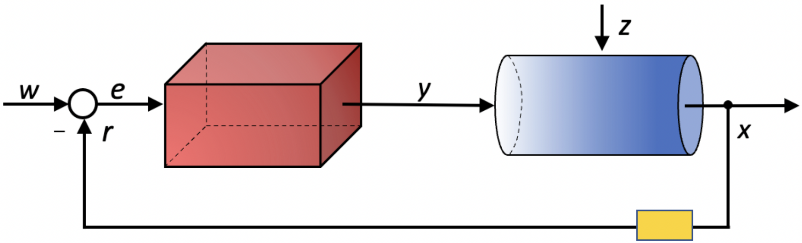
9. Reglerentwurf 2



Inhalt

Einleitung

- Der Zusammenhang zwischen den Kennzahlen des Frequenzgangs des offenen Kreises und dem Einschwingverhalten des geschlossenen Kreises ist grundlegend für den Reglerentwurf nach dem Frequenzkennlinienverfahren (Bode-Verfahren).
- Der Frequenzgang des offenen Kreises dient zunächst der Stabilitätsanalyse, wie bereits in der letzten Vorlesung gezeigt.
- Die wichtigste Anforderung an den Regelkreis, die Stabilität, kann mithilfe des Nyquist-Kriteriums überprüft und sichergestellt werden.

Einleitung

Vorteile des Frequenzkennlinienverfahrens:

- Strecke kann ein Totzeitglied enthalten.
- Strecke kann beliebig komplex sein.
- Das Modell der Strecke ist nicht erforderlich; der gemessene Frequenzgang ist ausreichend.
- Die Robustheit des Reglers (Unempfindlichkeit gegenüber Modellfehlern oder Parameteränderungen) kann in den Entwurf einbezogen werden.

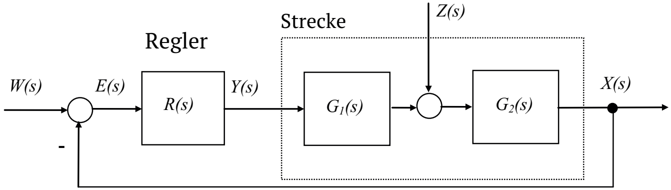
Einleitung

Nachteile des Frequenzkennlinienverfahrens:

- Es handelt sich um ein Probierverfahren.
- Ergebnisse sind daher stark von der Erfahrung abhängig.
- Es kann keine Aussage hinsichtlich der Qualität der Lösung gemacht werden, d.h., ob es einen besseren oder optimalen Regler gibt.
- Die angegebenen Werte für Phasen- und Amplitudenreserve sind nur für eine begrenzte Klasse von Strecken gültig.

Kompensationsreglerentwurf

- Im Gegensatz zum Frequenzkennlinienverfahren erfordert der Entwurf eines Kompensationsreglers keine Suche nach Korrekturgliedern für günstige Phasen- oder Amplitudenreserven.
- Ein Kompensationsregler ist direkt berechenbar, basierend auf dem **bekannten Modell der Strecke** $G(s)$ und dem **gewünschten Verhalten des Regelkreises** $G_w(s)$.



Kompensationsreglerentwurf

- Die Reglerformel ergibt sich durch Umstellen der Formel für das Führungsverhalten:

$$G_w(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$$

$$G_w(s)(1 + R(s)G(s)) = R(s)G(s)$$

$$R(s)G(s) - R(s)G(s)G_w(s) = G_w(s)$$

- Daraus folgt:

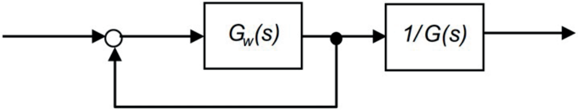
$$R(s) = \frac{G_w(s)}{G(s) - G(s)G_w(s)} = \frac{1}{G(s)} \frac{G_w(s)}{1 - G_w(s)}$$

Kompensationsreglerentwurf

- Der Regler hat folgende Übertragungsfunktion und enthält das invertierte Modell der Strecke, das alle Pole und Nullstellen der Strecke kompensiert

$$R(s) = \frac{1}{G(s)} \frac{G_w(s)}{1 - G_w(s)}$$

- Ein Kompensationsreglerentwurf kann eine gute Grundlage für den Entwurf eines PID Reglers sein



PID-Kompensationsregler

- Allgemeine Kompensationsregler können, abhängig von der Strecke, eine sehr hohe Ordnung aufweisen, was einen erhöhten Aufwand bei der Realisierung erfordert.
- Die üblicherweise eingesetzten PID-Regler sind jedoch auch als PID-Kompensationsregler parametrierbar.

