

Θέμα 4^ο (20%) Ένας υπολογιστής διαθέτει μία κρυφή μνήμη, μία κύρια μνήμη και ένα δίσκο, ο οποίος χρησιμοποιείται για ιδεατή μνήμη. Αν μία λέξη προς την οποία υπάρχει κάποια αναφορά, βρίσκεται στην κρυφή μνήμη, απαιτούνται 20ns προκειμένου να προσπελασθεί. Αν βρίσκεται στην κύρια μνήμη και όχι στην κρυφή μνήμη, 60ns απαιτούνται προκειμένου να φορτωθεί στην κρυφή μνήμη (ο παραπάνω χρόνος συμπεριλαμβάνει και το χρονικό διάστημα που απαιτείται προκειμένου να ελεγχθεί η κρυφή μνήμη) και εν συνεχεία η αναφορά αρχικοποιείται ξανά. Αν η λέξη δε βρίσκεται στην κύρια μνήμη, απαιτούνται 12 ns προκειμένου να ανακτηθεί η λέξη από το δίσκο, ακολουθούν 60ns για να αντιγραφεί η λέξη στην κύρια μνήμη και εν συνεχεία η αναφορά αρχικοποιείται ξανά. Ο λόγος επιτυχίας της κρυφής μνήμης ισούται με 0,9 και ο λόγος επιτυχίας της κύριας μνήμης ισούται με 0,6. Ποιος είναι ο μέσος χρόνος, σε ns, που απαιτείται προκειμένου να καταστεί προσπελάσιμη μία λέξη προς την οποία υπάρχει αναφορά στο παραπάνω σύστημα;

Εδώ θα δούμε μια άλλη πολύ εύκολη μορφή ασκήσεων. Έχει την μορφή που φαίνεται δίπλα και στην ουσία παίζουμε με πιθανότητες. Πάμε λοιπόν να δούμε πόσο απλά λύνεται. Συνηθίζω όταν δείχνω αυτού του τύπου τις ασκήσεις, να χρησιμοποιώ κάποια "κουτάκια" για να βοηθήσω τον ενδιαφερόμενο στο να μην μπερδευτεί.

Λύση

Αρχικά διαβάσουμε την εκφώνηση καλά και προσπαθούμε να διακρίνουμε τα ανεξάρτητα γεγονότα, όπως μάθαμε στις Πιθανότητες, ΤΕΙ και Λυκείου, και να τα βάλουμε σε χρονική σειρά. Τι εννοούμε με αυτό; Ας δούμε σαν παράδειγμα την άσκηση που δίνεται πιο πάνω. Από ότι καταλαβαίνουμε , πρώτα αναζητείται η λέξη στην κρυφή μνήμη. Άρα το πρώτο γεγονός είναι η ύπαρξη ή όχι της λέξης στην κρυφή μνήμη. Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε και το επόμενο γεγονός που είναι η ύπαρξη ή όχι στην κύρια μνήμη. (Σημειώνεται ότι η κύρια μνήμη ελέγχεται μόνο αν η λέξη δεν βρέθηκε στην κρυφή μνήμη. Ας ξεκινήσουμε λοιπόν να σχηματίζουμε τα κουτάκια που λέγαμε πριν και να δούμε πώς αυτά θα μας βοηθήσουν να λύσουμε την άσκηση αυτή μέσα σε 3 λεπτά το πολύ. Ξεκινάμε σχηματίζοντας ένα αρκετά μεγάλο ορθογώνιο κουτάκι, το οποίο αφορά την κρυφή μνήμη. Αυτό το χωρίζουμε σε 2 μέρη με μια οριζόντια γραμμή έτσι ώστε το πάνω ορθογώνιο που θα σχηματιστεί , να είναι σχεδόν το μισό από το κάτω. Τα ορθογώνια αυτά τα προεκτείνουμε προς τα δεξιά. Στο πάνω αριστερά ορθογώνιο γράφουμε το πρώτο ενδεχόμενο, στην περίπτωση μας, το ενδεχόμενο να βρίσκεται η λέξη στην κρυφή μνήμη και το ποσοστό ή λόγο επιτυχίας που μας δίνεται. από την εκφώνηση. Από κάτω, μιας και η συνολική πιθανότητα είναι ίση με 1, γράφουμε το αντίθετο ενδεχόμενο, στην περίπτωση μας, το να μην βρίσκεται στην κρυφή μνήμη, και την πιθανότητα να συμβεί αυτό που ισούται ασφαλώς με 1-p. Στην συνέχεια ανάλογα την εκφώνηση, γράφουμε τον χρόνο που απαιτείται για την περίπτωση με πιθανότητα p στο αντίστοιχο δεξί ορθογώνιο. Στην περίπτωση μας, γράφουμε απλά Χρ. Κρυφ.

