Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2\cos x+3}{\sin x}$ là

A. $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x\neq k\pi$. **C.** $x\neq\dfrac{k\pi}{2}$. **D.** $x\neq k2\pi$.

Lời giải

Chọn B.

Đkxđ của hàm số đã cho là: $\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi$

Câu 2. Hàm số: $y=\sqrt{3}+2\cos x$ tăng trên khoảng:

A. $\left(-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{7\pi}{6};2\pi\right)$. **D.** $\left(\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Vì hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\pi+k2\pi;k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$ nên hàm số $y=\sqrt{3}+2\cos x$ cũng đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\pi+k2\pi;k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$

Vì $\left(\dfrac{7\pi}{6};2\pi\right)\subset\left(\pi;2\pi\right)$ (với $k=1$) nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{7\pi}{6};2\pi\right)$

Câu 3. Tìm chu kì của hàm số $y=2\cos x-3\sin 4x$.

A. 4π. **B.** 3π . **C.** 2π. **D.** Không có chu kỳ.

Lời giải

Chọn C.

$y=\cos x$ có chu kì 2π

$y=\sin 4x$ có chu kì $\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$

$y=2\cos x-3\sin 4x$ có chu kì 2π

Câu 4. xác định của hàm số $y=\dfrac{2\cos x+3}{\sqrt{1-\cos\left(\pi\cos 2x\right)}}$ là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{4}-k\dfrac{\pi}{2}\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\dfrac{3\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

Vì $1-\cos\left(\pi\cos 2x\right)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số xác định khi $1-\cos\left(\pi\cos 2x\right)\neq 0$

Xét phương trình: $1-\cos\left(\pi\cos 2x\right)=0$

Pt tương đương: $\cos\left(\pi\cos 2x\right)=1\Leftrightarrow\pi\cos 2x=m2\pi,m\in Z\Leftrightarrow\cos 2x=2m,m\in\mathbb{Z}$

Do $-1 \le \cos 2x \le 1$ nên $-1 \le 2m \le 1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le m \le \dfrac{1}{2} \Rightarrow m = 0$ (do $m \in \mathbb{Z}$)

Khi đó $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in Z$

Vậy, tập nghiệm của phương trình là $\left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

Tập xác định của hàm số $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \mid k \in Z\right\}$

Câu 5. Phương trình $\tan x = \tan\dfrac{x}{2}$ có họ nghiệm là

A. $x = k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **B.** $x = k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $x = \pi + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **D.** $x = -\pi + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Lời giải

Chọn A..

Điều kiện $\dfrac{x}{2} \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \ne \pi + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Ta có $\tan x = \tan\dfrac{x}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{x}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \cos^2 x = 0$ là

A. $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi.$ **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}.$ **C.** $x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi.$ **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k2\pi.$

Lời giải

Chọn B..

$\cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, \left(k \in \mathbb{Z}\right).$

Câu 7. Phương trình $\sin\left(2x\right) - m = 0$ vô nghiệm khi m là

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$. **B.** $m > 1$. **C.** $-1 \le m \le 1$. **D.** $m < -1$.

Lời giải

Chọn A.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta luôn có $-1 \le \sin\left(2x\right) \le 1$

Do đó, phương trình $\sin\left(2x\right) = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của phương trình $4\sin^3 x = 3\sin x - \cos x$

A. $\left\{\frac{\pi}{8}+k\pi,\frac{\pi}{4}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $\left\{\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tương đương: $\sin 3x-\cos x=0 \Leftrightarrow \sin 3x=\cos x$

$$\Leftrightarrow \sin 3x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=\frac{\pi}{2}-x+k2\pi\\ 3x=\pi-\frac{\pi}{2}+x+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$$

Tập nghiệm của phương trình là: $\left\{\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$

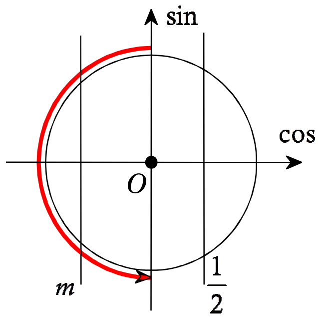
Câu 9. Cho phương trình $(2\cos x-1)(\cos x-m)=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$.

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $-1\le m<0$. **D.** $-1<m<0$.

Lời giải

Chọn C.

Lời giải. Phương trình: $(2\cos x-1)(\cos x-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=\frac{1}{2}\\ \cos x=m\end{array}\right.$.



Nhận thấy phương trình $\cos x=\frac{1}{2}$ không có nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ (Hình vẽ).

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \cos x=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)\Leftrightarrow -1\le m<0$.

Câu 10. Phương trình $\sin^2 x-4\sin x-5=0$ có tập nghiệm là :

A. $\{-1;5\}$.

B. $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{-\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình $\sin^2 x-4\sin x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{sinx}=-1 \\ \text{sinx}=5(\text{PTVN}) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \sin x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x-2\cos x=0$ trong khoảng $(0;\pi)$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình $\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x-2\cos x=0 \Leftrightarrow \cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x-2\cos x=0$

$\Leftrightarrow \cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=2\cos x \Leftrightarrow \cos(2x-\frac{\pi}{3})=\cos x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{9}+\frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$

Trong $(0;\pi)$ có 3 nghiệm là $\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{9};\frac{7\pi}{9}$.

Câu 12. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x+2\sin^2 x-5\sin x-\cos x+2}{2\cos x+\sqrt{3}}=0$ trên đoạn $[0;50\pi]$ bằng

A. $\frac{3625\pi}{3}$. **B.** $\frac{3625\pi}{6}$. **C.** 580π. **D.** 304π .

Lời giải

Chọn B.

