Chuyên đề

SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY
GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM LƯỢNG GIÁC

PHẦN I. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY TRONG CÁC BÀI TOÁN GÓC VÀ CUNG LƯỢNG GIÁC.

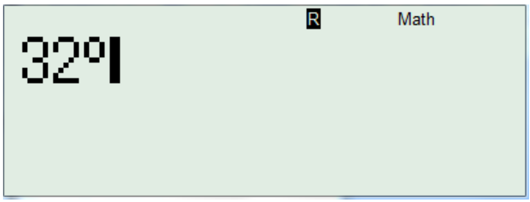
Bài toán 1. Đổi $\alpha = 32^{\circ}$ sang radian.

A. $\frac{8\pi}{45}$. B. $\frac{7\pi}{45}$. C. $\frac{10\pi}{45}$. D. $\frac{11\pi}{45}$.

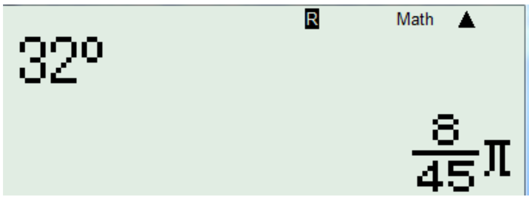
Cách giải bằng MTCT:

Muốn đổi sang đơn vị radian ra chuyển MTCT về **mode radian** bằng cách: $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhập số 32 vào máy rồi nhấn $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{Ans}}$ $\boxed{4}$. Màn hình xuất hiện



Nhấn $\boxed{=}$ màn hình xuất hiện



Đáp án đúng là A.

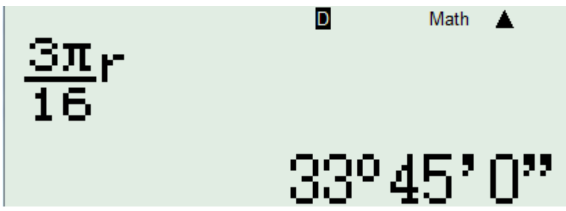
Bài toán 2. Đổi $\alpha = \frac{3\pi}{16}$ sang độ, phút, giây.

A. $33°45'$. B. $30°45'30''$. C. $30°44'30''$. D. $30°40'$.

Cách giải bằng MTCT:

Muốn đổi sang đơn vị độ ra chuyển MTCT về **mode độ** bằng cách: $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{3}$

Nhập số $\frac{3\pi}{16}$ vào máy rồi nhấn $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{Ans}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\circ\,'''}$. Màn hình xuất hiện



Đáp án đúng là A.

PHẦN II. SỬ DỤNG CHỨC NĂNG CALC CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY ĐỂ KIỂM TRA CÁC ĐÁP ÁN

DẠNG TOÁN 1. KIỂM TRA MỘT GIÁ TRỊ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH.
DẠNG TOÁN 2. KIỂM TRA MỘT HỌ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH.
DẠNG TOÁN 3. KIỂM TRA MỘT TẬP LÀ TXĐ CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

DẠNG TOÁN 1. KIỂM TRA MỘT GIÁ TRỊ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH.

Bài toán. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0$ trong khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}\,;\,4\pi\right)$ là

A. $\frac{7\pi}{6}$. B. $\frac{11\pi}{6}$. C. $\frac{19\pi}{6}$. D. $\frac{5\pi}{2}$.

Lời giải tự luận: $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = -\frac{1}{2} \text{ (nhan)} \\ \sin x = -2 \text{ (loai)} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

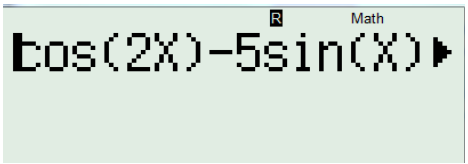
Vì $x \in \left(\frac{3\pi}{2}\,;\,4\pi\right)$ nên
$$\left[\begin{array}{l} \frac{3\pi}{2} < -\frac{\pi}{6} + k2\pi < 4\pi \\ \frac{3\pi}{2} < \frac{7\pi}{6} + k2\pi < 4\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{5}{6} < k < \frac{25}{12} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k \in \{1;2\} \\ \frac{1}{6} < k < \frac{17}{12} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{11}{6}\pi \\ x = \frac{23}{6}\pi \\ x = \frac{19}{6}\pi \end{array}\right..$$

Mà $\frac{11\pi}{6} < \frac{19\pi}{6} < \frac{23\pi}{6}$ do đó **đáp án đúng là B.**

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode radian:** SHIFT MODE 4

Nhập biểu thức $\cos 2x - 5\sin x - 3$. Màn hình xuất hiện



Ta nhận xét: chỉ có 3 đáp án B, C, D là thỏa điều kiện trong khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}\,;\,4\pi\right)$. Loại đáp án A.

Trong các đáp án là nghiệm, ta tìm nghiệm dương nhỏ nhất và chọn đáp án đó. Cụ thể Nhấn CALC $11\pi \div 6$ ta được kết quả **bằng 0**, CALC $19\pi \div 6$ ta được kết quả **bằng 0** và CALC $5\pi \div 2$. ta được kết quả **khác 0**. Do đó $\frac{11\pi}{6}$ và $\frac{19\pi}{6}$ là nghiệm. Mà $\frac{11\pi}{6} < \frac{19\pi}{6}$. Vậy

Đáp án đúng là B.

DẠNG TOÁN 2. KIỂM TRA MỘT HỌ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH

Thực hành: Kiểm tra một họ là nghiệm của phương trình $f(x)=0$

$x=\alpha+ka\pi,\ k\in\mathbb{Z},\ a$ là hằng số

Thế vào $x=\alpha$ biểu thức $f(x)$

- Nếu $f(x)$ nhận một giá trị **khác 0** thì $x=\alpha$ không là nghiệm của PT $f(x)=0$. Do đó đáp án được thế chắc chắn là đáp án sai.
- Nếu giá trị $f(x)$ nhận một giá trị **bằng 0** thì $x=\alpha$ là một nghiệm của PT $f(x)=0$. Do đó đáp án được thế có thể là đáp án đúng.
- Lưu ý: kiểm tra các đáp án có chu kì nhỏ nhất trước

Bài toán 1. Phương trình $-\sin x+2\cos x=1$ có một họ nghiệm là

A. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{\pi}{4}\ (k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải tự luận: Phương trình $\Leftrightarrow -\dfrac{1}{5}\sin x+\dfrac{2}{5}\cos x=\dfrac{1}{5}$

$$\Leftrightarrow \sin(x+\alpha)=\frac{1}{5}\ \left(\cos\alpha=-\frac{1}{5}\text{ và }\sin\alpha=\frac{2}{5}\right)$$

Lời giải này dẫn đến bế tắc trong việc chọn đáp án trắc nghiệm.	$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x+\alpha=\arcsin\frac{1}{5} \\ x+\alpha=\pi-\arcsin\frac{1}{5}\end{array}\right. \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-\alpha+\arcsin\frac{1}{5} \\ x=-\alpha+\pi-\arcsin\frac{1}{5}\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$
Lời giải phù hợp cho câu hỏi trắc nghiệm trên.	$\Leftrightarrow\sin(x+\alpha)=\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{3\pi}{2}-2\alpha+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$ Vì $\frac{1}{5}=-\cos\alpha=\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$.

Đáp án đúng là A.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode radian:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhập biểu thức $-\sin x+2\cos x-1$.

Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $-\pi\div 2$ được kết quả 0. Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $-\pi\div 3$ ta được kết quả $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **Loại đáp án B.**

Ta kiểm tra các đáp án có chu kì nhỏ nhất trước. Kiểm tra đáp án D:

Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $-\pi \div 2 + 1.\frac{\pi}{4}$. Ta được kết quả **khác 0**. Do đó loại đáp án D

Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $-\pi \div 6 + 1.\frac{\pi}{2}$. Ta được kết quả **khác 0**. Do đó loại đáp án C.

Đáp án đúng là A.

Bài toán 2. Giải phương trình $\dfrac{\cos x - \sqrt{3}\sin x}{\sin x - \frac{1}{2}} = 0$

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

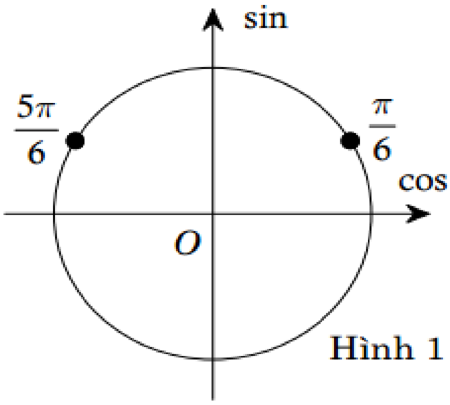
C. $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{7\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

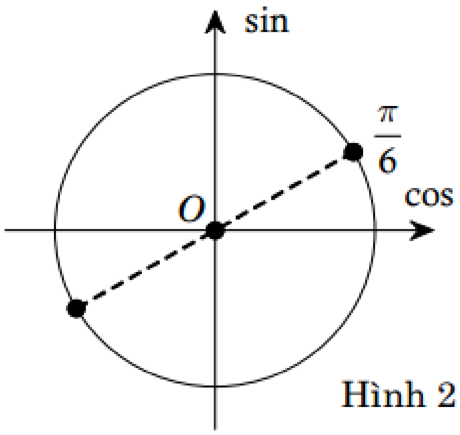
Lời giải tự luận: Điều kiện $\sin x - \frac{1}{2} \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Phương trình $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x = \sqrt{3}\sin x$

$\Leftrightarrow \cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + l\pi\ (l \in \mathbb{Z})$.



Hình 1



Hình 2

Biểu diện nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + l\pi\ (l \in \mathbb{Z})$ trên Hình 2,đối chiếu điều kiện được biểu diễn ở Hình 1.

Ta loại nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + l2\pi\ (l \in \mathbb{Z})$.Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{7\pi}{6} + l2\pi\ (l \in \mathbb{Z})$

Đáp án đúng là C.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode radian:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhập biểu thức $\dfrac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{\sin x-\dfrac{1}{2}}$.

Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $\pi\div 6$. Ta được kết quả **khác 0.** Do đó loại đáp án A và B, còn lại C hoặc D.

Ta kiểm tra các đáp án có chu kì nhỏ nhất trước. Kiểm tra đáp án D:

Ta kiểm tra đáp án D. Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $\dfrac{7\pi}{6}+\pi$. Ta được kết quả **khác 0**. Do đó đáp án D là sai.

Đáp án đúng là C.

Bài toán 3. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)=2\sin 2x.$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7\pi}{6}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{18}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$

Lời giải tự luận: Ta có $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin x,\ \sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\cos x.$

Do đó phương trình $-\sqrt{3}\sin x-\cos x=2\sin 2x\Leftrightarrow\sqrt{3}\sin x+\cos x=-2\sin 2x$

$\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\dfrac{1}{2}\cos x=-\sin 2x\Leftrightarrow\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin(-2x)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x+\dfrac{\pi}{6}=-2x+k2\pi \\ x+\dfrac{\pi}{6}=\pi+2x-k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3} \\ x=-\dfrac{5\pi}{6}-k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$

Xét nghiệm $x=-\dfrac{5\pi}{6}-k2\pi\xrightarrow[k\in\mathbb{Z},\ k'\in\mathbb{Z}]{k=-1-k'}x=\dfrac{7\pi}{6}+k'2\pi.$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3},\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k'2\pi\ (k,\ k'\in\mathbb{Z}).$

Đáp án đúng là B.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode radian:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhập biểu thức $\sqrt{3}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)-2\sin 2x$.

