

# Algoritmo genético básico para otimização de soluções em um problema de busca do valor mínimo da função de Schwefel

DANIEL TEODORO GONÇALVES MARIANO, KEIJI YAMANAKA (Ph.D)

Universidade Federal de Uberlândia  
Uberlândia-MG, Brasil  
dtgmariano@gmail.com, keiji@ufu.br

## Abstract

*Algoritmo genético é uma heurística de busca que simula o processo de evolução das espécies observado em sistemas biológicos. A aplicação vigente consiste no desenvolvimento de um algoritmo genético para encontrar o valor mínimo da função de Schwefel.*

## I. INTRODUÇÃO

### 1. Algoritmos Evolucionários

Algoritmos evolucionários utilizam modelos computacionais baseados em processos naturais de evolução como um instrumento para a resolução de problemas. Os modelos computacionais propostos se orientam pela simulação de conceitos de evolução das espécies: seleção, mutação e reprodução. Os algoritmos evolucionários operam proporcionando a manutenção de uma população de estruturas, chamadas de indivíduos ou cromossomos. Esses indivíduos se comportam de maneira similar à evolução das espécies, sendo submetidos à operadores genéticos (recombinação e mutação). Cada cromossomo recebe uma avaliação de acordo com o nível de aptidão que este possui dentro do contexto de um problema.

### 2. Algoritmos Genéticos

Algoritmos genéticos são um ramo dos algoritmos evolucionários, podendo ser definido como uma técnica de busca baseada numa metáfora do processo biológico de evolução natural. São técnicas heurísticas de otimização

global. A otimização global é uma questão que opõe os GAs aos métodos como gradiente (hill climbing), que seguem a derivada de uma função de forma a encontrar o máximo de uma função, ficando facilmente retidos em máximos locais. Nos GAs, populações de indivíduos são criadas e submetidas aos operadores genéticos: seleção, recombinação (crossover) e mutação. Tais operadores utilizam uma caracterização da qualidade de cada indivíduo como solução do problema em questão chamada de avaliação. Dessa forma geram um processo de evolução natural destes indivíduos, que eventualmente devera gerar um indivíduo que caracterizara uma boa solução para o nosso problema.

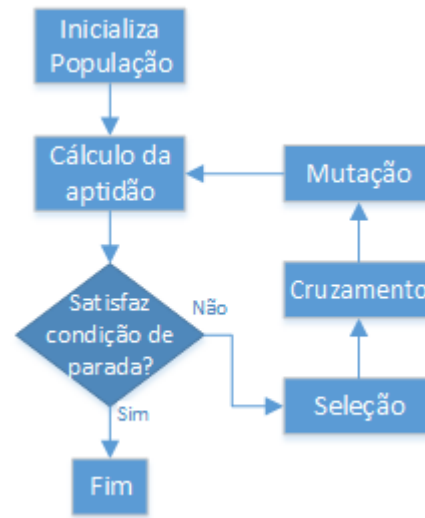
### 3. Etapas de um AG

Um AG pode ser dividido nas seguintes etapas:

1. Inicialização: A população inicial de soluções candidatas são usualmente geradas aleatoriamente ao longo do espaço de busca. Conhecimentos ou informações específicas do domínio do problema podem ser incorporadas ao algoritmo.

2. Avaliação: Uma vez que a população é iniciada ou uma população descendente é criada, os valores de aptidão das soluções candidatas é avaliada.
3. Seleção: Aloca mais cópias dessas soluções com valores de aptidão superior e, assim, impõe o mecanismo de sobrevivência do mais apto nas soluções candidatas. A idéia principal da seleção é de preferir as melhores soluções em relação as piores.
4. Recombinação: Combina partes de dois ou mais cromossomos (soluções/indivíduos parentais) para gerar um novo cromossomo. Existem diferentes maneiras de se realizar a combinação entre indivíduos. A performance dessa etapa está relacionado com o quão apropriado é o mecanismo de recombinação projetado para aquele contexto. A prole sob recombinação não será idêntico a um pai em particular, pois irá recombinar traços dos pais de uma maneira nova
5. Mutação: Enquanto a recombinação ocorre envolvendo dois ou mais cromossomos a mutação ocorre individualmente. A mutação promove a alteração da solução de maneira randômica. Existem diversas variações de mutações, geralmente envolvendo uma ou mais alterações dos traços de um cromossomo.
6. Reposição: A população criada através da seleção, recombinação e mutação, substituirá os cromossomos pais.
7. Verificação da condição parada: Enquanto a condição de parada não foi encontrada, repete-se os procedimentos do passo 2 ao 6.

