

K5

β -spektroskopi och Fermi-teori för β -sönderfall

David Tonderski
davton@student.chalmers.se

Fredrik Nyström Lindé
lindef@student.chalmers.se

2 juni 2020

Sammanfattning

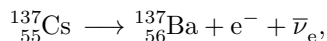
Med syfte att skapa ett sönderfallsdiagram för isotopen ^{137}Cs har data från en Si-detektor analyserats. Med hjälp av Fermi-teori och Kurie-plottar klassificerades sönderfallen och deras Q-värden hittades.

1 Introduktion

Mycket information kan extraheras genom att undersöka olika sönderfallspartiklar. I denna laboration har β -sönderfallet för isotopen ^{137}Cs studerats. Med hjälp av Fermis teori för β -sönderfall kan ett energispektrum leda till skapandet av ett sönderfallschema.

2 Teori

Det finns tre olika typer av β -sönderfall en atomkärna avger β -strålning (elektroner och/eller positroner). Antalet nukleoner i kärnan förblir konstant men fördelningen mellan protoner och neutroner ändras i de olika sönderfallen. Det första av de olika sönderfallen är β^- där $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. En proton i en atomkärna (inte fri) kan omvandlas via β^+ -strålning enligt $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$. Om energin inte är hög nog kan en elektron nära kärnan fångas upp av en proton vilket leder till elektronångängning (EC) enligt $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$. I detta experiment har ^{137}Cs β^- -sönderfallit till ^{137}Ba enligt



vilket i denna uppgift kunde bestämmas genom att jämföra atomkärnornas masskillnader som ges av sambandet $M(Z, A) - A$. Sönderfallets Q-värde kunde även beräknas som $Q_\beta = M(Z, A) - M(Z + 1, A) = M(^{137}\text{Cs}) - M(^{137}\text{Ba}) = (136.907074\text{u} - 136.905815\text{u}) \cdot 931.504\text{ MeV/u} = 1.172\,76\text{ MeV}$. Q-värdet motsvarar alltså energiskillnaden hos atomkärnan före och efter β -sönderfallet. Denna energi kommer delas upp som kinetisk energi hos den utsända β -partikel och motsvarande neutrino (den relativt tunga atomkärnans kinetiska energi är försumbar). Det går inte att veta hur den kinetiska energin fördelas hos de två partiklarna men vi kan mäta de utsända elektronernas kinetiska energi vilket kommer ge ett kontinuerligt spektrum. Teoretiskt sett kan β -partikeln få all kinetisk energi men sannolikheten för det är väldigt låg, trots det så bör Q-värdet gå att avläsa ur energispektrumet som den maximala energin i en Kurie-plot. Detta kan plottas som antalet elektroner mot deras uppmätta kinetiska energin enligt

$$\sqrt{\frac{N(T_e)}{\sqrt{T_e}F(Z, T_e)}} \tag{1}$$

där T_e är den kinetiska energin hos β -partikeln och $N(T_e)$ är antalet partiklar med energin T_e . $F(Z, T_e)$ är Fermifunktionen som i det här fallet är den enklare Primakoff-Rosen approximationen. Om det sker flera β -sönderfall kommer de synas som separata linjer i Kurie-plotten. Det kan även dyka upp diskreta toppar i diagrammet vilket kommer motsvara konversionselektroner. Om β -sönderfallet för dotterkärnan till ett exciterat tillstånd så kommer den deexciteras genom att skicka ut en γ -foton vilket i sin tur med hög sannolikhet skickar iväg en elektron från de inre K- eller L-skalen.

Vi vill sedan kunna klassificera de olika Q-värdena. Detta görs genom att kolla på partiklarnas L - och S -tal för att se om de är tillåtna eller förbjudna. I praktiken kan de förbjudna övergångarna försummas och vi kan räkna med att det är tillåtna övergångar som vi ser i vår Kurie-plot. Dessa övergångsregler kan ses i tabell 1 där de delas in i Fermi- eller Gamow-Teller övergångar beroende på om betapartikelns och neutronens totala spinn är parallellt ($S_\beta = 1$) eller antiparallellt ($S_\beta = 0$). De värden på ΔI som är markerade i fetstil motsvarar unika övergångar.