PID-Kompensationsregler

- Beispielhaft wird von der Übertragungsfunktion einer stabilen Strecke in Produktform ausgegangen:

$$G(s) = \frac{K_s}{(1 + T_{S1} s)(1 + T_{S2} s) \cdots (1 + T_{Sn} s)}$$

- Es wird ein PID-Regler mit der Übertragungsfunktion gewählt

$$R(s) = K_p \frac{T_v T_n s^2 + T_n s + 1}{T_n s}$$

Übungsaufgabe: Kompensationsreglerentwurf

- Für die folgende Standardregelstrecke mit den Nachstellzeiten $T_{S1} = 5$, $T_{S2} = 3$ und $T_{S3} = 2$ soll ein Kompensationsregler entworfen werden.

$$G(s) = \frac{1}{(5s+1)(3s+1)(2s+1)}$$

Empirische Einstellregeln

Hintergrund:

- Wenn kein explizites Modell der Regelstrecke vorliegt oder dessen Entwicklung unverhältnismäßigen Aufwand bedeuten würde
- $\Rightarrow$ dann können heuristische Einstellregeln helfen einen Standardregler (P, PI, PID) mit minimalem Aufwand sinnvoll einzustellen, um ein ineffektives langwieriges Ausprobieren zu vermeiden bzw. zu verkürzen

Empirische Einstellregeln

Vorteile von Einstellregeln

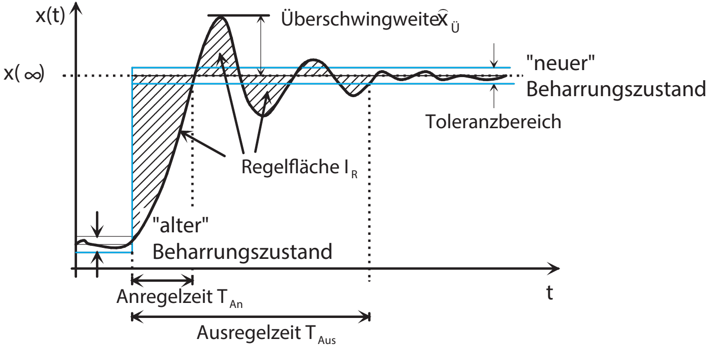
- Ein (explizites) Modell wird nicht benötigt.
- Schnell und ohne Rechnereinsatz verwendbar.

Nachteile von Einstellregeln

- Nur für die Standardreglerstrukturen (P,PI, PID) zu gebrauchen.
- Regelkreis muss stabil sein und Experimente (Sprungantwort, Schwingversuch) erlauben.
- Nur suboptimal.
- Bestimmte dynamische Anforderungen können nicht garantiert werden.

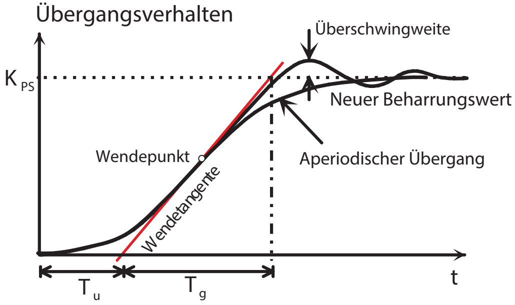
Parameteroptimierung im Zeitbereich - Wiederholung

- Einfache Optimierungen der Reglerparameter versuchen jeweils einen der Parameter Anregelzeit T_{An}, Ausregelzeit T_{Aus} bzw. Überschwingweite $\widehat{\mathbf{x}}_U$ auf einen möglichst kleinen Wert einzustellen.



