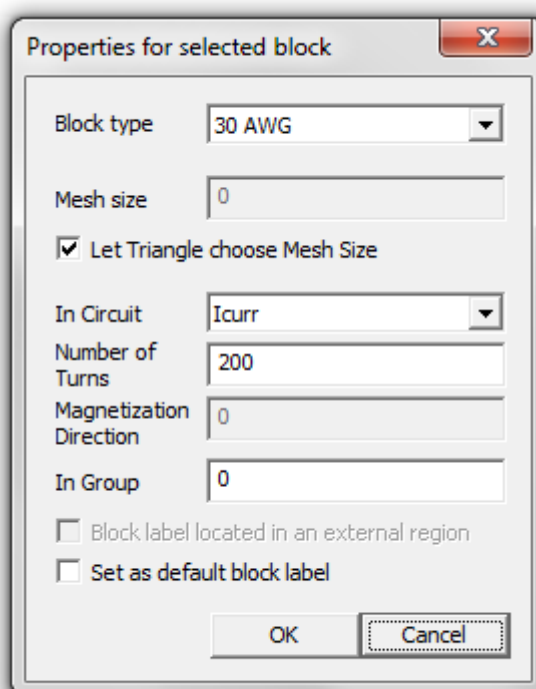


Figura 1.6: Propriedades para o circuito Icurr

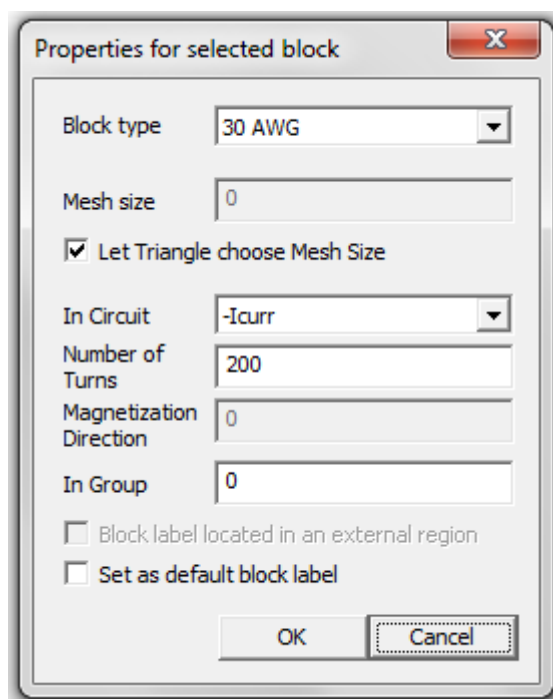


Figura 1.7: Propriedades para o circuito -Icurr

Condições de contorno

As condições de contorno delimitam as dimensões do problema. A partir das condições de contorno foram definidas as regiões do problema (ar, enrolamento eo circuito magnético). Uma vez definidas as regiões, foram atribuídos os materiais específicos de cada uma delas.

