

Outils pour la gestion de projet (IT-S601)

Stéphane Genaud

September 15, 2010

Plan

- 1 Le contexte de la gestion de projet
- 2 Le découpage
- 3 L'estimation d'un projet
- 4 La planification

Plan

- 1 Le contexte de la gestion de projet
 - Projet: origine, définitions
 - Assurer le lancement du projet: l'évaluation
 - Le triangle projet: objectifs, délais, ressources
 - Structurations typiques pour les ressources humaines
- 2 Le découpage
- 3 L'estimation d'un projet
- 4 La planification

Les origines

années 1950 : réflexion pour les grands projets industriels (aéronautique, armement, travaux public)

aujourd'hui : projets de plus en plus importants (montants, internationalisation, ...)

besoin de méthode : constat d'échec et situation de crise (coûts, délais, non-fiabilité...)

influence organisationnelle : certaines organisations se structurent en mode projet

Notion de projet

Ensemble d'activités :

- appartenant à différentes phases,
- ayant un objectif commun,
- permettant la satisfaction d'un besoin identifié,
- nécessitant des équipes de spécialistes aux compétences variées,
- sur lesquelles s'exercent trois types de contraintes : coûts, délais, qualité,

Caractéristiques d'un projet

Ce qui implique:

- Action unique et ponctuelle, non répétitive.
- Limité dans le temps (dates de début et de fin).
- Une démarche spécifique : atteindre l'objectif en maîtrisant la qualité du produit fini, les coûts et les délais grâce à des jalons.

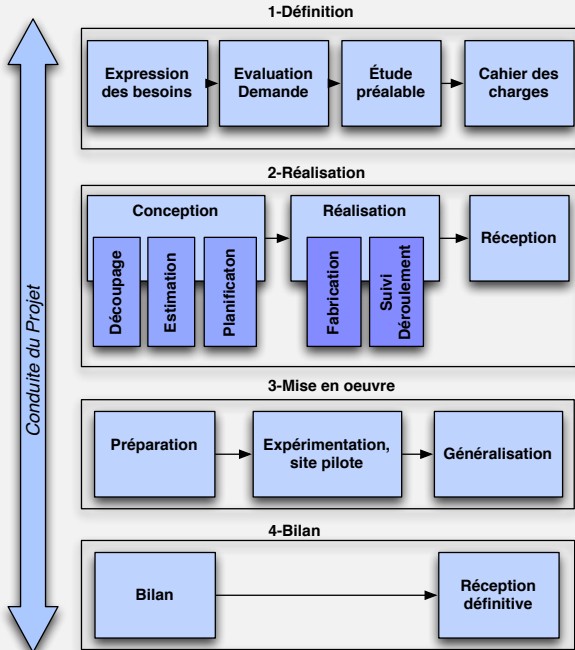
Les grandes phases

- Définition
- Réalisation
- Mise en œuvre
- Bilan, Retour d'Expérience

Conduite de projet

La *conduite de projet* est la façon dont cette démarche est menée.
C'est un cadre méthodologique qui préconise:

- les grandes phases d'un projet
- les étapes usuelles jalonnant un projet
- les protocoles usuels entre les acteurs du projet



Etude d'opportunité informelle

Avant acceptation ou lancement, se poser des questions :

Toute difficulté identifiée devra faire l'objet d'un dialogue approfondi avec le demandeur pour

- soit annuler, infléchir ou différer le projet
- soit négocier des moyens de réussite à hauteur des enjeux et des conditions de réussite identifiées.

⇒ Une évaluation sous différents angles est nécessaire.

Exemple simple: l'électricien

La demande

Le client veut un site web pour

- informer ses clients (horaires, produits, services, ...),
- enregistrer demandes de devis,
- distribuer un dépliant électronique,
- ...



**Électricité
Plomberie
Chauffage
Électroménager
Vente et Dépannage
02.40.96.50.56**



**Lettre
d'Informations**

En vous inscrivant vous recevrez
gratuitement par mail nos dernières
offres et informations en exclusivité

Votre Email

OK

Présentation

Contact

Conseiller le site SARL Daniel BIDEZ Ajouter à vos favoris



Électricité



Plomberie



Chauffage



Électroménager



Vous avez un projet ?

Demandez-nous votre devis gratuit
directement sur notre site

Cliquez ici !

Plomberie

Nous effectuons tous vos travaux de plomberie

- Salle de bain
- Cuisine
- Installation de pompe
- Tous autres travaux de plomberie...

Le dépannage peut se faire dans la journée sur un rayon de 50 Km.

Vous pouvez nous contacter par téléphone au **02.40.96.50.56**.

Pour les problèmes moins urgents, vous pouvez nous contacter par email en cliquant ici.

Vous pouvez également nous demander un devis gratuit en cliquant ici.

SARL Daniel BIDEZ POUR VOUS SERVIR !

- Recherche de fuite
- Dégorgement de baignoires, WC, canalisation
- Remplacement chauffe-eau/cumulus
- Pose de lavabo, bidets, éviers, douche.
- Pose de robinetterie (mélangeurs, mitigeurs)
- Installation sanitaire
- Sani-broyeur
- Colonne générale
- Carrelage
- etc...



Exemple simple: l'électricien

La demande

Le client veut un site web pour

- informer ses clients (horaires, produits, services, ...),
- enregistrer demandes de devis,
- distribuer un dépliant électronique,
- ...

Simple, non ? Pourtant, répondre à cette demande nécessite de dialoguer avec le client.