Empirische Einstellregeln

- Empirische Einstellregeln setzen stark verzögernde Regelstrecken mit einem aperiodischen Übergangsverhalten voraus.
- Für die Kennwerte der Regelstrecke dienen die Ersatzkennwerte **Verzugszeit** T_u und **Ausgleichszeit** T_g.



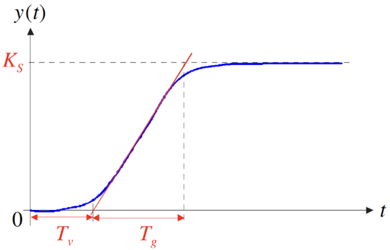
Einstellregeln nach Ziegler-Nichols

- Die beiden Methoden nach Ziegler und Nichols wurden im Jahr 1942 vorgestellt.
- Sie gehören seitdem zu den klassischen Einstellregeln für PID-Regler.
- Man unterscheidet zwischen:
  - Der **Wendetangenten-Methode** („open-loop method")
  - Der **Stabilitätsrand-Methode** („closed loop method")
- Erfahrungsgemäß führt die Anwendung der Ziegler-Nichols Regeln im Allgemeinen zu **schwach gedämpften** Regelkreisen.

Einstellregeln nach Ziegler-Nichols

Wendetangenten-Methode

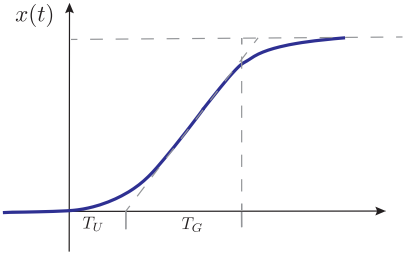
- Bei diesem Verfahren wird vorausgesetzt, dass die Sprungantwort der Regelstrecke gefahrlos experimentell ermittelt werden kann.
- Danach wird die Wendetangente der Sprungantwort eingezeichnet und die Streckenverstärkung K_S, die Verzugszeit T_v und die Ausgleichszeit T_g werden abgelesen.



Reglertyp	K_P	T_N	T_V
P-Regler	$\frac{T_g}{K_S T_v}$	∞	0
PI-Regler	$0.9 \frac{T_g}{K_S T_v}$	$3.33\, T_v$	0
PID-Regler	$1.2 \frac{T_g}{K_S T_v}$	$2\, T_v$	$0.5\, T_v$

Einstellregel von Chien, Hrones und Reswick

- Diese Einstellregel basiert ebenfalls auf der experimentell aufgenommenen Sprungantwort der Regelstrecke, wobei die Verzugs- und Ausgleichszeit bestimmt werden
- Der Regler wird auf der Grundlage folgender Tabellen eingestellt, wobei eine Einstellung für gutes **Führungsverhalten** oder **Störverhalten** möglich ist.



	Führungsverhalten stark gedämpft	Führungsverhalten 20 % Überschwingen
P-Regler	$K_P = 0{,}3\,\frac{T_G}{T_U K_S}$	$K_P = 0{,}7\,\frac{T_G}{T_U K_S}$
PI-Regler	$K_P = 0{,}35\,\frac{T_G}{T_U K_S}$ $T_n = 1{,}2\,T_G$	$K_P = 0{,}6\,\frac{T_G}{T_U K_S}$ $T_n = 1{,}0\,T_G$
PID-Regler	$K_P = 0{,}6\,\frac{T_G}{T_U K_S}$ $T_n = 1{,}0\,T_G$ $T_v = 0{,}5\,T_U$	$K_P = 0{,}95\,\frac{T_G}{T_U K_S}$ $T_n = 1{,}35\,T_G$ $T_v = 0{,}47\,T_U$

Besondere Regelkreisschaltungen

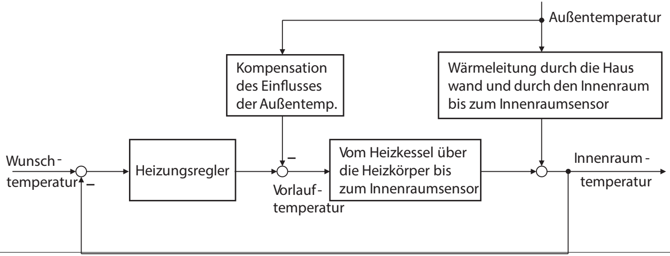
- Bisherige Betrachtungen basierten auf einem einschleifigen Regelkreis wie in Bild 5.9.
- In der Praxis können jedoch Probleme auftreten, die mit diesem einfachen Prinzip nicht zufriedenstellend gelöst werden können.
- In solchen Fällen greift man auf andere Anordnungen zurück, die besser auf die spezielle Aufgabenstellung zugeschnitten sind.

