ĐỀ KIỂM TRA HK I - MÔN TOÁN LỚP 11

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin 3x$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số là một hàm số lẻ. **B.** Hàm số có tập giá trị là $\left[-3;3\right]$.

C. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$. **D.** Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

Lời giải

Hàm số $y=\sin 3x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$, có tập giá trị là $\left[-1;1\right]$, là hàm số lẻ và có đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề đúng?

Hàm số $y=x+\sin x$ tuần hoàn với chu kì $T=2\pi$.

Hàm số $y=x\cos x$ là hàm số lẻ.

Hàm số $y=\tan x$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số $y=x+\sin x$ không là hàm tuần hoàn do đó mệnh đề sai.

Hàm số $y=x\cos x$ là hàm số lẻ vì:

$\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -x\in\mathbb{R}$ và $y\left(-x\right)=-x\cos\left(-x\right)=-x\cos x=-y\left(x\right)$, Do đó mệnh đề đúng.

Hàm số $y=\tan x$ đồng biến trên từng khoảng xác định $\left(\dfrac{-\pi}{2}+k\pi;\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right)$, Do đó mệnh đề đúng.

Câu 3. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của hàm số $y=\dfrac{3\sin x-\cos x-4}{2\sin x+\cos x-3}$.

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

$y=\dfrac{3\sin x-\cos x-4}{2\sin x+\cos x-3}\Leftrightarrow\left(2\sin x+\cos x-3\right)y=3\sin x-\cos x-4$

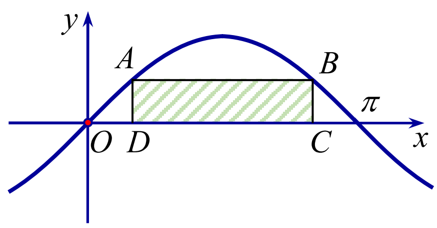
$\Leftrightarrow\left(2y-3\right)\sin x+\left(y+1\right)\cos x-3y+4=0$

Điều kiện phương trình có nghiệm: $\left(2y-3\right)^2+\left(y+1\right)^2\ge\left(4-3y\right)^2$

$\Leftrightarrow 4y^2-12y+9+y^2+2y+1\ge 16-24y+9y^2\Leftrightarrow -4y^2+14y-6\ge 0\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\le y\le 3$.

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của hàm số bằng 6.

Câu 4. Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y=\sin x$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$. Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD=\dfrac{2\pi}{3}$. Độ dài cạnh BC bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Gọi $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$. Ta có: $\begin{cases} x_B - x_A = \frac{2\pi}{3} \\ y_B = y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = x_A + \frac{2\pi}{3} (1) \\ \sin x_B = \sin x_A (2) \end{cases}$

Thay (1) vào (2), ta được:

$\sin\left(x_A + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin x_A \Leftrightarrow x_A + \frac{2\pi}{3} = \pi - x_A + k2\pi \Leftrightarrow x_A = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Do $x \in [0;\pi]$ nên $x_A = \frac{\pi}{6} \Rightarrow BC = AD = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

.

Phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực để phương trình $\sin 7x = \cos 2m$ có nghiệm

A. $m \in [-1;1]$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $m \in \left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$. **D.** $m \in \left[-\frac{1}{7};\frac{1}{7}\right]$

Lời giải

Phương trình $\sin 7x = \cos 2m$ có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \le \cos 2m \le 1$.

Do $\forall m \in \mathbb{R}$ ta luôn có $-1 \le \cos 2m \le 1$ nên với mọi $m \in \mathbb{R}$ phương trình luôn có nghiệm.

Câu 7. Họ nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Dễ thấy $\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \pm 1$ không phải là nghiệm của phương trình đã cho.

Ta có: $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{3}\cos x \Leftrightarrow \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x-\sin x=0$ được biểu diễn bởi tất cả bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 3 điểm. **B.** 4 điểm. **C.** 2 điểm. **D.** 1 điểm.

Lời giải

Ta có: $\cos 2x-\sin x=0\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x-\sin x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{1}{2}\\ \sin x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\quad (k\in\mathbb{Z})$.

Do đó có 3 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác tương ứng với các vị trí $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},-\frac{\pi}{2}$.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-x^2}.\cos 3x=0$ là

A. 7. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

.

Điều kiện $4-x^2\geq 0\Leftrightarrow -2\leq x\leq 2$.

Khi đó $\sqrt{4-x^2}.\cos 3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4-x^2=0\\ \cos 3x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$.

So với điều kiện, ta thấy $x=\pm 2$.

Với $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$, ta có $-2\leq\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}\leq 2$, vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k=-2$; $k=-1$; $k=0$; $k=1$.
Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Câu 10. Tìm nghiệm của phương trình $\sin^2 x+\sin x=0$ thỏa mãn điều kiện: $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$

A. $x=\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=0$ **D.** $x=\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

$pt\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$

Vì $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ nên $x=0$.

Câu 11. Tìm tập nghiệm của phương trình $2\sin^2 x+3\sin x\cos x+5\cos^2 x=2$.

A. $\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{-\frac{\pi}{4}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

.

$2\sin^2 x+3\sin x\cos x+5\cos^2 x=2$.

+ Dễ thấy $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ là nghiệm của phương trình .

+ Với $\cos x\neq 0$, ta có phương trình

$\Leftrightarrow 2\tan^2 x+3\tan x+5=2\left(1+\tan^2 x\right)\Leftrightarrow \tan x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 12. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $\left(2\cos 2x+5\right)\left(\sin^4 x-\cos^4 x\right)+3=0$ trong khoảng $\left(0;2\pi\right)$.

