

# Первичная обработка РЛ сигнала

Цивлин Д.

18 апреля 2019 г.

## Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Согласованный фильтр</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Фильтр Доплера</b>	<b>4</b>
3.1	Пороговое обнаружение . . . . .	5
3.2	Оценка уровня шума . . . . .	6
3.3	Разрешение множественных целей . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Обработка результатов эксперимента</b>	<b>9</b>

## Обозначения

$c$	скорость света в вакууме
$d_l$	дальность цели, соответствующая временному дискрету $l$
$f_c$	несущая частота излучения РЛС
$ic$	индекс кандидата на обнаружение цели
$itg$	бегущий индекс цели
$kc(ic)$	индекс доплеровского канала для кандидата $ic$
$kmtg(itg)$	доплеровский канал, соответствующий максимуму сигнала цели $itg$
$ktg(itg)$	центр масс цели $itg$ по измерению $k$
$l$	индекс временного дискрета
$lc(ic)$	индекс временного дискрета для кандидата $ic$
$lmtg(itg)$	дискрет времени, соответствующий максимуму сигнала цели $itg$
$ltg(itg)$	центр масс цели $itg$ по измерению $l$
$n$	номер периода
$N_p$	число периодов в одном стробе
$N_T$	число временных дискретов в одном периоде
$N_\tau$	число временных дискретов в импульсе
$N_{FFT}$	число точек быстрого преобразования Фурье
$nc$	общее число кандидатов на обнаружение цели
$ntg$	общее количество целей
$P_{f.a.}$	вероятность ложной тревоги
$T_s$	интервал дискретизации времени
$tglmax$	максимальное количество временных дискретов, соответствующих одной цели
$tgs(itg)$	число кандидатов для цели $itg$
$thr(k, l)$	порог обнаружения
$u_l$	копия зондирующего импульса
$v_k$	скорость цели, соответствующая доплеровскому каналу $k$
$w_n$	оконная функция при междупериодной доплеровской обработке
$x_l^{(n)}$	временная реализация принятого сигнала на периоде $n$

$x_{gamma}(k, l)$  статистика с плотностью вероятности  $\beta(x; p, q)$  для элемента разрешения  $(k, l)$

$y_{2m}(k, l)$  квадрат модуля амплитуды сигнала для индекса доплеровского канала  $k$  и индекса дискрета времени  $l$

$y_{2mc}(ic)$  квадрат модуля амплитуды сигнала для кандидата  $ic$

$y_{2mtg}(itg)$  максимум квадрата модуля сигнала для цели  $itg$

$Y_l^{(k)}$  сигнал на выходе доплеровского фильтра  $k$

$y_l^{(n)}$  сигнал на выходе согласованного фильтра для периода  $n$

## 1 Введение

В данной работе проводится анализ зарегистрированных изделием РЛ сигналов, предлагается алгоритм их первичной обработки. В качестве результата предлагаются результаты обнаружения движущихся целей для элементарных этапов сканирования пространства или **стробов**.

Далее перечислим параметры сканирования. Интервал дискретизации времени  $T_s = 0.12$  мкс. Несущая частота  $f_c = 10^4$  МГц. Рассматриваются сигналы в цифровом представлении, соответствующем цифровому преобразованию частоты вниз на величину несущей частоты. Зондирующий импульс  $u_l$  задаётся в виде последовательности комплексных отсчётов

$$u_l, \quad l = 0, \dots, N_\tau - 1, \quad (1)$$

где  $N_\tau = 8$  – число временных дискретов в импульсе. В пределах одного периода зондирования  $n$  принятый сигнал  $x_l^{(n)}$  представляется последовательностью комплексных отсчётов

$$x_l^{(n)}, \quad l = 0, \dots, N_T - 1, \quad (2)$$

где  $N_T = 80$  – число временных дискретов в одном периоде,  $n = 0, \dots, N_p - 1$  – номер периода,  $N_p = 1100$  – число периодов в одном стробе.