Κρυφή p	Χρ. Κρυφ.
Όχι κρυφή 1-p	

Στην συνέχεια , πηγαίνουμε στο δεξί ορθογώνιο του δεύτερου ενδεχομένου και το χωρίζουμε στα επι μέρους υποενδεχόμενα. Στην περίπτωση μας , αυτά είναι το αν υπάρχει ή δεν υπάρχει η λέξη στην κύρια μνήμη. Άρα χωρίζουμε το δεξί ορθογώνιο σε δύο μικρότερα ορθογώνια και τα προεκτείνουμε κι αυτά προς τα δεξιά. Στο πάνω ορθογώνιο γράφουμε το πρώτο υποενδεχόμενο και τον λόγο επιτυχίας του q και στο κάτω , όπως και πριν, το αντίθετο ενδεχόμενο με πιθανότητα 1-q. Στα αντίστοιχα δεξιά τους ορθογώνια, γράφουμε τους χρόνους που απαιτούνται σύμφωνα με την εκφώνηση. Στην περίπτωση μας, ο χρόνος που απαιτείται όταν η λέξη βρεθεί στην κύρια μνήμη, ισούται με Χρόνο για μεταφορά στην κρυφή και μετά η αναφορά αρχικοποιείται ξανά. Αυτό σημαίνει ότι συνολικά απαιτείται χρόνος ίσος με τον χρόνο μεταφοράς στην κρυφή μνήμη συν τον χρόνο ανάκλησης από την κρυφή μνήμη. (Χρ. Μεταφ Κρφ + Χρ.Κρυφ.). Αντίστοιχα , όταν η λέξη δεν βρίσκεται ούτε στην κύρια, τότε απαιτείται Χρόνος ίσος με τον Χρόνο Ανάκλησης από δίσκο συν τον χρόνο που απαιτείται για την αντιγραφή της στην κύρια μνήμη και στην συνέχεια η αναφορά αρχικοποιείται πάλι. (σε αυτό το σημείο όμως, η λέξη έχει μεταφερθεί στην κύρια μνήμη) . Άρα ο συνολικός χρόνος ισούται με Χρ. Ανάκλ + Χρ. Αντιγ + Χρ. Κύριας και επειδή ο Χρ. Κύριας ισούται όπως είδαμε με Χρ. Μεταφ Κρφ + Χρ. Κρυφ. η ισότητα γίνεται Χρ. Δίσκ = Χρ. Ανακλ + Χρ. Αντιγρ. + Χρ. Μεταφ. Κρφ + Χρ. Κρυφ.

Κρυφή $p=0.9$	Χρ. Κρυφ. = 20 ns	
Όχι κρυφή $1-p=0.1$	Κύρια $q = 0.6$	Χρ. Μεταφ Κρφ + Χρ.Κρυφ. = 60 ns + 20 ns
	Όχι κύρια $1-q = 0.4$	Χρ. Ανακλ + Χρ. Αντιγρ. + Χρ. Μεταφ. Κρφ + Χρ. Κρυφ.= 12 ns + 60 ns + 60 ns + 20 ns.

Αφού έχουμε φτιάξει τα κουτάκια μας με τα ενδεχόμενα εφαρμόζουμε τον κανόνα των πιθανοτήτων για ανεξάρτητα ενδεχόμενα. Τι μας λέει αυτός;
 Η πιθανότητα να συμβούν 2 ανεξάρτητα ενδεχόμενα ισούται με το γινόμενο των πιθανοτήτων τους.
 Στην περίπτωσή μας για να το πούμε απλά, Κάθε σειρά που σχηματίζεται στο σχήμα μας, είναι ένα από αυτά τα γινόμενα και η συνολική πιθανότητα είναι το άθροισμα αυτών των γινομένων.
 Έτσι συνολική πιθανότητα = Κίτρινο γινόμενο + Πράσινο γινόμενο + Θαλασσί γινόμενο.
 Και σε αριθμούς: Συνολικός χρόνος = $[p * \text{Χρ. Κρυφ.}] + [(1-p) * q * (\text{Χρ. Μεταφ Κρφ} + \text{Χρ. Κρυφ})] + [(1-p) * (1-q) * (\text{Χρ. Ανακλ} + \text{Χρ. Αντιγρ.} + \text{Χρ. Μεταφ. Κρφ} + \text{Χρ. Κρυφ.})]$ που σύμφωνα με την εκφώνηση αντιστοιχεί σε $0.9 * 20 + 0.1 * 0.6 * 80 + 0.1 * 0.4 * 152 = 28.88 \text{ ns}$.

**Μεγάλη προσοχή απαιτείται γιατί σε μερικές τέτοιες ασκήσεις, δίνονται διαφορετικές μονάδες και απαιτείται μετατροπή όλων των στοιχείων σε ένα είδος μονάδας. Για παράδειγμα αν έχετε ms και ms θα πρέπει να πολλαπλασιάσετε τα ms με το 10^3 . Θυμίζω την σειρά μεγέθους ανά 10^3 .
 m ---> μ ---> n ---> p.**

Ελπίζω να σας βοήθησα να κατανοήσετε τον τρόπο με τα κουτάκια και να μπορέσετε να τον εφαρμόσετε όταν χρειαστεί.. Είναι 2 μονάδες που με τα κουτάκια τις παίρνετε σε 3 το πολύ 4 λεπτά. Τόσο χρειάζεται .. Εγώ απλά τα έγραψα όσο αναλυτικότερα μπορούσα για αυτό και φάνηκε ότι απαιτείται περισσότερος χρόνος.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ..