

J. SET OF RECTANGLES

PROBLEM DESCRIPTION

給一個產生整數邊長的直角三角形公式 ($a = 2xy, b = x^2 - y^2, c = x^2 + y^2$)

題目想圍出多個矩形，長寬為 a, b ，且不同的矩形長寬比不得相同，

若有一 L 長度的繩子，問最多可以圍出幾個矩形。

SOLUTION TECHNIQUES

預處理、資料結構

SOLUTION SKETCHES

時間很充裕所以解法應該很多。

L 有 100 萬，

我們可以先由周長為 $2ab$ 得出 $a \leq 50$ 萬，接著我們可以由 $a = 2xy$ 得出 $x, y \leq$

$\sqrt{250,000}$ ，所以我們可以用題目給的公式直接枚舉 x, y 產生出所有可能且長寬比不同的數對，有個小證明是：若我們將 y 從 1 開始枚舉，那我們可以保證第一個生出來長寬比為 r 的數對，其 ab 為所有長寬比為 r 的數對中最小的。

接著我們用 $2ab$ 排序，並建立一個表格記錄若 L 達到某個值最多可以圍出幾個矩形。

最後對每筆輸入我們可以用二分搜快速找到答案。

TIME COMPLEXITY

Let $N = 250000, O(N \log N)$

SOLUTION PROGRAM FOR REFERENCE

```
// This code uses 500000 N logN

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <cmath>
#include <algorithm>
#include <set>

using namespace std;
typedef pair<int, int> pii;

const int N = 500002;
const int sqN = sqrt(N);

set<pii> done;
vector<int> lst;
int thres[N], it;

int gcd(int a, int b) {
    while (a && b)
        if (a > b)
            a %= b;
        else
            b %= a;
    return a + b;
}

void pre() {
```

```

int i, x, y, a, b, g;
for (y = 1; y <= sqN; y++)
    for (x = y + 1; x <= sqN; x++) {
        a = 2 * x * y;
        b = x * x - y * y;
        g = gcd(a, b);
        a /= g;
        b /= g;
        if (a > b) swap(a, b);
        if (done.find(make_pair(a, b)) == done.end()) {
            lst.push_back(2 * (a + b));
            done.insert(make_pair(a, b));
        }
    }
sort(lst.begin(), lst.end());
it = 1;
int cnt = 0;
thres[0] = 0;
for (auto &ai: lst) {
    cnt += ai;
    thres[it++] = cnt;
    if (cnt > 1e6) break;
}
}

```

```

int main() {
    pre();
    int i, tt, n;
    scanf("%d", &tt);

```

```
while (tt--) {  
    scanf("%d", &n);  
    int idx = upper_bound(thres, thres + it, n) - thres;  
    printf("%d\n", idx - 1);  
}  
return 0;  
}
```