## 2 Согласованный фильтр

Фильтрация принятого сигнала в пределах одного периода определяется по формуле

$$y_l^{(n)} = \sum_{j=0}^{N_\tau-1} x_{l+j}^{(n)} u_j. \quad (3)$$

Форма копии зондирующего импульса  $u_l = 1$ ,  $l = 0, \dots, 7$ .

## 3 Фильтр Доплера

Доплеровское представление определяется по формуле:

$$Y_l^{(k)} = \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{n=0}^{N_{FFT}} w_n y_l^{(n)} \exp \left\{ -\frac{2\pi i k n}{N_{FFT}} \right\}, \quad (4)$$

где  $N_{FFT}$  – число точек быстрого преобразования Фурье (БПФ). Для определения  $N_{FFT}$  используется Алгоритм 1.

---

### Алгоритм 1 Определение числа точек БПФ

---

- 1:  $N_{FFT} \leftarrow 1$
  - 2: **while**  $N_{FFT} < N_p$
  - 3:    $N_{FFT} \leftarrow N_{FFT} \cdot 2$
  - 4: **end while**
-

Также в случае  $N_p < N_{FFT}$  величина  $y_l^{(n)}$  доопределяется нулями:

$$y_l^{(n)} = 0, \quad n = N_p, \dots, N_{FFT} - 1. \quad (5)$$

Величина  $w_n$  обозначает оконную функцию, которая снижает величину боковых лепестков в доплеровских каналах вблизи максимума сигнала. Для определенности выберем оконную функцию Хэмминга:

$$w_n = \frac{25}{46} - \frac{21}{46} \cos\left(\frac{2\pi n}{N_p - 1}\right), \quad n = 0, \dots, N_p - 1. \quad (6)$$

Для целей описания алгоритмов введём обозначение  $y2m(k, l) = \left|Y_l^{(k)}\right|^2$ .

### 3.1 Пороговое обнаружение

Рассмотрим сперва более простую ситуацию, когда для всех элементов разрешения  $(k, l)$  заранее известна величина шума и запишем его априорное распределение:

$$p_n(n_{Gauss}) = \frac{1}{\pi\sigma_n^2} \exp\left\{-\frac{|n_{Gauss}|^2}{\sigma_n^2}\right\}. \quad (7)$$

Для принятия решения о наличии сигнала цели будем предполагать, что комплексная амплитуда (4) является суммой (комплексного) сигнала цели  $s_{tg}$  и (комплексного) шума  $n_{Gauss}$ :

$$Y = s_{tg} + n_{Gauss}. \quad (8)$$

Проверим эту гипотезу  $H_1$  (8) относительно "нулевой" гипотезы  $H_0$ , в которой сигнал цели отсутствует. Для сигнала также введём априорное распределение вероятности:

$$p_s(s_{tg}) = \frac{1}{\pi\Xi^2} \exp\left\{-\frac{|s_{tg}|^2}{\Xi^2}\right\} \quad (9)$$

Будем считать, что (неизвестный) сигнал цели распределён практически равномерно:  $\Xi \gg \sigma_n$ , и сформулируем отношение правдоподобия:

$$l(Y) = \frac{P\{Y|H_1\}}{P\{Y|H_0\}}. \quad (10)$$

Интегрированием (10) по случайной амплитуде сигнала  $s_{tg}$  получаем:

$$\langle l(Y) \rangle = \frac{\sigma_n^2}{\Xi^2} \exp\left\{\frac{|Y|^2}{\sigma_n^2}\right\} \quad (11)$$

или в логарифмическом масштабе

$$\ln\langle l(Y) \rangle = \text{const} + \frac{|Y|^2}{\sigma_n^2}. \quad (12)$$

Таким образом, логарифмическое отношение правдоподобия зависит от отношения сигнала и шума в элементе разрешения  $(k, l)$ .

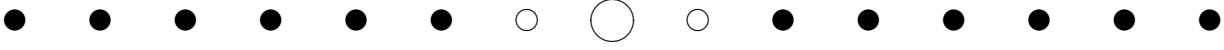


Рис. 1: Схема усреднения уровня шума по доплеровским частотам в скользящем окне. Центральный доплеровский канал обозначен незаполненным кругом бóльшего радиуса. Соседние каналы не участвуют в усреднении (незаполненные круги слева и справа). Для усреднения выбираются последующие шесть каналов с каждой стороны от центрального (заполненные круги).

Для однозначного определения порога обнаружения  $thr(k, l)$  рассмотрим вместо (12) вероятность ложной тревоги

$$P_{f.a.} \equiv P \{ |Y|^2 > thr | H_0 \} = \exp \left\{ -\frac{thr}{\sigma_n^2} \right\}. \quad (13)$$

Получаем порог обнаружения в виде

$$thr(k, l) = \sigma_n^2 \cdot \ln \left( \frac{1}{P_{f.a.}} \right). \quad (14)$$

### 3.2 Оценка уровня шума

На практике дисперсия шума  $\sigma_n^2$  может быть неизвестной. Для оценки уровня шума в элементе разрешения  $(k, l)$  будем использовать соседние доплеровские каналы в скользящем окне (см. рис. 1). Для фиксированного временного отсчёта  $l$  выбираются 12 доплеровских каналов  $\{k_w^1, \dots, k_w^{12}\}$  вокруг рассматриваемого канала  $k$ . Для исключения влияния полезного сигнала на оценку шума из усреднения исключаются рассматриваемый канал  $k$  и два его ближайших соседа.

Будем как и в разделе 3.1 проверять истинность гипотезы  $H_0$ , согласно которой в элементе разрешения  $(k, l)$  отсутствует сигнал цели. Если  $H_0$  верна тогда две квадратуры сигнала в элементе разрешения  $(k, l)$

$$\operatorname{Re} \{ Y_l^{(k)} \}, \quad \operatorname{Im} \{ Y_l^{(k)} \}, \quad (15)$$

а также в соседних доплеровских каналах внутри скользящего окна (рис. 1)

$$\operatorname{Re} \{ Y_l^{(k')} \}, \quad \operatorname{Im} \{ Y_l^{(k')} \}, \quad k' = k_w^1, \dots, k_w^{12} \quad (16)$$

контролируются единым (гауссовским) распределением вероятности шума  $N(0, \sigma_n^2/2)$ . Здесь среднее значение каждой квадратуры по предположению равно нулю, а её дисперсия равна половине дисперсии комплексного отсчёта шума.

Применим критерий Фишера [1] для проверки равенства дисперсий распределений для двух выборок (15) и (16). Поскольку среднее значение распределения задано, выборочная дисперсия "сигнала" равна

$$\hat{v}_{\text{signal}} = \frac{1}{n_{\text{signal}}} \left( \left( \operatorname{Re} \{ Y_l^{(k)} \} \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \{ Y_l^{(k)} \} \right)^2 \right), \quad (17)$$

где  $n_{\text{signal}} = 2$  – объём выборки (15), и выборочная дисперсия шума равна

$$\hat{v}_{\text{noise}} = \frac{1}{n_{\text{noise}}} \sum_{k'=k_w^1, \dots, k_w^{12}} \left( \left( \text{Re} \{Y_l^{(k')}\} \right)^2 + \left( \text{Im} \{Y_l^{(k')}\} \right)^2 \right), \quad (18)$$

где  $n_{\text{noise}} = 24$  – объём выборки (16). Тогда статистика критерия

$$F = \frac{\hat{v}_{\text{noise}}}{\hat{v}_{\text{signal}}} \sim F(n_{\text{noise}}, n_{\text{signal}}) \quad (19)$$

имеет распределение Фишера с параметрами  $(n_{\text{noise}}, n_{\text{signal}})$ . Чтобы воспользоваться программой вычисления функции распределения вероятности [2], сделаем перенормировку (см. [1], стр. 270):

$$x = \frac{n_{\text{noise}}}{n_{\text{signal}}} F \cdot \left( 1 + \frac{n_{\text{noise}}}{n_{\text{signal}}} F \right)^{-1} = \frac{n_{\text{noise}} \hat{v}_{\text{noise}}}{n_{\text{noise}} \hat{v}_{\text{noise}} + n_{\text{signal}} \hat{v}_{\text{signal}}}. \quad (20)$$