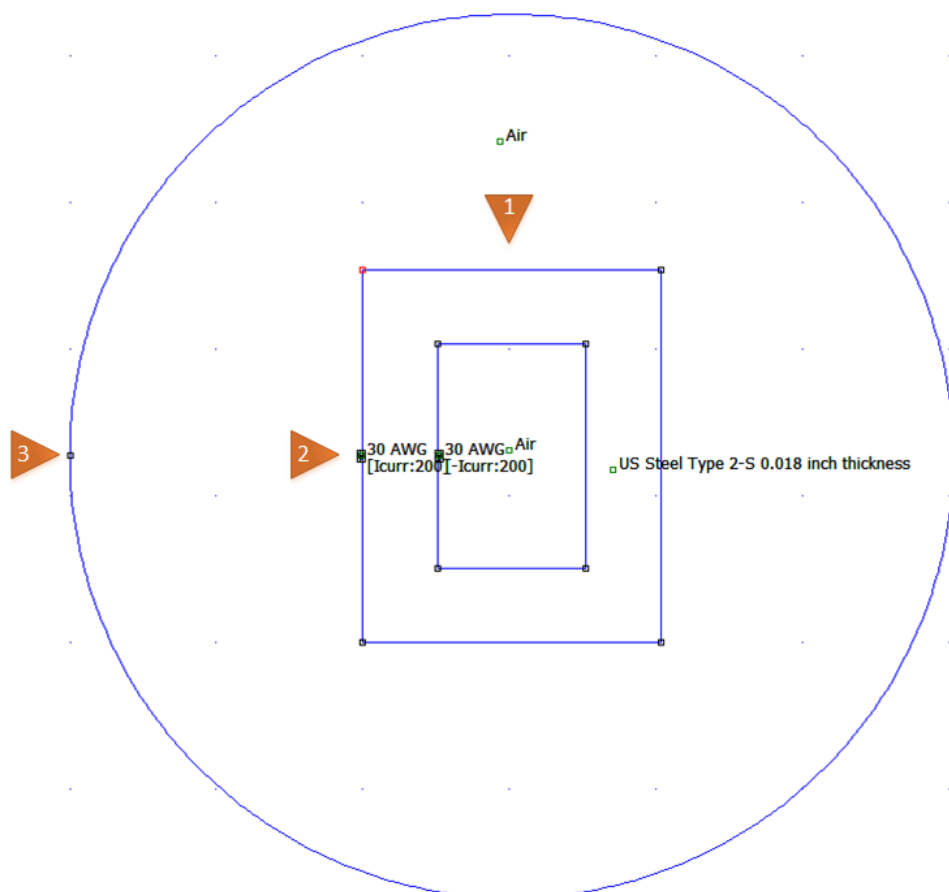


Figura 1.8: 1) Circuito Magnético; 2) enrolamento; 3) fronteira circular

1.3 Resultados

Após a construção do problema no FEMM, foi executado o gerador de malhas

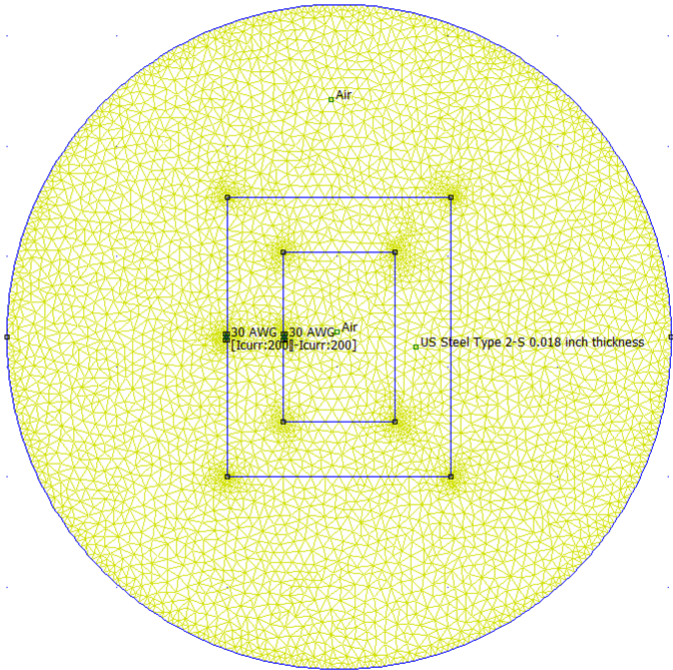


Figura 1.9: Malha de pontos gerada pelo FEMM.

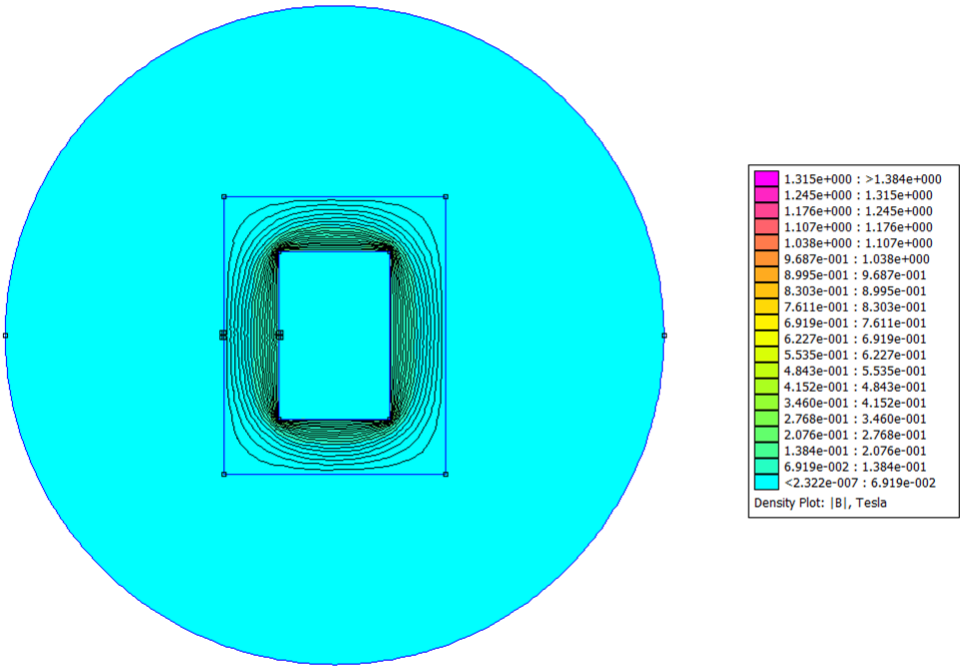


Figura 1.10: Densidade de fluxo (Mapa de calor).

Análise do fluxo magnético, potencial e da intensidade de campo a partir de uma linha reta que passa pelo eixo central do circuito magnético

Para realizar a análise do fluxo magnético, potencial e da intensidade de campo, foi inserida no circuito magnético uma linha reta que coincide com o eixo central do mesmo, conforme ilustrado na figura 1.11. Os gráficos das figuras 1.12, 1.13 e 1.14 apresentam, respectivamente, a densidade de fluxo magnético (B), o potencial e a intensidade de corrente (H).

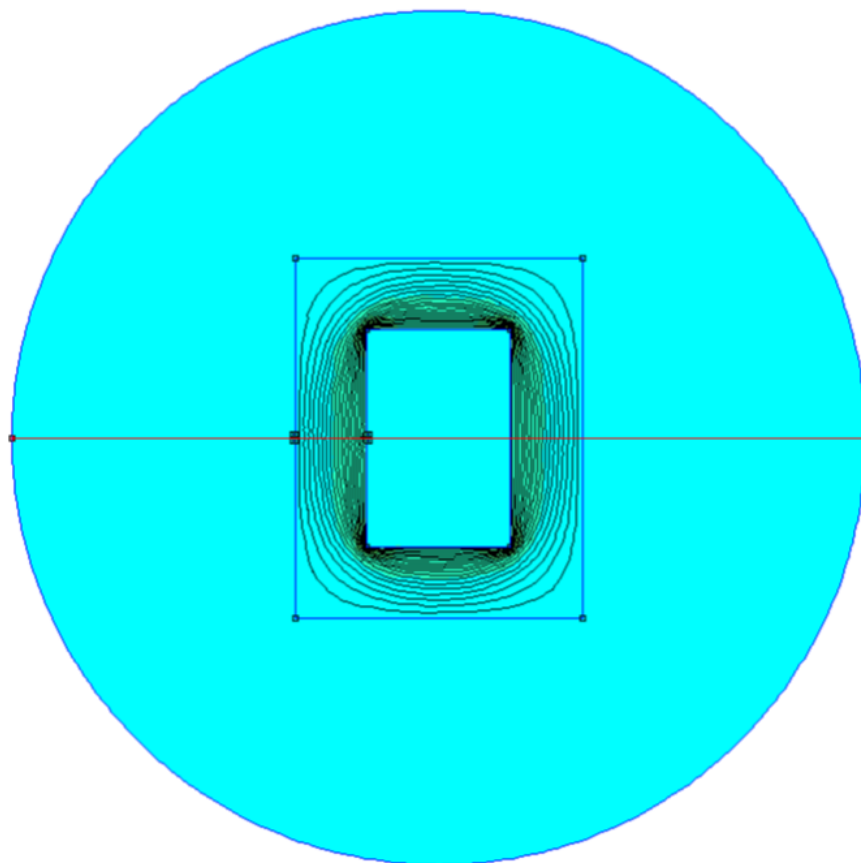


Figura 1.11: Local de medição.

