Лабораторная работа № 10

Исследование алгоритмов генерации и верификации электронной цифровой подписи

Цель: изучение алгоритмов генерации и верификации электронной цифровой подписи и приобретение практических навыков их реализации

Задачи:

- 1.Закрепить теоретические знания по алгебраическому описанию и алгоритмам реализации операций генерации и верификации электронной цифровой подписи (ЭЦП).
- 2. Получить навыки практической реализации методов генерации и верификации ЭЦП на основе хеширования подписываемых сообщений и алгоритмов RSA, Эль-Гамаля и Шнорра, а также DSA.
- 3. Разработать приложение для реализации заданных алгоритмов генерации и верификации ЭЦП.
 - 4. Оценить скорость генерации и верификации ЭЦП.
- 5. Результаты выполнения лабораторной работы оформить в виде описания разработанного приложения, методики выполнения экспериментов с использованием приложения и результатов эксперимента.

10.1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

10.1.1 Определение, назначение, основные функции и типы ЭЦП

Электронная цифровая подпись (ЭЦП) является важным элементом современных информационных систем, использующих методы и технологии криптографического преобразования информации.

Остановимся на важнейших свойствах и иных информационных и фактологичеких характеристиках ЭЦП. Более подробные сведения из предметной области можно найти, например, в [2, 4, 29, 50].

Понятие «электронная цифровая подпись» было введено в 1976 году У. Диффи и М. Хеллманом.

После создания RSA разработаны алгоритмы цифровой подписи И. Рабина и Р. Меркле. В 1984 году Ш. Гольдвассер, С. Микали и Р. Ривест сформулировали требования безопасности к алгоритмам ЭЦП, описали атаки на ЭЦП.

Государственный стандарт РБ [50] определяет понятие ЭЦП в следующем виде.

<u>Определение</u> 1. Электронная цифровая подпись — контрольная характеристика сообщения, которая *вырабатывается с использованием личного ключа*, проверяется с использованием открытого ключа, служит для контроля целостности и подлинности сообщения и обеспечивает

Таким образом, ЭЦП выполняет те же функции, что и собственноручная (поставленная «от руки») подпись:

- аутентифицировать лицо, подписавшее сообщение;
- контролировать целостность подписанного сообщения;
- защищать сообщение от подделок;
- доказать авторство лица, подписавшего сообщение, если это лицо отрицает свое авторство.

Важнейшими отличительными особенностям ЭЦП являются:

- ЭЦП представляет собой бинарную последовательность (в отличие от графического образа, каковым является подпись от руки);
- указанная бинарная последовательность зависит от содержания подписываемого сообщения.

Как следует из определения 1, основным компонентом в технологии ЭЦП является ключ. Принадлежность ключа, в предположении, что он известен только законным пользователям, позволяет решать все «возложенные на ЭЦП», сформированную на основе этого ключа, задачи. В соответствии с этим обстоятельством перечисленные выше функции ЭЦП могут быть реализованы на основе классических методов зашифрования/расшифрования (см. гл. 10 в [2]):

- на основе симметричных систем (с тайным ключом),
- на основе симметричных систем и посредника,
- на основе асимметричных систем (с открытым ключом).

Первый из перечисленных методом ничем не отличается, например, от DES.

Во втором случае создаются по существу две симметричные системы: между отправителем и посредником и между посредником и получателем. Причем посредник выдает двум сторонам различный тайный (для иных субъектов системы) ключ.

Во последнем случае сообщение, отправляемое получателю, шифруется тайным ключом отправителя. Отправитель же верифицирует подпись (в данном случае — устанавливает авторство, используя для расшифрования публичный ключ отправителя, и получает гарантию в защищенности переданного сообщения от подделок, если после расшифрования формат и содержание документа имеют логическую стройность) с помощью открытого ключа отправителя.

Таким образом, в этом случае, как и в первых двух случаях, ЭЦП, как отдельный, самостоятельный, присоединенный к исходному документу элемент получаемого сообщения, отсутствует. Кроме, того, в отличие от классической асимметричной криптографии, где используется ключевая информация получателя, в нашем случае используется ключевая информация отправителя: открытый ключ — для зашифрования, тайный — для расшифрования.

С учетом изложенного можем сформулировать определение ЭЦП в несколько ином виде.

<u>Определение</u> 2. Электронная цифровая подпись – бинарная (или в ином виде) последовательность символов, являющаяся реквизитом электронного документа, зависящая от содержания этого документа и предназначенная для подтверждения целостности и подлинности электронного документа.