**Figure 1:** Diagrama de blocos de um AG básico.



## II. MÉTODOS

O artigo vigente apresentará os princípios básicos de um algoritmo genético no desenvolvimento de uma aplicação para minimizar uma função multimodal. O software da aplicação foi desenvolvido na plataforma .NET, em linguagem computacional CSharp (C#).

$$f(x, y) = (-x * \sin(\sqrt{|x|})) + (-y * \sin(\sqrt{|y|})) \quad (1)$$

A função 1 é uma função tridimensional, possuindo diversos mínimos e máximos locais. Para o problema foi determinado o domínio [0, 500] para valores que x e y podem assumir.

### 1. Representação cromossomial

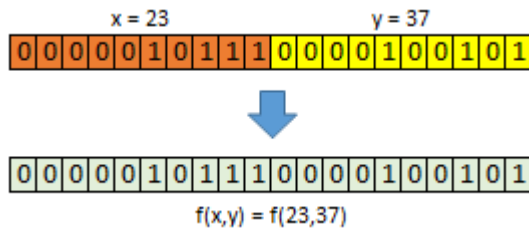
Para o desenvolvimento do problema é necessário que a informação do problema seja traduzida em uma linguagem apta para o computador manipular. Para o problema vigente foi utilizado a representação binária, que consiste em um cromossomo composto por uma sequência de bits. Cada gene do cromossomo representa um bit, podendo assumir como valores 0 e 1. Para determinar o tamanho do cromossomo foi calculado o número de bits

necessário para representar o domínio do problema.

$$N_{bits} = (\log_2 R_{max} - R_{min}) + G \quad (2)$$

A variável  $G$  esta associada à granularidade do problema. A medida que o valor de  $G$  é incrementado, mais ampla se torna a representação das variáveis do problema. Um gene possui probabilidade equivalente de admitir os valores 0 e 1 (50% cada). Como a equação do problema tem como entrada duas variáveis -  $X$  e  $Y$  - foi criado um cromossomo de tamanho  $2*N$ , onde os primeiros  $N$  bits do cromossomo representam o valor da variável  $X$  e os últimos  $N$  bits representam o valor da variável  $Y$ . Para uma representação de 10 bits, com  $x = 23$  e  $y = 37$ , teríamos o seguinte cromossomo:

**Figure 2:** Representação cromossomial para o problema.



## 2. Cálculo de aptidão

O cálculo de aptidão é a etapa do algoritmo genético em que se determina a qualidade de um indivíduo como solução do problema em questão. Cada cromossomo da população é avaliado recendo um valor numérico para representar o seu grau de aptidão. Essa nota servirá de base para a etapa de seleção de pais. Dessa forma os indivíduos com melhor avaliação terão maior probabilidade de serem escolhidos como pais para a próxima geração de cromossomos. Para o problema tratado nesse artigo, o cálculo de aptidão foi realizado com base na equação 3.

$$fit(i) = -f(x, y) \quad (3)$$

## 3. Elitismo

Trata-se de uma modificação no módulo de população com o intuito de garantir o crescimento positivo do desempenho do AG ao decorrer das gerações. No elitismo os  $n$  melhores indivíduos de cada geração são preservados para a próxima geração. Em um exemplo de aplicação de elitismo, uma população com 10 cromossomos (AG com elitismo de valor  $n$  igual a 2), a cada geração, dois dos melhores indivíduos da população são reservados. Em seguida serão selecionados 8 pais para gerarem 8 descendentes. Os indivíduos selecionados como elite são adicionados a população após o método de seleção completado os 10 indivíduos da população.

