**Thực hành Tín hiệu và Hệ thống tuần 4**

**Hệ thống tuyến tính bất biến LTI**

# I. Mục tiêu

- Nắm vững các tính chất của hệ thống: nhân quả, ổn định, tuyến tính, có nhớ và không nhớ, đảo ngược, thời gian bất biến,…

- Phân tích được các đặc điểm của một hệ thống tuyến tính bất biến với thời gian.

- Hiểu và vận dụng được các lệnh: conv, impz, stepz, filter… trong matlab

# II Lý thuyết

Hệ thống thực hiện phép ánh xạ tín hiệu lối vào thành tín hiệu lối ra với những tính chất mong muốn bằng cách áp dụng những thuật toán (quy tắc hoạt động) cho trước. Các hệ thống này được đặc trưng bởi đáp ứng xung h[n] và được mô hình hóa trên hình:



Trong miền thời gian rời rạc, quan hệ vào/ra của hệ thống LTI được xác định bởi tổng nhân chập:

và được kí hiệu bằng: y(n)=x(n)\*h(n).

Các tính chất của hệ thống LTI:

* Tính chất tuyến tính
* Tính chất giao hoán
* Tính chất phân phối
* Tính chất kết hợp

Hai hệ thống LTI có đáp ứng xung lần lượt là h1(n) và h2(n) ghép nối tiếp với nhau thì hệ thống tổng thể có đáp ứng xung: h(n)=h1(n)\*h2(n). Nếu 2 hệ thống ghép nối tiếp nhau sao cho: h1(n)\*h2(n)= thì hệ thống LTI có đáp ứng xung h2(n) được gọi là nghịch đảo của hệ thống LTI có đáp ứng xung h1(n) và ngược lại.

Một hệ thống LTI được gọi là nhân quả khi và chỉ khi đáp ứng xung của nó thỏa mãn điều kiện h(n)=0 khi n<0.

Một hệ thống LTI rời rạc có thể được biểu diễn bởi phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng (PTSPTTHSH) sau:

Hệ có đáp ứng xung hữu hạn (FIR): N = 0, h(n) = bp/a0 với 0 ≤n=p≤M

Hệ có đáp ứng xung vô hạn (IIR): N > 0, tìm h(n) bằng cách thay x(n)=δ(n) ==> PTSPTTHSH có dạng hồi quy, h(n) có chiều dài vô hạn.

Hệ thống được gọi là **tuyến tính** nếu đáp ứng lên 1 tổng bằng tổng các đáp ứng.

Hệ thống được gọi là **bất biến đối với thời gian** nếu y1(n) là đáp ứng đối với tín hiệu lối vào x1(n), thì đáp ứng đối với phiên bản trễ của tín hiệu lối vào x(n)=x1(n-n0) sẽ là y(n)=y1(n-n0), ở đây n0 là số nguyên dương hoặc âm.

Nếu hệ thức không thỏa mãn thì hệ thống thay đổi đối với thời gian. Hệ thống vừa thỏa mãn tính tuyến tính vừa bất biến với thời gian gọi là hệ thống LTI.

Trong matlab để mô phỏng các hệ thống thời gian rời rạc LTI nhân quả có phương trình sai phân như trên ta có thể dùng lệnh filter y=**filter**(b,a,x)

Tín hiệu lối ra y[n] của hệ thống LTI có đáp ứng xung đơn vị h(n) với lối vào x(n) cũng được xác định bằng lệnh **conv**(h,x)

Đáp ứng xung đơn vị h(n) của một hệ thống được xác định bằng lệnh h=**impz**(b,a,N)

Đáp ứng tần số được tính bằng hàm freqz với cú pháp: [h,w] = **freqz**(b,a,w)

Đáp ứng nhảy bậc của hệ thống LTI rời rạc là tích chập của dãy nhảy bậc đơn vị u(n) với đáp ứng xung của hệ thống, được xác định bằng lệnh **stepz**(b,a).

Tính ổn định của hệ thống: Một hệ thống LTI được gọi là ổn định theo nghĩa BIBO (Bounded Input Bounded Output) nếu đầu ra của hệ bị chặn khi tín hiệu vào bị chặn. Đáp ứng xung của hệ thống cũng sẽ thỏa mãn điều kiện tổng độ lớn đáp ứng xung là hữu hạn, tức là:

# III. Bài tập

**Ex1**: Cho x (t) = sin(t) và y(t) = 0.5(e-t+e-3t)

Tính tích x(t)\*y(t) theo 2 cách:

1. Dùng định nghĩa tích chập

2. Sử dụng hàm **conv()**

**Ex2**: Cho một hệ thống LTI có liên hệ giữa lối ra và lối vào bởi phương trình sai phân sau:

y(n) = 2y(n-1) + x(n) – 0.6x(n-1)

1. Xác định đáp ứng xung đơn vị của hệ thống (đầu vào là δ(n))

2. Xác định đáp ứng xung nhảy bậc của hệ thống (đầu vào là u(n))

**Ex3**: Cho hệ thống:

y[n]-0,5y[n-1]+0,25y[n-2]=x[n]+2x[n-1]+x[n-3]

với x1[n]=cos(0,5πn +π/3); x2[n]=sin(0,2πn); x[n]=3x1[n]+2x2[n].

Tính và vẽ tín hiệu lối ra y1[n], y2[n], y[n]. xét xem hệ thống có tuyến tính hay không? Vì sao?

**Ex4**: Cho hệ thống LTI có phương trình sai phân

y[n]-0,5y[n-1]+0,25y[n-2]=x[n]+2x[n-1]+x[n-3]

Vẽ tín hiệu lối ra y[n] và y[n-n0] với n0=5 với tín hiệu lối vào là x[n]=3cos(0,5πn +π/3)+2sin(0,2πn ). Hệ thống có bất biến với thời gian không?

**Ex5**: Xác định đáp ứng xung đơn vị và xét tính ổn định của các hệ thống LTI có phương trình sai phân sau:

1. y[n]-0,5y[n-1]+0,25y[n-2] = x[n]+2x[n-1]+x[n-3]

2. y[n] = x[n]-4x[n-1]+3x[n-2]+1,7y[n-1]-y[n-2]