

# 激光能量密度分布的测量方法

段 锦<sup>1</sup>, 吴 君<sup>1</sup>, 端木繁一<sup>2</sup>, 景文博<sup>1</sup>

(1. 长春理工大学 电子信息工程学院, 长春 130022

2. 北京理工大学 信息科学技术学院, 北京 100081)

**摘要:** 提出一种用于激光能量密度分布测量与分析的方法, 首先采用图像处理方法对激光光斑图像进行检测处理, 再对激光光斑波面进行拟合, 并采用伪彩色对激光能量分布进行三维显示. 采用 Zemike多项式对波前进行拟合和重构, 讨论了拟合采样点的布设方法, 并用激光能量密度测试精度平均误差较小的同心放射状采样点布局方案. 采用伪彩色算法对二维光斑图像进行三维模型显示, 反映光斑不同区域能量分布的相对大小和位置. 实验结果表明, 该方法基本满足激光能量密度分布检测的要求.

**关键词:** 能量密度分布; Zemike多项式; 波面拟合; 伪彩色变换; 激光光束质量

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5489(2009)02-0311-06

## Method for Measuring Laser Energy Density Distribution

DUAN Jin, WU Jun, DUANMU Fan-yi, JING Wen-bo

(1. School of Electronic Information and Engineering, Changchun University of

Science and Technology, Changchun 130022, China

2. School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The methods were presented for measuring and analysing laser energy density distribution. First the spot images were detected and located. Then wavefront was fitted based on Zemike polynomial. Finally 3-D pseudo color visualization algorithm was used for 2-D laser spot images. Experimental results indicate that the Zemike polynomial fitting realized wavefront detection and reconstruction. The method of fitting sample points selection was studied based on the least average error of laser energy intensity testing precision. The visualization method reflected the relative sizes and positions of laser spot energy distribution in different areas. The testing system fully satisfied the demand of laser energy intensity measurement.

**Key words:** energy density distribution; Zemike polynomial; wavefront fitting; pseudo color transform; beam quality

激光在大气中传输时会受到各种因素的影响. 特别是大气湍流效应易产生通信传输过程中激光光束的抖动、强度起伏、光束扩展和像点抖动的现象. 大气湍流效应严重影响空间光通信的稳定性和可靠性<sup>[1-2]</sup>.

激光在大气中传输时, 大气的干扰使激光能量衰减, 从而使能量密度分布发生变化. 目前, 较成熟的方法是使用能量密度测试仪对激光能量密度分布进行测量, 并采用光电法, 在激光接收靶板上布

收稿日期: 2008-10-29

作者简介: 段 锦(1971~), 男, 汉族, 博士, 副教授, 从事机器视觉、模式识别和光电检测的研究. E-mail: duanjin@vip.sina.com

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 60677009)

置阵列探头. 但此方法对各探头的一致性要求较高.

目前, 人们一般针对激光光斑的灰度图像进行研究, 由于人眼对不同灰度级的分辨能力有限, 因此难以充分利用激光光斑灰度图像中包含的光斑能量分布信息. 本文利用伪彩色变换和灰度插值运算, 实现光斑能量分布的三维伪彩色可视化, 可以较直观的分析激光能量分布, 以反映光斑不同区域能量分布的相对大小和位置.

远场激光光斑图像通常是不规则、不连续的, 因此, 在三维可视化之前必须对光斑图像进行拟合, 以便于分析激光能量密度的分布. 本文研究光斑图像的拟合和重构, 通过空间激光通信链路实验, 获得了较完整的实验数据, 为研究大气对激光的影响以及评价激光器的性能提供了参考依据, 也为激光光束质量的评价提供了数学依据<sup>[3 4]</sup>.