10.1.2 ЭЦП на основе хешей подписываемых сообщений

Классическая технология использования ЭЦП предусматривает подписание не самого сообщения (обозначим его здесь M_o), а его хеша, $H(M_o)$. Это сокращает время генерации/верификации подписи и снижает вероятность появления случайных ошибок в итоговом документе.

Основу рассматриваемых протоколов составляют методы асимметричной криптографии и эллиптических кривых.

Общая структура подписанного электронного документа $M_o - M' -$ представляет собой, как правило, конкатенацию этого документа и ЭЦП, S. Кроме этих двух элементов, интегральный документ может содержать некоторую служебную информацию (дата, время отправки или различные данные об отправителе), как это схематично показано на рис. 10.1.

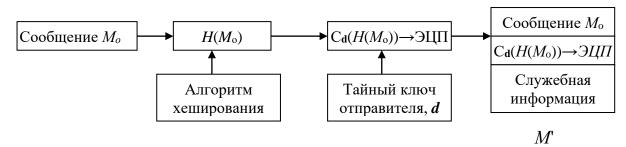


Рисунок 10.1. Пояснение к процедуре формирования ЭЦП и структуре подписанного документа

Важное свойство цифровой подписи заключается в том, что ее может проверить (верифицировать) каждый, кто имеет доступ к *открытому ключу* ее автора. На рис. 10.2 показан в общем виде порядок процесса верификации (без учета использования служебной информации). Заметим, что в общем случае версии исходного документа (M_0) и полученного (M_{Π}) могут отличаться.

Если в результате устанавливается равенство хешей: $H(M_{\rm II}) = H(M_{\rm O})$, то принимается решение о подлинности подписи и целостности документа $M_{\rm II}$, т. е. это также означает, что $M_{\rm II} = M_{\rm O}$.

Из приведенных на рис. 10.1 и рис. 10.2 последовательных преобразований можно сделать следующие общие выводы:

- при генерации ЭЦП (по классической схеме) для сообщения M отправитель последовательно выполняет следующие действия:
 - вычисляет хеш (хеш-образ) сообщения M: H(M),

• вычисляет содержание ЭЦП (собственно ЭЦП, S) по хешу H(M) с использованием своего закрытого ключа, d: $S = C_d(H(M))$;

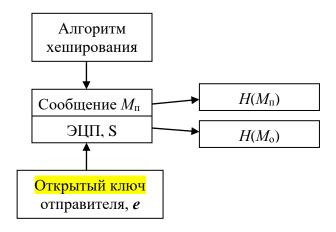


Рисунок 10.2 Пояснение к процедуре верификации ЭЦП

- присоединяет (конкатенирует) ЭЦП к сообщению M и некоторой служебной информации, создавая таким образом итоговое сообщение M';
 - посылает сообщение M' получателю;
- получив сообщение М', другая сторона последовательно выполняет следующие действия:
- отделяет цифровую подпись S от сообщения M (для общего случая применим одинаковые символьные обозначения),
- применяет к сообщению M операцию хеширования, используя ту же функцию, что и отправитель, и получает хеш-образ полученного сообщения;
- используя открытый ключ отправителя, расшифровывает S, т. е. извлекает из ЭЦП хеш-образ отправленного сообщения;
- проверяет соответствие (равенство) обоих хеш-образов, и, если они совпадают, то отправитель действительно является тем, за кого себя выдает, а сообщение при передаче не подверглось искажению.

При этом стойкость ЭЦП к подделыванию (криптостойкость) определяется теми же факторами, что и криптостойкость алгоритмов зашифрования/расшифрования сообщений: чтобы применение ЭЦП имело смысл, необходимо, чтобы вычисление легитимной подписи без знания закрытого ключа было вычислительно сложным процессом. Решение такой задачи в асимметричных алгоритмах реализации ЭЦП опирается на известные нам вычислительные задачи:

- факторизации, то есть разложения числа на простые множители,
- дискретного логарифмирования.

На основе первой задачи строится алгоритм RSA, на основе второй – алгоритмы, например, Эль-Гамаля, DSA, Шнорра. Эти алгоритмы достаточно подробно рассмотрены в [2], глава 11. Здесь остановимся на кратком описании математических основ алгоритмов.

10.1.2.1 ЭЦП на основе RSA

Здесь можно рассматривать две ситуации:

- сообщение M_0 подписывается и передается в открытом (незашифрованном) виде;
- сообщение M_0 подписывается и передается в зашифрованном.