Tabell 1: Övergångsregler för olika β -sönderfall.

Typ av övergång	L_β	S_β	ΔI	$\Delta\pi$
Tillåten	0	0, 1	0, 1	Nej
Första förbjudna, Fermi	1	0	0, 1	Ja
Första förbjudna, Gamow-Teller	1	1	0, 1, 2	Ja
Andra förbjudna, Fermi	2	0	(0, 1), 2	Nej
Andra förbjudna, Gamow-Teller	2	1	(0, 1), 2, 3	Nej

Vidare kan både reaktionens moder- och dotterkärna klassificeras med spinn och paritet. Detta görs lämpligen med hjälp av skalmodellen. För kärnorna ^{137}Cs och ^{137}Ba i detta experiment hade spinn-paritet $I^\pi = \frac{7}{2}^+, \frac{5}{2}^+$ respektive $I^\pi = \frac{11}{2}^-, \frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+$.

3 Försöksuppställning och metod

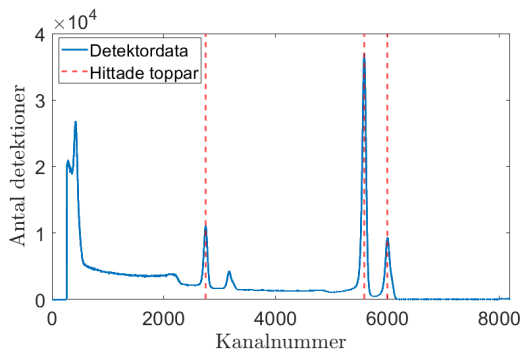
I denna laboration ska elektroner med energi mindre än 1 MeV studeras. För detta används en Si-detektor som bygger på elektronbandstrukturen av halvledarmaterialet. En PN-övergång med en hög backspänning bildas för att skapa ett starkt elektriskt fält utan ström, och ett utarmningsområde utan laddningsbärare bildas. När en laddad partikel sedan inträder i området exciteras ett stort antal elektronhålpar genom jonisation av Si-atomer. Detta leder till en strömpuls vars amplitud är proportionerlig mot energiförlusten hos den inkommande partikeln. De flesta elektronerna med en energi $\lesssim 1.5$ MeV kommer att helt avstannas efter ca 2 mm, vilket är vårt villkor på detektorn. Notera att högenergifotoner vanligtvis inte interagerar med detektorn, men X-ray fotoner kan dyka upp som toppar med låg energi ($\lesssim 100$ keV).

Detektorsignalen amplifieras sedan till ungefär 1 – 10 V och omformas till ungefär 2 – 4 μs med en förstärkare och en linjär spektroskopiförstärkare. Signalen konverteras sedan med hjälp av en A/D (analog-till-digital-omvandlare) till ett binärt tal N som kallas kanalnumret. Detta tal kan antas vara proportionerligt mot den detekterade partikelns kinetiska energi. Numren N används sedan för att skapa histogram. Notera att N inte är partiklarnas energi utan kanalnumret, så uppställningen behöver en kalibrering. Denna utförs med hjälp av isotopen ^{207}Bi . Isotopens sönderfall karakteriseras av emissionen av ett antal konversionelektroner med kända energier. I det här fallet innebär det att datan kommer att innehålla fyra toppar. Topparna hittas genom att göra en kvadratisk kurvanpassning av logaritmerat antal detektioner mot kanalnummer för ett intervall runt toppen. De anpassade kurvornas toppar beräknas sedan analytiskt. Dessa toppars kanalnummer används tillsammans med topparnas kända energier för att hitta linjär relation mellan kanalnummer och energi. Kalibrering används vidare i analysen av isotopen ^{137}Cs .