Quelques questions immédiates (liste non-exhaustive):

- *Qui décidera des informations nouvelles à enregistrer et publier ?*
- *Sur quels critères mettra t-on les informations produits/tarifs à jour ?*
- *De qui et comment viendront ces informations ?*
- *Qui mettra ces informations en ligne, sous quelle forme ?*
- *Quelles compétences sont requises pour intervenir sur le site ?*
- *Les visiteurs auront-ils le moyen d'enregistrer des alertes ?*
- *Qui sera alerté ? Avec quels critères ?*
- *... Un deuxième niveau de questions devra cerner les motivations des acteurs...*

Risque: un site au contenu périmé † ⇒ Adopter une démarche d'évaluation: le projet est-il clairement défini ?

Evaluer le projet (1)

Entre l'idée et sa réalisation, il peut y avoir un gouffre. Le résultat attendu peut être flou et les implications mal cernées.

Règle 1 : Définissez l'idée en termes de résultat attendu

S'assurer que les décideurs sont d'accords avec ces résultats et peuvent dire ce qui va changer par rapport à ce qui est connu.

- Tous les acteurs ont-ils la même représentation du produit attendu ?
- Cerner la demande : demande énoncée clairement, nature de la demande, cadre de la demande, les délais
- Quels changements l'idée va-t-elle produire ? Sont-ils acceptables dans les structures et comportements ? Que faut-il faire pour les rendre acceptables ?

Evaluer le projet

Le résultat attendu peut être “contre-nature”.

Règle 2 : évaluer la cohérence

Evaluer par la cohérence du projet dans le contexte de l'organisation

- Identifier le demandeur et protagonistes impliqués (initiateur, décideur, destinataire)
- Générateur de résultats économiques ?
- Les résultats escomptés sont-ils en accord avec la stratégie de l'entreprise ?
- Le projet s'inscrit-il dans la planification générale de l'entreprise ?
Positionnement vis-à-vis d'autres projets ou actions ? (antinomies, synergies, compétition)

Evaluer le projet

Le projet peut devenir incontrôlable.

Règle 3 : évaluer la conduite de projet

Evaluer par la conduite de projet : les risques d'aléas

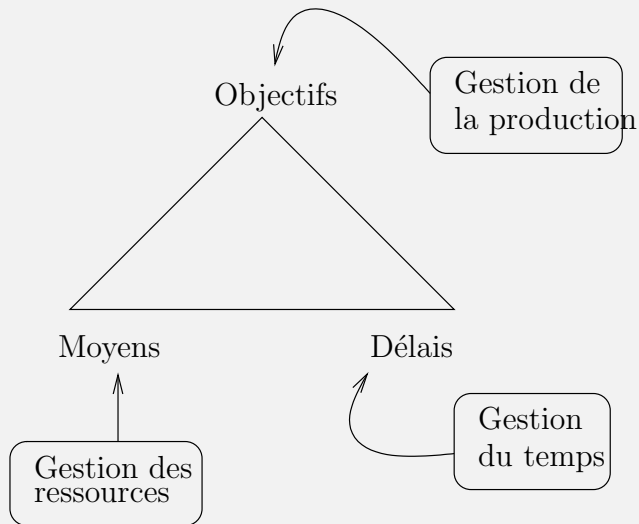
- Garanties de progression et d'achèvement ?
- Programme des étapes et décisions intermédiaires connus ?
- Les indicateurs de bonne fin sont ils précisés ?

4.5.6 est une enseigne de prêt à porter pour femme, dont la cible est la clientèle 30-50 ans. La marque est présente sous la forme d'un réseau de franchisés (95 boutiques).

Elle désire lancer une offre distinctive *Personal Fit*, un service de vêtements "sur mesure" : une gamme spécifique de vêtements avec un choix de tailles beaucoup plus fin, qui peut être guidé par des mesures électroniques.

... voir étude de cas ...

Le triangle projet



Les objectifs

“ Quoi faire ? ”

Définir le domaine couvert en termes de fonctionnalités. Le document contractuel est le **cahier des charges**.

“ Quand faire ? ”

La gestion des délais intervient une fois les étapes de découpage et d'estimation terminées. Un **calendrier** contractuel définissant les livrables intermédiaires peut être établi.

“ Avec qui/quoi faire ? ”

La gestion des ressources nécessite une **organisation** parfois complexe.
Des structurations typiques des ressources humaines sont:

- structuration générale *client/fournisseur*.
- structuration en *maîtrise d'ouvrage/maîtrise d'œuvre*.

Structuration client/fournisseur

Dans de nombreux projets, on peut retrouver les acteurs suivants:
parmi les clients :

- les décideurs
- le chef de projet
- les usagers

parmi les fournisseurs :

- le chef de projet
- les concepteurs
- les équipes de fabrication

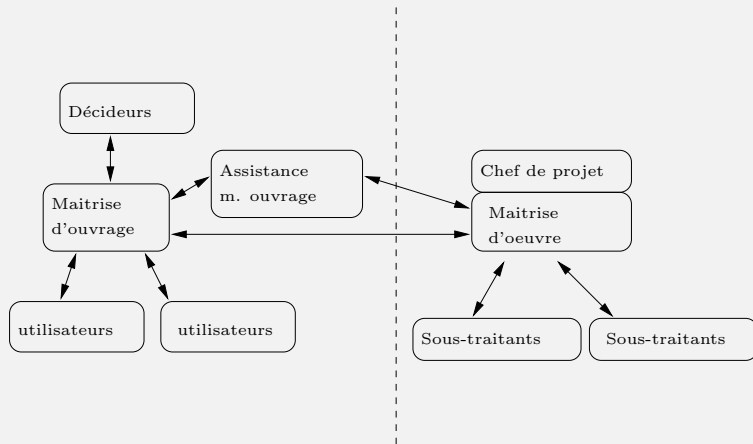
Structuration maîtrise d'ouvrage/maîtrise d'œuvre

Quand les entreprises sont structurées pour gérer des projets on a souvent une organisation en **maîtrise d'ouvrage** (MOA) et **maîtrise d'œuvre** (MOE).

