Sujet d'examen
Outils pour la gestion de projet (MSI 403)
I.E.C.S., 2^{e}année

Stéphane Genaud, Janvier 2005

durée : 2 heures
documents non autorisés
toute calculatrice autorisée

⋄ *Question 1* (3pts) Dire sous quelles conditions un projet ayant échoué sur le plan technique peut il être considéré comme un succès pour l'entreprise ?

Solution voir transparents cours Kenneth Brown.

⋄ *Question 2* (6pts) Dire quels intérêts vous voyez aux logiciels de gestion de projet. Expliquer ensuite les limitations de ce type de logiciel vis-à-vis de la conduite d'un projet réel : présenter les limitations techniques qu'on peut rencontrer dans certains de ces logiciels, mais aussi les limitations d'ordre général quand on se place dans la complexité d'un projet réel.

Solution *Avantages :*

- a au moins l'intérêt d'un outil bureautique : production rapide de documents, archivage, échange informatique ....
- permet de faire des modifications rapides, concernant l'affectation des ressources, les durées, les dépedances. Par conséquent, permet au chef de projet de tester rapidement différents scénarios, différents ordonnancements (« que se passerait-il si je mettais untel à la place d'une telle sur cette tâche ? »). Avoir plusieurs scénarios, avec une appréhension de leurs avantages/inconvénients donne des arguments au chef de projet pour motiver ou faire adhérer ses équipes (« si untel veut bien prendre cette tâche, on finit le projet 3jous plus tôt »)

limitations techniques :

- version permettant un travail collaboratif pas toujours disponible (MS Project),
- ordonnancement des ressources assez limité (MS Project garde les affectations des ressources par tâches inchangées ⇒ ne peut proposer qu'un décalage dans le temps (lissage) pour éviter une surcharge).

limitations générales :

- on ne doit pas être prisonnier de l'outil. Le logiciel permet de mieux percevoir certains pièges (par exemple dépendances) ou opportunités (chemins en parallèle) mais il faut être capable d'adapter la conduite de projet en cas d'imprévu. L'outil demeure un cadre intéressant pour savoir comment réagir : par exemple si la la quantification de la main d'oeuvre nécessaire a été sous-estimée, avoir tracé le réseau Pert permet de voir où la marge est la plus importante.

⋄ *Question 3* (11 pts)
L'analyse du projet vous fournit le tableau suivant. Il liste les tâches (non-préemptibles) et leurs dépendances (en indiquant les successeurs) ainsi que les durées vraisemblables (vrai), pessimistes

(pess) et optimistes (opt) de chacune des tâches. Toutes les dépendances sont de type **fin-début**, sauf la dépendance $t_7 \to t_{10}$ qui est de type **début-début**.

tâche	successeur	vrai	pess	opt
t_1	t_2	12	19	11
t_2	t_3	3	3	3
t_3	t_4	5	5	5
t_4	t_5	5	6	4
t_5	t_8	10	11	9
t_6	t_5, t_7	6	6	6
t_7	t_8, t_{10}	5	5	5
t_8	fin	8	8	8
t_9	t_{10}	8	9	7
t_{10}	fin	7	7	7

a) *Graphe PERT*
Tracer le graphe PERT correspondant en utilisant les durées vraisemblables pour calculer et reporter sur le graphe, les dates au plus tôt et au plus tard, ainsi que les marges. Faîtes apparaître les jalons *début* et *fin* sur votre graphe.

Solution Le chemin critique est formé des tâches $\{t_3; t_4; t_5; t_8\}$ si l'on considère les durées vraisemblables. Les dates au plus tôt et au plus tard sont celles resprésentées ci-dessous.

```
0      12     12      15
   t_1    ->      t_2     ---------------+
5      17     17      20                 |
                                         |
                                         |
0      5       5      10     10     20    |       20       28
   t_3    ->      t_4           t_5   - -+-->        t_8         ---+
0      5       5      10     10     20    |       20       28        |
                                         |                          |
                                         |                          |
0      6       8      13                 |                         fin = 28
   t_6    ->        t_7     ---------------+
4      10      15      20                                            |
               |                                                    |
               v                                                    |
0      8       8      15                                             |
   t_9    ->     t_10      -----------------------------------------+
7      15      15      22
```

t_7 ne peut commencer qu'à 8 car doit commencer en même temps que t_{10}, qui ne peut commencer plus tôt car dépend de la fin de t_9. La date de fin au plus tard de t_{10} est 22 (et non 28). En effet, t_{10} doit commencer en même temps que t_7 qui doit finir au plus tard à 20, et donc commencer au plus tard à 15. La date de début au plus tard de t_{10} est donc aussi 15, et par définition de date de fin au plus tard, sa fin au plus tard est 15+7=22 (en réalité un retard jusqu'à 28 n'est pas gênant).

b) Chemin critique probabiliste

Si l'on considère les durées vraisemblables, le chemin critique est constitué des tâches $C_0 = \{t_3; t_4; t_5; t_8\}$. Donner une définition du chemin critique.
Considérons également l'autre chemin $C_1 = \{t_1; t_2; t_8\}$. Calculer les durée nécessaires pour faire chacun des chemins C_0 et C_1 avec une probabilité de 50%. Déterminer ensuite la probabilité x à laquelle les durées probables de C_0 et C_1 sont égales.