Nhận xét: $-\dfrac{\pi}{18}$ xuất hiện ở cả 4 đáp án, không cần kiểm tra giá trị này, nó là nghiệm của PT.

Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $5\pi\div 6$ và $\boxed{\text{CALC}}$ $7\pi\div 6$ và $\boxed{\text{CALC}}$ $18\pi\div 6$.

Ta được kết quả chỉ có $\dfrac{7\pi}{6}$ là nghiệm của PT. Nên loại A và D, đáp án đúng nằm ở B hoặc C.

Trong các đáp án còn lại, ta **kiểm đáp án có chu kì nhỏ nhất trước**.

Ta kiểm tra đáp án C. Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $\dfrac{7\pi}{6}+\pi$. Ta được một số khác 0. Do đó đáp án C là sai.

Đáp án đúng là B.

DẠNG TOÁN 3. KIỂM TRA MỘT TẬP LÀ TXĐ CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Bài toán 1. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sin x-\cos x}{4-5\cos x-2\sin^2 x}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải tự luận:

HSXĐ $\Leftrightarrow 4-5\cos x-2\sin^2 x\neq 0$

PT $4-5\cos x-2\sin^2 x=0\Leftrightarrow 2\cos^2 x-5\cos x+2=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=2\ \text{(loai)}\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\ \text{(nhan)}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Do đó HSXĐ $\Leftrightarrow x\neq\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Vậy TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. Đáp án đúng là **C**.

Cách giải bằng MTCT:

Cở sở lý thuyết: Tập xác định của một hàm số là tập hợp tất cả các giá trị của biến số làm cho hàm số có nghĩa.

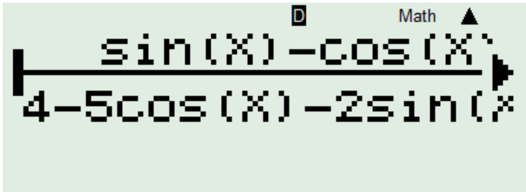
Thực hành: TXĐ của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\alpha+ka\pi,\ k\in\mathbb{Z},a\ \text{la hang so}\right\}$

Thế vào $x=\alpha$ biểu thức $f\left(x\right)$

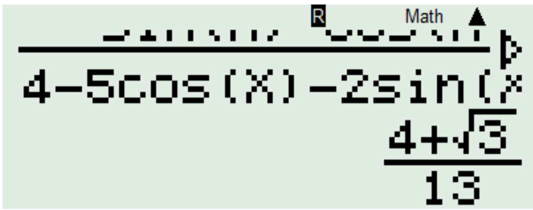
- Nếu $f\left(x\right)$ nhận một giá trị nào đó thì $x=\alpha$ thuộc TXĐ của hàm số. Do đó đáp án được thế chắc chắn là đáp án sai.
- Nếu giá trị $f\left(x\right)$ được máy tính báo lỗi **Math ERROR** thì $x=\alpha$ không thuộc TXĐ của hàm số. Do đó đáp án được thế có thể là đáp án đúng.
- Lưu ý: kiểm tra các đáp án có chu kì nhỏ nhất trước

Chuyển máy tính về **mode radian:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhập biểu thức $\dfrac{\sin x-\cos x}{4-5\cos x-2\sin^2 x}$. Màn hình xuất hiện

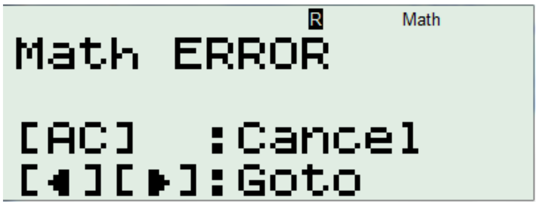


Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $\pi\div 6$. Màn hình xuất hiện