Ce sont deux entités de l'organisation (personnes morales).

- Le MOA est client du MOE à qui il passe commande d'un produit nécessaire à son activité.
- Le MOE fournit ce produit: soit il le réalise lui-même, soit il passe commande à un ou plusieurs fournisseurs qui élaborent le produit sous sa direction.

Les acteurs : structuration



La maîtrise d'ouvrage : 6 fonctions

- le maître d'ouvrage stratégique (MOAS)
→ prend les décisions, arbitre.
- le maître d'ouvrage délégué (MOAD)
→ fournit les éléments factuels au MOAS.
- le maître d'ouvrage opérationnel (MOAO)
→ expert d'un grand processus du métier.
- l'assistant à maîtrise d'ouvrage (AMO),
→ support pour le MOAO ou MOAD en période de pointe, ou quand le projet demande des compétences non maîtrisées.
- l'expert métier,
→ vérifie la pertinence du produit avec les exigences des utilisateurs
- l'utilisateur
→ peuvent compléter les observations de l'expert métier.

La maîtrise d'œuvre

Le MOE est responsable de la qualité technique de la solution. Il doit, avant toute livraison au MOA, procéder aux vérifications nécessaires (“recette usine”).

Pour cela, le MOE doit assurer la coordination de tous les fabricants en veillant (entre autres):

- à la cohérence des fournitures et à leur compatibilité,
- à coordonner l'action des fournisseurs en contrôlant la qualité technique,
- à respecter les délais fixés par le MOA et en minimisant les risques.

Plan

1 Le contexte de la gestion de projet

2 Le découpage

- Pourquoi découper ?
- Principe du découpage
- Les méthodes
- Decoupage en phases

3 L'estimation d'un projet

4 La planification

Pourquoi découper ?

- Faire face à la complexité des activités
(“diviser pour régner”)
- Aborder le projet en termes d'unités de fabrication
(Toujours se souvenir de l'objectif final)
- Diminuer les risques de dérives
(Cloisonnement des activités)
- Affecter des activités aux acteurs
(Faire correspondre besoins et compétences)
- Ordonnancer
(Planifier le travail sur un calendrier)

Principes du découpage

- **Objets** du découpage : des éléments autonomes
 - ▶ qui produisent un résultat final
 - ▶ qui ont une charge mesurable
 - ▶ dont on peut identifier leurs contraintes d'antériorité
- **Méthodes** courantes de découpage
 - ▶ sur critère temporel : succession d'étapes et de phases
 - ▶ sur critère structurel : définition des modules

Choisir une méthode de découpage

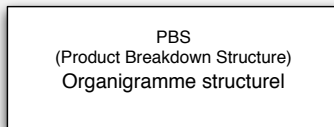
- Méthode générale, comme
 - ▶ PBS (*Product Breakdown Structure*)
 - ▶ WBS (*Work Breakdown Structure*)
 - ▶ OBS (*Organisation Breakdown Structure*)
- Méthode plus spécifique, caution pour une communauté :
ex : Norme de conduite de projet AFNOR Z67-101
- Méthodes de conception spécifique métier :
Exemple pour les développements informatiques :
 - ▶ Merise
 - ▶ SADT
 - ▶ UML

Méthodes PBS/WBS/OBS

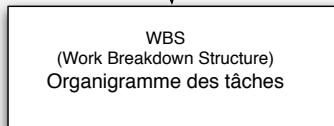
- PBS : vue hiérarchique des composants, parties, sous-parties, nécessaires à la construction du produit.
- WBS : division hiérarchique du travail global à réaliser en *work packages* (ou *lots de travail*), qui peuvent être estimés, planifiés, et affectés à un responsable (personne ou service).
- OBS : hiérarchie de l'organisation qui mène le projet, qui permet de mettre en relation PBS avec WBS pour identifier les responsabilités vis-à-vis des work-packages.

PBS-WBS-OBS

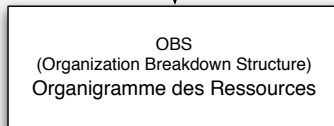
Quoi ?
- produit
- livrable
- objectif



Comment ?
- actions

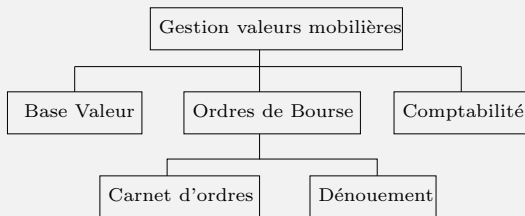


Qui ?
- acteurs



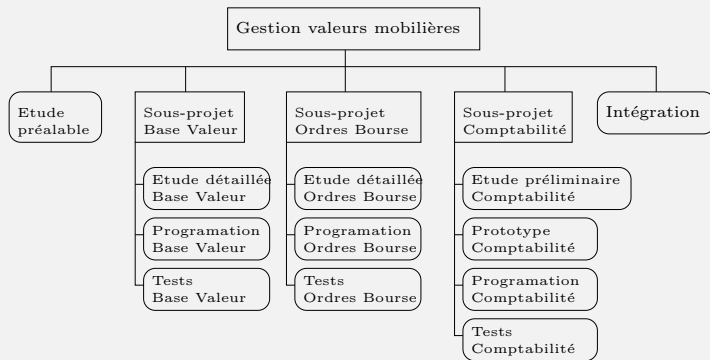
Exemple PBS (Product)