Первый случай соответствует схеме и операциям, представленным на рис. 10.1 и рис. 10.2. При этом подпись S вычисляется на основе известного из лабораторной работы №8 соотношения (8.5):

$$S = (H(M_0))^{d_0} \bmod n_0 \tag{10.1}$$

при указанном выше реверсе в отношении ключевой информации; в (10.1) d_0 и n_0 – элементы тайного ключа отправителя. Передаваемое сообщение $M'=M_0||S$.

Соответственно, операция расшифрования на приемной стороне (получатель анализирует $M_{\Pi}||S\rangle$ будет производиться в соответствии с формулой (8.6) с известной модификацией ключей:

$$H(M_o) = (S)^{e_o} \bmod n_o.$$
 (10.2)

Далее вычисляется $H(M_{\rm n})$. Если $H(M_{\rm o}) = H(M_{\rm n})$, подпись верифицирована. Если подписываемое сообщение M (M) также должно передаваться в зашифрованном виде, то обычно M шифруется на стороне отправителя стандартным образом: с помощью открытого ключа получателя ($e_{\rm n}$ и $n_{\rm n}$), который перед основным процессом верификации подписи расшифровывает послание своим тайным ключом: $d_{\rm n}$ и $n_{\rm n}$. Далее осуществляются вычисления и анализ, как и в первом случае.

10.1.2.2 ЭЦП на основе DSA

Алгоритм DSA (Digital Signature Algorithm — алгоритм цифровой подписи) или DSS (Digital Signature Standard — стандарт цифровой подписи) является одним из известных, нередко и сейчас применяемых. В алгоритме используются следующие параметры: p — простое число длиной от 64 до 1024 бит (число должно быть кратно 64); q — 160-битный простой множитель p-1. Далее вычисляется число g:

$$g = v^{(p-1)/g} \mod p,$$
 (10.3)

где v – любое число, меньшее p-1, для которого выполняется условие:

$$v^{(p-1)/g} \mod p > 1.$$

Числа p, q, v могут использоваться группой лиц. Еще один элемент открытого ключа, y, вычисляется в соответствии с выражением:

$$y = g^x \bmod p. \tag{10.4}$$

где x < q; x — закрытый ключ.

Общая схема генерации и верификации ЭЦП приведена на рис. 10.3. Здесь H(m) — хеш подписываемого сообщения. ЭЦП состоит из двух чисел: r и s. Число k здесь играет такую же роль, как и одноименный параметр в шифре Эль-Гамаля.

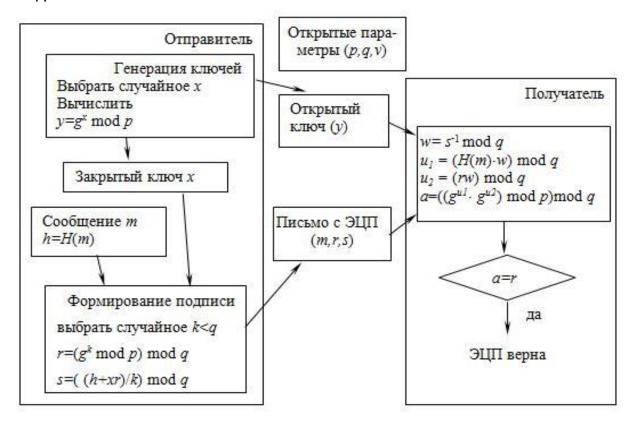


Рисунок 10.3 Общая схема генерации и верификации ЭЦП DSA

10.1.2.3 ЭЦП Эль-Гамаля

Ключевая информация отправителя для ЭЦП создается точно так же, как это описано в материалах к ЛР №8. Она состоит из тех же элементов, что и ключи в DSA. Основное отличие в применении расчетов состоит в том, что результатом зашифрования является только одна пара чисел, а не пара — для каждого блока исходного сообщения. Причем в рассматриваемом случае таким сообщением является хеш подписываемого документа: $H(M_0)$.

Итак, ключевая информация отправителя: открытый ключ: y, g и p; тайный ключ: x. Чтобы подписать сообщение $M_{\rm o}$, обладатель используемых для ЭЦП ключей должен выбрать, как и в предыдущей схеме, случайное число k, взаимно простое с p-1. Затем вычисляется числа a и b, являющиеся цифровой подписью ($S = \{a, b\}$):

$$a = g^k \bmod p; \tag{10.5}$$

для вычисления b с помощью расширенного алгоритма Евклида решается уравнение

$$H(M_0) = (xa + kb) \bmod (p-1).$$
 (10.6)

Получателю отправляется сообщение $M = M_0 || S$.