A. $S=\frac{11\pi}{6}$. **B.** $S=4\pi$. **C.** $S=5\pi$. **D.** $S=\frac{7\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

.

Ta có: $\left(2\cos 2x+5\right)\left(\sin^4 x-\cos^4 x\right)+3=0\Leftrightarrow\left(2\cos 2x+5\right)\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)+3=0$

$\Leftrightarrow -\left(2\cos 2x+5\right)\cos 2x+3=0\Leftrightarrow -2\cos^2(2x)-5\cos 2x+3=0\Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2}$.

$\cos 2x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)\Rightarrow x\in\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$.

Do đó: $S=\frac{\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}+\frac{7\pi}{6}+\frac{11\pi}{6}=4\pi.$

Câu 13. Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos 3x\left(2\cos 2x+1\right)=1$ trên đoạn $\left[-4\pi;6\pi\right]$ là:

A. 61π . **B.** 72π . **C.** 50π . **D.** 56π .

Lời giải

.

Xét $\sin x=0\Leftrightarrow x=m\pi$: Thay vào phương trình thấy không thỏa mãn

Xét $\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq m\pi$

$2\cos 3x\left(2\cos 2x+1\right)=1$

$\Leftrightarrow 2\left[\cos 5x+\cos x\right]+2\cos 3x=1$

$\Leftrightarrow 2\sin x\cos 5x+2\sin x\cos 3x+2\sin x\cos x=\sin x$

$\Leftrightarrow \left(\sin 6x-\sin 4x\right)+\left(\sin 4x-\sin 2x\right)+\sin 2x=\sin x$

$\Leftrightarrow \sin 6x=\sin x$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=\frac{k2\pi}{5}\\ x=\frac{\pi}{7}+\frac{l2\pi}{7}\end{array}\right. & \left(k,l\in\mathbb{Z}\right).\\ x\neq m\pi\end{cases}$$

Trước tiên ta cần chỉ ra giữa hai họ nghiệm $x=\frac{k2\pi}{5}$ và $x=\frac{\pi}{7}+\frac{l2\pi}{7}$ không có giá trị trùng nhau.

Thật vậy: Giả sử $\frac{\pi}{7}+\frac{l2\pi}{7}=\frac{k2\pi}{5}\quad(k,l\in\mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow 14k=5+10l$: Vô lí vì $14k$ là số nguyên chẵn và $5+10l$ là số nguyên lẻ.

Với $\begin{cases} x=\frac{k2\pi}{5} \\ x\neq m\pi \\ x\in[-4\pi;6\pi] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k\in\{-10;-9;-8;...14;15\} \\ k\notin\{-10;-5;0;5,10,15\} \end{cases}$

$\Rightarrow$ các giá trị x cần loại bỏ là $-4\pi,\ -2\pi,\ 0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ 6\pi$ .Tổng các giá trị này là 6π

Với $\begin{cases} x=\frac{\pi}{7}+\frac{l2\pi}{7} \\ x\neq m\pi \\ x\in[-4\pi;6\pi] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l\in\{-14;-13;-12;...19;20\} \\ l\notin\{-4;-11;3;10;17\} \end{cases}$

$\Rightarrow$ các giá trị x cần loại bỏ là $-\pi,\ -3\pi,\ \pi,\ 3\pi,\ 5\pi$. Tổng các giá trị này là 5π

Vậy tổng nghiệm $S=\left[\sum_{k=-10}^{15}\left(\frac{k2\pi}{5}\right)-(6\pi)\right]+\left[\sum_{l=-14}^{20}\left(\frac{\pi}{7}+\frac{l2\pi}{7}\right)-5\pi\right]=50\pi$.

Câu 14. Lớp $12A$ có 20 bạn nữ, lớp $12B$ có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ lớp $12A$ và một bạn nam lớp $12B$ để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

A. 36. **B.** 320. **C.** 1220. **D.** 630.

Lời giải

.

Số cách chọn một bạn nữ từ 20 bạn nữ lớp $12A$: 20 cách.
Số cách chọn một bạn nam từ 16 bạn nam lớp $12B$: 16 cách.
Theo quy tắc nhân, số cách chọn thỏa đề bài là: $20.16=320$.

Câu 15. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số được thành lập từ các số $0, 2, 4, 6, 8, 9$?

A. 120. **B.** 180. **C.** 100. **D.** 256.

Lời giải

.

Giả sử số tự nhiên cần lập có dạng: $\overline{abc}$.
- Chọn a có 5 cách.
- Chọn b có 6 cách.
- Chọn c có 6 cách.
Vậy có tất cả: $5.6.6=180$ số thỏa mãn.

Câu 16. Biển số xe máy tỉnh K gồm hai dòng

- Dòng thứ nhất là $68XY$, trong đó X là một trong 24 chữ cái, Y là một trong 10 chữ số;
- Dòng thứ hai là $abc.de$, trong đó a, b, c, d, e là các chữ số.

Biển số xe được cho là “đẹp” khi dòng thứ hai có tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 8 và có đúng 4 chữ số giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 biển số trong các biển số “đẹp” để đem bán đấu giá?

A. 12000. **B.** 143988000. **C.** 4663440. **D.** 71994000.

Lời giải

.

Chọn X từ 24 chữ cái và chọn Y từ 10 chữ số, ta có $24.10=240$ (cách chọn).

Chọn 4 chữ số giống nhau từ các chữ số ta có 10 cách chọn;
Mỗi bộ gồm 4 chữ số giống nhau, ta có một cách uy nhất 1 chữ số còn lại để tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 8, chẳng hạn: 4 chữ số 0, chữ số còn lại sẽ là 8; 4 chữ số 1, chữ số còn lại sẽ là 4;…; 4 chữ số 9, chữ số còn lại sẽ là 2).
Sắp xếp 5 chữ số vừa .ó 5 cách xếp.
Do đó, có tất cả $10.5=50$ (cách chọn số ở dòng thứ hai).
Suy ra có tất cả $240.50=12000$ (biển số đẹp).
Chọn 2 biển số trong các biển số "đẹp" ta có $C_{12000}^2=71994000$ (cách).