Découpage PBS (formalisme graphique)



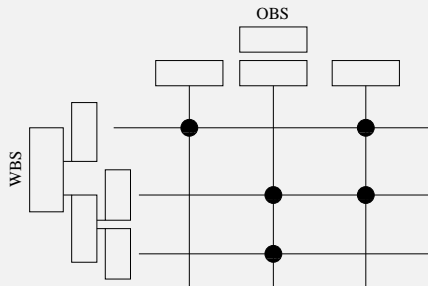
Exemple WBS (Work)

Découpage WBS (formalisme graphique)



Relation OBS/WBS

Relation OBS/WBS \Rightarrow Responsabilités vis-à-vis du produit



Aussi désignée par *Responsibility Assignment Matrix* (RAM)

Exemple WBS : institut de formation

Pour la gestion d'un institut on identifié 4 domaines:

- gestion des candidatures
- gestion des demandes de stages
- gestion des stages
- suivi budgétaire

Pour chaque domaine, on décrit la succession des travaux à mener. Par exemple:

Exemple WBS : institut de formation

Application 1 : **Gestion des candidatures**

1. Etude prealable

- 11. Lancement de la phase
- 12. Recueil de l'existant
- 13. Conception

14. Appreciation

- 15. Validation de la phase

2. Etude detaillee

Conception fonctionnelle generale

Conception fonctionnelle detaillee

- 23. Conception technique et validation

3. Realisation

- 31. Etude technique
- 32. Production du logiciel

exemple : institut de formation (2)

on raffine:

- 1. Etude prealable
 - 14. Appreciation
- 141. Etude des developpement
 - 142. Elaboration du bilan
 - 143. Redaction du dossier de choix
- union du 143m Re directeur

- 142. Elaboration du bilan
 - 1421. Recueil des elements de coûts
 - 1422. Recherche des elements de gains attendus
- construction des bilans par scenario

Exemple: projet minier

Le projet est de **déterminer la faisabilité d'une exploitation minière**.
Sont identifiées:

- la liste de tâches
- les ressources

Déterminer le PBS, le WBS puis l'OBS pour ce projet.

Synthèse WBS/PBS/OBS

- La méthode est générale, et peut s'appliquer à tout projet.
- Certaines spécificités du métiers ne sont pas prises en compte (trop générale).
- La structure hiérarchique arborescente favorise un découpage récursif des éléments.
- Dans la pratique, on utilise des patrons (templates) définis pour un type de projet donné.
Exemple : l'armée U.S. demande à ses sous-traitants de se conformer au WBS normalisé US MIL-STD-881.

Découpage en phases

On retrouve généralement les phases suivantes, terminées par une procédure de validation.

- ❶ **Étude de faisabilité** (ou **préliminaire, préalable, d'opportunité**)
- ❷ **Lancement**
- ❸ **Définition des solutions**
- ❹ **Conception détaillée**
- ❺ **Réalisation**
- ❻ **Recette**

- déterminer le périmètre (ce qui sera inclus dans les objectifs),
- sa faisabilité technique (e.g. étude de terrain, recherche de solution existante),
- les compétences requises, les compétences à acquérir,
- les risques de faire, les risques de ne pas faire, éventuellement le retour sur investissement attendu.

- on définit l'organisation du projet (chef de projet, comité pilotage, experts, sous-traitants),

les moyens de contrôler les résultats

Norme AFNOR

Norme Z67-101 "recommandations pour la conduite de projets informatiques" s'inspire de la méthode Merise et normalise le découpage du processus de développement.

1. Étude préalable	{ Exploration Conception d'ensemble Appréciation solution
2. Conception détaillée	{ Conception du S.I. Spécifications fonctionnelles Etude organique générale
3. Réalisation	{ Etude organique détaillée Programmation et tests Validation technique
4. Mise en oeuvre	{ Réception provisoire Exploitation sous contrôle
5. Évaluation	{ Evaluation du système info. Evaluation du S.I.

Plan

1 Le contexte de la gestion de projet

2 Le découpage

3 L'estimation d'un projet

- Pourquoi estimer ?
- Estimer à différents niveaux
- Estimer charges et coûts
- Utiliser une méthode ?

4 La planification

Pourquoi estimer ?

- Cerner la durée du projet
- Déterminer les ressources à mettre en œuvre
- Déterminer la faisabilité technique du projet
- Pouvoir négocier
- Éviter les dérives de coûts

Estimations à différents niveaux

- Niveau projet
 - ▶ déterminer enveloppe budgétaire
 - ▶ poids du projet en termes d'effort
 - ▶ estimation de la rentabilité
 - ▶ évaluer une durée vraisemblable
- Niveau étape
 - ▶ ajuster le découpage
 - ▶ sous-traiter
 - ▶ prévoir ressources
 - ▶ prévoir délais pour planifier l'ordonnancement
- Niveau phase
 - ▶ planification précise
 - ▶ calendrier des fournitures intermédiaires
 - ▶ prévoir suivi de projet
 - ▶ prévoir les montées/baisses en charge
- Niveau tâche
 - ▶ évaluer les tâches (souvent individuelles)

Unité de charge

- La *charge* est la quantité de travail exprimée en *ressources* \times *temps*.
- Les *ressource* sont souvent des **hommes**
- Le *temps* est le
 - **mois** pour les grands projets,
 - **jour** pour les petits projets.
- La charge est souvent pondérée par coefficient de productivité

Exemple : 10 jours \times hommes

\Leftrightarrow 1 homme pendant 10 jours

\Leftrightarrow 10 hommes pendant 1 jour

\Leftrightarrow 5 hommes pendant 2 jours

$\Leftrightarrow \dots$

Unité de charge corrigée

Exemple de correction de productivité :

$$\text{jours ouvrables } jo = 52 \times 5 = 260$$

jours fériés 12

congés 30

maladie 3

formation 4

réunions 6

nb jours improductifs (ji) = 55

$$\text{coefficient} = \frac{jo}{jo - ji} = \frac{260}{205} = 1,26$$

Utiliser une méthode ?

- méthodes basées sur un **jugement d'expert**
toujours applicable, n'importe quel domaine
- méthodes de **répartition proportionnelle**
applicable dans les domaines où des experts ont classifié la répartition
- méthodes basées sur un **modèle de calcul**
applicable quand un modèle quantitatif à été établi, indicateurs numériques nécessaires

"Méthode" Delphi

- Chaque expert donne anonymement une estimation
- Les résultats sont rassemblés et exposés au groupe
- Chaque expert argumente sur son estimation
- Les experts s'accordent sur une estimation consensuelle

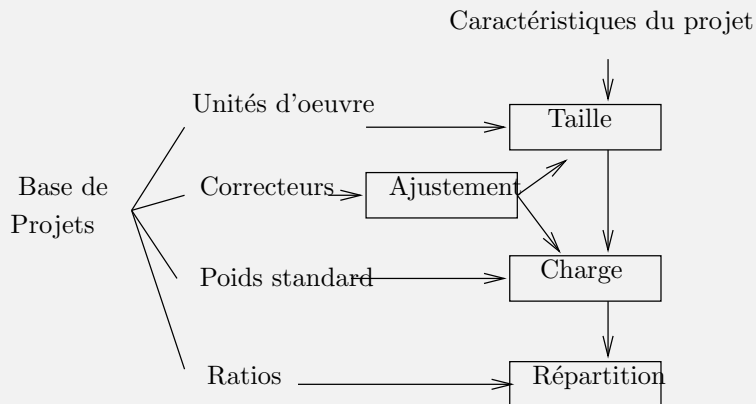
Méthode de répartition proportionnelle

Etape	Ratio
Etude préalable	10% du projet
Etude détaillée	20 à 30% du projet
Etude technique	5 à 15% de la charge de réalisation
Réalisation	2 fois la charge d'étude détaillée
Mise en œuvre	30 à 40% de la charge de réalisation

Phase	Ratio
Observation	30 à 40% de l'étude préalable
Conception/Organisation	50 à 60% de l'étude préalable
Appréciation	10% de l'étude préalable

Tâche	Ratio
Observation	30 à 40%
Conception/Organisation	50 à 60%
Appréciation	10%

Méthode modèle de calcul



Méthode COCOMO

Soit t le nombre de milliers de lignes de code livrées (sans les commentaires). Le type de projet est alors :

taille t	type de projet
$t \leq 50$	simple
$50 \leq t \leq 300$	moyen
$t > 300$	complexe

La charge c et le délai d sont estimés par :

Type projet	Charge en mois/homme	Délai en mois
simple	$c = 3,2 \times t^{1,05}$	$d = 2,5 \times c^{0,38}$
moyen	$c = 3 \times t^{1,12}$	$d = 2,5 \times c^{0,35}$
complexe	$c = 2,8 \times t^{1,2}$	$d = 2,5 \times c^{0,32}$

Facteurs correcteurs COCOMO

	Facteur	bas	moy.	élevé
Produit	fiabilité requise	0,88	1	1,15
	taille base données	0,95	1	1,08
	complexité produit	0,85	1	1,15
Ordinateur	contrainte temps d'exec.	-	1	1,11
	contrainte taille mémoire	-	1	1,06
	instabilité logiciel de base	0,87	1	1,15
Personnel	Expérience du domaine	1,13	1	0,91
	Qualification programmeur	1,17	1	0,86
	Familiarité logiciel de base	1,10	1	0,90
	Expérience du langage	1,02	1	0,95
Projet	Utilis. méthode moderne	1,10	1	0,91
	Utilisation d'outils			
	d'aide à la programmation	1,10	1	0,91
	Contrainte de délais	1,08	1	1,04

Méthodes des points fonctionnels

- Méthode proposée par A. Albrecht (IBM), norme AFNOR (XP Z 67-160), largement disséminée <http://www.ifpug.org/>.
- L'estimation de la complexité du système à développer, l'est à partir des *fonctions* du futur système.
- Chaque fonction
 - ▶ fait partie d'une des 5 unités d'œuvres définies (relatives aux entrées/sorties ou aux traitements)
 - ▶ a un niveau de complexité (faible/moyen/élevé)
- Évaluation en trois étapes :
 - ① calcul de la taille
 - ② ajustement de la taille
 - ③ transformation du nombre de points de fonction en charge

Plan

- 1 Le contexte de la gestion de projet
- 2 Le découpage
- 3 L'estimation d'un projet
- 4 La planification
 - Méthode PERT
 - Méthode PERT probabiliste
 - Diagramme Gantt
 - Ordonnancement
 - Heuristiques tâches indépendantes

Techniques de planification

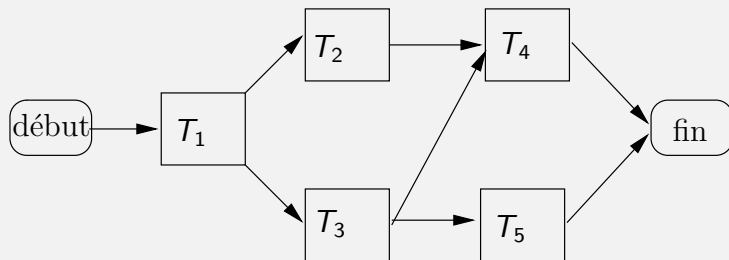
Objectif : gérer le découpage temporel et structurel

