

Khái niệm Đồ thị

Trần Vĩnh Đức

Ngày 29 tháng 8 năm 2017

1 Mở đầu

- Một số kiểu đồ thị
- Mô hình đồ thị

2 Các thuật ngữ về đồ thị

- Một số thuật ngữ cơ sở
- Một số đơn đồ thị đặc biệt

Đơn đồ thị

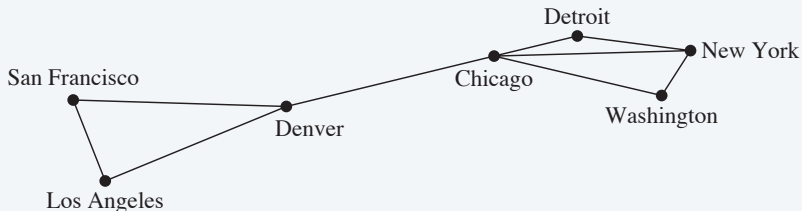
Định nghĩa

Một đơn đồ thị $G = (V, E)$ gồm một tập không rỗng V mà các phần tử của nó gọi là các đỉnh và một tập E mà các phần tử của nó gọi là các cạnh, đó là các cặp không sắp thứ tự của các đỉnh phân biệt.

Đơn đồ thị

Định nghĩa

Một đơn đồ thị $G = (V, E)$ gồm một tập không rỗng V mà các phần tử của nó gọi là các đỉnh và một tập E mà các phần tử của nó gọi là các cạnh, đó là các cặp không sắp thứ tự của các đỉnh phân biệt.



Đa đồ thị

Định nghĩa

Một đa đồ thị $G = (V, E)$ gồm một tập đỉnh V , một tập cạnh E và một hàm f từ E tới

$$\{\{u, v\} \mid u, v \in V \text{ và } u \neq v\}.$$

Hai cạnh e_1 và e_2 được gọi là song song hay cạnh bội nếu $f(e_1) = f(e_2)$.

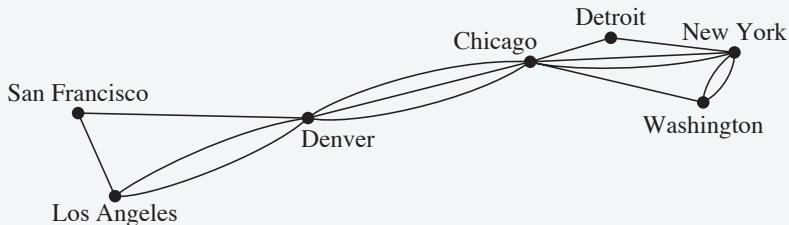
Đa đồ thị

Định nghĩa

Một đa đồ thị $G = (V, E)$ gồm một tập đỉnh V , một tập cạnh E và một hàm f từ E tới

$$\{\{u, v\} \mid u, v \in V \text{ và } u \neq v\}.$$

Hai cạnh e_1 và e_2 được gọi là song song hay cạnh bội nếu $f(e_1) = f(e_2)$.



Giả đồ thị

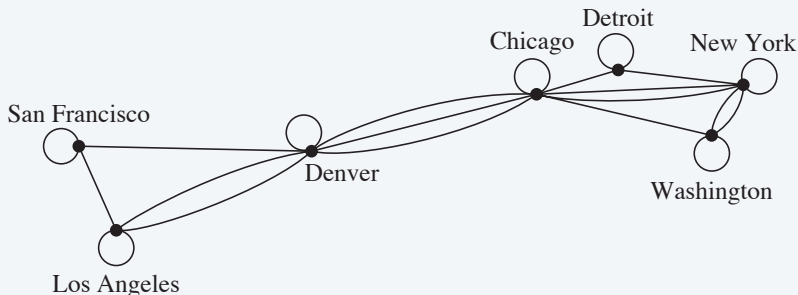
Định nghĩa

Một giả đồ thị $G = (V, E)$ gồm một tập đỉnh V , một tập cạnh E và một hàm f từ E tới $\{\{u, v\} \mid u, v \in V\}$. Một cạnh là khuyên nếu $f(e) = \{u, u\} = \{u\}$ với một đỉnh u nào đó.