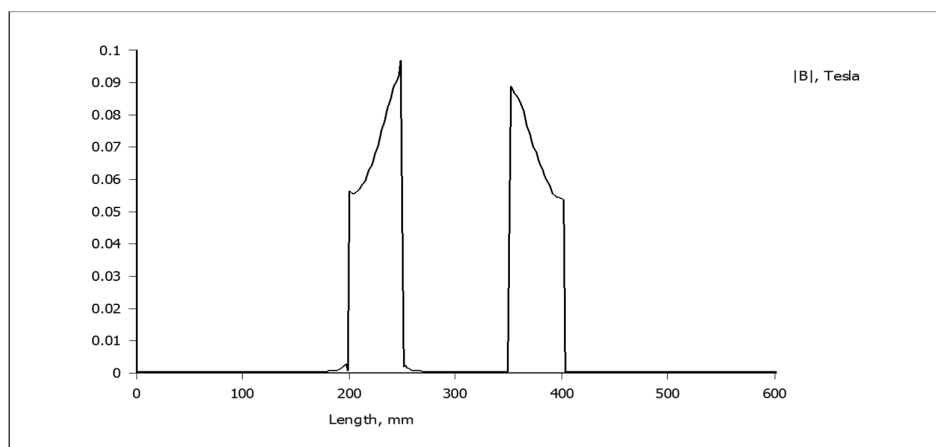


Figura 1.12: Gráfico da densidade de fluxo magnético.

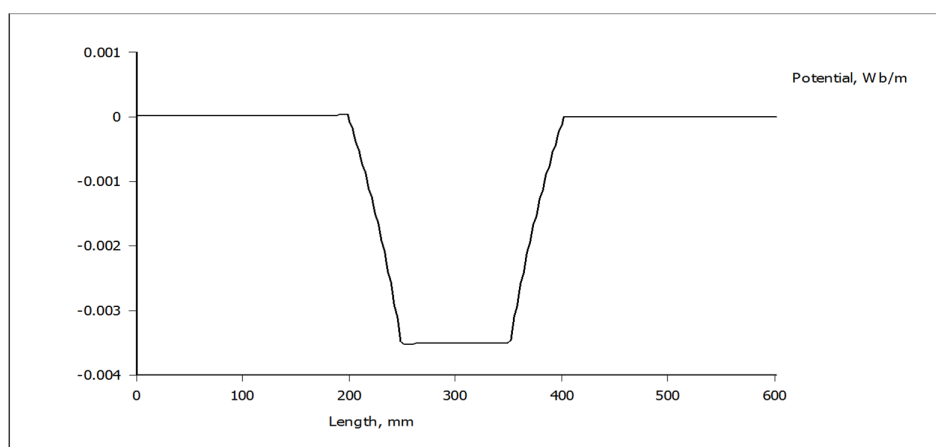


Figura 1.13: Gráfico do potencial.

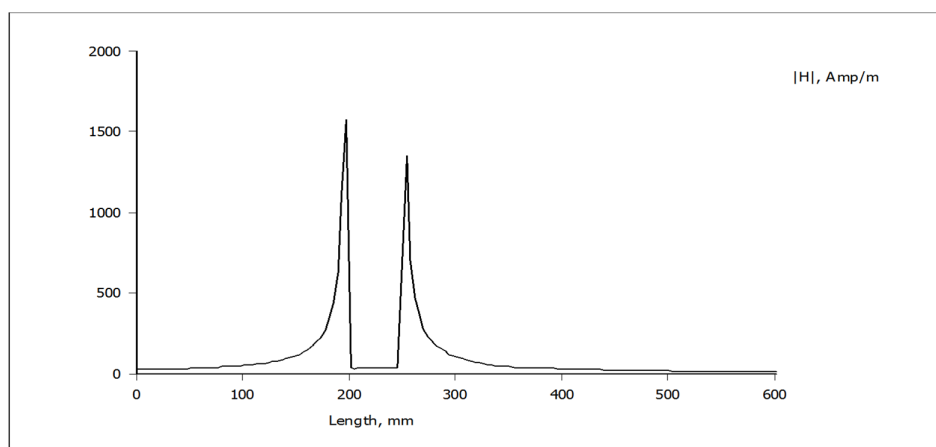


Figura 1.14: Gráfico da intensidade de campo.

Análise para a corrente do circuito com módulo igual a 0.2 [A]

Para comparar a influência da corrente na análise, foi realizada uma segunda análise utilizando uma corrente de circuito de módulo igual a 0.2 [A]. A mesma linha de referência foi utilizada conforme ilustrado na figura conforme ilustrado na figura 1.15. As figuras 1.16, 1.17 e 1.18 representam, respectivamente, a densidade de fluxo magnético (B), o potencial e a intensidade de corrente (H).

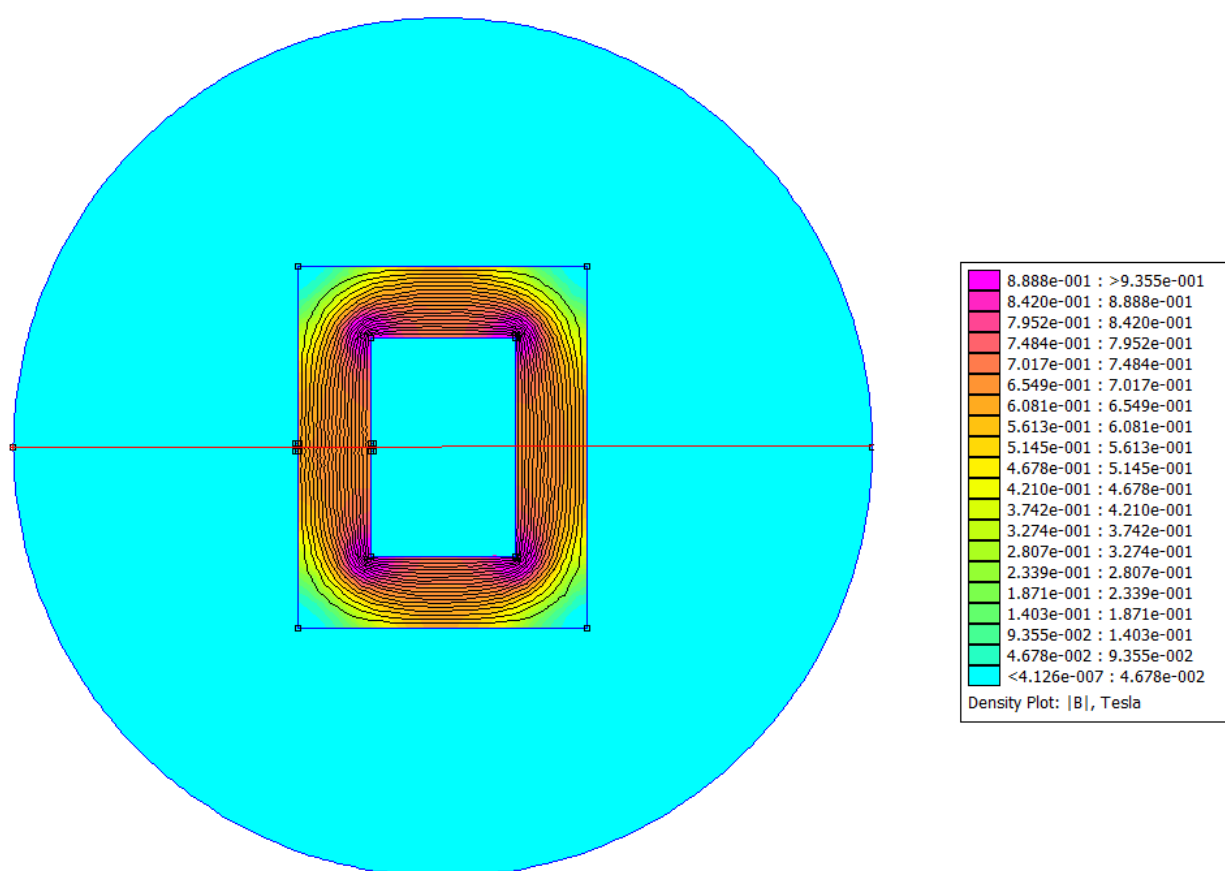


Figura 1.15: Densidade de fluxo (mapa de calor) e local de medição.

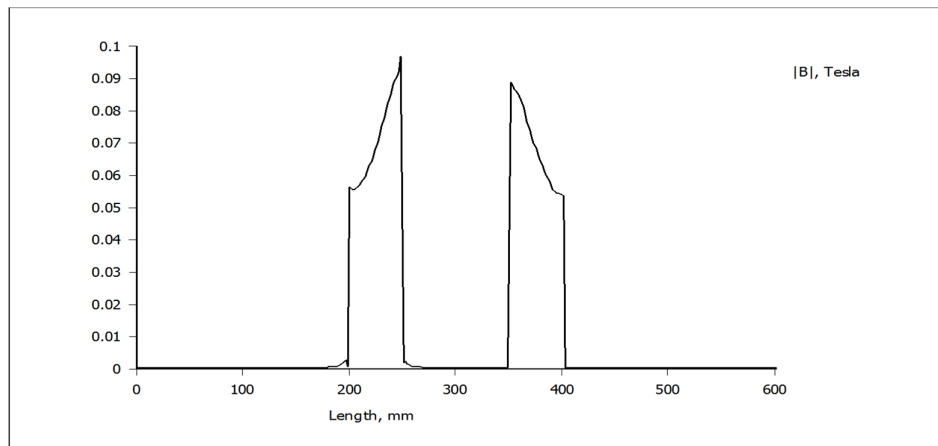


Figura 1.16: Gráfico da densidade de fluxo magnético.

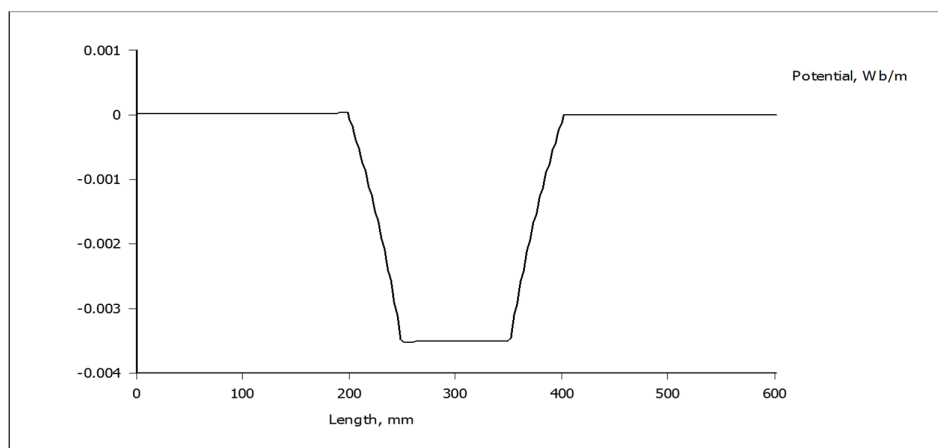


Figura 1.17: Gráfico do potencial.