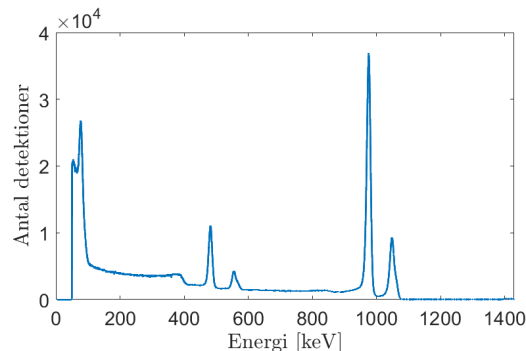
Isotopen ^{137}Cs undersöks genom att analysera Kurie-plotten av datan. Denna används sedan för att hitta slutenergierna (Q -värden) för isotopens två β -sönderfallsgrenar, vilket utförs genom att göra en linjäranpassning av datan från de två energiområdena och hitta linjens skärning med 0. Sedan ska vi även klassificera sönderfallen. Vi vet att lågenergibranchen har sönderfallskonstanten $\lambda_1 = 0.9\lambda$, medan högenergibranchen har $\lambda_2 = 0.1\lambda$, där λ är den totala sönderfallskonstanten. Med hjälp av den totala halveringstiden $t_{1/2} = 30$ år och sambandet $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ kan vi då beräkna λ , λ_1 , λ_2 , $t_{1/2,1}$ och $t_{1/2,2}$. Vi beräknar också Fermi-integralerna f och $\log_{10}(f \cdot t_{1/2})$ för de båda övergångarna. Dessa värden kan jämföras med tabell 1 och 2 i labb-PM för att klassificera övergångarna, vilket tillsammans med urvalsreglerna och informationen om Cesium och Bariums struktur låter oss skapa ett sönderfallsschema.

4 Resultat och diskussion

För kalibreringen används den andra, fjärde och femte toppen i spektrumet. Detektordatan och de hittade topparna visas i figur 1a, medan resultatet av kalibreringen visas i figur 1b.

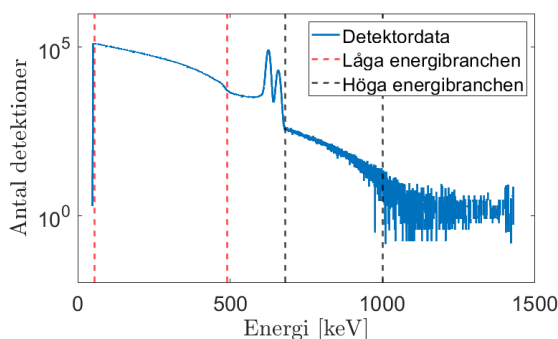


(a) Den blå kurvan är detektordata, och de röda streckade vertikala linjerna betecknar de hittade topparna.

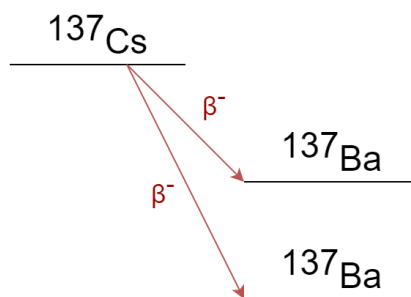


(b) Kalibrerad detektordata.

När kalibreringen är klar behöver man också mäta upp bakgrundsbruset. Detta görs genom att låta detektorn mäta under 97 timmar utan något prov. Cs-datan mäts sedan upp under 117 timmar, så bakgrundsdaten skalas med faktorn $\frac{117}{97}$ innan den subtraheras från Cs-datan. Resultatet visas i figur 2a.



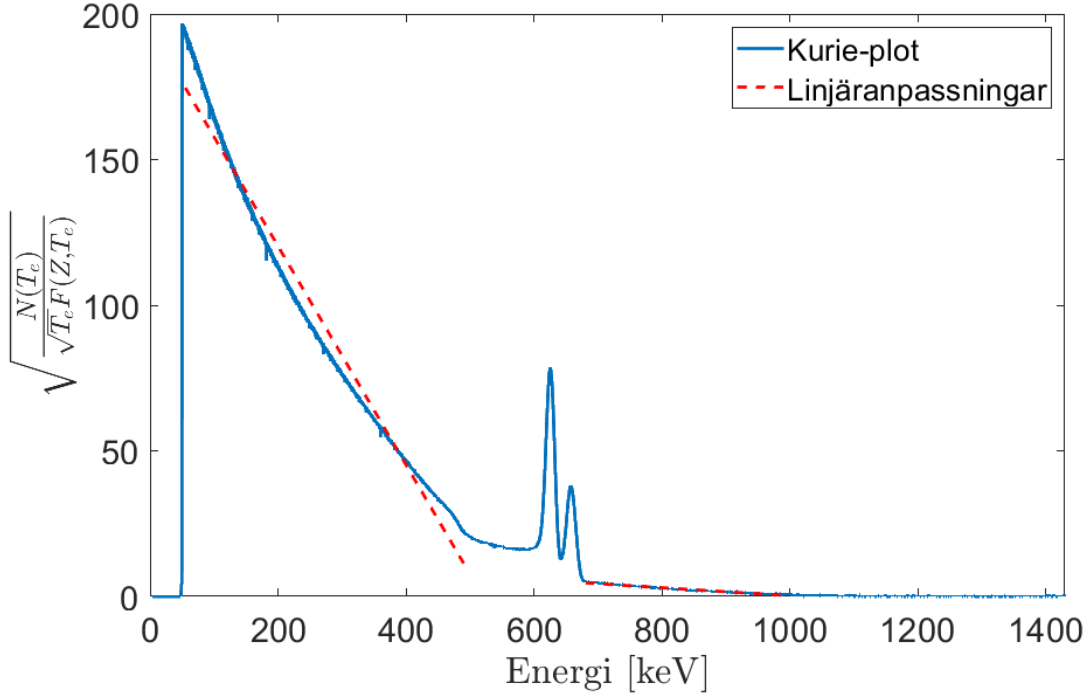
(a) Kalibrerad och bakgrundskorrigerad detektordata från Cs-provet. De röda streckade vertikala linjerna representerar den låga energibranchen, medan de svarta representerar den höga energibranchen.



(b) Konceptuellt övergångsdiagram för ^{137}Cs .

Figur 2: Data från Cs-provet och konceptuellt övergångsdiagram.

I figur 2a ses två tydliga toppar vid runt 600 keV - 700 keV. Dessa motsvarar konversionselektroner. Dessutom finns två separata energibrancher: lågenergibranchen runt 55 keV - 450 keV och högenergibranchen runt 680 keV - 950 keV, vilka markeras i figur 2a. De två energibrancherna motsvarar två olika β^- -sönderfall, vilket representeras i det konceptuella övergångsdiagrammet i figur 2b. Sedan ritas en Kurie-plot ut. För att hitta Q -värdena utförs linjäranspassningar i de två områdena, vilket visualiseras i figur 3.



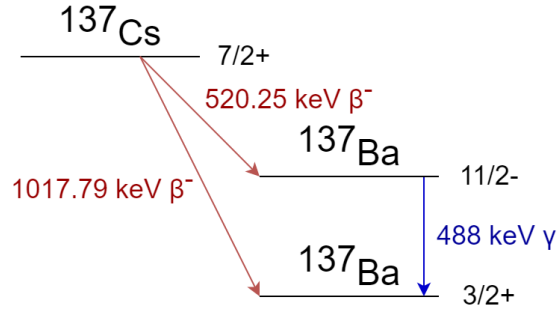
Figur 3: Den blåa kurvan är Kurie-plotten för Cs-datan. De röda streckade linjerna visar linjäranpassningarna i låg- respektive högenegibranchen.

Med hjälp av dessa linjäranpassningar beräknas Q-värdena till $Q_1 \approx 520.25$ keV och $Q_2 \approx 1017.79$ keV. Sedan är det dags att beräkna λ , λ_1 , λ_2 , $t_{1/2,1}$ och $t_{1/2,2}$. Resultaten visas i tabell 2.

Tabell 2: $\lambda, t_{1/2}$, $f(Z, Q)$ och logaritmen av vissa kombinationer av dessa för låg- och högenegibranchen.

	Lågenegibranch	Högenegibranch
λ [år^{-1}]	0.0208	0.0023
$t_{1/2}$ [år]	33.33	300
$t_{1/2}$ [sekunder]	$1.052 \cdot 10^9$	$9.467 \cdot 10^9$
$\log_{10} t_{1/2}$	9.022	9.976
$\log_{10} f(Z, Q)$	0.198	1.243
$\log_{10}(f \cdot t_{1/2})$	9.220	11.220

Värdena $\log_{10}(f \cdot t_{1/2})$ jämförs sedan med tabell 1 och 2 i labb-PM. Övergång 1 klassificeras som en första förbjuden unik transition, medan övergång 2 är en andra förbjuden icke-unik transition. Eftersom övergång 1 är en första förbjuden transition så måste vi ha en paritetändring. Detta innebär att övergången måste vara ^{137}Cs med $I^\pi = 7/2^+$ till ^{137}Ba med $I^\pi = 11/2^-$. Övergång 2 är en andra förbjuden icke-unik transition, vilket innebär att pariteten inte ändras och att ändringen i I är mindre än 3. Vi vet också att vi börjar från samma tillstånd som i övergång 1. Därmed har vi att övergång 2 är ^{137}Cs med $I^\pi = \frac{7}{2}^+$ till ^{137}Ba med $I^\pi = \frac{3}{2}^+$. Denna information sammanfattas i övergångsdiagrammet i figur 4.



Figur 4: Övergångsdiagram för β^- sönderfall av ^{137}Ba .

Det beräknade Q-värdet för högenergibranchen är 1172.76 keV jämfört med vårt 1017.79 keV. Vi har alltså ett relativt fel på ungefär 13%. Det vedertagna Q-värdet för lågenergibranchen är 512 keV [1], vilket leder till ett relativt fel på ungefär 1.5%. Den största felkällan är definitivt linjäranpassningarna som görs för att beräkna Q-värdet. Kurie-datan är inte riktigt linjär i energibranscherna eftersom vi analyserar förbjudna övergångar. Detta leder till att det inte är trivialt att välja intervallet för linjäranpassningen, och det valet påverkar till hög grad det beräknade Q-värdet. Andra möjliga felkällor inkluderar felkalibrering, detektorns osäkerhet eller felet i approximationen i beräkningen av Fermi-integralen. Dessa uppskattas dock vara försumbara jämfört med felet som beskrevs ovan, särskilt när det gäller högenergibranchen. Dessutom använder vi $\lambda_1 = 0.9\lambda$ och $\lambda_2 = 0.1\lambda$, medan mer exakta värden är $\lambda_1 = 0.946\lambda$ och $\lambda_2 = 0.054\lambda$, vilket också är en felkälla.

Referenser

- [1] D. Delacroix m. fl., "RADIONUCLIDE AND RADIATION PROTECTION DATA HANDBOOK 2002", *Radiation Protection Dosimetry*, årg. 98, nr 1, s. 1–168, jan. 2002, ISSN: 0144-8420. DOI: 10.1093/oxfordjournals.rpd.a006705. eprint: <https://academic.oup.com/rpd/article-pdf/98/1/1/9927676/1.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.rpd.a006705>.