Giả đồ thị

Định nghĩa

Một giả đồ thị $G = (V, E)$ gồm một tập đỉnh V , một tập cạnh E và một hàm f từ E tới $\{\{u, v\} \mid u, v \in V\}$. Một cạnh là khuyên nếu $f(e) = \{u, u\} = \{u\}$ với một đỉnh u nào đó.



Đồ thị có hướng

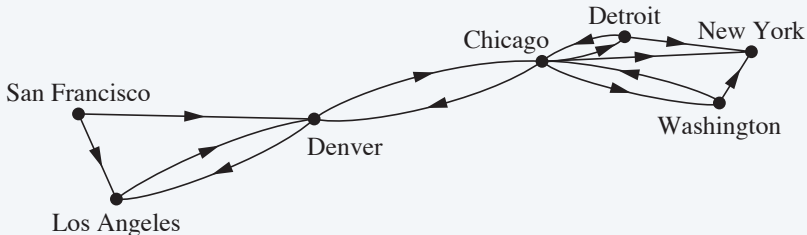
Định nghĩa

Một đồ thị có hướng $G = (V, E)$ gồm một tập đỉnh V , một tập cạnh E là các cặp có thứ tự của các phần tử thuộc V .

Đồ thị có hướng

Định nghĩa

Một đồ thị có hướng $G = (V, E)$ gồm một tập đỉnh V , một tập cạnh E là các cặp có thứ tự của các phần tử thuộc V .



Đồ thị có hướng

Định nghĩa

Một đồ thị có hướng $G = (V, E)$ gồm một tập đỉnh V , một tập cạnh E và một hàm f từ E tới

$$\{(u, v) \mid u, v \in V\}.$$

Hai cạnh e_1 và e_2 được gọi là cạnh bội nếu $f(e_1) = f(e_2)$.

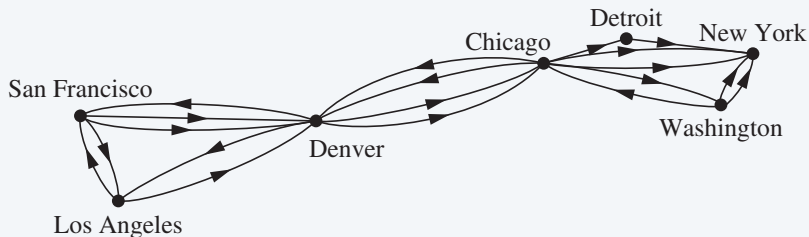
Đồ thị có hướng

Định nghĩa

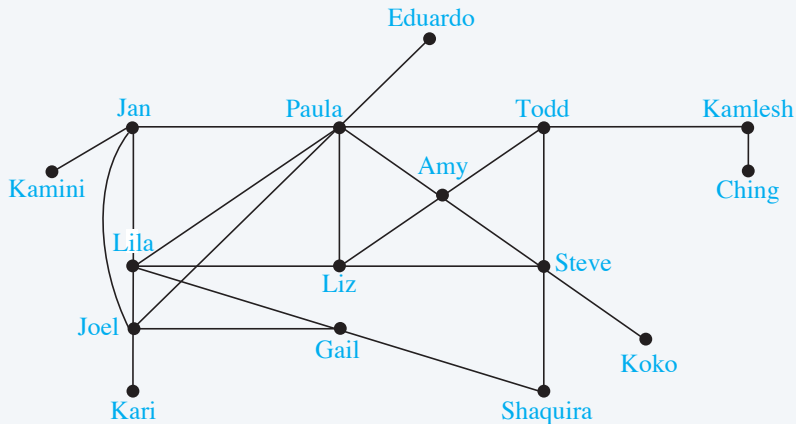
Một đồ thị có hướng $G = (V, E)$ gồm một tập đỉnh V , một tập cạnh E và một hàm f từ E tới

$$\{(u, v) \mid u, v \in V\}.$$

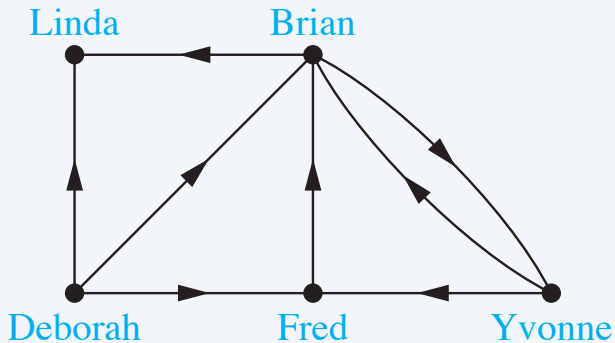
Hai cạnh e_1 và e_2 được gọi là cạnh bội nếu $f(e_1) = f(e_2)$.