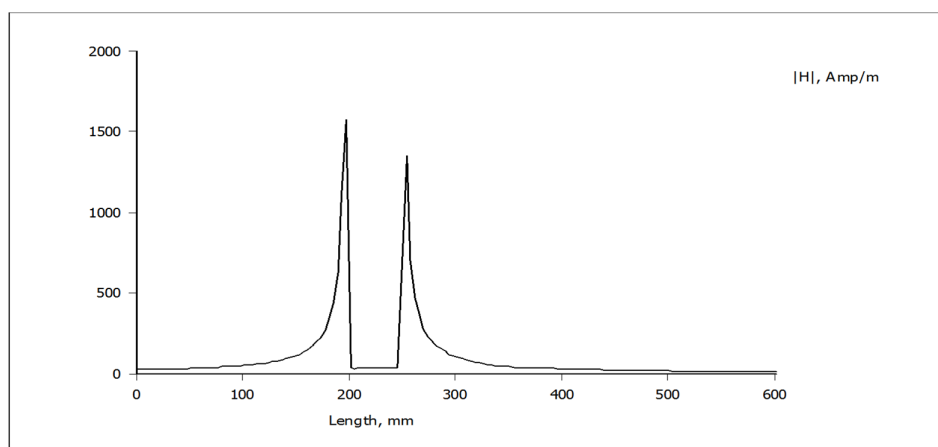


Figura 1.18: Gráfico da intensidade de campo.

1.4 Discussões e Conclusões

O trabalho vigente apresentou uma abordagem de um problema de circuitos magnéticos utilizando os métodos dos elementos finitos. As soluções numéricas baseadas nos métodos dos elementos finitos são bem comuns e tornaram-se ferramentas indispensáveis para a realização de análises e projetos de máquinas elétricas. Essas técnicas podem ser empregadas para o refinamento de análises analíticas. Ainda que soluções analíticas exatas não sejam possíveis de se obter na prática, não se pode desconsiderar a importância da análise analítica no que diz respeito a compreensão dos princípios fundamentais e do desempenho básico de máquinas elétricas. O software FEMM possibilitou de forma prática a modelagem de um problema de domínio magnético, utilizando os métodos dos elementos finitos. Os arquivos gerados pelo programa assim como esse relatório encontram-se disponíveis para acesso/download em um repositório do GitHub, no endereço https://github.com/dtgmario/FiniteElements-101/tree/master/Assignment_01.

Capítulo 2

Atividade 2

Neste trabalho é apresentada uma abordagem para elementos finitos, utilizando a linguagem computacional LUA. O projeto desenvolvido no 1, utilizando a ferramenta FEMM (Finite Elements Method Magnetics), será adaptado para um script escrito em LUA. O trabalho encontra-se dividido em quatro seções. A primeira seção introduz brevemente a linguagem LUA script e algumas das funções destinadas para a ferramenta FEMM. A segunda seção apresenta os materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento do trabalho. A terceira seção apresenta os resultados obtidos. A quarta e última seção realiza as discussões e conclusões acerca deste trabalho.

2.1 Introdução

Lua script

Lua é uma linguagem de script de multiparadigma, pequena, reflexiva e leve, projetada para expandir aplicações em geral, por ser uma linguagem extensível (que une partes de um programa feitas em mais de uma linguagem), para prototipagem e para ser embarcada em softwares complexos, como jogos. Assemelha-se com Python, Ruby e Icon, entre outras. Foi projetada e desenvolvida na PUC-Rio, no Brasil.

A linguagem de extensão LUA foi usada para adicionar recursos de processamento para o programa FEMM. A camada de interação pode executar scripts LUA, selecionado a opção "Open Lua Script" no menu de arquivos do programa. Outra possibilidade é a execução de comandos LUA inseridos em um console próprio para a linguagem LUA. Além das funções inerentes da linguagem, existem funções específicas para o aplicativo FEMM.

2.2 Materiais e Métodos

Descrição do problema

No capítulo 1 foi apresentado um problema magnético. Nele, um núcleo de chapas de aço era percorrido por um enrolamento que por sua vez era excitado com uma tensão à 60hz. Foram observados a densidade de fluxo magnético, o potencial elétrico e a intensidade de campo ao longo do núcleo magnético. O desenho do objeto, a definição dos materiais, a característica elétrica do circuito e outros parâmetros foram definidas no FEMM. Este capítulo apresenta o emprego da linguagem LUA para executar as tarefas realizadas na interface do aplicativo FEMM, conforme descrito no capítulo anterior.

Ferramenta de elementos finitos: FEMM

FEMM (Finite Elements Method Magnetics) é um conjunto de programas utilizados para a resolução de problemas eletromagnéticos de baixa frequência em domínios planares (bidimensional) ou assimétricos. O problema permite a resolução dos seguintes

tipos de problemas: magnéticos lineares/não-lineares, problemas eletroestáticos lineares, problemas de fluxo de calor e problemas de fluxo de corrente [2].

Comandos para FEMM-Lua

Comandos básicos para o FEMM-LUA:

- **clearconsole()**: Limpa a janela de saída;
- **newdocument()**: Cria um novo documento pré-processador;
- **print()**: Comando de saída para envio de mensagem;
- **quit()**: Fecha todos os documentos e sai da camada de interação;
- **mi_probdeb()**: Definições do problema (Frequência, unidade, tipo do problema, precisão, entre outros.);
- **mi_addnode(x,y)**: Adiciona um nó na coordenada x,y.
- **mi_addsegment(x1,y1,x2,y2)**: Adiciona um segmento de linha entre os nós localizados em (x1,y1) e (x2,y2).
- **mi_addarc(x1,y1,x2,y2,Â)**: Adiciona um arco de ângulo Â entre os nós localizados em (x1,y1) e (x2,y2).
- **mi_selectsegment(x,y)**: Seleciona o segmento compreendido entre os pontos x e y).
- **mi_getmaterial()**: Adiciona um item para a lista de materiais.
- **mi_addcircprop(A,B,C)**: Adiciona um circuito (A: nome do circuito, B: valor da corrente: C: 0 (paralelo) ou 1 (série)).
- **mi_addblocklabel(x,y)**: Adiciona um bloco localizado na posição (x,y).
- **mi_createmesh()**: Executa triangulação.
- **mi_loadsolution()**: Carrega e executa a solução correspondente ao objeto em seleção.