Тогда случайная величина (20) будет иметь плотность вероятности  $\beta(x; p, q)$  с параметрами  $p = n_{\text{noise}}/2$  и  $q = n_{\text{signal}}/2$ . Для полноты приведём явный вид  $\beta$  –распределения из книги [1]:

$$\beta(x; p, q) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1}, \quad (1 < x < 1, p > 0, q > 0). \quad (21)$$

В программной библиотеке [2] имеется функция *betai()* вычисления интегрального распределения

$$I_x(p, q) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \int_0^x t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt. \quad (22)$$

График функции интегрального распределения (22) приведён на рис. 3.2. Для того, чтобы принять статистическую гипотезу  $H_1$  о наличии сигнала цели, необходимо вычислить статистику (20) для рассматриваемого элемента разрешения  $(k, l)$ , найти соответствующую вероятность гипотезы  $H_0$  по формуле (22) и сравнить её с вероятностью ложной тревоги  $P_{f.a.}$ . Если вероятность гипотезы  $H_0$  превысит вероятность ложной тревоги, то гипотезу  $H_1$  следует отклонить (сигнал цели отсутствует). Если гипотеза  $H_0$  окажется менее вероятной, чем допустимый уровень ложной тревоги  $P_{f.a.}$ , то следует принять гипотезу  $H_1$  и сигнализировать об обнаружении сигнала цели.

Далее перейдем к формулировке алгоритма порогового обнаружения. Для этого статистику (20) переобозначим в расширенной форме:  $xgamma(k, l)$  Обозначим через  $ic=0, \dots, nc-1$  индекс кандидата на обнаружение цели,  $nc$  – общее число кандидатов. Далее введём вспомогательные массивы индексов  $lc(ic)$  – индекс временного дискрета для кандидата  $ic$ ,  $kc(ic)$  – индекс доплеровского канала для кандидата  $ic$ . Квадрат модуля амплитуды сигнала для каждого кандидата также обозначим через вспомогательный массив  $y2mc(ic)$ . Сформулируем алгоритм порогового обнаружения (Алгоритм 2):

### 3.3 Разрешение множественных целей

После оценки уровня шума и процедуры порогового обнаружения необходимо установить соответствие между кандидатами, т.е. координатами  $(k, l)$ , для которых произошло превышение порога и отдельными целями. Обозначим общее количество целей через  $ntg$ ,