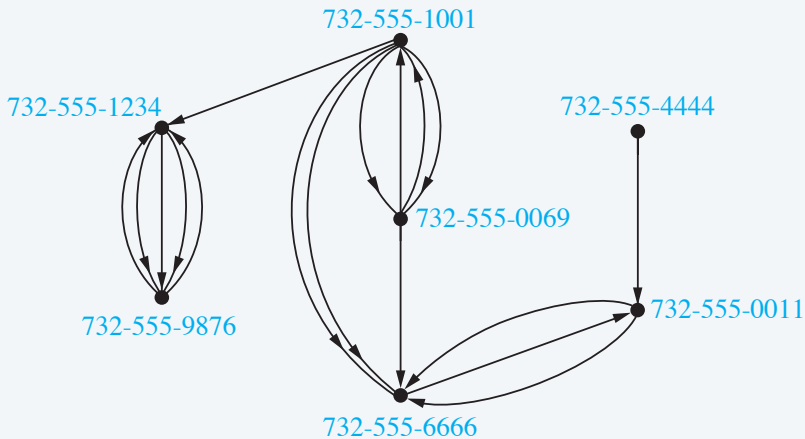
Đồ thị quen biết



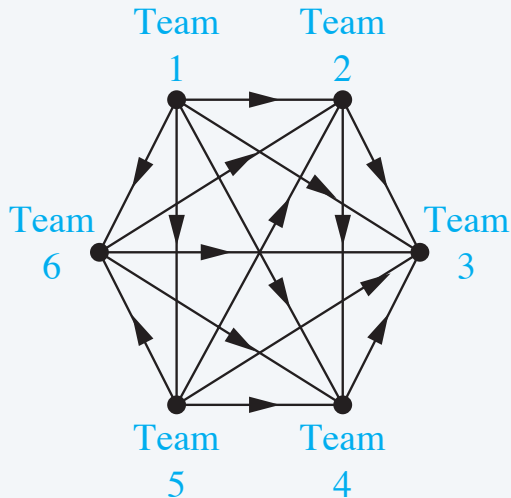
Đồ thị ảnh hưởng



Đồ thị mô tả các cuộc gọi



Đồ thị thị đấu



1 Mở đầu

- Một số kiểu đồ thị
- Mô hình đồ thị

2 Các thuật ngữ về đồ thị

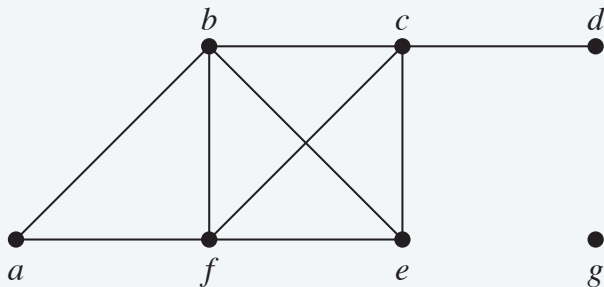
- Một số thuật ngữ cơ sở
- Một số đơn đồ thị đặc biệt

Định nghĩa

Hai đỉnh u và v trong đồ thị vô hướng G gọi là liên kề (hay láng giềng) nếu $\{u, v\}$ là một cạnh của G . Nếu $e = \{u, v\}$ thì e gọi là cạnh liên thuộc với đỉnh u và đỉnh v . Cạnh e cũng gọi là cạnh nối các đỉnh u và v . Các đỉnh u và v gọi là điểm đầu mút của cạnh $\{u, v\}$.

Định nghĩa

Hai đỉnh u và v trong đồ thị vô hướng G gọi là liên kề (hay láng giềng) nếu $\{u, v\}$ là một cạnh của G . Nếu $e = \{u, v\}$ thì e gọi là cạnh liên thuộc với đỉnh u và đỉnh v . Cạnh e cũng gọi là cạnh nối các đỉnh u và v . Các đỉnh u và v gọi là điểm đầu mút của cạnh $\{u, v\}$.