## 4. Seleção dos pais

A etapa de seleção dos pais é baseado no mecanismo de seleção natural que atua sobre as espécies biológicas. Indivíduos de uma população que possuem maior aptidão terão maior probabilidade de se tornarem pais e consequentemente gerar descendentes que carreguem parte de sua informação genética. Indivíduos menos aptos também podem se tornar pais, embora a probabilidade desse evento ocorrer seja menor. Caso a possibilidade de reprodução seja restrita apenas aos melhores indivíduos, a população tenderá a ser composta de indivíduos cada vez mais semelhantes e faltará diversidade a esta população para que a evolução possa prosseguir de forma satisfatória. A tal efeito é denominado como convergência genética, podendo ser minimizado ou evitado através da seleção equilibrada de indivíduos menos aptos da população. Existem diversos métodos de seleção propostos, tais como: seleção por roleta, seleção universal estocástica, seleção por ranking, seleção por torneio, entre outros. Para a aplicação foi utilizado o método de seleção por roleta.

### 4.1 Método da roleta viciada

Dada uma população de cromossomos, cada componente é avaliado de forma a determinar

o seu nível de aptidão.

**Table 1:** *Dados de uma dada população*

Indivíduo	Avaliação
A	4
B	1
C	3
D	4
E	5
F	6

A probabilidade de seleção de cada indivíduo é determinada de acordo com o seu nível de aptidão em relação ao somatório dos níveis de aptidão de toda a população 4.

$$ps(i) = \frac{fit(i)}{\sum_{j=1}^n fit(j)} * 100 \quad (4)$$

Para estabelecer a probabilidade de seleção acumulada dos cromossomos da população é realizada a somatória das probabilidades de seleção do n-ésimo cromossomo com a dos cromossomos anteriores conforme demonstrado na equação 5.

$$psa(i) = \sum_{j=1}^i fit(j) \quad (5)$$

A tabela ?? mostra os indivíduos da população com seus valores de avaliação, probabilidade de seleção e probabilidade acumulada de seleção.

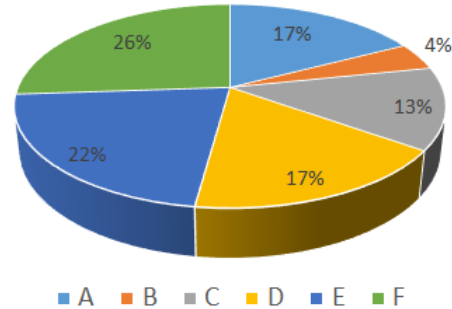
**Table 2:** *Distribuição das probabilidades (seleção e acumulada)*

Indivíduo	Avaliação	Ps (%)	Psa (%)
A	4	17,39	17,39
B	1	4,35	21,74
C	3	13,04	34,78
D	4	17,39	52,17
E	5	21,74	73,91
F	6	26,09	100,00

A partir desses dados é possível visualizar a configuração da roleta conforme a figura ??.

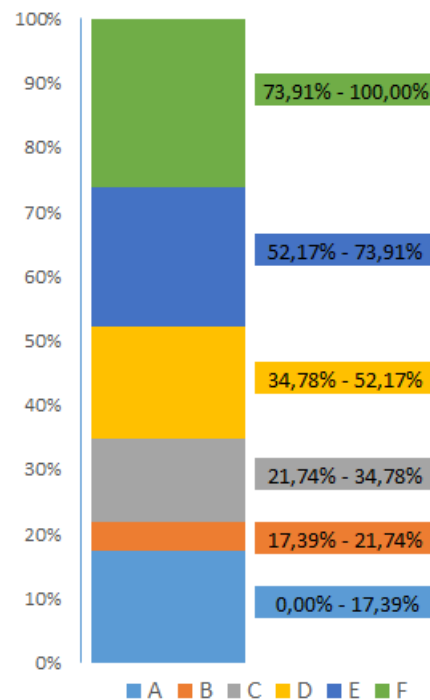
Cada indivíduo é representado por uma fatia da roleta.