# 1 波面拟合算法

## 1.1 Zemike多项式

镜面的波面一般趋于光滑和连续, 所以可将镜面的面形变化表示成一个完备基底函数的线性组合或一个线性无关基底函数系的组合. 利用多项式进行波面拟合非常方便, 由于 Zemike多项式在连续的单位圆上正交, 且自身具有旋转对称性, 并与初级像差存在一定的对应关系, 因此, 可使用 Zemike多项式对采集到的光斑进行波面拟合<sup>[5 6]</sup>.

单位圆上定义的 Zemike多项式在极坐标下的表达式为<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} Z_0 &= (n+1)^{1/2} R_n^0(\rho), & m=0 \\ Z_{[2(n+1)]^{1/2} R_n^m(\rho) \cos m\theta} & \quad q=2, j \quad m \neq 0 \quad j=1, 2, \dots, \\ Z_{[2(n+1)]^{1/2} R_n^m(\rho) \sin m\theta} & \quad q=2j-1 \quad m \neq 0 \quad j=1, 2, \dots, \end{aligned} \tag{1.1}$$

其中,  $\rho$ 为极轴,  $\theta$ 为极角,  $m$ 和  $n$ 为整数, 且有  $n-m=2p$  ( $p=0, 1, 2, \dots$ ),  $q$ 为模序列, 且为  $m$ 和  $n$ 的函数, 径向多项式  $R_n^m$ 定义为

$$R_n^m = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! ((n+m)/2-s)! ((n-m)/2-s)!} \rho^{n-2s}, \tag{1.2}$$

根据式 (1.1)即可计算出 Zemike多项式每项的表达式.

## 1.2 波面拟合算法

采用 Zemike多项式进行波面拟合, 将被测波面用  $n$ 项 Zemike多项式表示为

$$w(x, y) = q_1 Z_1(x, y) + q_2 Z_2(x, y) + \dots + q_n Z_n(x, y) = q^T Z \tag{1.3}$$

对于  $m$ 个离散测量数据点  $w_i(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ), 令  $a_i = Z_i(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 代入式 (1.3)得到矛盾方程组 ( $m > n$ ):

$$\begin{cases} a_{11} q_1 + a_{12} q_2 + \dots + a_{1n} q_n = w_1 \\ a_{21} q_1 + a_{22} q_2 + \dots + a_{2n} q_n = w_2 \\ \vdots \\ a_{m1} q_1 + a_{m2} q_2 + \dots + a_{mn} q_n = w_m \end{cases} \tag{1.4}$$

简记为

$$Aq = W \tag{1.5}$$

其中  $A=(a_{ij})$ 为  $m \times n$ 矩阵,

$$q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T, \quad W = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T.$$

矛盾方程组 (1.4)一般不存在通常意义下的解, 即对任何  $n$ 维向量  $q$   $W-Aq \neq 0$  此时, 用最小二乘准则求解参数  $q_1, q_2, \dots, q_n$  可导出线性方程组:

$$\sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^m a_{ik} a_{ij} \right) q_j = \sum_{i=1}^m a_{ik} w_i, \quad k=1, 2, \dots, n \tag{1.6}$$

式 (1.6)即为求解最小二乘问题的方程组. 求解此方程组即可得到  $q_1 \sim q_n$ . 但在实际应用中, 特别

当处理的数据量较大时, 通过上述方法直接构造的方程组往往是病态的, 易产生计算错误, 使拟合失败. 为避免直接求解方程组, 有两类方法: (1) 以基底函数系为基础, 通过变换函数族的基底改变法方程组的状态, 如 Gram-Schmidt 正交法和协方差矩阵法; (2) 不用构造法方程组, 直接从矛盾方程组  $Aq=W$  开始, 应用 Householder 变换将系数矩阵  $A$  正交三角化, 从而得到精确求解.