Bậc

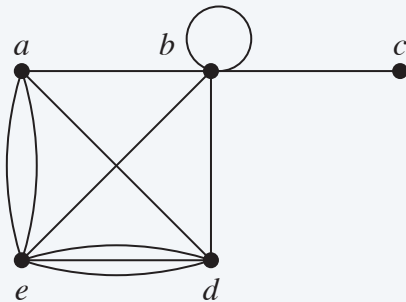
Định nghĩa

Bậc của một đỉnh trong đồ thị vô hướng là số các cạnh liên thuộc với nó. Riêng khuyên tại một đỉnh được tính hai lần cho bậc của nó. Người ta ký hiệu bậc của đỉnh v là $\deg(v)$.

Bậc

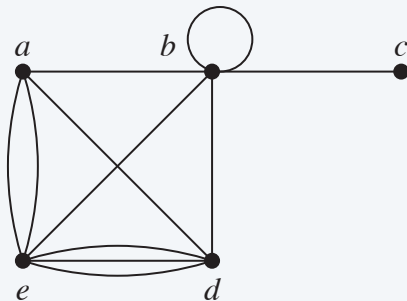
Định nghĩa

Bậc của một đỉnh trong đồ thị vô hướng là số các cạnh liên thuộc với nó. Riêng khuyên tại một đỉnh được tính hai lần cho bậc của nó. Người ta ký hiệu bậc của đỉnh v là $\deg(v)$.



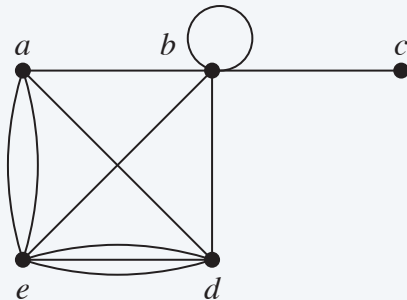
Bài tập

- Tính tổng bậc của các đỉnh trong đồ thị sau.



Bài tập

- Tính tổng bậc của các đỉnh trong đồ thị sau.



- Có thể tìm được một đồ thị vô hướng có tổng bậc là số lẻ?

Định lý (Bắt tay)

Cho $G = (V, E)$ là một đồ thị vô hướng có e cạnh. Khi đó

$$2e = \sum_{v \in V} \deg(v)$$

Định lý (Bắt tay)

Cho $G = (V, E)$ là một đồ thị vô hướng có e cạnh. Khi đó

$$2e = \sum_{v \in V} \deg(v)$$

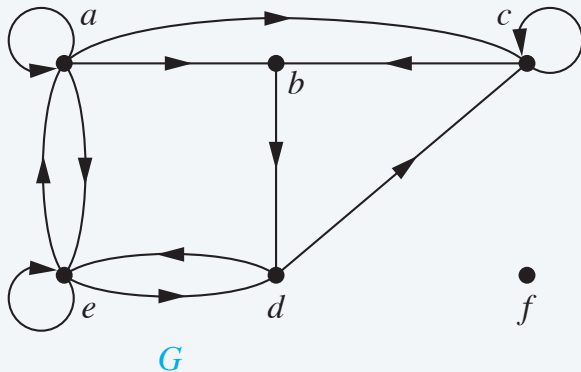
Bài tập: Hãy chứng minh định lý trên.

Định nghĩa

Khi (u, v) là cạnh của đồ thị có hướng G , thì u được gọi là nối tới v và v được gọi là được nối từ u . Đỉnh u được gọi là đỉnh đầu, đỉnh v được gọi là đỉnh cuối của cạnh (u, v) . Đỉnh đầu và đỉnh cuối của khuyên trùng nhau.

Định nghĩa

Khi (u, v) là cạnh của đồ thị có hướng G , thì u được gọi là nối tới v và v được gọi là được nối từ u . Đỉnh u được gọi là đỉnh đầu, đỉnh v được gọi là đỉnh cuối của cạnh (u, v) . Đỉnh đầu và đỉnh cuối của khuyên trùng nhau.