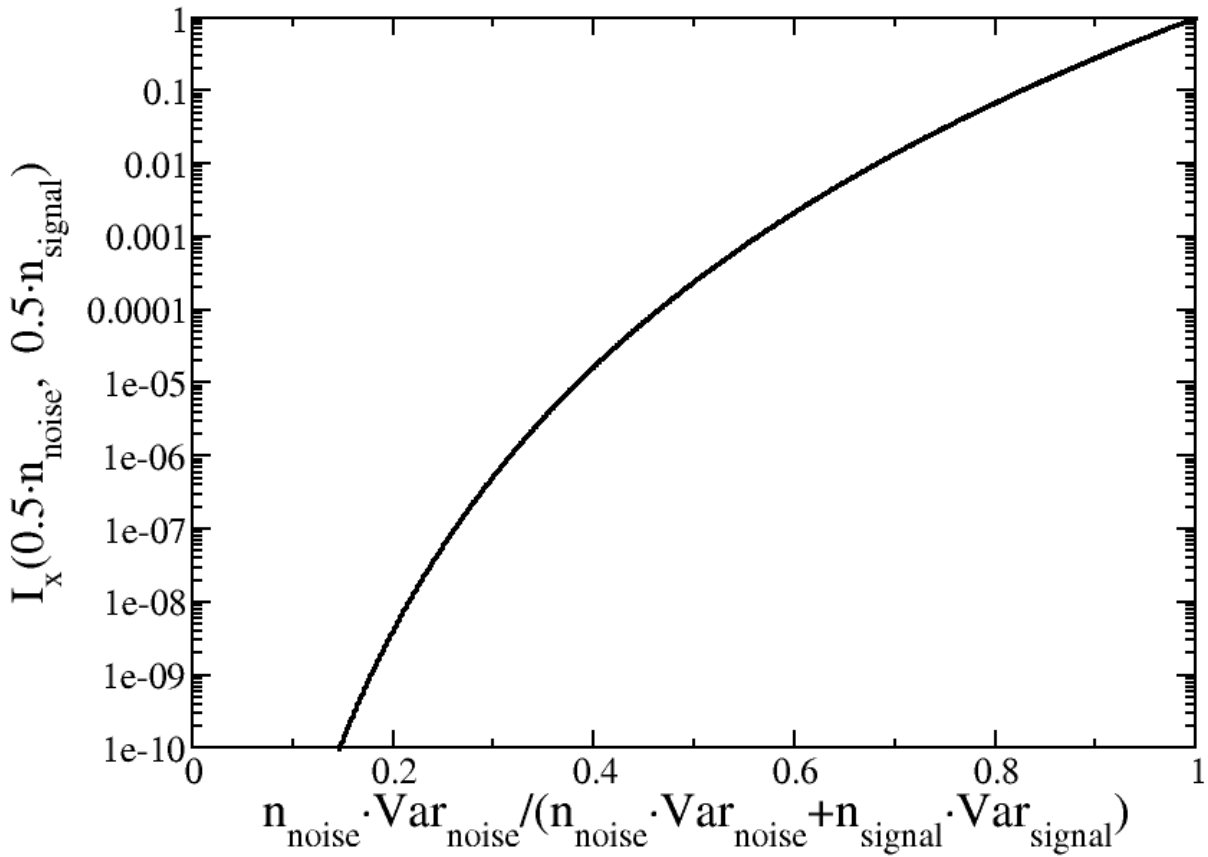


Рис. 2: График функции интегрального распределения  $I_x(p, q)$  для параметров  $p = n_{\text{noise}}/2 = 12$  и  $q = n_{\text{signal}}/2 = 1$  как функции статистики  $x$ . Статистика  $x$  определяется выражением (20)

---

**Алгоритм 2** Пороговое обнаружение
 

---

```

1:  $nc \leftarrow 0$ 
2:  $pparam \leftarrow 12$ 
3:  $qparam \leftarrow 1$ 
4: for  $k \leftarrow 0, N_{FFT} - 1$  do
5:   for  $l \leftarrow 0, N_T - 1$  do
6:      $xparam \leftarrow xgamma(k, l)$ 
7:     if  $betai(xparam, pparam, qparam) < P_{f.a.}$  then
8:        $kc(nc) \leftarrow k$ 
9:        $lc(nc) \leftarrow l$ 
10:       $y2mc(nc) \leftarrow y2m(k, l)$ 
11:       $nc \leftarrow nc + 1$ 
12:     end if
13:   end for
14: end for
  
```

---



бегущий индекс цели через  $itg$ . В рамках цели  $itg$  максимум квадрата модуля сигнала обозначим через  $y2mtg(itg)$ , соответствующий дискрет времени через  $lmtg(itg)$  и соответствующий доплеровский канал  $kmtg(itg)$ . Для разделения различных целей между собой введём максимальное количество временных дискретов, соответствующих одной цели  $tglmax=16$ , центр масс цели по индексу временного дискрета  $ltg(itg)$ , центр масс цели по индексу доплеровского канала  $ktg(itg)$ , число кандидатов для цели  $itg$   $tgs(itg)$ . Алгоритм 3 описывает процедуру разделения целей.