Phương trình $\frac{\sin 2x+2\sin^2 x-5\sin x-\cos x+2}{2\cos x+\sqrt{3}}=0$.ĐK $\cos x\neq-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow \sin 2x+2\sin^2 x-5\sin x-\cos x+2=0 \Leftrightarrow \cos x(2\sin x-1)+(\sin x-2)(2\sin x-1)=0$

$\Leftrightarrow$2sinx -1=0 $\Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện ta chọn nghiệm $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$ .Các nghiệm của phương trình trên $\left[0;50\pi\right]$ là: $\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{6}+2\pi;.....;\frac{\pi}{6}+48\pi$ .Nên tổng của chúng là: $\frac{3625\pi}{6}$.

Câu 13. Tìm các giá trị của m để phương trình $\sin 2x+4\left(\cos x-\sin x\right)=m$ có nghiệm.

A. $-1-4\sqrt{2}\le m<0$.

B. $0<m\le 1+4\sqrt{2}$.

C. $-1-4\sqrt{2}\le m\le -1+4\sqrt{2}$.

D. $m>1+4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C..

Phương trình $\sin 2x+4\left(\cos x-\sin x\right)=m \Leftrightarrow 1-(\cos x-\sin x)^2+4\left(\cos x-\sin x\right)=m$

Đặt $t=\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4});-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}$.

Bài toán trở thành tìm m để phương trình $t^2-4t+m-1=0$ có nghiệm trên $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

Giải được: $-1-4\sqrt{2}\le m\le -1+4\sqrt{2}$.

Câu 14. Lớp học có 17 học sinh nam,18 học sinh nữ.Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh đi trực nhật biết rằng 2 học sinh chọn được có nam lẫn nữ?

A. 35. **B.** 306. **C.** 595. **D.** 120.

Lời giải

ChọnB

Dùng quy tắc nhân có 17.18=306 cách chọn

Câu 15. Từ các số 1, 3, 4, 5, 7, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau ?

A. 720. **B.** 96. **C.** 24. **D.** 120.

Lời giải

Chọn A.

Mỗi số được thành lập là một chỉnh hợp chập 5 của 6 phần tử nên số các số được tạo thành là:

$A_6^5=720$ số.

Câu 16. Cho 7 chữ số 0; 2;3; 4;6;7;9. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ các chữ số trên?

A. 20. **B.** 30. **C.** 60. **D.** 120.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc}$

Theo đề: c có 1 cách chọn,a có 6 cách chọn,b có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có 30 số được tạo thành.

Câu 17. Từ các số 1,2,3,4,5.Có bao nhiêu số gồm 5 chữ số khác nhau được tạo thành.Trong đó hai chữ số 1 và 2 không đứng cạnh nhau.

A. 120. **B.** 48. **C.** 72. **D.** 60.

Lời giải

Chọn C.

Số các số có 5 chữ số khác nhau là 5!=120 số.

Số các số có 5 chữ số khác nhau mà 1 và 2 đứng cạnh nhau là 4!2!=48 số.

Vậy Số các số có 5 chữ số khác nhau mà 1 và 2 không đứng cạnh nhau là:120-48=72.

Câu 18. Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $(1 \le k \le n)$ là :

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$. **C.** $C_n^k = \frac{A_n^k}{(n-k)!}$. **D.** $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn B.

Vì $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$; $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ nên $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Câu 19. Có 12 học sinh gồm 5 nam và 7 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ 12 học sinh đó ra 3 học sinh gồm 2 nam và 1 nữ?

A. 70 . **B.** 105. **C.** 220. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A.

Số cách chọn từ 12 học sinh đó ra 3 học sinh gồm 2 nam và 1 nữ là:

$C_5^2.C_7^1 = 70$ cách.

Câu 20. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, sao cho mỗi số đó, chữ số đứng sau lớn hơn số đứng trước**C.**

A. A_9^5. **B.** C_9^5. **C.** C_{10}^5. **D.** A_{10}^5 .

Lời giải

Chọn B.

Do trong mỗi số, chữ số sau lớn hơn chữ số trước nên trong đó không tồn tại chữ số 0

$\Rightarrow$ Ta chọn ngẫu nhiên 5 số phân biệt trong các số $\{1;2;3;...;9\}$, các số được chọn được sắp xếp từ bé đến lớn một cách duy nhất.

Số tự nhiên có 5 chữ số, sao cho mỗi số đó, chữ số đứng sau lớn hơn số đứng trước là: C_9^5

Câu 21. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 151200. **B.** 846000. **C.** 786240. **D.** 907200.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số có 8 chữ số thỏa mãn đề bài là $\overline{a_1a_2...a_8}$

+ Chọn vị trí của 3 chữ số 0 trong 7 vị trí a_2 đến a_8: Vì giữa 2 chữ số 0 luôn có ít nhất 1 chữ số khác 0, nên ta chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để điền các số 0, sau đó thêm vào giữa 2 số 0 gần nhau 1 vị trí nữa $\Rightarrow$ Số cách chọn là $C_5^3=10$.

+ Chọn các số còn lại: Ta chọn bộ 5 chữ số (có thứ tự) trong 9 chữ số từ 1 đến 9, có $A_9^5=15120$ cách chọn

Vậy số các số cần tìm là 10.15120 = 151200 (số)

Câu 22. Trong khai triển $(a+b)^n$, số hạng tổng quát của khai triển?

A. $C_n^{k-1}a^{n+1}b^{n-k+1}$. **B.** $C_n^ka^{n-k}b^k$. **C.** $C_n^{k+1}a^{n-k+1}b^{k+1}$. **D.** $C_n^ka^{n-k}b^{n-k}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}b^k$.

Vậy số hạng tổng quát trong khai triển là $C_n^ka^{n-k}b^k$.