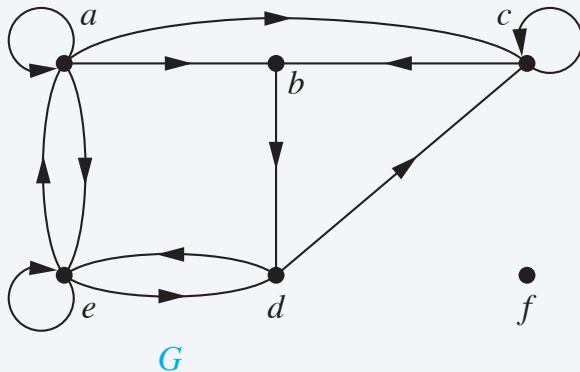


Định nghĩa (Bậc vào, ra)

Trong đồ thị có hướng, bậc vào của đỉnh v , ký hiệu là $\deg^-(v)$ là số các đỉnh **nối tới** v . Bậc ra của đỉnh v , ký hiệu là $\deg^+(v)$ là số các đỉnh **nối từ** v .

Định nghĩa (Bậc vào, ra)

Trong đồ thị có hướng, bậc vào của đỉnh v , ký hiệu là $\deg^-(v)$ là số các đỉnh **nối tới** v . Bậc ra của đỉnh v , ký hiệu là $\deg^+(v)$ là số các đỉnh **nối từ** v .



Bài tập: Hãy tổng quát hoá định lý bắt tay cho đồ thị có hướng.

Bài tập: Hãy tổng quát hoá định lý bắt tay cho đồ thị có hướng.

Định lý

Gọi $G = (V, E)$ là một đồ thị có hướng. Khi đó

$$\sum_{v \in V} \deg^-(v) = \sum_{v \in V} \deg^+(v) = |E|$$

Đồ thị đầy đủ

Định nghĩa

Đồ thị đầy đủ gồm n đỉnh, ký hiệu là K_n là đơn đồ thị có đúng một cạnh nối mỗi cặp đỉnh phân biệt.

Đồ thị đầy đủ

Định nghĩa

Đồ thị đầy đủ gồm n đỉnh, ký hiệu là K_n là đơn đồ thị có đúng một cạnh nối mỗi cặp đỉnh phân biệt.



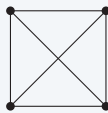
K_1



K_2



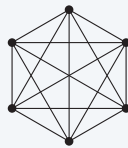
K_3



K_4



K_5



K_6

Bài tập

Đồ thị K_n có bao nhiêu cạnh?

Đồ thị vòng

Định nghĩa

Đồ thị vòng C_n , với $n \geq 3$ là một đồ thị có n đỉnh v_1, v_2, \dots, v_n và các cạnh

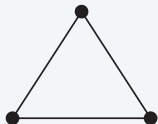
$$\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}, \text{ và } \{v_n, v_1\}$$

Đồ thị vòng

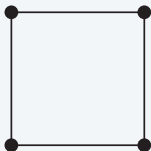
Định nghĩa

Đồ thị vòng C_n , với $n \geq 3$ là một đồ thị có n đỉnh v_1, v_2, \dots, v_n và các cạnh

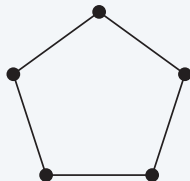
$$\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}, \text{ và } \{v_n, v_1\}$$



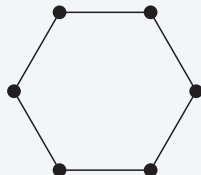
C_3



C_4



C_5



C_6

Bài tập

Đồ thị C_n có bao nhiêu cạnh?

Đồ thị bánh xe

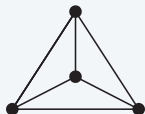
Định nghĩa

Khi thêm một đỉnh vào vòng C_n với $n \geq 3$ và nối đỉnh này với mỗi đỉnh trong C_n bằng một cạnh mới ta sẽ nhận được đồ thị bánh xe W_n .

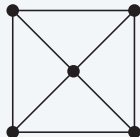
Đồ thị bánh xe

Định nghĩa

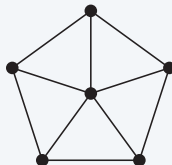
Khi thêm một đỉnh vào vòng C_n với $n \geq 3$ và nối đỉnh này với mỗi đỉnh trong C_n bằng một cạnh mới ta sẽ nhận được đồ thị bánh xe W_n .



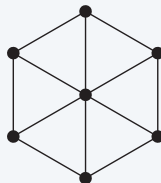
W_3



W_4



W_5



W_6

Bài tập

Đồ thị W_n có bao nhiêu cạnh?