Для представления результатов первичной обработки сигнала целесообразно ввести дальность цели, соответствующую временному дискрету  $l$  по формуле

$$d_l = \frac{1}{2} l \cdot c T_s, \quad (23)$$

а также скорость цели, соответствующую доплеровскому каналу  $k$ :

$$v_k = \begin{cases} k \cdot c / (2f_c N_{FFT} T_s N_T), & \text{если } k < N_{FFT}/2; \\ (k - N_{FFT}) \cdot c / (2f_c N_{FFT} T_s N_T), & \text{если } k \geq N_{FFT}/2. \end{cases} \quad (24)$$

В выражениях (23)–(24)  $c=3 \cdot 10^8$  м/с обозначает скорость света в вакууме.

## 4 Обработка результатов эксперимента

Результат обнаружения кандидатов 04 марта в 10:39 для строка 202 приведён на рис. 4. Соответствующие результаты разделения целей приведены на рис. 4. Двадцать целей с наибольшим сигналом приведены в таблице. 1.

## Список алгоритмов

1	Определение числа точек БПФ . . . . .	4
2	Пороговое обнаружение . . . . .	8
3	Разделение целей . . . . .	10

## Список литературы

- [1] Г. Крамер, Математические методы статистики, Москва, "Мир" (1975).
- [2] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Second Edition, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS (2002).

**Алгоритм 3** Разделение целей

---

```

1:  $ntg \leftarrow 0$ 
2: for  $ic \leftarrow 0, nc - 1$  do
3:    $flag \leftarrow 0$ 
4:   for  $itg \leftarrow 0, ntg - 1$  do
5:      $ltg\_ \leftarrow ltg(itg)$ 
6:      $lc\_ \leftarrow lc(ic)$ 
7:     if  $|lc(ic) - ltg\_| > tglmax$  then
8:       continue
9:     end if
10:     $ktg\_ \leftarrow ktg(itg)$ 
11:     $kc\_ \leftarrow kc(ic)$ 
12:     $kdiff = kc(ic) - ktg\_$ 
13:    if  $kdiff > N_{FFT}/2$  then
14:       $kdiff \leftarrow kdiff - N_{FFT}$ 
15:    end if
16:    if  $kdiff < -N_{FFT}/2$  then
17:       $kdiff \leftarrow kdiff + N_{FFT}$ 
18:    end if
19:    if  $|kdiff| > 1$  then
20:      continue
21:    end if
22:     $flag \leftarrow 1$  ▷ кандидат принадлежит цели  $itg$ 
23:     $kc\_ \leftarrow ktg\_ + kdiff$ 
24:     $tgs\_ \leftarrow tgs(itg) + 1$ 
25:     $ktg(itg) \leftarrow (ktg(itg) \cdot tgs(itg) + kc\_)/tgs\_$ 
26:     $ktg(itg) \leftarrow ktg(itg) \% N_{FFT}$ 
27:     $ltg(itg) \leftarrow (ltg(itg) \cdot tgs(itg) + lc\_)/tgs\_$ 
28:     $tgs(itg) \leftarrow tgs\_$ 
29:    if  $y2mc(ic) > y2mtg(itg)$  then
30:       $y2mtg(itg) \leftarrow y2mc(ic)$ 
31:       $lmtg(itg) \leftarrow lc(ic)$ 
32:       $kmtg(itg) \leftarrow kc(ic)$ 
33:    end if
34:  end for
35:  if  $flag = 0$  then ▷ кандидат не принадлежит ни одной цели
36:     $ltg(ntg) \leftarrow lc(ic)$ 
37:     $ktg(ntg) \leftarrow kc(ic)$ 
38:     $tgs(ntg) \leftarrow 1$ 
39:     $y2mtg(ntg) \leftarrow y2mc(ic)$ 
40:     $lmtg(ntg) \leftarrow lc(ic)$ 
41:     $kmtg(ntg) \leftarrow kc(ic)$ 
42:     $ntg \leftarrow ntg + 1$ 
43:  end if
44: end for

```

---

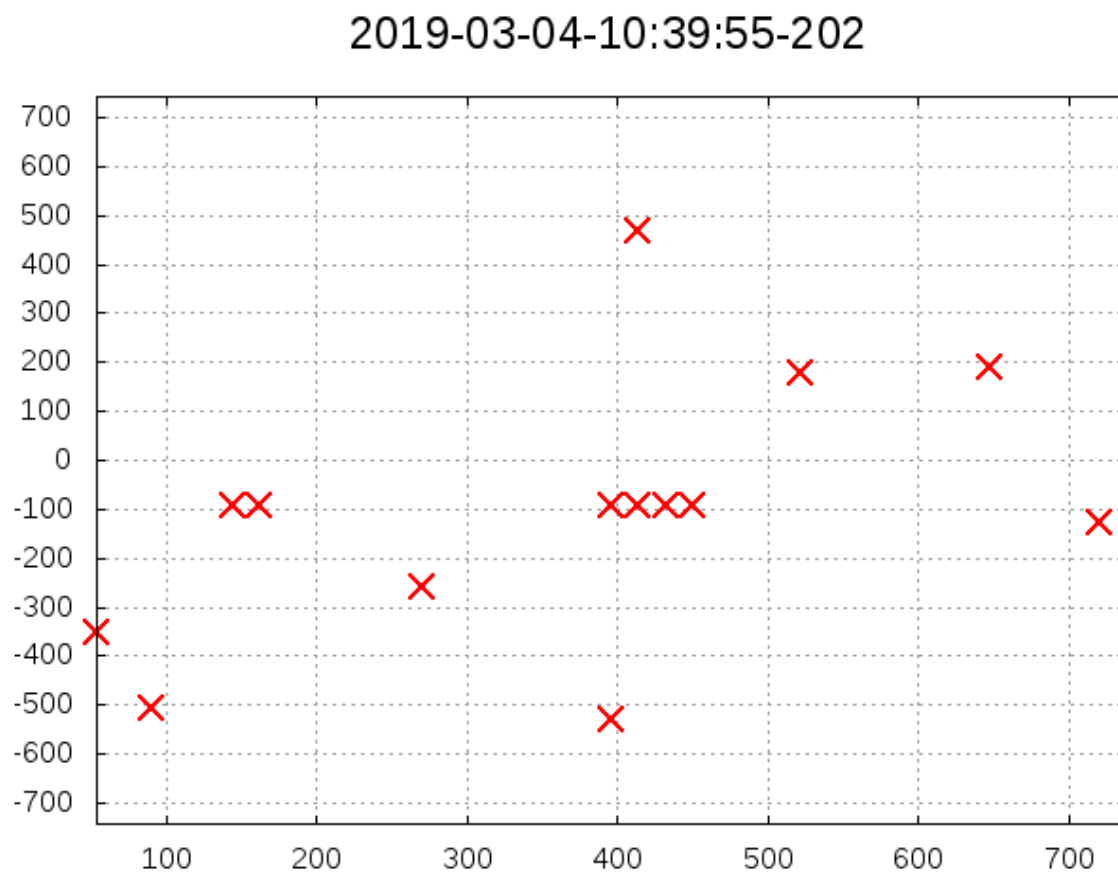


Рис. 3: Первичное обнаружение. По горизонтальной оси отложена дальность (м), по вертикальной оси - скорость (м/с). Элементы разрешения, содержащие кандидатов, отмечены красным крестом.

