C. THE 2-GEODETIC NUMBER

PROBLEM DESCRIPTION

題意白話來說就是：在一棵樹上選一些點塗色，讓所有沒塗色的點都至少有 2 個有塗色的鄰居，問最少需要選幾顆點。

SOLUTION TECHINQUES

樹型 DP

SOLUTION SKETCHES

這題應該算是經典的樹型 DP。

若我們考慮一個點的狀態(只考慮他所屬的子樹，也就是不考慮父母接上去的其他點)，我們會發現有三種可能的狀態：

0. 這個點有塗色
1. 這個點沒塗色，底下已跟 2 個以上有塗色的點相鄰
2. 這個點沒塗色，底下只跟 1 個有塗色的點相鄰（代表父母必須要塗色）

（不必考慮無塗色點相鄰的狀況，因為若是這種狀態不可能滿足題目要求）

若我們用 dp[v][{0, 1, 2}] 來表示點 v 在某個狀態最少需要的點的數量，我們可以列出這樣的 DP 轉移式：

$$\mathrm{dp}[v][0] = 1 + \sum_{i \in child[v]} \min(dp[i][0], dp[i][1], dp[i][2])$$

$$\mathrm{dp}[\mathrm{v}][1] = \min_{i \in child[v], j \in child[v]} \{dp[i][0] + dp[j][0] + \sum_{k \in child[v], k \neq i, j} \min(dp[k][0], dp[k][1])\}$$

（選 2 個點塗色，其他隨意但是不能選處於狀態 2 的點）

$$\mathrm{dp}[\mathrm{v}][2] = \min_{i \in child[v],} \{dp[i][0] + \sum_{k \in child[v], k \neq i,} \min(dp[k][0], dp[k][1])\}$$

（選 1 個點塗色，其他隨意但是不能選處於狀態 2 的點）

⇨ 所以我們從樹根跑一次 DFS，按照這 DP 轉移式即可得到答案。

最後的答案是：$\min(dp[root][0], dp[root][1])$

* 另外會有一些邊界情況要考慮（比如說只有一個小孩的點不會有狀態 1、沒有小孩的點不會有狀態 1 跟 2），但不至於太難處理。

PS. 有一個小陷阱是點 1 不一定總是 root(樹根)，稍微判斷一下即可。

TIME COMPLEXITY

O(n^3), n 為點的數量

SOLUTION PROGRAM FOR REFERENCE

NONE, didn’t print it out after contest …