Techniques :

- Graphe PERT pour :
 - ▶ mettre en évidence les dépendances entre tâches
 - ▶ mettre en évidence le parallélisme potentiel
 - ▶ calculer la durée minimum du projet
 - ▶ mettre en évidence les temps d'attente
- Diagramme Gantt pour :
 - ▶ faire des hypothèses sur les *ressources*
 - ▶ faire des hypothèses sur les disponibilités
 - ▶ établir un calendrier de travail

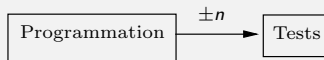
Project Evaluation and Review Technique (PERT)

- Établissement de l'ensemble des tâches et leurs durée estimée
- Ordonnancement des tâches selon dépendances

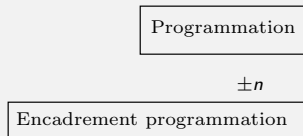


Méthode PERT (2)

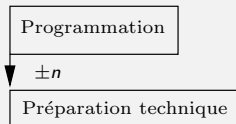
fin-début



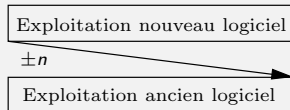
fin-fin



début-début



début-fin



Graphe PERT

- Le projet est caractérisé par
 - ▶ un ensemble de tâches T
 - ▶ une date de début t_0
 - ▶ une date de fin t_f
- Une tâche T_i possède :
 - ▶ une durée $d(T_i)$
 - ▶ un ensemble de prédécesseurs $Pred(T_i)$
 - ▶ un ensemble de successeurs $Succ(T_i)$

⇒ Objectif : définir

- la date *au plus tôt* de chaque tâche
- la date *au plus tard* de chaque tâche
- le *chemin critique*

Dates au plus tôt

la tâche ne peut débuter avant $d_{tot}(T_i)$

la tâche ne peut finir avant $f_{tot}(T_i)$

$$\left. \begin{aligned} d_{tot}(T_i) &= \begin{cases} \max(f_{tot}(Pred(T_i))) & \text{si } Pred(T_i) \neq \{\} \\ t_0 & \text{sinon} \end{cases} \\ f_{tot}(T_i) &= d_{tot}(T_i) + d(T_i) \end{aligned} \right\}^*$$

★ : si tous les liens sont de type fin-début

Dates au plus tard

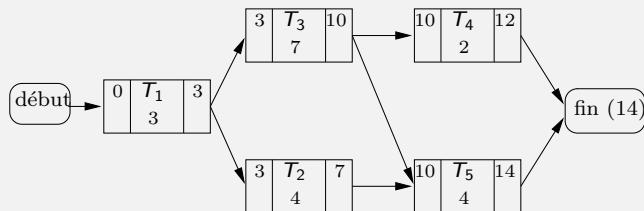
la tâche doit débiter au plus tard à $d_{tard}(T_i)$

la tâche doit finir au plus tard à $f_{tard}(T_i)$

$$\left. \begin{aligned} f_{tard}(T_i) &= \begin{cases} \min(d_{tard}(Succ(T_i))) & \text{si } Succ(T_i) \neq \{\} \\ t_f & \text{sinon} \end{cases} \\ d_{tard}(T_i) &= f_{tard}(T_i) - d(T_i) \end{aligned} \right\}^*$$

★ : si tous les liens sont de type fin-début

Exemple dates au plus tôt

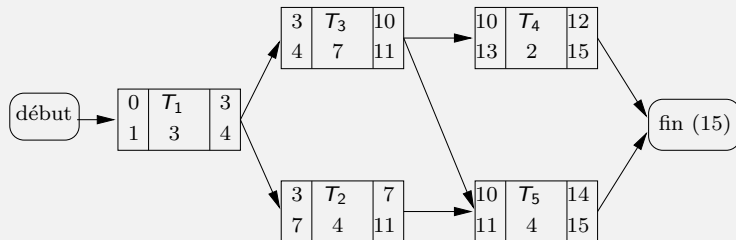


Remarquer la tâche T_5 avec plusieurs prédécesseurs :

$$d_{tot}(T_5) = \max(\{f_{tot}(T_2); f_{tot}(T_3)\}) = \max(\{7, 10\}) = 10$$

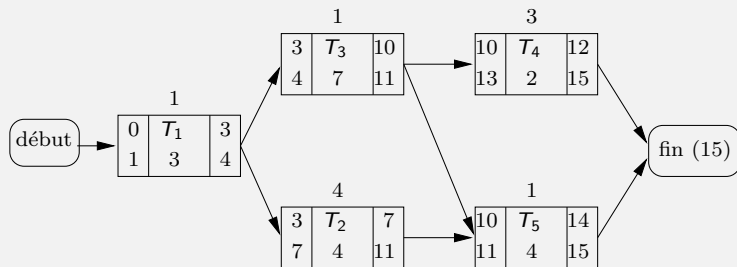
Exemple dates au plus tard

Supposons $t_f = 15$ (estimation de la fin du projet)



Marges et chemin critique

- Marge (de manœuvre) : $m(T_i) = d_{tard}(T_i) - d_{tot}(T_i)$
 $= f_{tard}(T_i) - f_{tot}(T_i)$
- Chemin critique :
chemin tel que la somme des marges est minimale
- Cas particulier avec uniquement liens fin-début
Chemin critique \Leftrightarrow Chemin le plus long



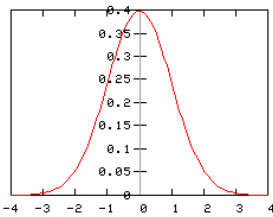
Ici : le chemin critique est $\{T_1; T_3; T_5\}$

Exercice graphe PERT

Tâche	durée	lien
t_1	5	fin t_1 - début t_3
t_2	2	fin t_2 - début t_4, t_5
t_3	10	fin t_3 - début t_6, t_8
t_4	8	fin t_4 - début t_6
t_5	10	fin t_5 - début t_7
t_6	25	fin t_6 - début t_{11}
t_7	4	fin t_7 - début t_{11}
t_8	10	fin t_8 - début t_9, t_{10}, t_{11}
t_9	2	fin t_9 - début t_{13}
t_{10}	1	fin t_{10} - début t_{13}
t_{11}	15	début t_{11} - début t_{12} fin t_{11} - début t_{13}
t_{12}	10	fin t_{12} - début t_{14}
t_{13}	12	fin t_{13} - fin
t_{14}	30	fin t_{14} - fin

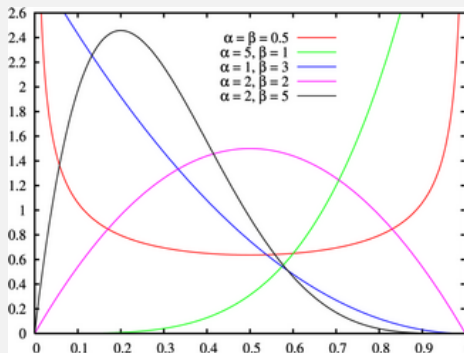
PERT Probabiliste: synopsis

- Inclure risque et incertitude dans la durée
- Durée d'une tâche considérée comme une variable aléatoire (dont la distribution suit une loi Beta).
- La durée totale est aussi une variable aléatoire suivant une loi normale (théorème de la limite centrale).
- Conditions
 - ▶ nombre suffisant de tâches
 - ▶ ordre de grandeur semblables pour les durées
 - ▶ indépendances entre durées des tâches



Loi pour la durée d'une tâche

Une loi adéquate est la distribution **Beta**.



- On peut contrôler la forme de la courbe avec α et β .
- En particulier, elle peut être asymétrique (e.g. allongée à droite).
- Elle a des limites finies (comme les durées de tâches).

Loi pour la durée d'une tâche

Fonction de densité de la distribution:

$$f(x) = \frac{(x-a)^{p-1}(b-x)^{q-1}}{(b-a)^{p+q-1}B(p,q)} \quad a \leq x \leq b; p, q > 0$$

avec B la fonction beta: $B(p, q) = \int_0^1 t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}dt$

Les travaux de C. Clarke (1962) ont donné une méthode pour contrôler α et β à partir de 3 paramètres plus simples :

opt : durée optimiste

pes : durée pessimiste

vrai : durée vraisemblable

PERT probabiliste (2)

Pour une tâche :

- Calculer la durée probable d'une tâche i :

$$prob_i = \frac{opt_i + 4 \text{ vrai}_i + pes_i}{6}$$

- Mesurer l'incertitude de l'estimation en calculant l'indicateur de dispersion de la durée de la tâche i :

$$d_i = \frac{pes_i - opt_i}{6}$$

PERT probabiliste (3)

Pour un chemin constitué des tâches $\{1; 2; \dots; n\}$

- Mesurer la durée estimée du chemin

$$D = \sum_{i=1}^n prob_i$$

- Mesurer l'écart-type de l'estimation pour le chemin :

$$E = \sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2}$$

PERT probabiliste (4)

Obtenir la durée du chemin avec une probabilité p :

$$\mathcal{D}(p) = D + E \times G(p)$$

où G est la fonction associée à la loi normale centrée réduite (extrait) :

p	$G(p)$	p	$G(p)$
99,9	3,00	89,1	1,23
99	2,31	85,1	1,04
98	2,06	70,2	0,53
97	1,88	50	0
95	1,65	42,1	-0,2
92,1	1,41	34,5	-0,4
90	1,28	27,4	-0,6

PERT probabiliste (4)

Exemple : Les estimations sont $D = 100$ et $E = 15$.

La durée probable à 90% est

$$\begin{aligned}\mathcal{D}(90) &= 100 + 15 \times G(90) \\ &= 100 + 15 \times 1,28 \\ &\approx 119\end{aligned}$$

La durée probable à 70% est

$$\begin{aligned}\mathcal{D}(70) &= 100 + 15 \times G(70) \\ &= 100 + 15 \times 0,53 \\ &\approx 108\end{aligned}$$

La probabilité de terminer en 90 jours est

$$\begin{aligned}90 &= 100 + 15 \times G(p) \\ G(p) &= -10/15 = -2/3\end{aligned}$$

d'où $p \approx 27\%$

Exercice PERT probabiliste

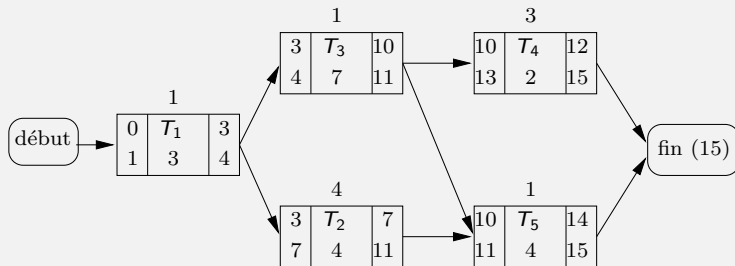
t_i	Description	<i>opt</i>	<i>pes</i>	<i>vrai</i>
t_1	faire fondre le beurre et le chocolat	6	9	7,5
t_2	séparer les oeufs en jaunes et blancs	1	4,5	3
t_3	ajouter les jaunes au mélange, faire cuire	6	8	7
t_4	monter les blancs en neige	2	12	5
t_5	arrêter la cuisson du mélange, et incorporer les blancs au mélange	2	6	3
t_6	faire cuire au four	16	22	18