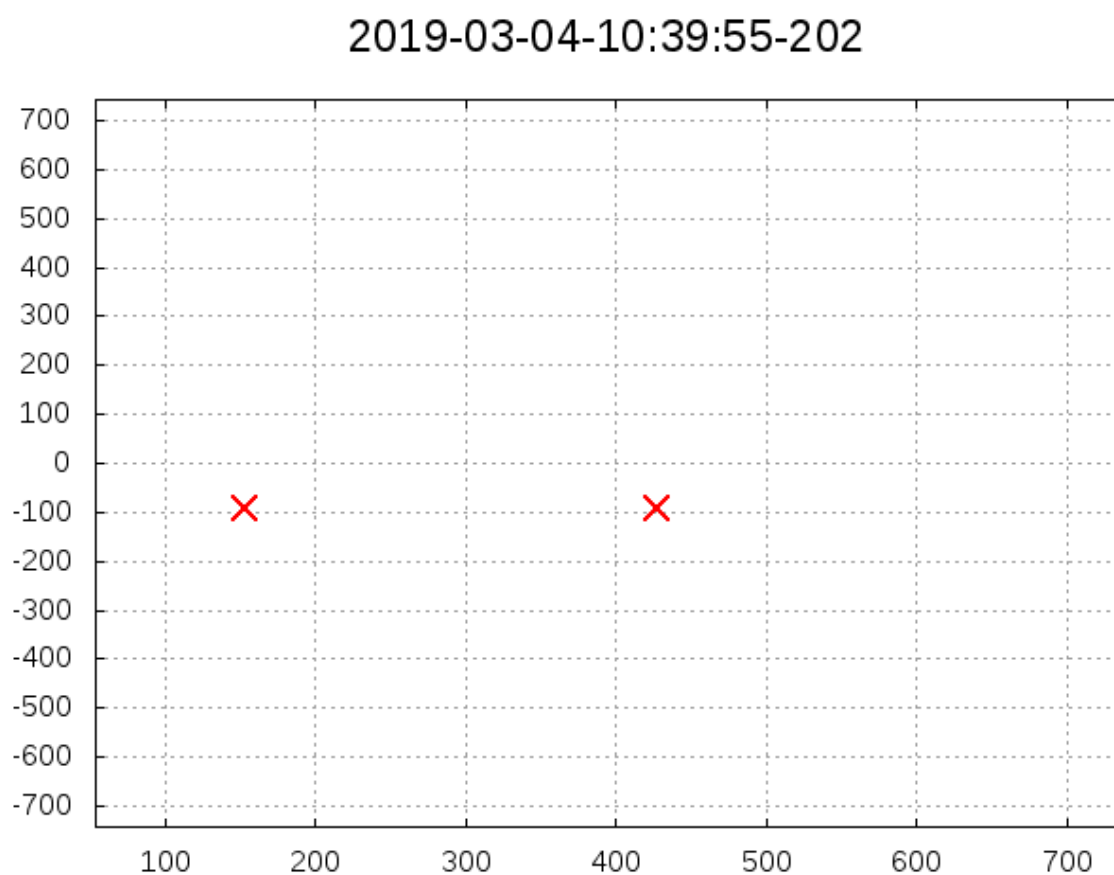


Рис. 4: Разделение целей. По горизонтальной оси отложена дальность (м), по вертикальной оси - скорость (м/с). Элементы разрешения, соответствующие различным целям, отмечены красным крестом.

Дальность(м)	Скорость(м/с)	Сигнал/шум	Строб	Дата
162	312	19.9925	2054	190304-12:16
135	312	19.952	1764	190304-12:16
122	312	19.9142	2130	190304-12:16
116	312	19.8546	2086	190304-12:16
162	312	19.8309	2200	190304-12:16
144	-92	19.7485	264	190304-10:39
117	312	19.7396	2138	190304-12:16
144	-312	19.7378	2086	190304-12:16
180	312	19.7324	2074	190304-12:16
171	312	19.6803	2116	190304-12:16
387	-92	19.6641	336	190304-10:39
189	312	19.6313	1736	190304-12:16
168	312	19.6088	1788	190304-12:16
126	312	19.5718	1772	190304-12:16
108	312	19.4901	2190	190304-12:16
135	312	19.4873	1818	190304-12:16
117	312	19.4783	1720	190304-12:16
134	312	19.4669	1716	190304-12:16
130	-312	19.4402	2052	190304-12:16
126	312	19.2843	1796	190304-12:16

Таблица 1: Результаты разделения целей. Приведены 20 целей с наибольшим отношением сигнал/шум для даты эксперимента 04 марта.