**Figure 3:** *Roleta.*



Observa-se que os indivíduos com maior probabilidade de seleção, ocupam uma área maior da roleta. A probabilidade de seleção de cada indivíduo da população é distribuída em intervalos conforme a figura ??

**Figure 4:** *Distribuição.*



A partir dessa distribuição, um número randômico dentro do intervalo [0.00%;

100.00%] é gerado. Dentro os intervalos de distribuição da roleta, escolhe-se o cromossomo cujo intervalo o número gerado pertencer. O procedimento é repetido  $n$  vezes onde  $n$  é o tamanho da população.

#### 4.2 Ranking

A seleção por ranking é um método de seleção que evita a convergência prematura e a dominância de um superindivíduo. O seu princípio consiste em ordenar todos os elementos de acordo com a sua função de avaliação e usar este ranking como base da seleção, ao invés de usar diretamente o valor da avaliação. Uma vez definidos os novos valores de avaliação destes indivíduos, um método tradicional, tal como o da roleta vi-ciada, pode ser utilizado para a escolha dos pais que serão submetidos aos operadores genéticos.

#### 4.3 Torneio

O método de seleção baseada em um torneio consiste em selecionar uma série de indivíduos da população para competições diretas. Os cromossomos competem diretamente, tendo como critério a função de avaliação de cada um. O cromossomo com melhor avaliação na competição é escolhido como pai. Um parâmetro para o torneio é definir o número de participantes por competição ( $k$ ). Em um exemplo de AG tem-se a seguinte população, composta por 8 indivíduos:

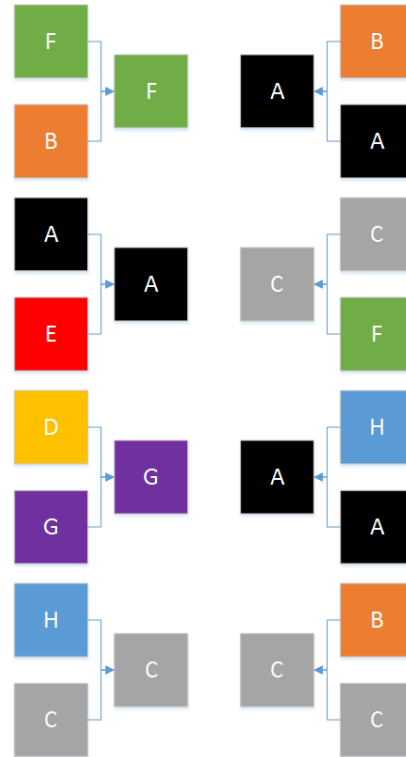
**Table 3:** *Exemplo de população*

Indivíduo	Avaliação
A	10
B	5
C	9
D	1
E	3
F	7
G	6
H	2

Para um critério  $k$  com valor igual a 2, serão

selecionados aleatoriamente oito duplas. De cada dupla será reservado o indivíduo com função de avaliação superior.

**Figure 5:** *Exemplo de torneio.*



A partir dos indivíduos selecionados por torneio, é que se efetua o processo de cruzamento.