Störgrößenaufschaltung

- Regelung zur Störgrößenkompensation hat den Nachteil, dass der Regler erst bei Vorliegen einer Regeldifferenz eingreift, was zu verspäteter Störungserkennung führt.
- Wenn Ursachen der Störung unbekannt oder nicht messbar sind, ist dies oft das einzige Verfahren.
- Wenn die Hauptstörgröße messbar ist, ist direkte Nutzung zur Korrektur naheliegend.

Beispiel: Innenraumtemperaturregelung mit Außentemperatursensor

- Regelgröße: gemessene Innenraumtemperatur (Sensor im Zimmer notwendig!)
- Führungsgröße: gewünschte Innenraumtemperatur
- Stellgröße: Vorlauftemperatur der Heizung
- Störung: Außentemperatur (Sensor außen notwendig!)

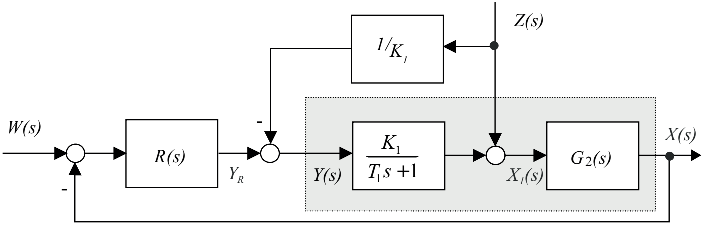


Statische Störgrößenaufschaltung

- Die Wirkung von Störgröße und Stellgröße des Reglers $Y_R(s)$ auf die Zwischengröße $X_1(s)$ ist:

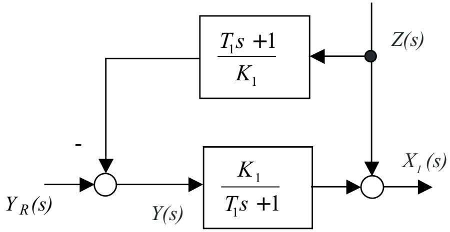
$$X_1(s) = \left(1 - \frac{1}{T_1 s + 1}\right) Z(s) + \frac{K_1}{T_1 s + 1} Y_R(s)$$

- Eine sprungförmige Störgröße wird praktisch nach $3T_1$ Sekunden vollständig kompensiert.



Dynamische Störgrößenaufschaltung

- Die Verwendung der inversen Übertragungsfunktion der ersten Teilstrecke im Aufschaltzweig führt zur dynamischen Störgrößenaufschaltung.
- Die Teilstrecke wird hinsichtlich der Störung mithilfe der Aufschaltung vollständig kompensiert.



Dynamische Störgrößenaufschaltung

- Die Wirkung von Störgröße und Stellgröße des Reglers $Y_R(s)$ auf die Zwischengröße $X_1(s)$ ist im Fall der dynamischen Störgrößenkompensation:

$$X_1(s) = Z(s) + \frac{K_1}{T_1 s + 1}\left(Y_R(s) - \frac{T_1 s + 1}{K_1} Z(s)\right)$$

- und es verbleibt:

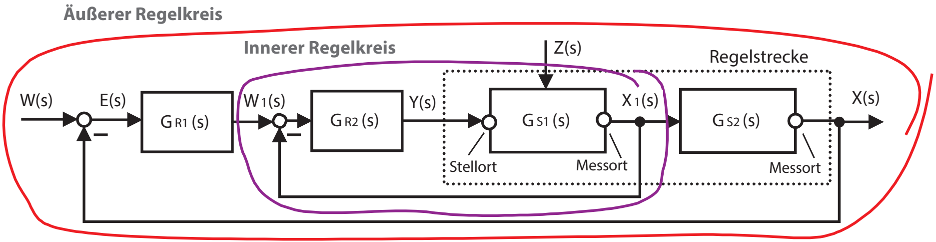
$$X_1(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1} Y_R(s)$$