- **mo_showdensityplot()**: Gera gráfico de densidade de fluxo.
- **mo_makeplot()**: Gera um gráfico definido (Exemplos: 0-Potencial; 1- $|B|$; 3- $|H|$).

Ferramenta para processar arquivo .LUA no FEMM

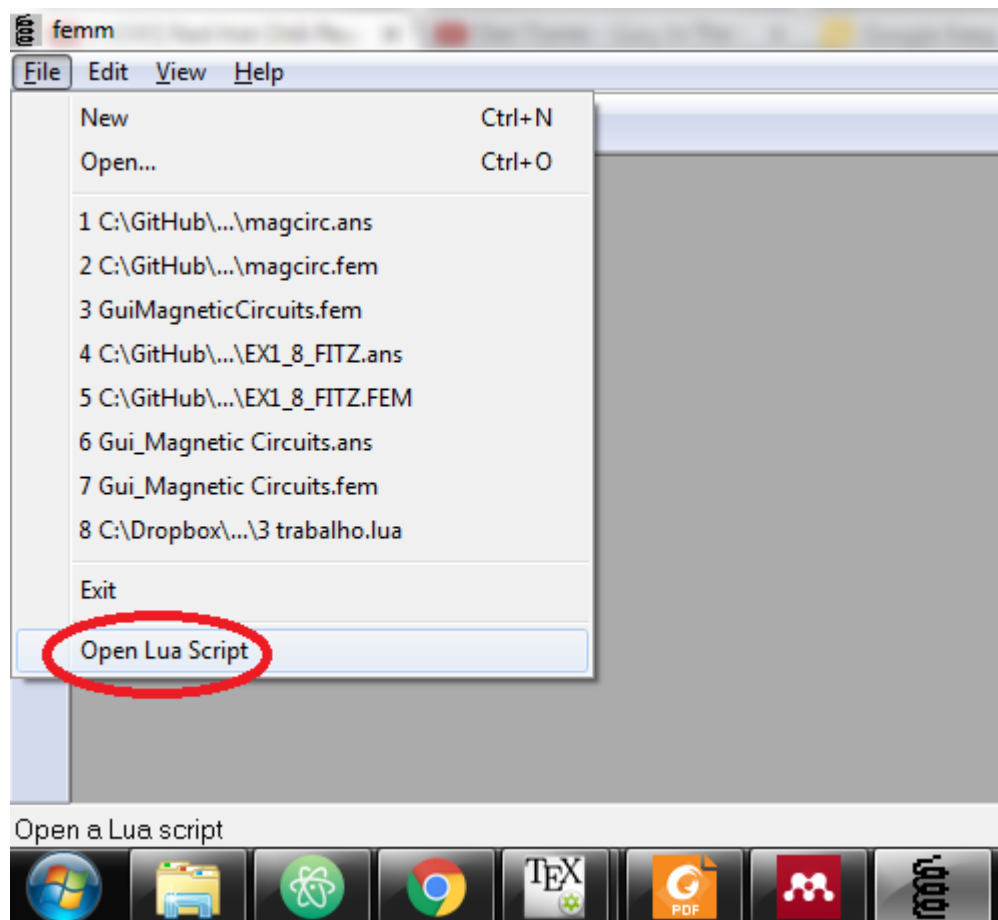


Figura 2.1: Carregar arquivo script LUA.

2.3 Resultados

Ao ser executado, o script LUA realizou as seguintes ações:

- Reconstrução do circuito magnético no FEMM;
- Definição do contorno;
- Escolha dos materiais;

- Definição do circuito elétrico;
- Definição dos blocos (bobinas, material ferromagnético, ar);
- Execução da função MESH (construção da malha de pontos);
- Definição da linha de referência.
- Construção do gráfico de densidade de fluxo magnético;
- Construção do gráfico do potencial elétrico;
- Construção do gráfico da intensidade de campo;