Câu 23. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{10}$, với $x\neq 0$

A. 85. **B.** 180 . **C.** 95. **D.** 108.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng Công thức khai triển nhị thức Newton: $(x+y)^n=\sum_{i=0}^{n}C_n^ix^i.y^{n-i}$

$$\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^kx^{10-k}(-2)^k\left(\frac{1}{x^2}\right)^k=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k(-2)^kx^{10-3k}$$

Số hạng chứa x^4 ứng với số k thỏa mãn $10-3k=4\Leftrightarrow k=2$

Hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển là: $C_{10}^22^2=180$.

Câu 24. Giả sử có khai triển $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0+a_1+a_2=71$.

A. -672. **B.** 672. **C.** 627. **D.** -627.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(1-2x)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k(-2x)^k$. Vậy $a_0=1$; $a_1=-2C_n^1$; $a_2=4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0+a_1+a_2=71$ nên ta có:

$$1-2C_n^1+4C_n^2=71 \Leftrightarrow 1-2\frac{n!}{1!(n-1)!}+4\frac{n!}{2!(n-2)!}=71 \Leftrightarrow 1-2n+2n(n-1)=71$$

$\Leftrightarrow 2n^2-4n-70=0 \Leftrightarrow n^2-2n-35=0 \Leftrightarrow n=7$ (thỏa mãn) hoặc $n=-5$ (loại).

Từ đó ta có $a_5=C_7^5(-2)^5=-672$.

Câu 25. Giả sử $(1+x+x^2+x^3+...+x^{10})^{11}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+...+a_{110}x^{110}$ với a_0, a_1, a_2, …, a_{110} là các hệ số. Giá trị của tổng $T=C_{11}^0a_{11}-C_{11}^1a_{10}+C_{11}^2a_9-C_{11}^3a_8+...+C_{11}^{10}a_1-C_{11}^{11}a_0$ bằng

A. $T=-11$. **B.** $T=11$. **C.** $T=0$. **D.** $T=1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $A=(1+x+x^2+x^3+...+x^{10})^{11} \Leftrightarrow (1-x)^{11}A=(1-x^{11})^{11}$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\sum_{k=0}^{11}C_{11}^k(-x)^k.\sum_{i=0}^{110}a_ix^i}_{P}=\underbrace{\sum_{m=0}^{11}C_{11}^m(-x^{11})^m}_{Q}.$$

Hệ số của x^{11} trong P là $C_{11}^0a_{11}-C_{11}^1a_{10}+C_{11}^2a_9-C_{11}^3a_8+...+C_{11}^{10}a_1-C_{11}^{11}a_0=T$

Hệ số của x^{11} trong Q là $-C_{11}^1$

Vậy $T=-C_{11}^1=-11$.

Câu 26. Một hộp chứa 3 quả cầu trắng và 4 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất sao cho hai quả lấy ra khác màu là

A. $\frac{3}{7}$ **B.** $\frac{4}{7}$ **C.** $\frac{2}{7}$ **D.** $\frac{5}{7}$

Lời giải

Chọn B.

Số cách lấy ra 2 quả cầu bất kỳ từ 7 quả cầu trong hộp là: $C_7^2=21$.

Số cách lấy ra 2 quả cầu khác màu là: $3.4=12$.

Xác suất sao cho hai quả lấy ra khác màu là: $P=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$.

Câu 27. Cho phương trình $x^2+ax+b^2=0$ (1). Bạn Thu chọn ngẫu nhiên một giá trị cho a từ tập hợp các giá trị $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Bạn Cúc chọn ngẫu nhiên một giá trị cho b từ tập hợp các giá trị $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Nếu hai bạn chọn được a,b để phương trình (1) có nghiệm kép thì cả hai bạn sẽ được thưởng. Tính xác suất P để Thu và Cúc cùng được thưởng trong trò chơi này ?

A. $P=\frac{4}{81}$ **B.** $P=\frac{8}{81}$ **C.** $P=\frac{2}{9}$ **D.** $P=\frac{4}{9}$

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu là: $9.9=81$.

Phương trình (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta=a^2-4b^2=0 \Leftrightarrow a=2b$ (Do a,b nguyên dương).

Các cặp $(a;b)$ thỏa mãn $a=2b$ là: $(8;4)$, $(6;3)$, $(4;2)$, $(2;1)$.

Xác suất P để Thu và Cúc cùng được thưởng trong trò chơi này là: $P=\dfrac{4}{81}$

Câu 28. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có 5 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Một học sinh không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Tính xác suất P để học sinh đó trả lời đúng được 5 câu.

A. $P=(0,25)^5(0,75)^5C_{10}^5$ **B.** $P=(0,25)^5(0,75)^5A_{10}^5$

C. $P=(0,25)^5(0,75)^5.120$ **D.** $P=(0,25)^5(0,75)^5.0,5$

Lời giải

Chọn A.

Ký hiệu biến cố A_i : " Học sinh trả lời đúng câu thứ i " , $(i=1,2,...,10)$.

Các biến cố A_i độc lập. $P(A_i)=0,25$, $P(\overline{A_i})=0,75$

Biến cố " Học sinh đó trả lời đúng 5 câu " là hợp của C_{10}^5 biến cố dạng:

$A_1...A_5.\overline{A_6}...\overline{A_{10}}$, …, $\overline{A_1}....\overline{A_5}.A_6...A_{10}$, xác suất của mỗi biến cố này là $(0,25)^5(0,75)^5$.

Vậy, xác suất P để học sinh đó trả lời đúng được 5 câu là $P=(0,25)^5(0,75)^5C_{10}^5$

Câu 29. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số chẵn. Khi đó P bằng:

A. $\dfrac{131}{231}$ **B.** $\dfrac{116}{231}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{113}{231}$

Lời giải

Chọn D.