Для верификации подписи вычисляется хеш полученного сообщения, $H(M_{\rm n}) = h$. Далее нужно убедиться, что выполняется равенство

$$y^a * a^b = g^h \pmod{p}. \tag{10.7}$$

Если равенство выполняется, подпись верифицируется.

10.1.2.4 ЭЦП Шнорра

Рассматриваемая схема является основой стандарта ЭЦП в Беларуси. Алгоритм ЭЦП К. Шнорра (К. Schnorr) является вариантом алгоритма ЭЦП Эль-Гамаля.

Одной из особенностей ЭЦП Эль-Гамаля является то, что число p должно быть очень большим, чтобы сделать действительно трудной проблему дискретного логарифма. Рекомендуется длина p, по крайней мере, должна составлять 1024 бита. Чтобы уменьшить размер подписи, Шнорр предложил новую схему, но с уменьшенным размером подписи.

Ключевая информация: p — простое число в диапазоне от 512 до 1024 бит; q —160-битное простое число, делитель p-l; любое число g ($g \ne 1$) такое, что

$$g^q = 1 \mod p. \tag{10.8}$$

Числа p, g, q являются открытыми и могут применяться группой пользователей.

Выбирается число x < q (x является тайным ключом) и вычисляется последний элемент открытого ключа:

$$y = g^{-x} \bmod p. \tag{10.9}$$

Секретный ключ имеет длину не менее 160 бит.

Для *подписи сообщения* $M_{\rm o}$ выбирается случайное число k (1<k<q) и вычисляет параметр a:

$$a = g^k \bmod p. \tag{10.10}$$

Далее вычисляется хеш от канкатенации сообщения M_0 и числа a: $h = H(M_0//a)$. Обратим внимание, что хэш-функция непосредственно не применяется к сообщению. Создается хеш-образ подписываемого сообщения, спереди присоединенного к числу a. Далее вычисляется значение b:

$$b = (k + xh) \bmod q. \tag{10.11}$$

Получателю отправляются $M = M_0 || S; S = \{h, b\}.$

Для проверка подписи получатель вычисляет

$$X = g^b y^h \pmod{p}. \tag{10.12}$$

Затем он проверяет выполнение равенства: $h = H(M_{\pi}/\!/X)$. Подпись достоверна, если равенство выполняется.

Основные вычисления для генерации подписи могут производиться предварительно. Порядок величин x и h — около 140 двоичных разрядов, порядок числа k — около 70-72 разрядов. С учетом этого сложность операций умножения можно считать ничтожно малой по сравнению с модульным умножением в схеме RSA.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

1. Разработать авторское оконное приложение в соответствии с целью лабораторной работы. При этом можно воспользоваться результатами выполнения предыдущих лабораторных работ, а также доступными библиотеками либо программными кодами.

Приложение должно реализовывать следующие операции:

- генерацию и верификацию ЭЦП на основе алгоритмов RSA, Эль-Гамаля и Шнорра;
- оценку времени выполнения указанных процедур при реальных (требуемых) ключевых параметрах.

Для вычисления хешей можно также воспользоваться доступными online-средствами, например, *katvin* (https://katvin.com/tools/hash-generator.html).

- 2. Для выполнения необходимых операций передачи (по сети)/верификации информации обменяйтесь открытой ключевой информацией с получателем подписанного сообщения для каждого исследуемого алгоритма (по согласованию с преподавателем).
 - 3. Результаты оформить в виде отчета по установленным правилам.

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И САМОКОНТРОЛЯ

- 1. Дать определение ЭЦП.
- 2. Охарактеризовать основные функции ЭЦП.
- 3. В чем заключаются сходства и различия между собственноручной и электронной подписью.
- 4. Охарактеризовать основные способы реализации ЭЦП.
- 5. Имеется ли различие в использовании ключевой информации при передаче зашифрованных сообщений и при передаче подписанных (ЭЦП) сообщений?
- 6. Охарактеризовать криптостойкость ЭЦП на основе RSA, схемы Эль-Гамаля, схемы Шнорра, а также на основе DSA.
- 7. Какие элементы составляют ключевую информацию алгоритмов реализации ЭЦП, перечисленных в п.6?
- 8. Дать сравнительные характеристики схемам ЭЦП, перечисленным в п.6.

9. Охарактеризовать особенности государственного стандарта ЭЦП в Республике Беларусь.

К списку источников

50. СТБ 34.101.45-2013. Информационные технологии и безопасность. Алгоритмы электронной цифровой подписи и транспорта ключа на основе эллиптических кривых. — Минск: Госстандарт, 2013. http://apmi.bsu.by/assets/files/std/bign-spec29.pdf