Kaskadenregler

- Oft sind Störungen, die auf die Strecke einwirken, nicht messbar, dann ist eine Aufschaltung der Störgröße nicht möglich.
- Komplizierte Regelstrecken erschweren dazu die Anwendung einschleifiger Regelungen und führen oft zu unbefriedigenden Ergebnissen.
- Eine Strategie zur Bewältigung dieser Herausforderung ist die Unterteilung der Regelstrecke.
- Durch die Unterteilung können komplexere Regelungsprobleme in einfachere Teilaufgaben zerlegt werden, was die Regelung verbessern kann.

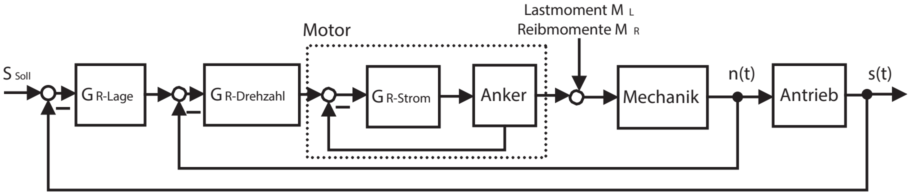
Kaskadenregelung

- Kaskadenregelung besteht aus verschachtelten einschleifigen Regelkreisen.
- Es können beliebig viele Regelkreise hierarchisch ineinander verschachtelt werden.
- Voraussetzung: Verfügbarkeit und Messbarkeit von n inneren Regelstreckengrößen.



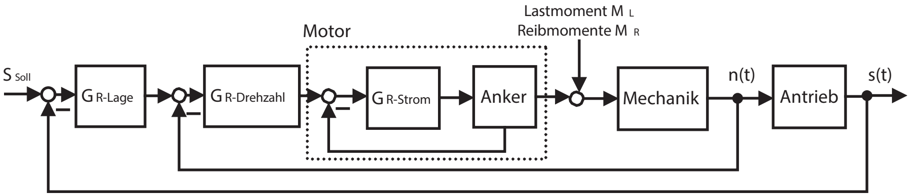
Kaskadenregelung beim Gleichstrommotor

- **Beispiel:** die Drehzahlregelung bei einem Gleichstrommotor, ⇒ schnelle Einstellung des Stellmoments (erfolgt über den Ankerstrom) und wesentlich langsame Regelung der Drehzahl.



Übungsaufgabe: Kaskadenregelung

- Welcher Teil des Regelkreises ist der innere und welcher der äußere?



Kaskadenregelkreis

Beim Regelkreisentwurf geht man am geeignetsten nach folgenden Prinzipien vor:

- Jeder Regelkreis wird für sich nach den jeweiligen Anforderungen von innen nach außen konzipiert.
- Jeder innere Regelkreis soll ohne das Zutun der äußeren Regler für sich stabil sein.
- Es ist sehr zweckmäßig, dass jeder innere Regelkreis schneller als der nächste äußere reagiert.

Schaltende Regler

- Schaltende Regler sind verbreitete und kostengünstige Regler.
- Zweipunktregler haben zwei Zustände für die Stellgröße, wie ”Brenner anünd ”Brenner aus”.
- Dreipunktregler können Zustände wie ”Heizen”, ”Kühlenünd Äusännehmen.
- Eine *typische* Anwendung ist die **Temperaturreglung** mit Hilfe eines Bimetallstreifens (z. B. Bügeleisen) oder die **Drehzahlregelung** mit Hilfe eines Mikrokontrollers (d.h. PWM-Regelung)

Schaltende Regler

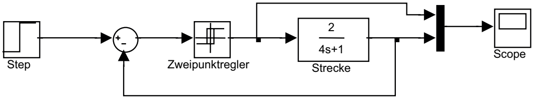
- Der ideale Zweipunktregler hat folgendes Übertragungsverhalten:

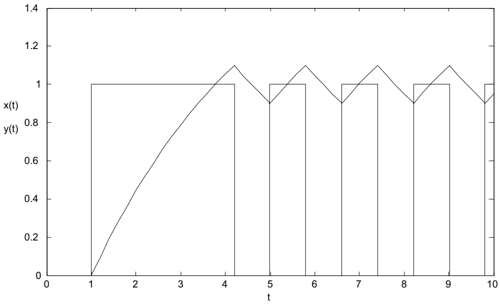
$$y(t) = \begin{cases} a & \text{fuer} \quad e(t) > 0 \\ 0 & \text{fuer} \quad e(t) \leq 0 \end{cases}$$

- Wenn der Regelfehler größer null ist, dann erhält die Stellgröße den Wert a (kann physikalisch eine Wechselspannung von 230 V bedeuten oder ein geöffnetes Ventil)

Schaltende Regler

Wirkungsplan und Sprungantwort eines Regelkreises mit einem Zweipunktregler





Zustandsraumdarstellung

- eine Übertragungsfunktion beschreibt das Eingangs-Ausgangs-Verhalten eines Systems
- **Zustandsraummodell** beschreibt darüber hinaus die innere Struktur und alle inneren Größen eines Systems.

Darstellung linearer Systeme im Zustandsraum

- Die Vorgehensweise wird bspw. an einer allg. Differentialgleichung 2. Ordnung gezeigt

$$a_2\ddot{x}_a + a_1\,\dot{x}_a + a_0\,x_a = b_0\,x_e$$

- Führt man bei der Differentialgleichung folgende Substitutionen ein,

$$x_1 = x_a$$
$$\dot{x}_1 = \dot{x}_a = x_2$$

- kann diese DGL nun als Vektordifferentialgleichung 1. Ordnung geschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}^{\bullet} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b_0}{a_2} \end{bmatrix} \cdot x_e$$

Darstellung linearer Systeme im Zustandsraum

- Das System ist dann eindeutig beschrieben durch

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot x + \mathbf{b} \cdot x_e$$
$$x_a = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x}$$

- so genannten Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

- und den Abkürzungen: Zustandsmatrix $\mathbf{A}$, Eingangsvektor $\mathbf{b}$ und als Ausgangsvektor $\mathbf{c}^T$

Allg. Darstellung LZI-Systeme im Zustandsraum

- Diese Darstellung eignet sich gleichermaßen für die Beschreibung von SISO- und MIMO-Systemen.

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) \quad \text{(Zustandsdifferentialgleichung)}$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t) \quad \text{(Ausgangsgleichung)}$$

$$x(t = 0) = x_0 \quad \text{(Anfangswerte)}$$

- wobei

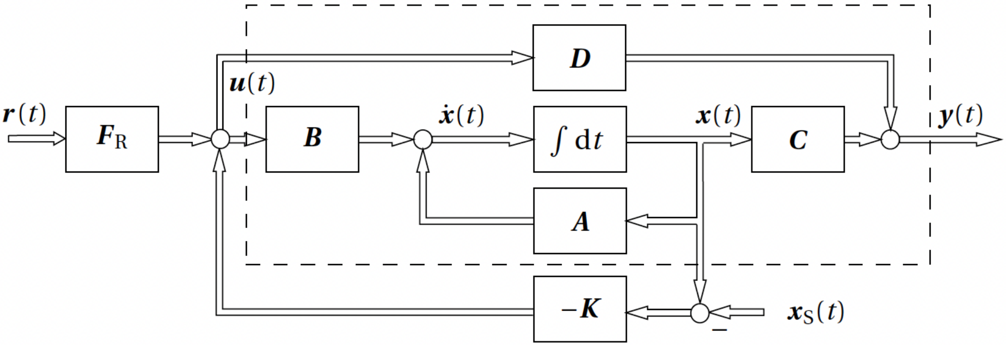
$\boldsymbol{A}$: Systemmatrix, $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$,

$\boldsymbol{B}$: Eingangs- oder Steuermatrix, $\boldsymbol{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$,

$\boldsymbol{C}$: Ausgangs- oder Messmatrix, $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^{r \times n}$,

$\boldsymbol{D}$: Durchgangsmatrix, $\boldsymbol{D} \in \mathbb{R}^{r \times m}$.