Câu 17. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số dạng $\overline{abc}$ thỏa a,b,c là độ dài 3 cạnh của một tam giác cân ?

A. 45. **B.** 81. **C.** 165. **D.** 216.

Lời giải

.

Gọi độ dài cạnh bên và cạnh đáy của tam giác cân là $x,y \Rightarrow \begin{cases} 0<y<2x \\ 0<y\le 9 \\ 0<x\le 9 \end{cases}$

Th1: $\begin{cases} 0<y\le 9 \\ 5\le x\le 9 \end{cases}$ suy ra có $9.5=45$ cặp số.

Th2: $\begin{cases} x=i \\ 1\le y\le 2i-1 \end{cases}$ với $1\le x\le 4$. Với mỗi giá trị của i, có $2i-1$ số.

Do đó, trường hợp này có: $(2.1-1)+(2.2-1)+(2.3-1)+(2.4-1)=16$ cặp số

Suy ra có 61 cặp số $(x;y)$. Với mỗi cặp $(x;y)$ ta viết số có 3 chữ số trong đó có 2 chữ số x, một chữ số y.

Trong 61 cặp có:
+ 9 cặp $x=y$, viết được 9 số.
+ 52 cặp $x=y$, mỗi cặp viết được 3 số nên có $3.52=156$ số.
Vậy tất cả có 165 số.

Câu 18. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $C_n^0=n$. **B.** $C_n^k=C_n^{k-n}$. **C.** $0!=0$. **D.** $1!=1$.

Lời giải

.

Câu 19. Cho 2019 điểm phân biệt nằm trên một đường tròn. Hỏi có thể lập tất cả bao nhiêu tam giác có đỉnh là các điểm đã cho ở trên?

A. 2019^3. **B.** C_{2019}^3. **C.** 6057. **D.** A_{2019}^3.

Lời giải

.

3. điểm trong 2019 điểm để được một tam giác .

Vậy số tam giác là C_{2019}^3.

Câu 20. Một túi đựng 9 quả cầu màu xanh, 3 quả cầu màu đỏ, 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 quả cầu trong túi. Tính xác suất sao cho lấy được cả ba loại cầu, đồng thời số quả cầu màu xanh bằng số quả cầu màu đỏ.

A. $\frac{165}{1292}$. **B.** $\frac{9}{76}$. **C.** $\frac{118}{969}$. **D.** $\frac{157}{1292}$.

Lời giải

.

Không gian mẫu có số phần tử: $C_{19}^6 = 27132$.

Để lấy được 6 quả cầu trong túi sao cho lấy được cả ba loại cầu, đồng thời số quả cầu màu xanh bằng số quả cầu màu đỏ ta có các trường hợp sau:

TH1: Lấy được 2 quả cầu màu xanh, 2 quả cầu màu đỏ, 2 quả cầu màu vàng ta có số cách lấy là: $C_9^2.C_3^2.C_7^2 = 36.3.21 = 2268$ cách lấy.

TH2: Lấy được 1 quả cầu màu xanh, 1 quả cầu màu đỏ, 4 quả cầu màu vàng ta có số cách lấy là: $C_9^1.C_3^1.C_7^4 = 9.3.35 = 945$ cách lấy.

Xác suất để lấy được 6 quả cầu trong túi sao cho lấy được cả ba loại cầu, đồng thời số quả cầu màu xanh bằng số quả cầu màu đỏ là: $P = \dfrac{2268+945}{27132} = \dfrac{9}{76}$.

Câu 21. Trong một trò chơi, người chơi cần gieo cùng lúc ba con súc sắc cân đối, đồng chất; nếu được ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 4 thì người chơi đó thắng. Tính xác suất để trong 3 lần chơi, người đó thắng ít nhất một lần.

A. $\dfrac{11683}{19683}$. **B.** $\dfrac{2}{9}$. **C.** $\dfrac{386}{729}$. **D.** $\dfrac{7}{27}$.

Lời giải

.

Gọi A là biến cố "Người đó thắng 1 lần" và B là biến cố "trong 3 lần chơi, người đó thắng ít nhất một lần".

Trường hợp 1: Chỉ có hai con súc sắc có số chấm lớn hơn hoặc bằng 5, súc sắc còn lại có số chấm nhỏ hơn hoặc bằng 4. Khi đó xác suất là: $P_1 = C_3^2.\left(\dfrac{2}{6}\right)^2.\left(\dfrac{4}{6}\right) = \dfrac{2}{9}$.

Trường hợp 2: Cả ba con súc sắc có số chấm lớn hơn hoặc bằng 5.

Khi đó xác suất là: $P_2 = \left(\dfrac{2}{6}\right)^3 = \dfrac{1}{27}$.

Vậy xác suất để người đó thắng 1 lần là : $P(A) = \dfrac{2}{9} + \dfrac{1}{27} = \dfrac{7}{27}$.

Xác suất để người chơi đó không thắng trong 1 lần chơi là : $1 - \dfrac{7}{27} = \dfrac{20}{27}$.

Ta có $\overline{B}$ là biến cố "trong 3 lần chơi, người đó không thắng một lần nào".

$$P\left(\overline{B}\right) = \left(\dfrac{20}{27}\right)^3 = \dfrac{8000}{19683} \Rightarrow P(B) = 1 - P\left(\overline{B}\right) = 1 - \dfrac{8000}{19683} = \dfrac{11683}{19683}.$$

Câu 22. Khai triển biểu thức $P(x) = (2x+1)^{17}$ thu được bao nhiêu số hạng?

A. 16. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 18.

Lời giải

.

Ta có $(2x+1)^{17} = \sum_{k=0}^{17} C_{17}^k (2x)^{17-k}$ có tất cả 18 số hạng.

Câu 23. Hệ số của số hạng thứ 12 trong khai triển nhị thức $(3-x)^{15}$ theo lũy thừa tăng dần của x là

A. -110565. **B.** -12285. **C.** 110565. **D.** 12285.

Lời giải

.

Hệ số của số hạng thứ 12 trong khai triển nhị thức $(3-x)^{15}$ theo lũy thừa tăng dần của x là hệ số của x^{11} trong khai triển nhị thức $(3-x)^{15}$

Ta có $(3-x)^{15}=\sum_{k=0}^{15}C_{15}^k(-x)^k3^{15-k}=\sum_{k=0}^{15}C_{15}^k(-1)^kx^k3^{15-k}$

Hệ số của x^{11} trong khai triển nhị thức tương ứng với $k=11$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_{15}^{11}(-1)^{11}3^{15-11}=-110565$.

Câu 24. Cho khai triển $\left(1-3x+2x^2\right)^{2017}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2.

A. 18302258. **B.** 16269122. **C.** 8132544. **D.** 8136578.

Lời giải

.

Ta có

$$\left(1-3x+2x^2\right)^{2017}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k(1-3x)^k\left(2x^2\right)^{2017-k}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k\sum_{i=0}^{k}C_k^i(-3x)^i\left(2x^2\right)^{2017-k}$$

$$=\sum_{k=0}^{2017}\sum_{i=0}^{k}C_{2017}^kC_k^i(-3)^i(2)^{2017-k}x^{4034-2k+i}$$

Số hạng chứa x^2 ứng với $\begin{cases}4034-2k+i=2\\ i,k\in\mathbb{N}\\ 0\le k\le 2017, 0\le i\le k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}i=2k-4032\ge 0\\ i,k\in\mathbb{N}\\ 0\le k\le 2017, 0\le i\le k\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}k=2016\\ i=0\end{cases}\\ \begin{cases}k=2017\\ i=2\end{cases}\end{array}\right.$

Vậy $a_2=C_{2017}^{2016}C_{2016}^0(-3)^02^1+C_{2017}^{2017}C_{2017}^2(-3)^22^0=18302258$.

Câu 25. Tính tổng $S=C_{22}^{12}+C_{22}^{13}+....+C_{22}^{20}+C_{22}^{21}+C_{22}^{22}$.

A. $S=2^{21}+C_{22}^{11}$. **B.** $S=2^{21}+\frac{C_{22}^{11}}{2}$. **C.** $S=2^{21}-\frac{C_{22}^{11}}{2}$. **D.** $S=2^{21}-C_{22}^{11}$.

Lời giải

.

Ta có : $2^{22}=(1+1)^{22}=C_{22}^0+C_{22}^1+C_{22}^2+....+C_{22}^{20}+C_{22}^{21}+C_{22}^{22}$.

Áp dụng tính chất : $C_n^k=C_n^{n-k}$, suy ra:

$C_{22}^0=C_{22}^{22}$, $C_{22}^1=C_{22}^{21}$, $C_{22}^2=C_{22}^{20}$,……, $C_{22}^{10}=C_{22}^{12}$.

Do đó: $C_{22}^0+C_{22}^1+C_{22}^2+....+C_{22}^{20}+C_{22}^{21}+C_{22}^{22}=2\left(C_{22}^{12}+C_{22}^{13}+....+C_{22}^{20}+C_{22}^{21}+C_{22}^{22}\right)+C_{22}^{11}$.

$$\Leftrightarrow C_{22}^{12}+C_{22}^{13}+....+C_{22}^{20}+C_{22}^{21}+C_{22}^{22}=\frac{C_{22}^0+C_{22}^1+C_{22}^2+....+C_{22}^{20}+C_{22}^{21}+C_{22}^{22}}{2}-\frac{C_{22}^{11}}{2}$$

$$\Leftrightarrow C_{22}^{12}+C_{22}^{13}+....+C_{22}^{20}+C_{22}^{21}+C_{22}^{22}=\frac{2^{22}}{2}-\frac{C_{22}^{11}}{2}$$

$$\Leftrightarrow C_{22}^{12}+C_{22}^{13}+....+C_{22}^{20}+C_{22}^{21}+C_{22}^{22}=2^{21}-\frac{C_{22}^{11}}{2}.$$

Vậy $S=2^{21}-\frac{C_{22}^{11}}{2}$.

Câu 26. Xét một phép thử có không gian mẫu Ω và A là một biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$.

B. $0\le P(A)\le 1$.

C. $P(A)=1-P(\overline{A})$.

D. $P(A)=0$ khi và chỉ khi A là biến cố chắc chắn.

Lời giải

.

Theo định nghĩa biến cố chắc chắn ta có: Với A là biến cố chắc chắn thì $n(A)=n(\Omega)$

Suy ra: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=1\ne 0$.

Câu 27. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là:

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

.

Không gian mẫu là: $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}\Rightarrow n(\Omega)=6$.

Gọi A là biến cố: "Mặt có số chấm chẵn xuất hiện".

$\Rightarrow A=\{2,4,6\}\Rightarrow n(A)=3$.

Xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 28. Xếp ngẫu nhiên 5 bạn An, Bình, Cường, Dũng, Đông ngồi vào một dãy 5 ghế thẳng hàng . Xác suất của biến cố "hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau" là:

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$

Lời giải

.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=5!$

Gọi A:"Hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau"

Thì $\overline{A}$:"Hai bạn An và Bình ngồi cạnh nhau"

Xếp An và Bình ngồi cạnh nhau coi như 1 phần tử

- Xếp 1 phần tử và 3 bạn còn lại theo các thứ tự khác nhau có: 4! Cách

- Xếp 2 học sinh An và Bình ngồi cạnh nhau có 2! cách

Suy ra $n(\overline{A})=4!.2!\Rightarrow \mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}})=\dfrac{4!.2!}{5!}=\dfrac{2}{5}\Rightarrow P(A)=\dfrac{3}{5}$.

Câu 29. Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của VN, Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng có 4 đội. Xác suất để 3 đội VN nằm ở 3 bảng đấu khác nhau bằng:

A. $P=\dfrac{C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **B.** $P=\dfrac{2C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **C.** $P=\dfrac{6C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **D.** $P=\dfrac{3C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$.

Lời giải

.

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{12}^4C_8^4$

Gọi A là biến cố "3 đội VN được xếp vào 3 bảng A, B, C".

+ 3 đội VN xếp vào 3 bảng: có 3! cách xếp.

+ đội của 9 đội nước ngoài xếp vào bảng A có: C_9^3 cách xếp.

+ đội của 6 đội nước ngoài còn lại xếp vào bảng B có: C_6^3 cách xếp.

+ Bảng C: 3 đội còn lại có 1 cách xếp.

$\Rightarrow n(A) = 3!C_9^3C_6^3 = 6C_9^3C_6^3 \Rightarrow P(A) = \dfrac{6C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$.

Câu 30. Gọi S là tập hợp gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một trong tập S. Xác suất để số lấy ra có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1 < a_2 < a_3$ và $a_3 > a_4 > a_5$ bằng

A. $\dfrac{1}{24}$. **B.** $\dfrac{1}{30}$. **C.** $\dfrac{1}{36}$. **D.** $\dfrac{1}{48}$

Lời giải

.

Gọi A là biến cố lấy ra số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1 < a_2 < a_3$ và $a_3 > a_4 > a_5$.

Giả sử $a_3 = n, n \in \{0;1;2;...;9\}$. Vì a_1; a_2; a_3; a_4; a_5 đôi một khác nhau và

$a_1 < a_2 < a_3 > a_4 > a_5$ nên $n \geq 4$.

Ta có, $a_1 \neq 0$ và $a_1 < a_2 < a_3 > a_4 > a_5$ nên ta có: a_1; a_2; a_4; a_5 thuộc tập hợp $\{0;1;2;...;n-1\}$

Số cách **.ặp** $(a_1;a_2)$ **là:** C_{n-1}^2 **.**

Số cách **.ặp** $(a_4;a_5)$ **là** C_{n-2}^2 **.**

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $\sum_{n=4}^{9} C_{n-1}^2.C_{n-2}^2 = 1134$.

Số phần tử của không gian mẫu là: $9.A_9^4 = 27216$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \dfrac{1134}{27216} = \dfrac{1}{24}$.

Câu 31. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(3;0)$ và véc tơ $\vec{v} = (1;2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến A thành A'. Tọa độ điểm A' là

A. $A'(2;-2)$. **B.** $A'(2;-1)$. **C.** $A'(-2;2)$. **D.** $A'(4;2)$.

Lời giải

.

Biểu thức tọa độ của phép tịnh $T_{\vec{v}}$ là $\begin{cases} x' = x+1 \\ y' = y+2 \end{cases}$, nên tọa độ điểm $A'(4;2)$.

Câu 32. Cho đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó thì $\vec{v}$ phải là véc tơ nào sau đây

A. $\vec{v} = (-1;2)$. **B.** $\vec{v} = (2;-1)$. **C.** $\vec{v} = (1;2)$. **D.** $\vec{v} = (2;1)$

Lời giải

.

Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó khi và chỉ khi $\vec{v} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v}$ là một vectơ chỉ phương của d. Từ phương trình đường thẳng d, ta thấy $\vec{v} = (1;2)$ là một vectơ chỉ phương của d nên chọn đáp án **C.**

Câu 33. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, biết điểm $M'(-4;0)$ là ảnh của điểm $M(1;-3)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ và $M''(3;4)$ là ảnh của điểm M' qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$. Tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-5;3)$. **B.** $(2;7)$. **C.** $(7;4)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

.

Điểm $M'(-4;0)$ là ảnh của điểm $M(1;-3)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ nên $\vec{u}=\overrightarrow{MM'}=(-5;3)$.

Điểm $M''(3;4)$ là ảnh của điểm M' qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ nên $\vec{v}=\overrightarrow{M'M''}=(7;4)$.

Do đó tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là $\vec{u}+\vec{v}=(2;7)$.

Câu 34. Phép quay góc $90°$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d'. Khi đó

A. d' song song với d. **B.** d' trùng d.

C. d' tạo với d góc $60°$. **D.** d' vuông góc với d.

Lời giải

.

Câu 35. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Ảnh của $ABCD$ là chính nó trong phép quay nào sau đây?

A. Tâm O, góc quay $\frac{\pi}{2}$. **B.** Tâm A, góc quay $90°$.

C. Tâm B, góc quay $45°$. **D.** Tâm O, góc quay $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

.

Câu 36. Cho đường thẳng d có phương trình $x+y-2=0$. Phép hợp thành của phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo $\vec{v}=(3;2)$ biến d thành đường thẳng nào sau đây?

A. $x+y-4=0$.. **B.** $3x+3y-2=0$.. **C.** $2x+y+2=0$.. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải.

.

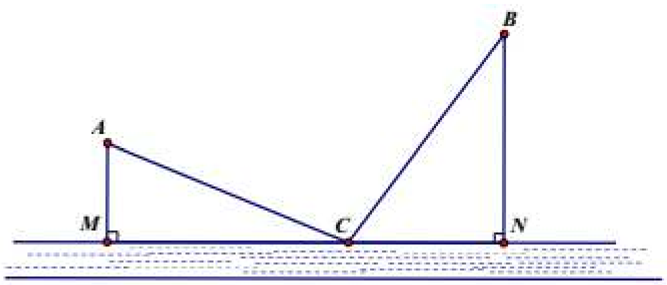
Giả sử d' là ảnh của d qua phép hợp thành trên $\Rightarrow d': x+y+c=0$.

Lấy $M(1;1)\in d$ .Giả sử M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm $O \Rightarrow M'(-1;-1)$.

Giả sử $T_{\vec{v}}(M')=N \Rightarrow N(2;1)$ .Ta có $N\in d' \Rightarrow 1+1+c=0 \Rightarrow c=-3$.

Vậy phương trình $d': x+y-3=0$.

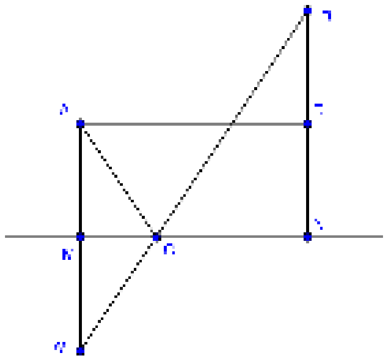
Câu 37. Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B. Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB=3\sqrt{17}$ km, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM=3$ km, $BN=6$ km (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B. Tìm giá trị nhỏ nhất của T.



A. 15 km. **B.** $14,32$ km. **C.** $15,56$ km. **D.** 16 km.

Lời giải

.



Gọi A' đối xứng với A qua MN, D là trung điểm của NB.
Do A cố định nên A' cũng cố định.
Ta có: $T = CA + CB = CA' + CB \geq A'B$ (không đổi).
Đẳng thức xảy ra khi $\{C\} = MN \cap A'B$.

Khi đó: $\dfrac{MC}{NC} = \dfrac{MA'}{NB} = \dfrac{MA}{NB} = \dfrac{1}{2}$ (1)

Mặt khác, $MN = AD = \sqrt{AD^2 + DB^2} = \sqrt{153 + 9} = 9\sqrt{2}$ km (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MC = 3\sqrt{2}\,km$, $NC = 6\sqrt{2}$ km.

Vậy $T = CA + CB = \sqrt{AM^2 + MC^2} + \sqrt{BN^2 + NC^2} = \sqrt{9+18} + \sqrt{36+72} = 9\sqrt{3} \simeq 15,56$ km.

Câu 38. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
A. Phép đồng dạng là một phép dời hình.
B. Có phép vị tự không phải là phép dời hình.
C. Phép dời hình là một phép đồng dạng.
D. Phép vị tự là một phép đồng dạng.

Lời giải

.
Phép đồng dạng chỉ là phép dời hình khi $k = 1$, còn khi $k \neq 1$ thì phép đồng dạng không phải là phép dời hình.

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + (y+2)^2 = 36$. Khi đó phép vị tự tỉ số $k = 3$ biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') có bán kính là:

A. 108. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 18.

Lời giải

.
Theo tính chất của phép vị tự thì phép vị tự tỉ số k biến đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k|R$.

Áp dụng vào bài toán ta có phép vị tự tỉ số $k = 3$ biến đường tròn (C) có bán kính $R = 6$ thành đường tròn (C') có bán kính $R' = |k|.R = |3|.6 = 18$.

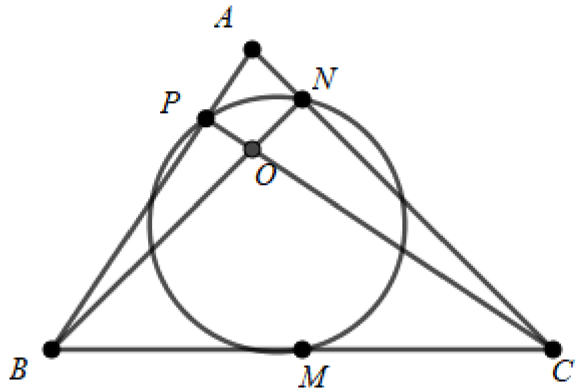
Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm O. Gọi M là trung điểm của BC; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là $(T): (x-1)^2 + \left(y + \dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. **B.** $x^2 + (y-1)^2 = 25$.

C. $x^2+(y-1)^2=50$.   **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2=25$.

Lời giải

.



Ta có M là trung điểm của BC; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P là đường tròn Euler. Do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là ảnh của đường tròn Euler qua phép vị tự tâm là O, tỷ số $k=2$.
Gọi I và I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC.
Gọi R và R' lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC.

Ta có $I\left(1;-\frac{1}{2}\right)$ và do đó $\overrightarrow{OI'}=2\overrightarrow{OI}\Rightarrow I'(2;-1)$.

Mặt khác $R=\frac{5}{2}\Rightarrow R'=5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $(x-2)^2+(y+1)^2=25$.

Nhận xét: Đề bài này rất khó đối với học sinh nếu không biết đến đường tròn Euler.

Câu 41. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6.   **B.** 4.   **C.** 3.   **D.** 2

Lời giải

.

Vì 4 điểm không đồng phẳng tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt.

