Sujet d'examen
Outils pour la gestion de projet (MSI 403)
I.E.C.S., 2^{e}année

Stéphane Genaud, Janvier 2004

durée : 2 heures
documents non autorisés
toute calculatrice autorisée

◇ *Question 1* (6pts) Décrivez les principes qui doivent présider au lancement d'un projet. Votre argumentation doit être celle d'un chef de projet du côté du fournisseur : décrivez ce que vous devez évaluer avant d'engager le projet, et quels sont les risques possibles.

Solution Voir les transparents de cours, chapitre *Contexte*, "évaluer le projet" + "causes d'échecs".

◇ *Question 2* (14 pts)
L'analyse du projet vous fournit le tableau suivant. Il liste les tâches (non-préemptibles) et leurs dépendances (en indiquant les successeurs) ainsi que les durées vraisemblables (vrai), pessimistes (pess) et optimistes (opt) de chacune des tâches. Toutes les dépendances sont de type **fin-début**, sauf la dépendance $t_7 \rightarrow t_{10}$ qui est de type **début-début**.

tâche	successeur	vrai	pess	opt
t_1	t_2	12	19	11
t_2	t_8	6	12	4
t_3	t_4	5	5	5
t_4	t_5	5	6	4
t_5	t_8	10	11	9
t_6	t_5, t_7	6	6	6
t_7	t_8, t_{10}	5	5	5
t_8	fin	8	8	8
t_9	t_{10}	8	9	7
t_{10}	fin	7	7	7

a) *Graphe PERT*
Tracer le graphe PERT correspondant en utilisant les durées vraisemblables pour calculer et reporter sur le graphe, les dates au plus tôt et au plus tard, ainsi que les marges. Faîtes apparaître les jalons *début* et *fin* sur votre graphe.

Solution Le chemin critique est formé des tâches $\{t_3; t_4; t_5; t_8\}$ si l'on considère les durées vraisemblables. Les dates au plus tôt et au plus tard sont celles resprésentées ci-dessous.

```
0      12     12      18
   t_1           t_2     -----------------+
2      14     14      20                  |
                                          |
                                          |
0      5       5      10      10      20  |      20       28
   t_3    ->     t_4     -+->    t_5    - -+-->      t_8        ---+
0      5       5      10  |   10      20  |      20       28       |
                          |               |                        |
          +---------------+               |                        |
          |                               |                        |
0      6  |    8      13                  |                      fin = 28
   t_6   -+-->   t_7   -------------------+
4      10      15     20                                           |
               |                                                   |
               |                                                   |
               v
0      8       8      15                                           |
   t_9    ->     t_10     -----------------------------------------+
7      15      15     22
```

La tâche t_7 ne peut commencer qu'à 8 car elle doit commencer en même temps que t_{10}. Or t_{10} ne peut commencer commencer avant 8 car elle dépend de la fin de t_9. La date de fin au plus tard de t_{10} est 22 (et non 28). En effet, t_{10} doit commencer en même temps que t_7 qui doit finir au plus tard à 20, et donc commencer au plus tard à 15. La date de début au plus tard de t_{10} est donc aussi 15, et par définition de date de fin au plus tard, sa fin au plus tard est 15+7=22 (en réalité un retard jusqu'à 28 n'est pas gênant).

b) Chemin critique probabiliste

Si l'on considère les durées vraisemblables, le chemin critique est constitué des tâches $C_0 = \{t_3; t_4; t_5; t_8\}$. Donner une définition du chemin critique.
Considérons également l'autre chemin $C_1 = \{t_1; t_2; t_8\}$. Calculer les durée nécessaires pour faire chacun des chemins C_0 et C_1 avec une probabilité de 50%. Déterminer ensuite la probabilité x à laquelle les durées probables de C_0 et C_1 sont égales.

Solution La durée probable avec une probabilité p de C_0 est $D_{C_0} + E_{C_0} \cdot G(p)$ (de même pour C_1), avec :

$$\begin{array}{rcl}
D_{C_0} & = & prob_3 + prob_4 + prob_5 + prob_8 \\
 & = & 5 + 5 + 10 + 8 = 28 \\
E_{C_0} & = & \sqrt{d_3^2 + d_4^2 + d_5^2 + d_8^2} \\
 & = & \sqrt{0 + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + 0} = 0,47 \\
D_{C_1} & = & prob_1 + prob_2 + prob_8 \\
 & = & \frac{78}{6} + \frac{40}{6} + 8 = 27,666 \\
E_{C_1} & = & \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + d_8^2} \\
 & = & \sqrt{\frac{64}{36} + \frac{64}{36} + 0} = 1,88
\end{array}$$

De la table, on a $p = 50\% \Leftrightarrow G(p) = 0$. Donc, avec cette probabilité la durée de C_0 est 28 et la durée de C_1 est $27,666$. On remarque qu'en durée probable également, C_0 est plus long que C_1 et reste le chemin critique (idem qu'avec durées vraisemblables). Examinons maintenant un cas où l'on cherche une plus grande certitude dans les durées.