2 能量密度分布测试方法

2.1 光束能量分布理论

脉冲激光可以用高斯函数描述, 高斯光束的场分别指场在垂直于光束截面上  $x$  轴与  $y$  轴的横向分布. 如果用  $A$  表示基模高斯光束的振幅, 则有

$$A=\frac{w_0}{w(z)}\exp\left[-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}\right],\tag{2.1}$$

其中  $w(z)$  为光斑的半径. 式 (2.1) 表明, 基模高斯光束振幅的变化对于  $x$  轴和  $y$  轴是对称的, 如图 1 所示.

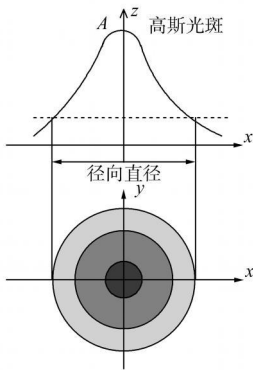


图 1 高斯光束能量的横向分布

Fig 1 Energy distribution of Gauss beam

如果采用柱坐标, 则式 (2.1) 变为

$$A=\frac{w_0}{w(z)}\exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(z)}\right],\tag{2.2}$$

其中  $\rho$  是柱坐标的径向变数, 定义为

$$\rho=(x^2+y^2)^{1/2}.\tag{2.3}$$

用半径为  $w(z)$  的圆确定基模高斯光束光斑的大小, 定义为光强衰减到中央最大值的  $1/e^2$  位置与  $x$  轴之间的距离, 见图 1.

设  $I_0$  为光斑中心极大值处的光强,  $I$  为距离中心  $\rho$  处的光强, 则其光强分布为

$$I=I_0\exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(z)}\right].\tag{2.4}$$

2.2 光斑能量密度分布的三维模型显示

相对于二维图像, 三维模型可以提供更全面和生动的信息表示. 用计算机处理的光斑图像都是经过采样、量化和编码而生成的, 在空间和灰度上均为离散化的数字图像, 如果将这样的二维图像直接转换为三维显示, 其效果并不理想.

空间分布数据的插值是三维可视化过程中的重要环节, 其性能将直接影响三维表示的质量<sup>[8]</sup>. 因此, 将离散的空间分布数据形成合理的三维模型, 首先必须进行数据的插值, 然后才能进行可视化操作.

在数字图像中, 其像素值仅在坐标值为整数处有定义, 所以在非整数处的像素值要用其周围一些整数处的像素值计算, 称为灰度插值. 灰度插值的方法很多, 最简单的是最近邻插值. 最近邻插值就是将离非整数坐标  $(x, y)$  点最近像素的灰度值赋给图像中对应的点. 这种方法的缺点是生成的图像粗糙, 不易辨识; 若提高样条插值的精度, 则计算量大, 处理时间长. 双线性插值是一种较好的折衷方法, 它利用  $(x, y)$  点 4 个最近邻像素的灰度值计算该点灰度值<sup>[9]</sup>.

设  $(x, y)$  点的 4 个最近邻像素为  $A, B, C, D$  坐标分别  $(i, j), (i+1, j), (i, j+1), (i+1, j+1)$ , 灰度值分别为  $g(A), g(B), g(C), g(D)$ .

首先, 设

$$\begin{cases} g(E)=(x-i)[g(B)-g(A)]+g(A), \\ g(F)=(x-i)[g(D)-g(C)]+g(C), \end{cases}\tag{2.5}$$

则  $(x, y)$  点的灰度值  $g(x', y')$  为

$$g(x', y')=(y-j)[g(F)-g(E)]+g(E).\tag{2.6}$$

上述方法很容易推广到 3D 情形. 设  $(x, y, z)$  点的 8 个最近邻像素为  $Q, P, Q, R, S, T, U, V$ , 坐标分别为  $(i, j, k), (i+1, j, k), (i-1, j, k), (i, j, k+1), (i+1, j, k+1), (i-1, j, k+1), (i, j, k-1), (i+1, j, k-1)$ , 灰度值分别为  $g(O) \sim g(V)$ . 先计算  $A, B, C, D$  这 4 个点的灰度值  $g(A) \sim g(D)$ :

$$\begin{cases} g(A) = (z-k)[g(P)-g(O)] + g(O), \\ g(B) = (z-k)[g(R)-g(Q)] + g(Q), \\ g(C) = (z-k)[g(T)-g(S)] + g(S), \\ g(D) = (z-k)[g(V)-g(U)] + g(U). \end{cases} \quad (2.7)$$

此时, 问题转化为 2D 的情形. 再利用式 (2.5) 和 (2.6) 即可求出  $(x, y, z)$  点的灰度值. 图 2 为激光能量密度分布的仿真过程, 其中 (A) 为理想条件下高斯激光光斑图像, (B) 为生成的二维伪彩色图, (C) 为生成的三维伪彩色图.

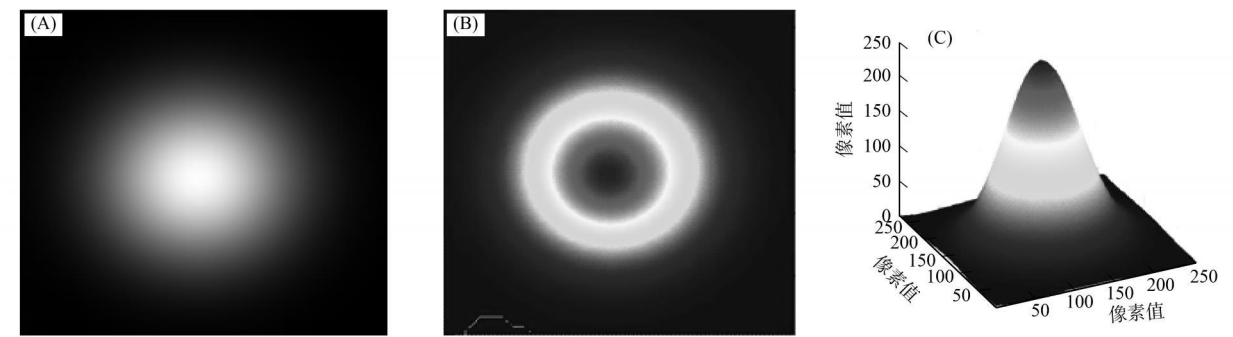


图 2 理想激光能量的密度分布  
Fig 2 Ideal laser energy density distributions

3 实验结果与分析

下面对激光能量密度分布进行检测与分析. 漫反射接收靶与激光光源的距离为  $1\text{ km}$ , 激光的发射波长为  $1.06\text{ }\mu\text{m}$ , 红外摄像机距离漫反射靶  $30\text{ m}$  处采集图像, 经处理后得到灰度光斑图像.

采样点布局采用同心放射状、矩形和菱形 3 种方案, 对激光能量测试精度进行估算, 将拟合后的图像与原始图像对应的有效像素区域进行比较, 计算两幅图像有效拟合区域的平均灰度标准差, 从而得到平均误差率:

$$\text{平均误差率} = \frac{\text{平均灰度标准差}}{\text{最大灰度值} - \text{最小灰度值}}.$$

经多次实验统计得到: 同心放射状与矩形和菱形采样点布设相比, 其平均误差率较小. 这是由于采集到的光斑基本上呈圆形, 而且对于同心放射状, 各采样点的间距基本相同. 3 种方案采样点布局如图 3 所示, 测试精度列于表 1.

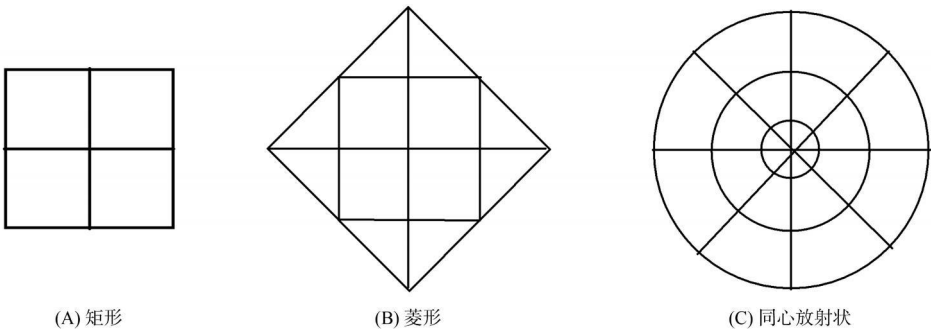


图 3 能量密度采样点的布局  
Fig 3 Layout of energy density sample point

表 1 不同布局方式的测试精度  
Table 1 Testing Precision of different layouts

采样点数量	采样点布局	平均误差 (%)
9	矩形	7.1
9	菱形	7.0
9	同心放射状	6.5

对于同心放射状布局, 采取 5、9 和 25 个采样点, 如图 4 所示。其中, 5 个点采样为中心点和内圆上下左右 4 点; 9 点采样为以上 5 点和中间圆 45° 方向的 4 个点; 25 个点为米字线与 3 个同心圆的所有交点。

对上述 3 种不同的采样点布局, 计算平均误差率得出: 随着采样点数的增多, 拟合的精度也不断提高, 见表 2

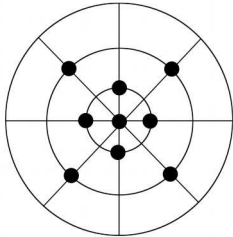
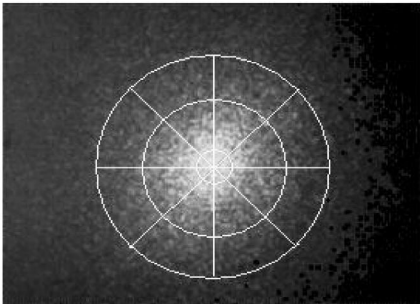


图 4 同心放射状采样点布局  
Fig 4 Sample point layout of concentric circles

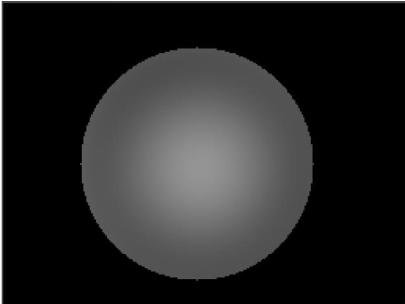
表 2 同心放射状布局的测试精度  
Table 2 Testing Precision of concentric layout

采样点数量	采样点布局	平均误差 (%)
5	同心放射状	9.2
9	同心放射状	6.5
25	同心放射状	4.3

对于采集到的光斑进行 Zemike 多项式拟合, 实验使用 11 阶 Zemike 多项式拟合, 采用 25 个采样点的同心放射状布局。拟合前后的光斑图像如图 5 所示。



(A) 拟合前图像



(B) 拟合后图像

图 5 拟合前后的光斑图像  
Fig 5 Images before and after fitting

针对拟合后的光斑图像进行三维可视化处理, 可以更直观地观察激光能量密度分布情况, 定性和定量地分析激光通过大气传输后的能量损失情况。激光能量密度分布实验软件界面如图 6 所示, 其中 (A) 为采集原始图像; (B) 为 Zemike 多项式拟合后图像; (C) 为拟合前光斑图像三维伪彩色变换图, (D) 为拟合后的光斑图像三维伪彩色变换图。图 6 中显示的 PV (Peak Value) 值是拟合前后图像最大像素值的差值 (即峰值的差值), 它反映激光最高能量的损失情况, 均值为拟合区域相应

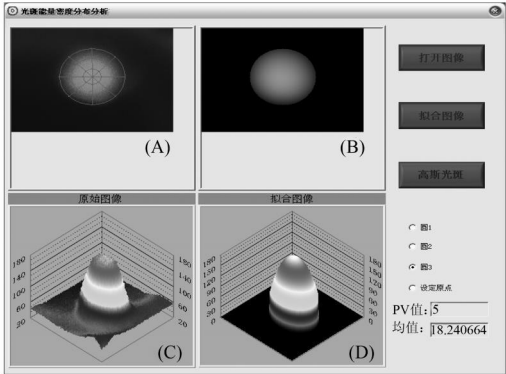


图 6 激光能量密度分布实验软件界面  
Fig 6 Software interface of laser energy density distribution

点像素差值绝对值的平均值.

综上可见,接收到的光斑图像是不规则的,采用 Zernike 多项式对光斑进行拟合和重建,较高精度地恢复了原光斑图像,对下一步图像的三维伪彩色可视化创造了条件.三维伪彩色可视化算法直观地显示了激光能量密度的分布.从图像处理的角度分析了在空间光通信中激光能量的分布情况,为评价激光光束质量提供了重要依据.

### 参 考 文 献

- [ 1 ] ZHANG Wen-tao, ZHU Bao-hua. Research on the Laser Beam through Turbulence Atmosphere Channel[ J ]. Journal of the University of Electronic Science and Technology of China, 2007, 36(4): 784-787. (张文涛, 朱保华. 大气湍流对激光信号传输影响的研究[ J ]. 电子科技大学学报, 2007, 36(4): 784-787.)
- [ 2 ] LI Jun-mei, SUN Xiao-quan, ZHANG Jun. Analysis of Atmospheric Influence on the Laser Energy Density of the Target[ J ]. Optoelectronic Technology, 2004, 24(3): 181-183. (李军梅, 孙晓泉, 张 军. 大气对上靶激光能量密度影响的分析[ J ]. 光电子技术, 2004, 24(3): 181-183.)
- [ 3 ] GAO Wei, WANG Yun-ping, LI Bin. Study on Characterization and Diagnosis of High-power Laser Beam Quality[ J ]. Infrared and Laser Engineering, 2003, 32(1): 61-64. (高 卫, 王云萍, 李 斌. 强激光光束质量评价和测量方法研究[ J ]. 红外与激光工程, 2003, 32(1): 61-64.)
- [ 4 ] HU Yu, XU Chang-wu. The Real-time Display Testing System of Atmospheric Influence on the Laser Transmission for Its Stochastic Behavior[ J ]. Laser and Infrared, 2001, 31(6): 92-93.
- [ 5 ] WYANT J C, CREATH K. Basic Wavefront Aberration Theory for Optical Metrology[ J ]. Applied Optics and Optical Engineering, 1992, XI: 27-38.
- [ 6 ] MAJCARA-Hernandez D, CARPIO-Valadez J M, Sanchez-Mondragon J J. Wavefront Fitting with Discrete Orthogonal Polynomials in a Unit Radius Circle[ J ]. Opt Eng, 1990, 29(6): 672-675.
- [ 7 ] SHAN Bao-zhong, WANG Shu-yan, NU Han-ben, et al. Zernike Polynomial Fitting Method and Its Application[ J ]. Optics and Precision Engineering, 2002, 10(3): 318-323. (单宝忠, 王淑岩, 牛憨笨, 等. Zernike 多项式拟合方法及应用[ J ]. 光学精密工程, 2002, 10(3): 318-323.)
- [ 8 ] FANG Hai-tao, HUANG De-shuang. The 3D Visualization of the Energy Distribution of Laser Spot Based on Pseudocolor Transform and the Interpolation of Grayscale[ J ]. Optoelectronic Engineering, 2004, 31(10): 61-64. (方海涛, 黄德双. 激光光斑能量分布的三维伪彩色可视化方法[ J ]. 光电工程, 2004, 31(10): 61-64.)
- [ 9 ] HADENFELD A C, SAYOOD K. Compression of Compressed Images[ J ]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(3): 534-541.