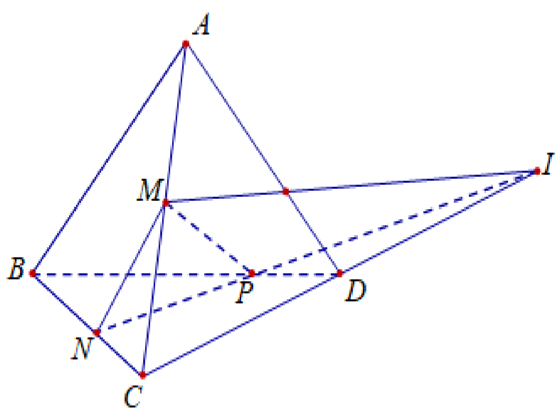
Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP=2PD$. Khi đó, giao điểm của đường thẳng CD với mặt phẳng (MNP) là:

A. Giao điểm của MP và CD.   **B.** Giao điểm của NP và CD.

C. Giao điểm của MN và CD.   **D.** Trung điểm của CD.

Lời giải

.

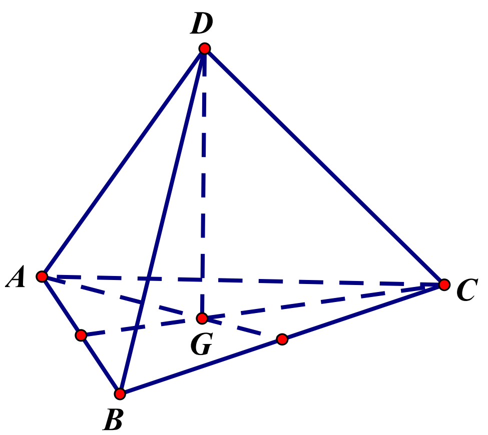


Xét ΔBCD ta có: $\begin{cases} \dfrac{BN}{NC}=1 \\ \dfrac{BP}{PD}=2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{BN}{NC} \neq \dfrac{BP}{PD} \Rightarrow NP$ cắt CD. Gọi $I = NP \cap CD$.

Vì $\begin{cases} I \in NP \subset (MNP) \\ I \in CD \end{cases} \Rightarrow I = CD \cap (MNP)$.

Vậy giao điểm của CD và (MNP) là giao điểm của NP và CD.

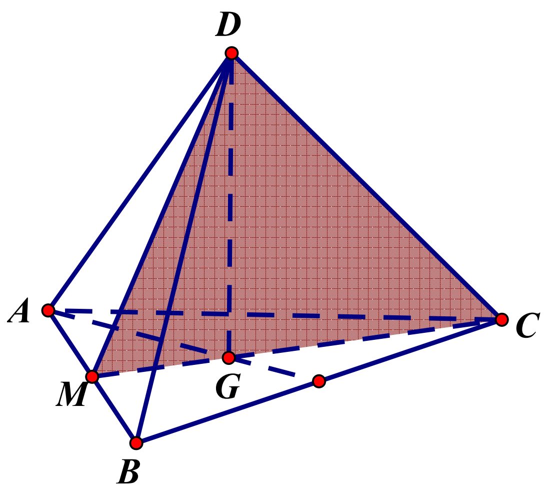
Câu 43. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD). Tính diện tích của thiết diện



A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

.



Thiết diện cắt bởi mặt phẳng (GCD) là tam giác AMC .Tam giác AGC vuông tại G nên

$$AG = \sqrt{AC^2 - CG^2} = \sqrt{2^2 - \frac{2^2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

Ta có diện tích tam giác ΔAGC là $S = \dfrac{1}{2} AG.CM = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2\sqrt{6}}{3}.\sqrt{3} = \sqrt{2}$

Vậy đáp án. **C.**

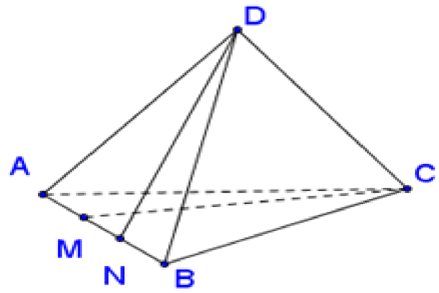
Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N là hai điểm phân biệt trên cạnh AB . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. CM và DN chéo nhau. **B.** CM và DN cắt nhau.

C. CM và DN đồng phẳng. **D.** CM và DN song song.

Lời giải

.



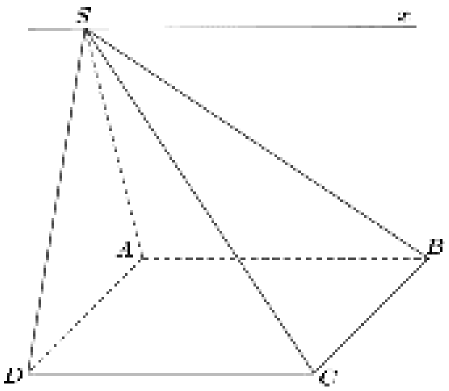
CM và DN chéo nhau.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là?

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với BD.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AC.

Lời giải

.