Regelkreis eines zeitkontinuierlichen Mehrgrößensystem



Technology Arts Sciences TH Köln

Übungsaufgabe - Zustandsraumdarstellung

- Ermitteln Sie mithilfe von Matlab die Übertragungsfunktion des durch die folgenden Zustandsraumgleichungen definierten Systems:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -160 & -56 & -14\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\\ -14\end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\end{bmatrix}u$$

- Hinweis: Die Übertragungsfunktion des Systems ist gegeben durch

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{25s^2 + 5}{s^3 + 5s^2 + 25s^2 + 5}$$

Übungsaufgabe - Zustandsraumdarstellung

- Matlab's Control Toolbox bietet Funktionen, um die Zustandsraumdarstellung eines Systems zu definieren und zwischen dem auf Übertragungsfunktionen basierenden System und dem Zustandsraumsystem zu wechseln

```
A = [0   1   0;   0   0   1;   -5   -25   -5];
B = [0; 25; -120];
C = [1   0     0];
D = [0];
[num,den] = ss2tf(A,B,C,D)

num =

   0   0.0000   25.0000  5.0000

den

   1.0000   5.0000   25.0000  5.0000
```


Technology Arts Sciences TH Köln

Lernziele dieser Vorlesung

Nach dem Studium dieses Abschnitts können Sie ...

1. Entwurfsverfahren für PID-Regler nennen
2. Empirische Einstellregeln anwenden, um einen Regler zu entwerfen
3. Besondere Regelkreisschaltungen definieren, um Regler komplexe Systeme entwerfen zu können

Fragen zur Selbstkontrolle

1. Wann setzt man Regelkreise mit Störgrößenaufschaltung ein?
2. Welche Vorteile bieten die empirischen Einstellregeln für den Regelkreisentwurf?
3. Wie geht man beim Entwurf von Kaskadenregelungen vor?
4. Beschreiben Sie den Regelkreisentwurf nach dem Verfahren von Ziegler-Nichols in wenigen Worten.
5. Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein, um die empirischen Einstellregeln von Ziegler-Nichols bzw. Chien-Hrones-Reswick zur Parametrierung von Reglern anwenden zu können? ergeben?

Übungsaufgabe 9.1

Im Rahmen eines Experiments wurde die Sprungantwort einer Strecke ermittelt (siehe Abb. 2.1). Mithilfe der Wendetangente-Methode sollen die Kenngrößen Streckenverstärkung K_s, Verzugszeit T_v und Ausgleichszeit T_g ermittelt und die in Tabelle 2.1 angegebenen Parameter für einen P-, und PI-Regler berechnet werden.

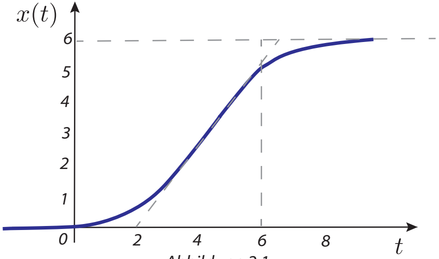


Abbildung 2.1

Tabelle 2.1

Reglertyp	K_P	T_N	T_V
P-Regler			
PI-Regler			
PID-Regler			

Technology Arts Sciences
TH Köln

Übungsaufgabe 9.2

Gegeben ist die Übertragungsfunktion einer Strecke $G(s)$ und das Wunschverhalten $G_w(s)$ eines zu entwerfenden Regelkreises. Bestimmen Sie den Kompensationsregler $R(s)$

$$G(s) = \frac{1}{s} \qquad G_w(s) = \frac{s+1}{-2s^2 + 0{,}3s}$$

Übungsaufgabe 9.3

Ergänzen Sie den unten gezeigten Wirkungsplan der Regelstrecke so, dass daraus eine Kaskadenregelung für die Hilfsregelgröße y_1 mit einem P-Regler entsteht. Zur Regelung der Hauptregelgröße y soll ein PI-Regler verwendet werden, wobei u_1 die Stell- und y die Regelgröße sind.