$n(\Omega)=C_{11}^6=462$. Gọi A :"tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số chẵn ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 6 thẻ mang số lẻ có : $C_6^6=1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 4 thẻ mang số lẻ và 2 thẻ mang số chẵn có: $C_6^4C_5^2=150$ cách.

Trường hợp 3: Chọn được 2 thẻ mang số lẻ và 4 thẻ mang số chẵn có: $C_6^2C_5^4=75$ cách.

Do đó $n\left(A\right)=1+151+75=226$. Vậy $P\left(A\right)=\dfrac{226}{462}=\dfrac{113}{231}$.

Câu 30. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2019 là

A. $\dfrac{31}{36}$. **B.** $\dfrac{8}{9}$. **C.** $\dfrac{61}{68}$. **D.** $\dfrac{575}{648}$.

Lời giải

Chọn D.

Số có 4 chữ số có dạng: $\overline{abcd}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n\left(\Omega\right)=9.9.8.7=4536$.

Gọi biến cố A: " Chọn được số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt và lớn hơn 2019."

TH1. $a>2$

Chọn a: có 7 cách chọn.

Chọn b: có 9 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d : có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $7.9.8.7=3528$ (số).

TH2. $a=2, b>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 8 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d : có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.8.8.7=448$ (số).

TH3. $a=2, b=0$.

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 7 cách chọn.

Chọn d : có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $7.7=49$ (số).

Suy ra $n\left(A\right)=3528+448+49=4025$

Suy ra: $P\left(A\right)=\dfrac{4025}{4536}=\dfrac{575}{648}$.

Câu 31. Trong mặt phẳng Oxy, ảnh của $M(3;4)$ qua phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(-7;2)$ là điểm M'. Tọa độ M' là

A. $M'(-4;6)$ **B.** $M'(4;-6)$ **C.** $M'(10;2)$ **D.** $M'(-10;-2)$

Lời giải

Chọn A.

Áp dụng biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến ta có tọa độ của M' là

$$\begin{cases} x' = x + a = 3 + (-7) = -4 \\ y' = y + b = 4 + 2 = 6 \end{cases}$$

Vậy $M'(-4;6)$

Câu 32. Trong mặt phẳng Oxy, phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ biến đường thẳng $d: 6x+4y-5=0$ thành đường thẳng d' có phương trình là:

A. $d': 3x+2y+3=0$ **B.** $d': 3x+2y-3=0$

C. $d': 6x+4y+3=0$ **D.** $d': 6x+4y-3=0$

Lời giải

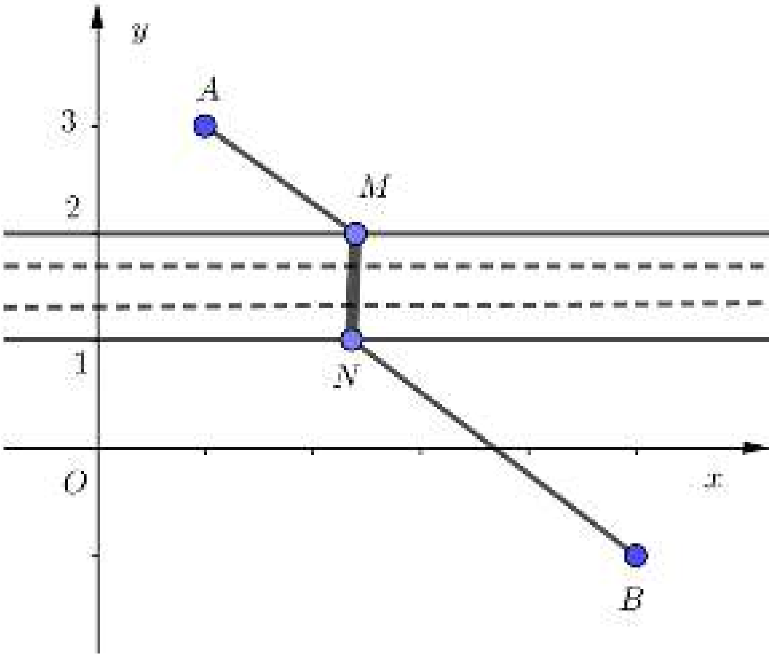
Chọn B.

Lấy $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right) \in d$. Gọi $M' = T_{\vec{v}}(M) \Rightarrow M'(1;0)$.

Ta có d' song song với $d: 6x+4y-5=0$ và đi qua $M'(1;0)$.

Vậy $d': 3x+2y-3=0$.