Solution La durée probable avec une probabilité p de C_0 est $D_{C_0} + E_{C_0} \cdot G(p)$ (de même pour C_1), avec :

$$\begin{aligned}
D_{C_0} &= prob_3 + prob_4 + prob_5 + prob_8 \\
&= 5 + 5 + 10 + 8 = 28 \\
E_{C_0} &= \sqrt{d_3^2 + d_4^2 + d_5^2 + d_8^2} \\
&= \sqrt{0 + \tfrac{1}{9} + \tfrac{1}{9} + 0} = 0,47 \\
\\
D_{C_1} &= prob_1 + prob_2 + prob_8 \\
&= 13 + 3 + 8 = 24 \\
E_{C_1} &= \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + d_8^2} \\
&= \sqrt{\tfrac{16}{9} + \tfrac{1}{9} + 0} = 1,37
\end{aligned}$$

De la table, on sait que $p = 0,5 \Leftrightarrow G(p) = 0$. Donc, les durées probables à 50% sont les mêmes que les durées pondérées : $\mathcal{D}_{C_0}(0,5) = D_{C_0}$ et $\mathcal{D}_{C_0}(0,5) = D_{C_1}$.

On cherche ensuite x telle que

$$D_{C_0} + E_{C_0} \cdot G(x) = D_{C_1} + E_{C_1} \cdot G(x)$$

Il vient :

$$G(x)(E_{C_0} - E_{C_1}) = D_{C_1} - D_{C_0}$$

donc

$$G(x) = \frac{D_{C_1} - D_{C_0}}{E_{C_0} - E_{C_1}} = \frac{24 - 28}{0,47 - 1,37} = 4,44$$

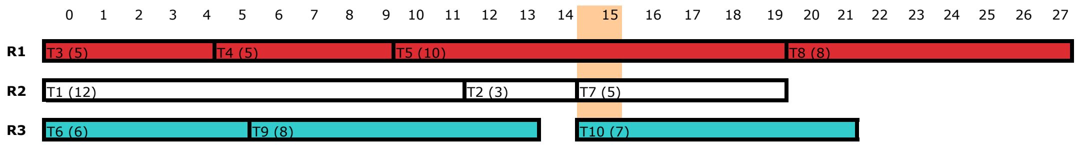
Cette valeur est grande, c-a-d qu'elle est très largement au delà des valeurs habituellement dans les tables (pour rappel, 99% des valeurs de la loi normale centrée réduite sont situées entre -3σ et 3σ, soit entre -3 et 3). La probabilité associée à $G(4,444) = 0,9999965$. Cela signifie que pour que les chemins soient égaux en durée, il faudrait ajouter aux deux chemins (et surtout à C_1), une "marge de sécurité" telle qu'on ait 99,99965% de chances de finir les 2 chemins dans ce délai. La probabilité de terminer dans 99.99965% des cas les deux chemins implique une durée de 30 jours. Il ajouter plus de 6 jours à C_1 $(4,444 \times 1,37)$ et environ 2 jours à C_0 qui est moins incertain.
En d'autres termes, il est coûteux d'ajouter une marge à C_1 de telle manière que quand il est terminé, C_0 est terminé aussi.

c) Planification Gantt contrainte

Dire si l'on peut finir le projet dans le délai minimum donné par le graphe PERT si l'on fait l'hypothèse que l'on dispose de trois personnes travaillant à temps complet comme ressources. Si ce n'est pas possible, en combien de jours pourrait on finir au mieux ? Dans tous les cas, dessiner le diagramme Gantt justifiant votre réponse.

Solution On peut finir le projet dans le délai du réseau PERT (28).

On affecte une ressource au chemin critique ($\{t_3; t_4; t_5; t_8\}$) qui par définition ne peut prendre de retard. On sait aussi que t_7 et t_{10} doivent commencer en même temps et donc être réalisées en même temps. A partir de 15, on a donc besoin de 3 personnes en même temps sur t_7 , t_{10} et t_5. Pour ces trois tâches, et la suivante t_8 qui finit le chemin critique, nous avons suffisamment de ressources.
La question est de savoir si les 2 ressources (hors celle dédiée au chemin critique) ont suffisament de temps pour faire t_1, t_2, t_6 et t_9 avant le début de t_7/t_{10}.
Pour réaliser le meilleur planning, on affecte les tâches en choisissant la répartition qui a une somme des durées minimale (autrement dit, affecter les tâches au deux ressources en essayant d'égaliser au mieux la charge affectée à chaque ressource). Ici, en affectant t_1, t_2 à une ressource, t_6, t_9 à une autre ressource, on a au maximum : $d(t_1) + d(t_2) = 15$. On arrive donc à placer ces tâches dans la marge disponible comme montré sur le schéma.



d) Planification Gantt libre

Faire un diagramme de Gantt avec autant de personnes que vous le souhaitez et précisez quel type de disponibilité vous préconisez pour les ressources utilisées (par exemple, vous pouvez préferrer utiliser un employé à mi-temps sur certaines tâches). Justifiez vos choix.

Annexe : pour le PERT probabiliste, on utilisera la fonction de répartition de la normale centrée réduite qui associe en particulier les valeurs suivantes :

p	$G(p)$
99%	$2,33$
90%	$1,28$
87%	$1,19$
80%	$0,79$
70%	$0,52$
60%	$0,23$
50%	0
$34,5\%$	$-0,4$
$27,4\%$	-0.6