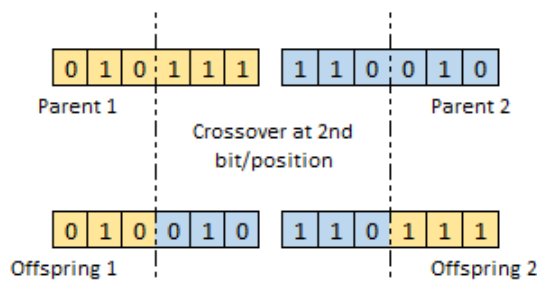
### 5. Cruzamento (Crossover)

Crossover é um operador genético usado para reprogramar a configuração de um cromossomo de uma geração para a próxima. Este operador é análogo à reprodução biológica de forma a promover a recombinação genética de duas ou mais soluções progenitoras e consequentemente gerando uma solução descendente. Existem diferentes técnicas de recombinação: com um ponto, com dois pontos, "corta e emenda", uniforme, metade uniforme, com três progenitores, cromossomos ordenados, tendenciosa, entre outras.

### 5.1 Crossover de um ponto

Neste cruzamento, um único ponto para recombinação é selecionado randomicamente para os cromossomos progenitores. Todos os genes a partir deste ponto são trocados entre os cromossomos. Os organismos resultantes são os filhos. A figura ?? ilustra um cruzamento de um ponto.

Figure 6: Cruzamento de um ponto.

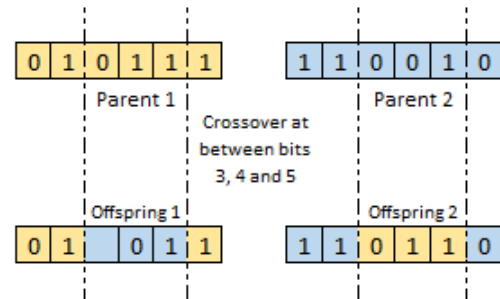


Entretanto existe a possibilidade de os pais não realizarem a recombinação. Isto ocorre porque existe uma probabilidade de cruzamento ( $P_c$ ) a ser considerada inicialmente. Um valor de  $P_c$  é definido nas configurações do AG antes do algoritmo ser iniciado. Para cada cromossomo parental é gerado um valor randômico (random) variando entre [0%; 100%]. Se a variável random possuir um valor menor ou igual ao valor de  $P_c$ , o cruzamento é efetuado. Caso contrário, os indivíduos não efetuam o cruzamento mantendo suas características para a próxima geração.

### 5.2 Crossover de dois pontos

Este cruzamento é semelhante ao cruzamento de um ponto, embora sejam selecionados dois pontos para recombinação. O conteúdo genético delimitado por estes pontos é trocado dos cromossomos progenitores para os cromossomos descendentes. Os demais alelos fora deste intervalo são preservados. A figura ?? ilustra o cruzamento de dois pontos.

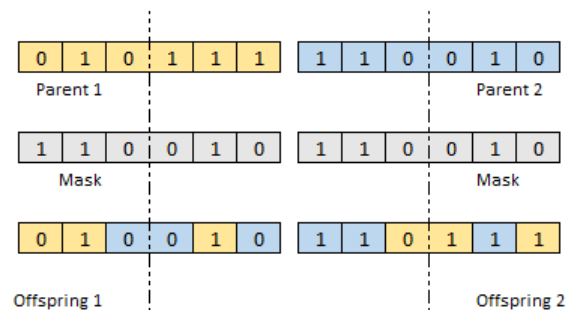
Figure 7: Cruzamento de dois pontos.



### 5.3 Crossover uniforme

Para cada gene é sorteado um número 0 ou 1. Se o valor sorteado for igual a 1, o primeiro filho recebe o gene da mesma posição do primeiro pai (de maneira idêntica o segundo filho recebe o gene da mesma posição do segundo pai). Se o valor sorteado for 0, as atribuições serão invertidas: o primeiro filho recebe o gene da posição corrente do segundo pai e o segundo filho recebe o gene corrente do primeiro pai.

Figure 8: Cruzamento uniforme.