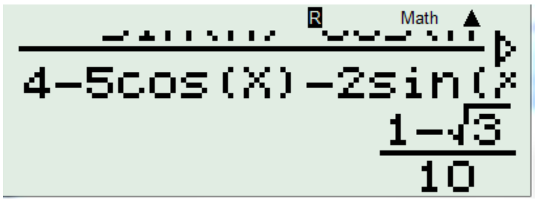
Điều này chứng tỏ $\dfrac{\pi}{6}$ **thuộc TXĐ** của hàm số. Do đó loại đáp án A, B.

Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $\pi\div 3$. Màn hình xuất hiện



Điều này chứng tỏ $\dfrac{\pi}{3}$ **không thuộc TXĐ** của hàm số. Do đó đáp án đúng là C hoặc D.

Trong các đáp án còn lại, ta **kiểm đáp án có chu kì nhỏ nhất trước**. Ta kiểm tra đáp án D:
Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $\pi\div 3+\pi$. Màn hình xuất hiện



Điều này chứng tỏ $\dfrac{\pi}{3}+\pi$ **thuộc TXĐ** của hàm số. Do đó loại đáp án D.

Đáp án đúng là C.

Bài toán 2. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{1-\sin x}}+\dfrac{1}{\sqrt{\cos x+1}}+\dfrac{1}{\tan\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{4},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải tự luận:

HSXĐ

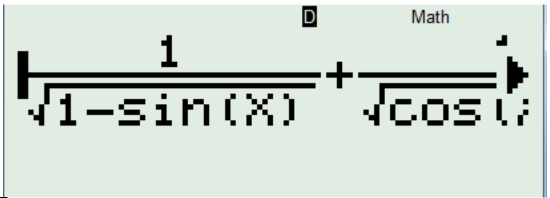
$$\Leftrightarrow\begin{cases}1-\sin x>0\\ \cos x+1>0\\ \tan\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)\neq 0\\ \cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x<1\\ \cos x>-1\\ \sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)\neq 0\\ \cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x\neq 1\\ \cos x\neq -1\\ x-\dfrac{\pi}{2}\neq k\dfrac{\pi}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ x\neq\pi+k2\pi\\ x\neq k\dfrac{\pi}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{2}\ \ (k\in\mathbb{Z}).$$

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **Đáp án đúng là C**.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode radian:** SHIFT MODE 4

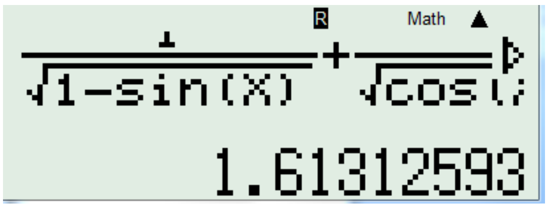
Nhập biểu thức $\dfrac{1}{\sqrt{1-\sin x}}+\dfrac{1}{\sqrt{\cos x+1}}+\dfrac{1}{\tan\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)}$. Màn hình xuất hiện



Nhấn CALC π và CALC 0. Màn hình đều báo lỗi, điều này chứng tỏ π và 0 **không thuộc TXĐ** của hàm số. Do đó chưa thể loại được đáp án nào.

Trong các đáp án còn lại, ta **kiểm đáp án có chu kì nhỏ nhất trước**.

Ta kiểm tra đáp án B. Nhấn CALC $1.\dfrac{\pi}{4}$. Màn hình xuất hiện

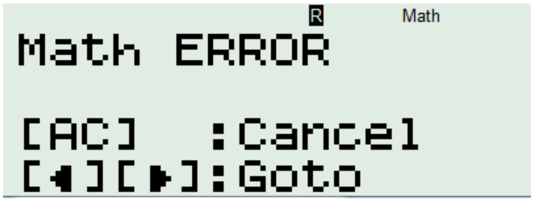


Điều này chứng tỏ $\frac{\pi}{4}$ **thuộc TXĐ** của hàm số. Do đó loại đáp án B.