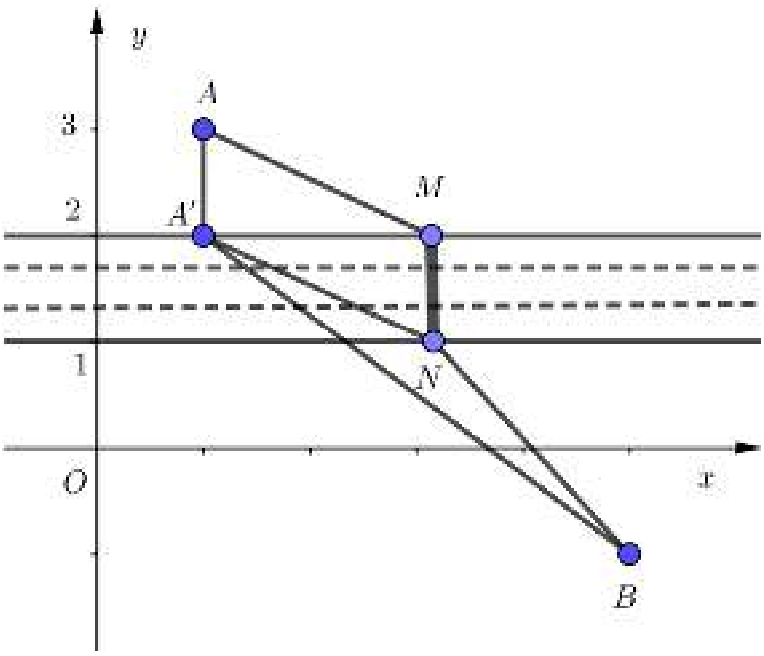
Câu 33. Thôn Đài nằm ở vị trí $A(1;3)$, thôn Trang nằm ở vị trí $B(5;-1)$ và cách nhau một con sông như hình vẽ. Hai bờ sông là hai đường thẳng $y=1; y=2$. Người ta muốn xây một chiếc cầu MN bắc qua sông (cầu vuông góc với sông) và làm hai đoạn đường thẳng từ A đến M và từ B đến N. Để $AM+BN$ ngắn nhất, người ta cần đặt hai đầu cầu ở vị trí có tọa độ là $N(a;1), M(a;2)$. Chọn khẳng định đúng ?



A. $a < \frac{7}{3}$ **B.** $a = \frac{7}{3}$ **C.** $a > \frac{7}{3}$ **D.** $a \in (3;4)$

Lời giải

Chọn B.



Gọi A' là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vecto $\overrightarrow{MN} \Rightarrow AM = A'N$.

Do vậy, $AM + BN = A'N + BN \geq A'B$ (Không đổi).

Dấu " =" xảy ra $\Leftrightarrow$ N là giao điểm của đường thẳng $A'B$ và đường thẳng $y = 1$.

Do MN vuông góc với đường thẳng $y = 1$ nên $\overrightarrow{MN} = \vec{v}(0;-1)$. Vì vậy $A'(1;2)$.

Phương trình đường thẳng $y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$.

N là giao điểm của đường thẳng $A'B$ và đường thẳng $y=1$ nên $N\left(\frac{7}{3};1\right)$.

Vậy $a=\frac{7}{3}$.

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy, hãy chọn điểm M trong các điểm sau để phép quay tâm O, góc -90^0 biến M thành $M'(0;-6)$

A. $M(6;0)$ **B.** $M(0;6)$ **C.** $M(-6;0)$ **D.** $M(0;-6)$

Lời giải

Chọn A.

Câu 35. Trong mặt phẳng Oxy, phép quay tâm O, góc $-\frac{\pi}{2}$ biến đường tròn $(C): x^2+y^2-6x-6y-7=0$ thành đường tròn (C'). Khi đó , phương trình đường tròn (C') là:

A. $(x+3)^2+(y+3)^2=25$ **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2=25$

C. $(x-3)^2+(y-3)^2=25$ **D.** $x^2+(y+3)^2=25$

Lời giải

Chọn B.

(C) có tâm $I(3;3)$, bán kính $R=5$.

Phép quay tâm O, góc $-\frac{\pi}{2}$ biến $I(3;3)$ thành $I'(3;-3)$.

(C') có tâm $I'(3;-3)$, bán kính $R=5$.

Vậy $(C'): (x-3)^2+(y+3)^2=25$

Câu 36. Phép biến hình nào trong các phép biến hình sau là phép dời hình:

A. Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thành $M'(x';y')$ sao cho $\begin{cases} x'=-x \\ y'=3y \end{cases}$

B. Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thành $M'(x';y')$ sao cho $\begin{cases} x'=-x+1 \\ y'=-y+1 \end{cases}$

C. Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thành $M'(x';y')$ sao cho $\begin{cases} x'=x^2+1 \\ y'=y \end{cases}$

D. Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thành $M'(x';y')$ sao cho $\begin{cases} x'=\sin x \\ y'=\cos y \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Xét phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thành $M'(x';y')$ sao cho $\begin{cases} x' = -x+1 \\ y' = -y+1 \end{cases}$.

Gọi $M\left(x_1;y_1\right), N\left(x_2;y_2\right)$ là hai điểm bất kỳ. Ảnh của M, N qua F_1 là $M'\left(x_1';y_1'\right), N'\left(x_2';y_2'\right)$ với $\begin{cases} x_1' = -x_1+1 \\ y_1' = -y_1+1 \end{cases}, \begin{cases} x_2' = -x_2+1 \\ y_2' = -y_2+1 \end{cases}$.

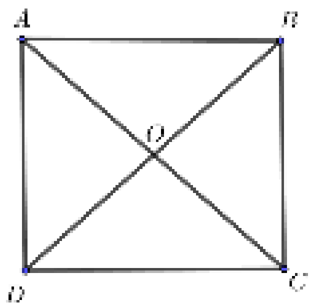
Ta có $MN = \sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2 + \left(y_2-y_1\right)^2}$.

$M'N' = \sqrt{\left(x_2'-x_1'\right)^2 + \left(y_2'-y_1'\right)^2} = \sqrt{\left(-x_2+1+x_1-1\right)^2 + \left(-y_2+1+y_1-1\right)^2}$

$= \sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2 + \left(y_2-y_1\right)^2} = MN$.

Vậy F_1 là phép dời hình.