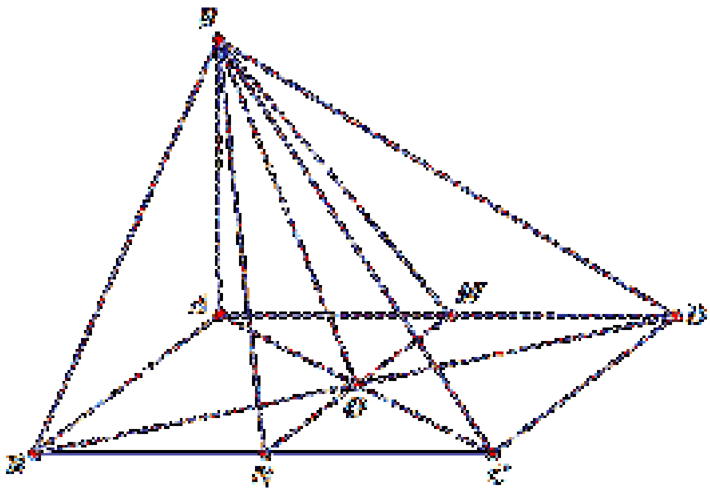


Ta có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx // AB // CD$

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là:

A. SK (K là trung điểm của AB).
B. SO ($O = AC \cap BD$).
C. SF (F là trung điểm của CD).
D. SD.

Lời giải



Ta có: S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .Trong mặt phẳng $(ABCD)$: $MN \cap AC = \{O\}$. Suy ra O là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

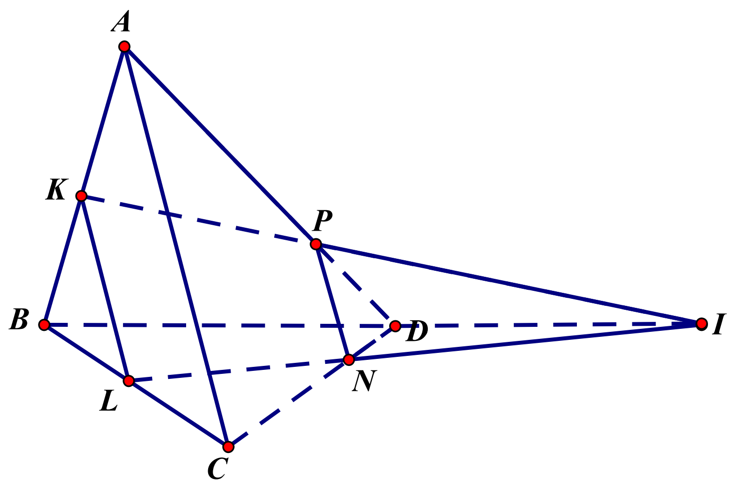
Từ và suy ra giao tuyến của (SMN) và (SAC) là: SO.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC. N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. **D.** $\frac{PA}{PD} = 2$.

Lời giải

.



Giả sử $LN \cap BD = I$. Nối K với I cắt AD tại P Suy ra $(KLN) \cap AD = P$.

Ta có: $KL // AC \Rightarrow PN // AC$ Suy ra: $\frac{PA}{PD} = \frac{NC}{ND} = 2$.

Câu 48. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d. Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. a, d trùng nhau. **B.** a, d chéo nhau. **C.** a song song d. **D.** a, d cắt nhau.

Lời giải

.

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $3MB = 2MA$ và N là trung điểm của cạnh CD. Lấy G là trọng tâm của tam giác ACD. Đường thẳng MG cắt mặt phẳng (BCD) tại điểm P. Khi đó tỷ số $\frac{PB}{PN}$ bằng:

A. $\frac{133}{100}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{667}{500}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

.

Trong (ABN) dựng đường thẳng d đi qua B và song song với AN, d cắt PM ở E.

Xét ΔBPE có $GN // BE$ nên $\frac{PB}{PN} = \frac{BE}{GN} = \frac{BE}{\frac{1}{2}AG} = 2\frac{BE}{AG}$.

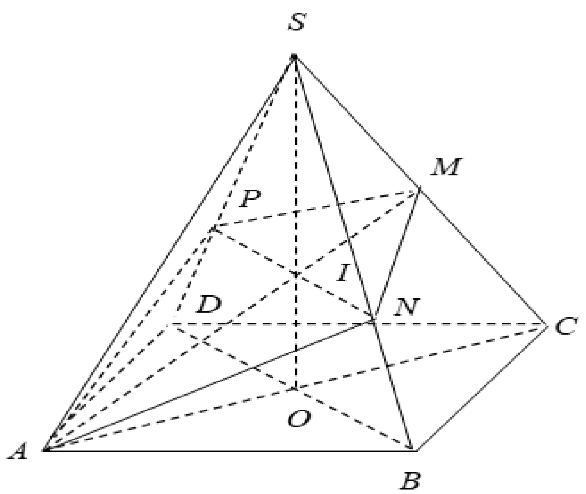
Lại có $AN // BE$ nên $\frac{BE}{AG} = \frac{MB}{MA} = \frac{2}{3}$. Vậy $\frac{PB}{PN} = 2.\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$.

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a, điểm M là trung điểm cạnh SC. Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mp(P).

A. $\frac{\sqrt{5}a^2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}a^2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}a^2}{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}a^2}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Trong mp (SAC), gọi I là giao điểm của AM và SO.

Suy ra I là điểm chung của hai mặt phẳng (P) và (SBD), mà $(P) \| BD$ nên trong mp (SBD) qua I kẻ giao tuyến PN song song với BD ($N \in SB; P \in SD$). Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (P) là tứ giác $ANMP$.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp SO$

Mặt khác: $BD \perp AC$

Từ và ta có: $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AM$

Mà $PN \| BD \Rightarrow PN \perp AM \Rightarrow S_{ANMP} = \frac{1}{2}AM.PN$

Trong tam giác SAC ta có: $AM^2 = \frac{AS^2 + AC^2}{2} - \frac{SC^2}{4} = \frac{a^2 + 2a^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Do I là trọng tâm của tam giác SAC nên $PN = \frac{2}{3}BD = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$

Vậy $S_{ANMP} = \frac{1}{2}AM.PN = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{5}}{2}.\frac{2a\sqrt{2}}{3} = \frac{a^2\sqrt{10}}{6}$.