Các khối n chiều

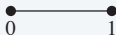
Định nghĩa

Các khối n chiều, ký hiệu Q_n , là các đồ thị có 2^n đỉnh, mỗi đỉnh được biểu diễn bằng xâu nhị phân độ dài n . Hai đỉnh liền kề nếu và chỉ nếu các xâu nhị phân biểu diễn chúng khác nhau đúng một bit.

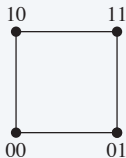
Các khối n chiều

Định nghĩa

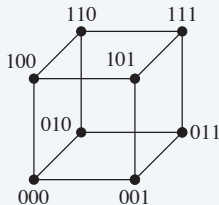
Các khối n chiều, ký hiệu Q_n , là các đồ thị có 2^n đỉnh, mỗi đỉnh được biểu diễn bằng xâu nhị phân độ dài n . Hai đỉnh liên kề nếu và chỉ nếu các xâu nhị phân biểu diễn chúng khác nhau đúng một bit.



Q_1



Q_2



Q_3

Bài tập

Đồ thị Q_n có bao nhiêu cạnh?

Đồ thị hai phần

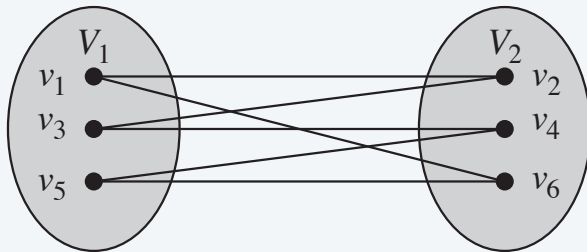
Định nghĩa

Một đồ thị được gọi là hai phần nếu tập đỉnh V có thể phân hoạch thành hai tập V_1 và V_2 sao cho mỗi cạnh của đồ thị nối một đỉnh của V_1 tới một đỉnh của V_2 .

Đồ thị hai phần

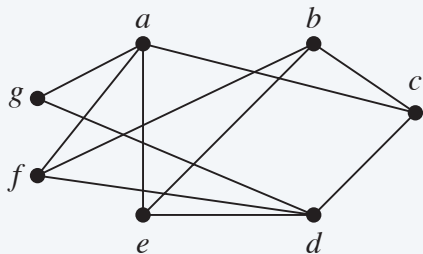
Định nghĩa

Một đồ thị được gọi là hai phần nếu tập đỉnh V có thể phân hoạch thành hai tập V_1 và V_2 sao cho mỗi cạnh của đồ thị nối một đỉnh của V_1 tới một đỉnh của V_2 .

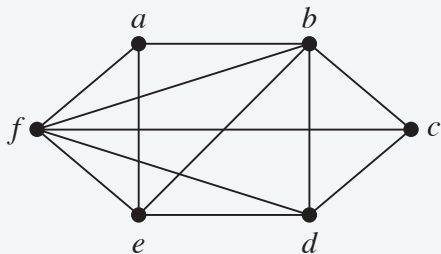


Bài tập

Đồ thị nào dưới đây là đồ thị hai phần?



G



H

Bài tập

Đồ thị C_5 và C_6 có phải là những đồ thị hai phần?

Đồ thị hai phần đầy đủ

Định nghĩa

Đồ thị hai phần đầy đủ $K_{m,n}$ là đồ thị có tập đỉnh được phân hoạch thành hai tập con gồm m đỉnh và n đỉnh, tương ứng; và có cạnh giữa hai đỉnh u, v nếu u, v thuộc hai phần khác nhau.

Đồ thị hai phần đầy đủ

Định nghĩa

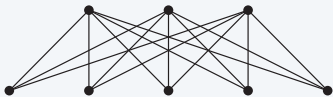
Đồ thị hai phần đầy đủ $K_{m,n}$ là đồ thị có tập đỉnh được phân hoạch thành hai tập con gồm m đỉnh và n đỉnh, tương ứng; và có cạnh giữa hai đỉnh u, v nếu u, v thuộc hai phần khác nhau.



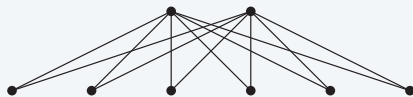
$K_{2,3}$



$K_{3,3}$



$K_{3,5}$



$K_{2,6}$

Bài tập

Đồ thị $K_{m,n}$ có bao nhiêu cạnh?