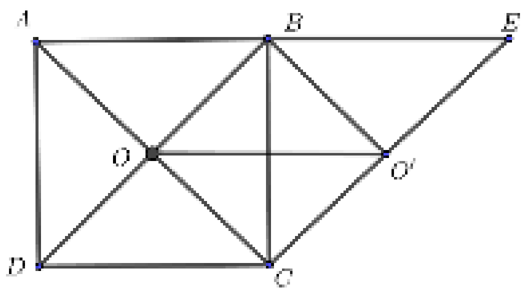
Câu 37. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Lấy điểm O' đối xứng với O qua đường thẳng BC. Gọi F là phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tình tiến theo veto $\overrightarrow{AB}$ và phép quay tâm O', góc 90°. Ảnh của tam giác OAB qua phép dời hình F là



A. Tam giác BOO' **B.** Tam giác COO' **C.** Tam giác OBC **D.** Tam giác $O'CB$

Lời giải

Chọn D.



Ảnh của tam giác OAB qua phép tịnh tiến theo veto $\overrightarrow{AB}$ là tam giác $O'BE$.

Ảnh của tam giác $O'BE$ qua phép quay tâm O', góc 90° là tam giác $O'CB$.

Vậy, ảnh của tam giác OAB qua phép dời hình F là tam giác $O'CB$.

Câu 38. Cho điểm O và số $k \neq 0; k \neq 1$ và 2 điểm M, M'. Hãy chọn khẳng định **đúng** ?

A. Nếu $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ thì phép vị tự tâm O tỉ số k biến M' thành M.

B. Nếu $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ thì phép vị tự tâm O tỉ số k biến M thành M'.

C. Nếu phép vị tự tâm O tỉ số k biến M thành M' thì ba điểm O, M, M' không thẳng hàng.

D. Nếu phép vị tự tâm O tỉ số k biến M thành M' thì $OM' = kOM$

Lời giải

Chọn B.

Câu 39. Trong mặt phẳng Oxy, ảnh của $M(5;-6)$ qua phép đồng dạng có được bằng cách thực liên tiếp phép vị tự tâm $I(-2;0)$, tỷ số $k_1 = 3$ và phép vị tự tâm $I(-2;0)$, tỷ số $k_2 = -\frac{4}{3}$ là điểm M' có tọa độ là:

A. $M'(-26;24)$ **B.** $M'(-30;24)$ **C.** $M'(30;24)$ **D.** $M'(30;-24)$

Lời giải

Chọn B.

Thực liên tiếp phép vị tự tâm $I(-2;0)$, tỷ số $k_1 = 3$ và phép vị tự tâm $I(-2;0)$, tỷ số $k_2 = -\frac{4}{3}$ ta được phép vị tự tâm $I(-2;0)$, tỷ số $k_1k_2 = -4$. Gọi $M'(x';y')$.

Ta có $\overrightarrow{IM'} = -4\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OI} = -4\left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OI}\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = 5\overrightarrow{OI} - 4\overrightarrow{OM}$.

Do đó $\overrightarrow{OM'} = (-30;24)$. Vậy $M'(-30;24)$

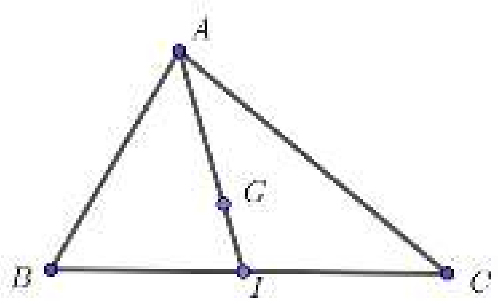
Câu 40. Trong mặt phẳng (Oxy), cho tam giác ABC biết $B(3;1), C(-5;3)$. Đỉnh A di động trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó, G luôn thuộc đường nào sau đây

A. Đường tròn $x^2 + (y-5)^2 = 1$ **B.** Đường tròn $x^2 + (y+5)^2 = 1$

C. Đường thẳng $x + 2y - 5 = 0$ **D.** Đường thẳng $x + 2y + 5 = 0$

Lời giải

Chọn A.



$(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ có tâm $I(2;1)$, bán kính $R = 3$.

Gọi I là trung điểm $BC \Rightarrow I(-1;2)$.

G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$.

Do đó, G là ảnh của A qua phép vị tự tâm I, tỷ số $k = \frac{1}{3}$.

Suy ra G luôn thuộc đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm I, tỷ số $k = \frac{1}{3}$.

(C') có tâm I', bán kính $R' = \frac{1}{3}R = 1$.

Ta có $\overrightarrow{II'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$, từ đó tìm được $I'(0;5)$.

Vậy $(C'): x^2 + (y-5)^2 = 1$

Câu 41. Cho biết mệnh đề nào sau đây là **sai?**

A. Qua ba điểm không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc nó xác định duy nhất một mặt phẳng.

C. Qua hai đường thẳng xác định duy nhất một mặt phẳng.

D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

Lời giải

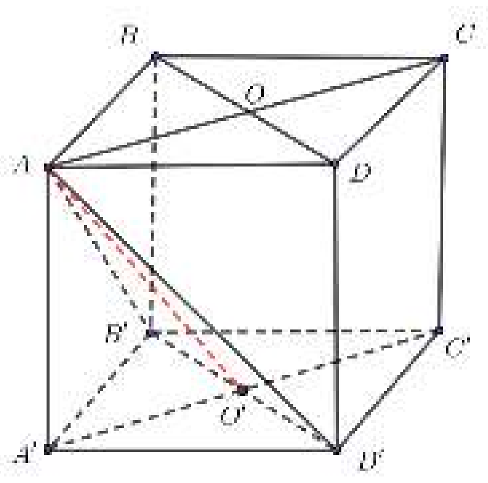
Chọn C.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, AC cắt BD tại O và $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(AB'D')$ là đường thẳng nào sau đây?

A. $A'C'$. **B.** OO'. **C.** AO'. **D.** $A'O$.

Lời giải

Chọn C.



Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng trên SA, SB, SC sao cho MN, NP và PM cắt mặt phẳng (ABC) tương ứng tại các điểm D, E, F. Khi đó có thể kết luận gì về ba điểm D, E, F

A. D, E, F thẳng hàng. **B.** D, E, F tạo thành ba đỉnh của một tam giá**C.**

C. D là trung điểm của EF. **D.** D, E, F không cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A.

D, E, F cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (MNP).

Vậy D, E, F thẳng hàng.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N là hai điểm phân biệt trên cạnh AB. Khi đó ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng CM và DN?

A. Song song. **B.** Cắt nhau. **C.** Chéo nhau. **D.** Trùng nhau.

Lời giải

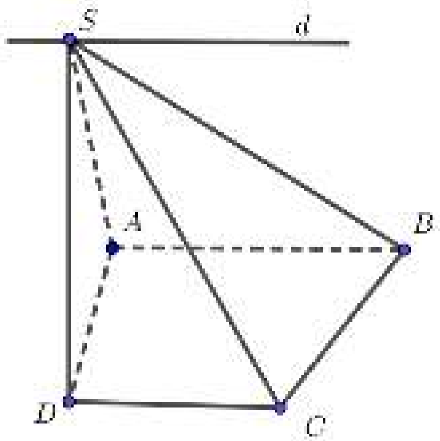
Chọn C.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB//CD)$. Gọi d là giao tuyến của (SAB) và (SCD). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d//AB$. **B.** d cắt AB **C.** $d//AD$ **D.** $d//BC$

Lời giải

Chọn A.

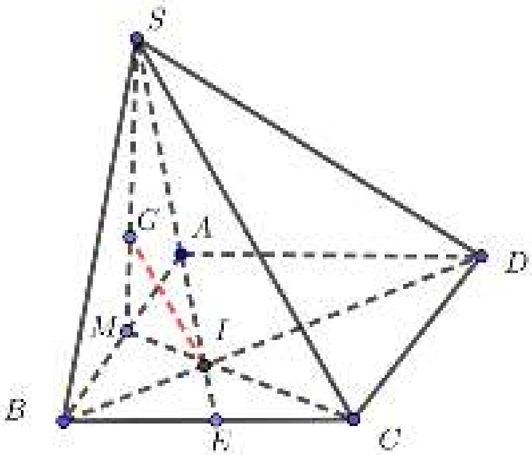


Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, E là trung điểm CB, I là giao điểm của AE và BD. Khi đó IG sẽ song song với đường thẳng nào dưới đây?

A. SA. **B.** SB. **C.** SC. **D.** SD.

Lời giải

Chọn C.



$\dfrac{IB}{ID}=\dfrac{BE}{AD}=\dfrac{1}{2}$.

$\dfrac{IB}{ID}=\dfrac{MB}{CD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow I,M,C$ thẳng hàng.

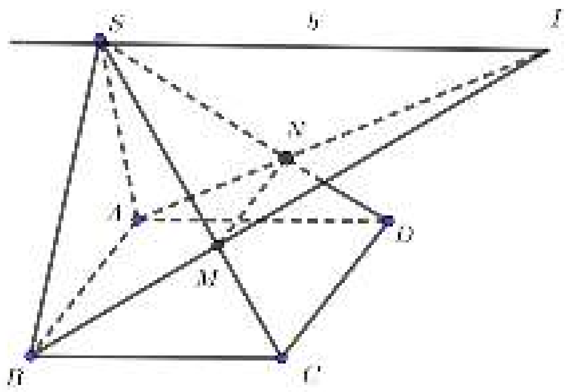
$\dfrac{MG}{GS}=\dfrac{IM}{IC}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow IG//SC$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SM=2MC$, N là giao điểm của đường thẳng SD và (ABM), I là giao điểm của AN và BM. Khi đó, giá trị biểu thức $\dfrac{IN}{IA}+\dfrac{IM}{IB}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{2}{3}$ **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$

Lời giải

Chọn C.



$AB//CD\Rightarrow(ABM)\cap(SCD)=MN$ với $MN//CD$, $N\in SD$. Khi đó, N là giao điểm của đường thẳng SD và (ABM).

$AD//BC\Rightarrow(SBC)\cap(SAD)=b$ với $b//BC$, $S\in b$.

I là giao điểm của AN và BM $\Rightarrow I$ là điểm chung của $(SBC),(SAD)\Rightarrow I\in b$.

$\dfrac{IM}{MB} = \dfrac{SM}{MC} = 2 \Rightarrow \dfrac{IM}{IB} = \dfrac{2}{3}$.

$\dfrac{IN}{NA} = \dfrac{SN}{ND} = \dfrac{SM}{MC} = 2 \Rightarrow \dfrac{IN}{IA} = \dfrac{2}{3}$.

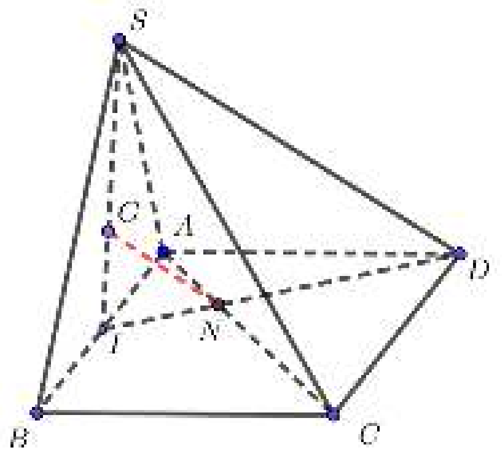
Vậy $\dfrac{IN}{IA} + \dfrac{IM}{IB} = \dfrac{4}{3}$.

Câu 48. Cho tam giác SAB và hình bình hành $ABCD$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, N là một điểm thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AC = 3AN$. Khi đó GN sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SAC) **B.** (SBC) **C.** $(ABCD)$ **D.** (SCD).