- 1 Tracer le graphe PERT (sans contrainte de ressources)
- 2 Calculer la durée probable, l'écart-type de chaque chemin
- 3 Déterminer le chemin critique
- 4 Quelle est la durée estimée de préparation du gâteau,
 - avec une probabilité de 90% ?
 - avec une probabilité de 95% ?
- 5 Quelle est la probabilité de terminer en 37 minutes ?

Etablir un planning

- Un réseau PERT donne les dates (au plus tôt, au plus tard) sans tenir compte des contraintes de ressources
- Planning \Rightarrow faire des hypothèses sur les ressources
- Diagramme Gantt : qui fait quoi et quand ?
- Possibilité de modifier le planning en
 - ▶ jouant sur les ressources affectées
 - ▶ jouant sur le chargement (au plus tôt, au plus tard)

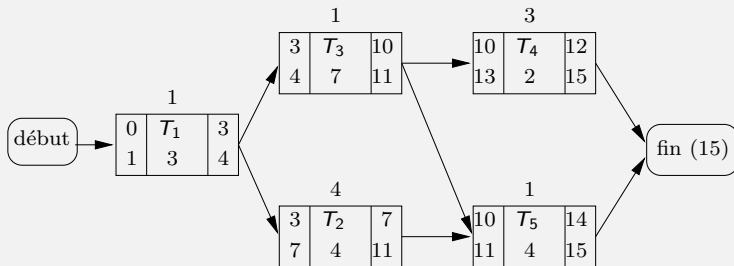
Diagramme Gantt (2)



Hypothèses : ressources R1 et R2, et chargement au plus tôt

Périodes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ressources															
R1		T1													
				T3											
										T5					
R2				T2											
											T4				

Diagramme de Gantt (3)

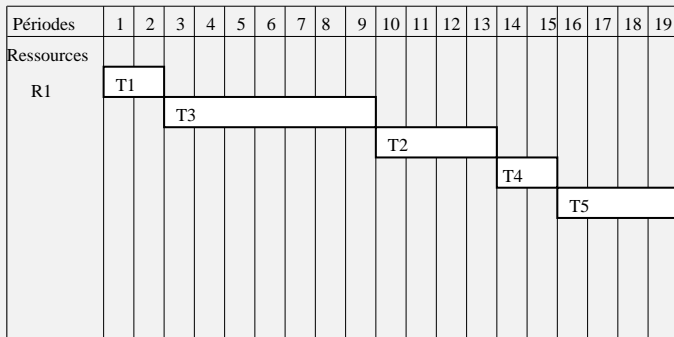


Hypothèses : ressources R1 et R2, et chargement au plus tard

Périodes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ressources R1															
		T1													
					T3										
R2															
								T2							
												T5			
													T4		

Diagramme Gantt : le nivellement

Le *nivellement* : limiter les ressources utilisées



Ordonnancement

- Affecter des tâches à des ressources dans un ordre, c'est **ordonnancer**.
- De nombreux résultats proviennent de la recherche opérationnelle. (exemple: Flow job, Job shop.)
- Beaucoup des problèmes d'ordonnancement sont NP-complets. Des heuristiques donnant de "bons" résultats souvent utilisées.

Il faut connaître les hypothèses.

- Tâches connues à l'avance ? Si oui, ordonnancement *statique*, si non ordonnancement *online*.
- Tâches dépendantes les unes des autres ?
- Tâches préemptibles ? préemptible: peut être interrompue.
- Ressources hétérogènes ? connaître la capacité de travail de la ressource.
- ...

Heuristiques tâches indépendantes

Heuristiques tâches indépendantes, Ressources hétérogènes

- Min-min
- Max-min
- Sufferage

Min-min

- Pour chaque tâche T_i , calculer son temps de fin sur toutes les machines et retenir le minimum, appelé β_i .
- garder la tâche qui a le temps le plus court: $\min_i \beta_i$
- affecter la tâche sur la machine qui donne ce temps
- recommencer jusqu'à ce que toutes les tâches soient ordonnancées

Min-min

	T_1	T_2	T_3
R_1	140	20	60
R_2	100	100	70

	T_1	T_2	T_3
R_1	160	20	80
R_2	100	--	70

	T_1	T_2	T_3
R_1	160	20	--
R_2	100	--	70

	T_1	T_2	T_3
R_1	160	20	--
R_2	170	--	70

Max-min

Soit T l'ensemble des tâches à ordonnancer.

- Pour chaque tâche $T_i \in T$ calculer son temps de fin sur toutes les machines et retenir le minimum, appelé β_i .
- garder la tâche qui a le temps de fin maximum: $\max_i \beta_i$
- affecter la tâche sur la machine qui donne ce temps
- recommencer avec l'ensemble $T \setminus T_i$, jusqu'à ce que toutes les tâches soient ordonnancées

Exemple Max-min

	T_1	T_2	T_3
R_1	140	20	60
R_2	100	100	70

	T_1	T_2	T_3
R_1	--	20	60
R_2	100	200	170

	T_1	T_2	T_3
R_1	--	20	60
R_2	100	200	170

	T_1	T_2	T_3
R_1	--	80	60
R_2	100	200	170