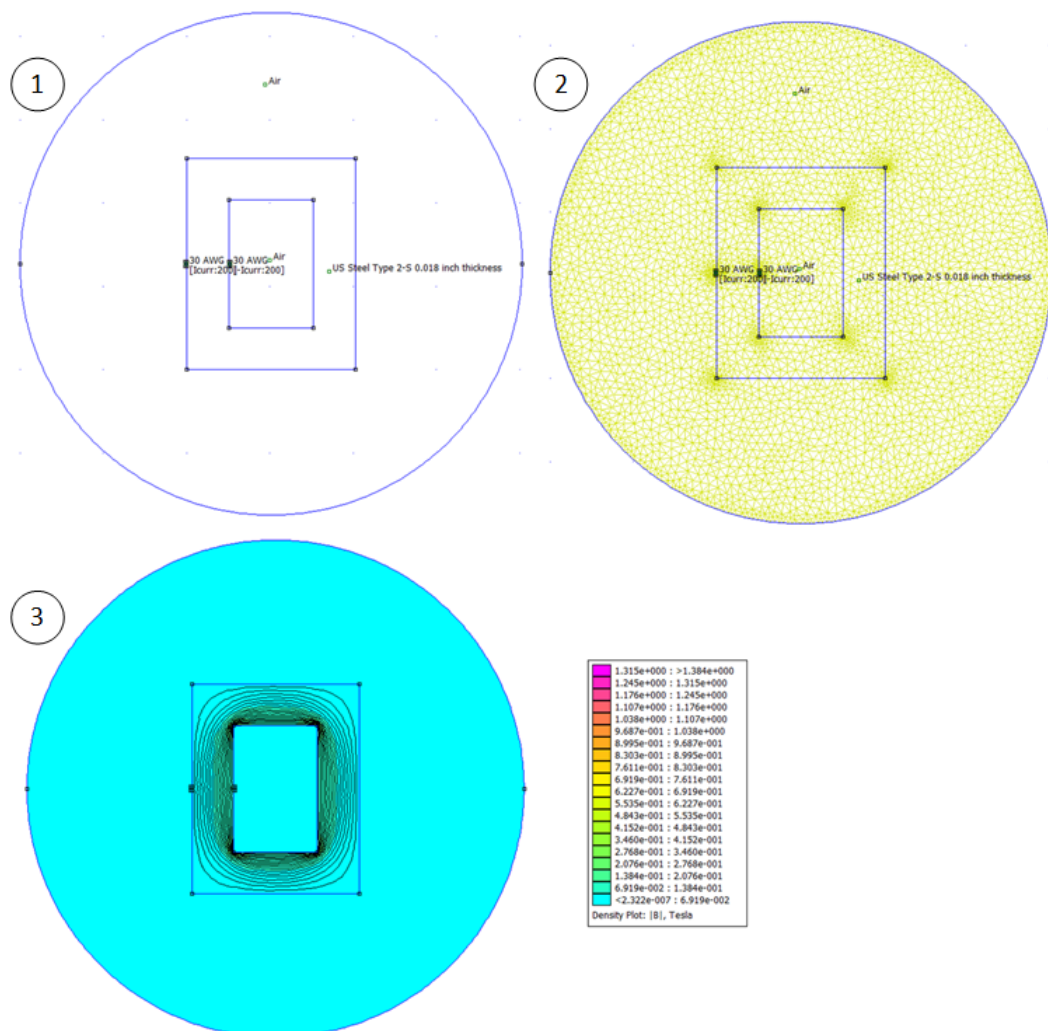


Figura 2.2: Resultados: (1) Representação do circuito magnético; (2) Malha de pontos gerada pelo FEMM; (3) Densidade de fluxo (Mapa de calor)

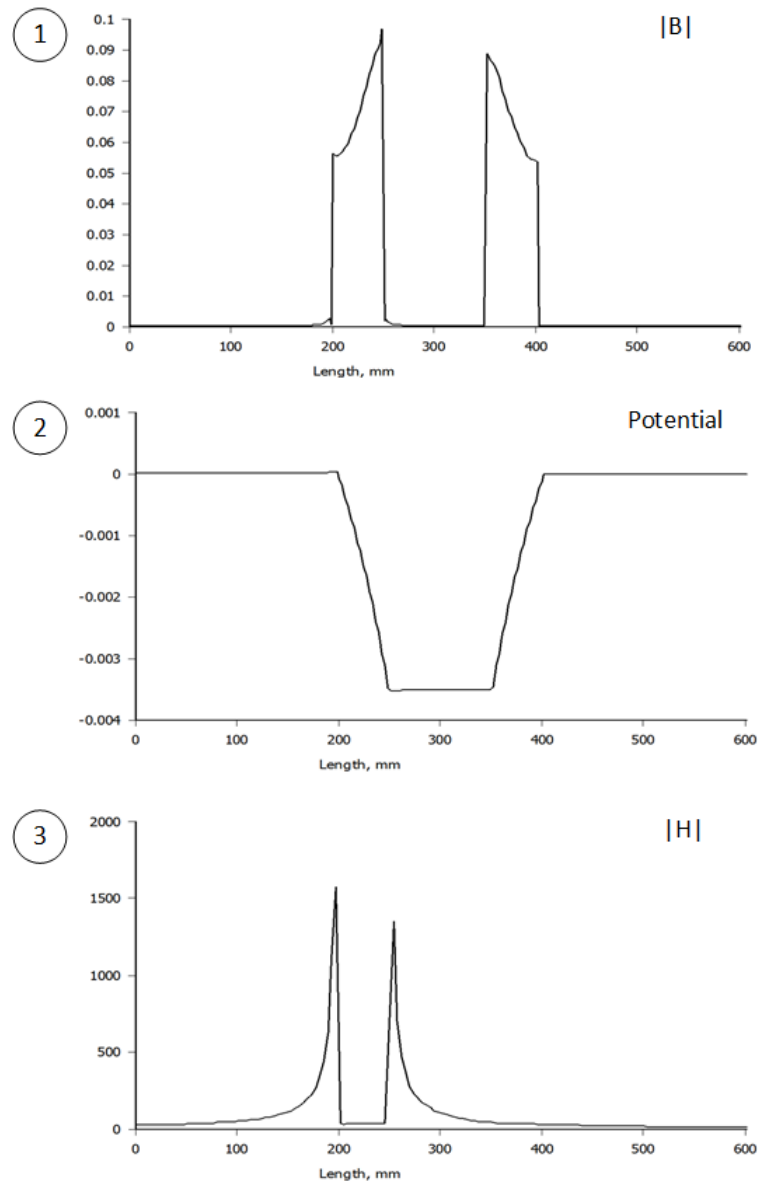


Figura 2.3: Gráficos: (1) Densidade de fluxo magnético; (2) Potencial; (3) Intensidade de campo

2.4 Discussões e Conclusões

A linguagem LUA possibilita o desenvolvimento de projetos de elementos finitos na ferramenta FEMM, utilizando linguagem computacional. Essa abordagem possibilita diversas vantagens no desenvolvimento de projetos de elementos finitos:

- Padronização de desenvolvimento;
- Reutilização de códigos;

- Facilidade para realizar manutenção em projetos;
- Flexibilidade em adaptar um projeto para futuras expansões;

É importante ressaltar a importância das boas práticas de programação durante o desenvolvimento de projetos para o FEMM utilizando o LUA. Identação correta, nomes consistentes para variáveis, comentários, padrões de projeto são alguns dos aspectos essenciais para que o emprego da linguagem LUA em elementos finitos não seja comprometido. Os arquivos gerados pelo programa assim como esse relatório encontra-se disponíveis para acesso/download em um repositório do GitHub, no endereço https://github.com/dtgmario/FiniteElements-101/tree/master/Assignment_02.