On cherche ensuite x telle que

$$D_{C_0} + E_{C_0} \cdot G(x) = D_{C_1} + E_{C_1} \cdot G(x)$$

Il vient immédiatement :

$$G(x)(E_{C_0} - E_{C_1}) = D_{C_1} - D_{C_0}$$

donc

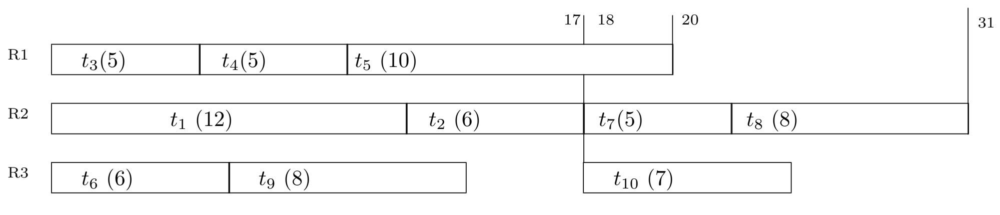
$$G(x) = \frac{D_{C_1} - D_{C_0}}{E_{C_0} - E_{C_1}} = \frac{27,66 - 28}{0,47 - 1,88} = 0,23$$

D'où $p = 60\%$. Ce qui se signifie "La durée maximum des chemins C_0 et C_1 est la même quand on souhaite un degré de confiance de 60%". Si l'on désire une plus grande certitude (i.e. $p > 60\%$) le chemin C_1 devient plus long que C_0.

c) *Planification Gantt contrainte*
Dire si l'on peut finir le projet dans le délai minimum donné par le graphe PERT si l'on fait l'hypothèse que l'on dispose de trois personnes travaillant à temps complet comme ressources. Si ce n'est pas possible, en combien de jours pourrait on finir au mieux ? Dans tous les cas, dessiner le diagramme Gantt justifiant votre réponse.

Solution On ne peut pas finir le projet dans le délai du réseau PERT (28). Pour s'en convaincre, examinons la charge maximale : on sait que t_7 et t_{10} doivent commencer et donc être réalisées en même temps. Or il existe en parallèle un chemin critique qui par définition ne peut prendre de retard, et doit être réalisé en même temps (disons par une ressource dédiée). Il y a donc déjà 3 personnes occupées. La question est de savoir si 2 ressources ont suffisament de temps pour faire t_1, t_2, t_6 et t_9 avant le début de t_7/t_{10}. Dans le cas d'un chargement au plus tard, t_7 commence à 15. Deux personnes ont donc une capacité de 30 jours de travail. Or la somme des durées de t_1, t_2, t_6 et t_9 est de 32. C'est donc impossible avant. Il est très simple de voir que c'est encore moins possible après.

Pour réaliser le meilleur planning, on affecte les tâches en choisissant la répartition qui a une somme des durées minimale. Ici, en affectant t_1, t_2 à une ressource, t_6, t_9 à une autre ressource, on a au maximu : $d(t_1) + d(t_2) = 18$. la somme des durées. Par rapport à la date au plus tard de t_7/t_{10} qui était 15, on a donc 3 jours de retard, puisqu'on doit faire partir t_7/t_{10} à 18. On doit ensuite caler t_8 à la fin de t_7, d'où une fin à 31.



La figure montre l'ordonnancement optimal en durée qu'on peut faire avec 3 personnes. On termine à 31.

d) *Planification Gantt libre*

Faire un diagramme de Gantt avec autant de personnes que vous le souhaitez et précisez quel type de disponibilité vous préconisez pour les ressources utilisées (par exemple, vous pouvez préferrer utiliser un employé à mi-temps sur certaines tâches). Justifiez vos choix.

Annexe : pour le PERT probabiliste, la loi de distribution utilisée associe en particulier les valeurs suivantes :

p	$G(p)$
90%	$1,28$
87%	$1,19$
80%	$0,79$
70%	$0,52$
60%	$0,23$
50%	0
$34,5$%	$-0,4$
$27,4$%	-0.6