Lời giải

Chọn D.



Gọi I là trung điểm AB.

Ta có $AB // CD$ mà $\dfrac{IA}{CD} = \dfrac{AN}{NC} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow I, N, D$ thẳng hàng.

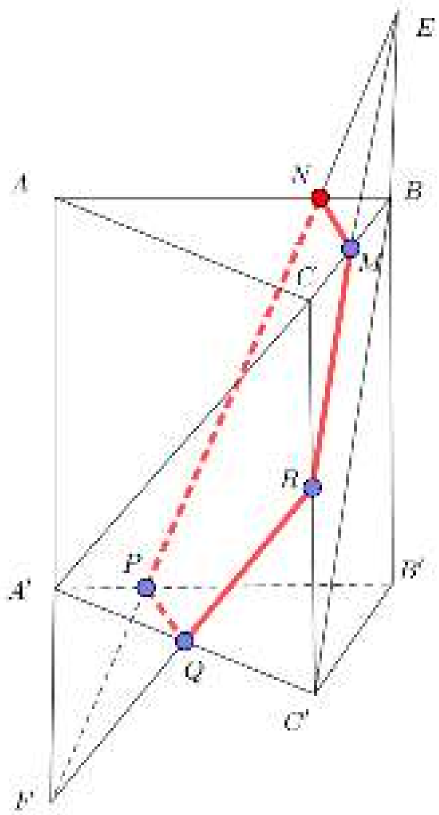
$\dfrac{IG}{GS} = \dfrac{IN}{ND} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow GN // SD \Rightarrow GN // (SCD)$.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm cạnh BC. Mặt phẳng (P) đi qua M đồng thời song song với BC' và CA'. Thiết diện do mặt phẳng (P) cắt lăng trụ là đa giác có số cạnh bằng bao nhiêu ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C.



Kẻ $MR//BC'$, $(R \in CC')$, $RQ//CA'$, $(Q \in C'A')$.

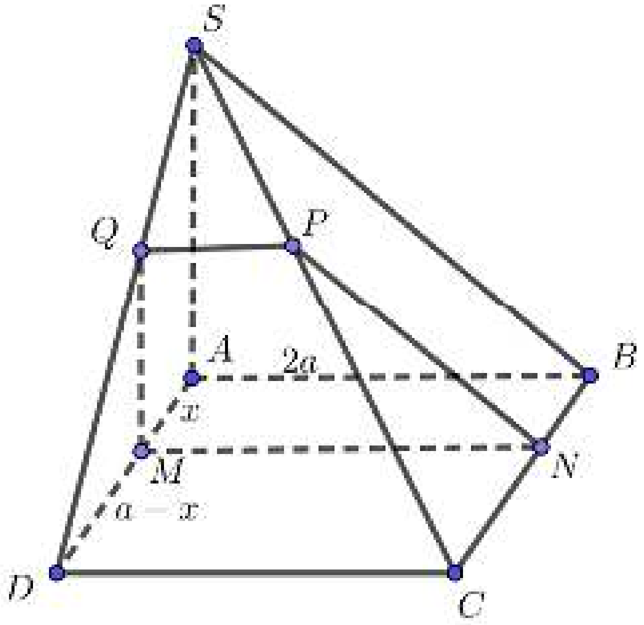
Kéo dài MR cắt BB' tại E. Kéo dài RQ cắt AA' tại F. Gọi N, P lần lượt là giao điểm của EF và $AB, A'B'$. Thiết diện do mặt phẳng (P) cắt lăng trụ là ngũ giác $MNPQR$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành với $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAB vuông cân tại A. Gọi M là một điểm thuộc cạnh AD với $AM = x, (0 < x < a)$. (α) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB). (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện có diện tích là

A. $2a^2 - x^2$ **B.** $2(a^2 - x^2)$. **C.** $a^2 - x^2$ **D.** $a^2 - 2x^2$

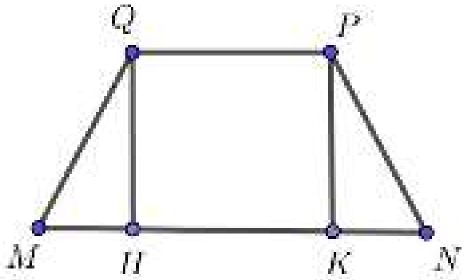
Lời giải

Chọn C.



Kẻ $MN//AB$, $\left(N \in BC\right)$, $NP//SB$, $\left(P \in SC\right)$, $MQ//SA$, $\left(Q \in SD\right)$.

$\left(\alpha\right)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện có diện tích là hình thang cân $MNPQ,\left(MN//PQ\right)$,



Kẻ $QH \perp MN$ tại H, $PK \perp MN$ tại K.

$SA = SB = a\sqrt{2}$.

$\dfrac{PN}{SB} = \dfrac{QM}{SA} = \dfrac{NC}{BC} = \dfrac{a-x}{a} \Rightarrow PN = QM = a\sqrt{2}.\dfrac{a-x}{a} = \sqrt{2}\left(a-x\right)$.

$\dfrac{PQ}{CD} = \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{NB}{BC} = \dfrac{x}{a} \Rightarrow PQ = 2a.\dfrac{x}{a} = 2x$.

$KN = MH = \dfrac{MN-PQ}{2} = a - x$.

$PK = \sqrt{PN^2 - KN^2} = a - x$.

Diện tích thiết diện $MNPQ$ là: $\dfrac{1}{2}\left(MN+PQ\right)PK = \dfrac{1}{2}\left(2a+2x\right)\left(a-x\right) = a^2 - x^2$