Capítulo 3

Atividade 3

Neste trabalho é apresentado uma otimização do script .LUA desenvolvido na atividade descrita no capítulo 2, referente a um problema de circuitos magnéticos, que por sua vez for descrito no capítulo 1. A primeira seção introduz brevemente uma noção sobre o uso de funções em linguagem de programação e do acesso de scripts de diferentes arquivos, utilizando a linguagem computacional LUA. A segunda seção apresenta os materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento do trabalho. A terceira seção apresenta os resultados obtidos. A quarta e última seção realiza as discussões e conclusões acerca deste trabalho.

3.1 Introdução

Funções para Lua script

As funções são o principal mecanismo para a captação de declarações e expressões na linguagem Lua. As funções podem tanto levar a cabo uma tarefa específica (o que é às vezes chamado de procedimento ou sub-rotina) ou computar e retornar valores. Pode-se utilizar uma chamada de função como uma declaração ou uma expressão. O emprego de funções é utilizado como uma forma de reutilizar um código escrito para a execução de uma série de procedimentos que serão novamente utilizados em um outro momento do programa.

3.2 Materiais e Métodos

Descrição do problema

O capítulo 2 apresentou o desenvolvimento de um código em LUA.

Funções

draw_square()

- Nome da função: **draw_square**.
- Descrição: Desenha um quadrado a partir do vetor de pontos do argumento da função.
- Argumentos de entrada: Vetor **points**.
- Retorno: vazio.

draw_circle()

- Nome da função: **draw_circle**.
- Descrição: Desenha um círculo a partir do vetor de pontos do argumento da função.

- Argumentos de entrada: Vetor **points**.
- Retorno: vazio.

do_draw()

- Nome da função: **do_draw**
- Descrição: Realiza a construção geométrica do problema estudado (circuito magnético, enrolamentos, região de contorno)
- Argumentos de entrada: vazio.
- Retorno: vazio.

do_materials()

- Nome da função: **do_materials**
- Descrição: Define os materiais a serem utilizados no problema (*Ar, 30 AWG e US Steel Type 2-S 0.018 inch thickness*)
- Argumentos de entrada: vazio.
- Retorno: vazio.

do_circuit()

- Nome da função: **do_circuit**
- Descrição: Define o circuito elétrico nos enrolamentos do material magnético ($I_{c+} = 0.1[A]$ e $I_{c-} = -0.1[A]$).
- Argumentos de entrada: vazio.
- Retorno: vazio.

do_blocks()

- Nome da função: **do_blocks**
- Descrição: Define os blocos da figura e define os tipos de materiais em cada bloco.
- Argumentos de entrada: vazio.
- Retorno: vazio.

do_mesh()

- Nome da função: **do_mesh**
- Descrição: Realiza o processo de triangulação
- Argumentos de entrada: vazio.
- Retorno: vazio.

do_plots()

- Nome da função: **do_plots**
- Descrição: Realiza a construção e exibição dos gráficos (densidade de fluxo magnético, potencial elétrico, intensidade de campo)
- Argumentos de entrada: vazio.
- Retorno: vazio.

Arquivos

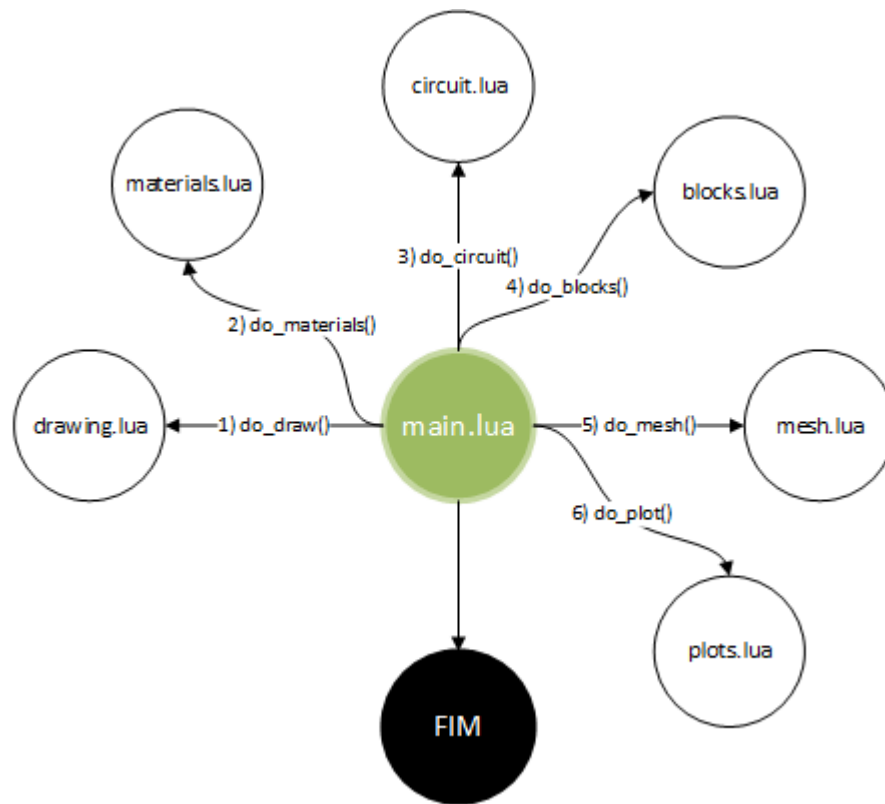


Figura 3.1: Funções de cada subprograma acessadas pelo programa main.tex

3.3 Resultados

Os resultados gerados pela execução do arquivo principal (main.lua) foram os mesmos apresentados na seção 2.3 do capítulo 2.

3.4 Discussões e Conclusões

Os arquivos gerados pelo programa assim como esse relatório encontra-se disponíveis para acesso/download em um repositório do GitHub, no endereço https://github.com/dtgmario/FiniteElements-101/tree/master/Assignment_03.

Referências Bibliográficas

- [1] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr, and S. D. Umans, *Máquinas Elétricas*. Porto Alegre: Bookman, 2008.
- [2] D. Meeker, "Finite Element Method Magnetics - User's Manual (v4.2)," 2014.