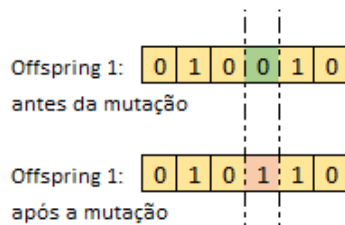
O crossover uniforme é uma alternativa ao crossover de dois pontos. Enquanto este último possui uma maior probabilidade de separar partes do cromossomo de grande cromossomo durante o cruzamento, o cruzamento uniforme tende a conservar esquemas longos com a mesma probabilidade que preserva esquemas de menor comprimento, desde que ambos tenham a mesma ordem. Por outro lado, devido ao fato de fazer um sorteio para cada posição, este cruzamento tem uma grande pos-

sibilidade de estragar todo e qualquer esquema, mas em média o seu desempenho é superior ao cruzamento de um ponto e ao cruzamento de dois pontos.

## 6. Mutação

A mutação é um operador genético utilizado para manter a diversidade gênica de uma geração de cromossomos para a próxima. É análoga à mutação presente nos sistemas biológicos. Este operador pode alterar um ou mais genes de um cromossomo. De maneira semelhante à etapa de cruzamento, a mutação possui uma probabilidade associada ( $P_m$ ), que define a chance de tal processo ocorrer em um determinado momento. Um variável randômica, pertencente ao intervalo [0%; 100%], é gerada. Se o valor dessa variável for inferior ou igual à  $P_m$ , a mutação ocorre. Se for superior, a operação não é realizada e o cromossomo mantém suas características sem alterações. Existem diferentes tipos de mutação: inversão de um único bit, inversão de todos os bits do cromossomo, por limites, não uniforme, uniforme, gaussiana. Para a aplicação optou-se pelo método de inversão de um único bit.

Figure 9: Mutação: inversão de um único bit



## III. RESULTADOS

Para a aplicação foi elaborado um formulário (??) que possibilita ao usuário configurar os seguintes parâmetros da aplicação:

1. Características do algoritmo genético:
  - (a) tamanho da população;
  - (b) número de gerações;

- (c) probabilidade de cruzamento;
- (d) probabilidade de mutação.

2. Características do cromossomo:

- (a) valor mínimo;
- (b) valor máximo;
- (c) granularidade ou resolução.

Figure 10: Tela de configuração do AG.

Ao inicializar o algoritmo genético, são realizadas as seguintes etapas:

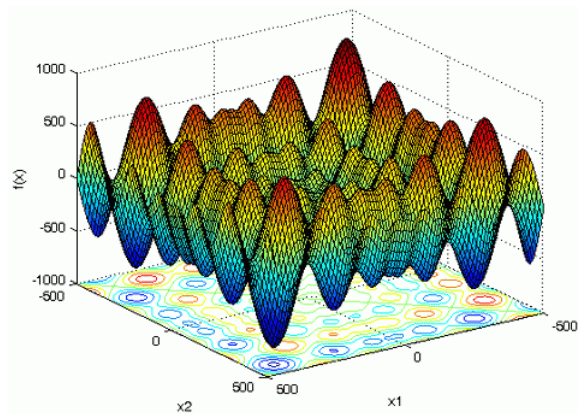
1. Cria primeira população de indivíduos;
2. Seleciona os melhores indivíduos (elitismo);
3. Seleciona os indivíduos que poderão reproduzir;
4. Realiza o cruzamento entre os pais, gerando a prole;
5. Realiza a mutação dos novos indivíduos;



6. Atualiza a população com a nova geração de indivíduos, composto pelos filhos do processo de reprodução e dos melhores indivíduos da geração anterior.

Com o matlab foi possível gerar a representação visual da função de Schwefel.

**Figure 11:** Gráfico da função de Schwefel.



Para o intervalo de  $[-500, 500]$  a melhor solução encontrada foi de:

#### IV. DISCUSSION

O método de seleção uniforme apresentou uma performance mais adequada para encontrar melhores soluções para o problema. Com o trabalho foi possível compreender e verificar a aplicação de AGs para resolução de funções composta por mais de uma variável.

#### REFERENCES

- [Linden, 2006] Linden, R. (2006). Algoritmos Genéticos - Uma importante ferramenta da Inteligência Computacional.