Ta kiểm tra đáp án C. Nhấn $\boxed{\text{CALC}}$ $1.\frac{\pi}{2}$ và $\boxed{\text{CALC}}$ $2.\frac{\pi}{2}$ và $\boxed{\text{CALC}}$ $3.\frac{\pi}{2}$ và $\boxed{\text{CALC}}$ $4.\frac{\pi}{2}$.

(đủ một chu kì 2π)

Màn hình đều xuất hiện



Đáp án đúng là C.

PHẦN III. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY
HỖ TRỢ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT ĐỐI VỚI SINX VÀ COSX

Để giải phương trình $a\sin u + b\cos u = c.$ Ta biến đổi

$$a\sin u + b\cos u = c \Leftrightarrow \sin(u+Y) = \frac{c}{X}$$

Bước 1. Bấm $\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{+}$ **a** $\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{)}$ **b** $\boxed{=}$

Bước 2. Bấm $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{)}$ (Ta có được X)

Bấm $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\text{S}\leftrightarrow\text{D}}$ (Ta có được Y)

Lưu ý: $a\sin u + b\cos u = X\sin(u+\alpha)$. Sử dụng phép biến đổi này cho giải phương trình dạng $a\sin x + b\cos x = a'\sin x' + b'\cos x'$.

Bài toán 1. Biến đổi phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos = \sqrt{2}$ về phương trình lượng giác cơ bản, ta được phương trình nào sau đây?

A. $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$. D. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$.

Lời giải tự luận: Ta có $a = \sqrt{3},\ b = -1,\ c = \sqrt{2}$. Chia 2 vế của phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2} = 2$.

Phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos = \frac{\sqrt{2}}{2}$

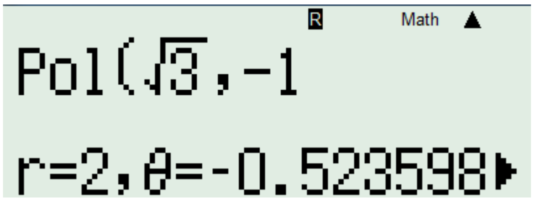
$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{6}\sin x - \sin\frac{\pi}{6}\cos = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Đáp án đúng là A.

Cách giải bằng MTCT: Ta có $a = \sqrt{3},\ b = -1.$

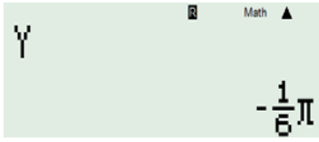
Chuyển máy tính về **mode radian:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhấn $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{+}$ $\sqrt{3}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{)}$ -1 và $\boxed{=}$. Màn hình hiển thị



Nhấn $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{)}$: ta được $X=2$.

Nhấn $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\text{S}\leftrightarrow\text{D}}$: ta được $Y=-\dfrac{\pi}{6}$.



Do đó $\sqrt{3}\sin x-\cos=\sqrt{2}\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Đáp án đúng là A.

Bài toán 2. Biến đổi phương trình $-\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}$ về dạng $\sin(x+Y)=\dfrac{\sqrt{2}}{X}$ với $Y\in(0\,;\,\pi)$. Tính $X.\pi+Y$.

A. $\dfrac{5\pi}{3}$. B. $\dfrac{3\pi}{2}$. C. $-\dfrac{8\pi}{3}$. D. $\dfrac{7\pi}{3}$.

Lời giải tự luận: Ta có $a=-1,\ b=\sqrt{3},\ c=\sqrt{2}$. Chia 2 vế của phương trình cho $\sqrt{a^2+b^2}=2$.

Phương trình $-\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \cos\dfrac{2\pi}{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sin\dfrac{2\pi}{3}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

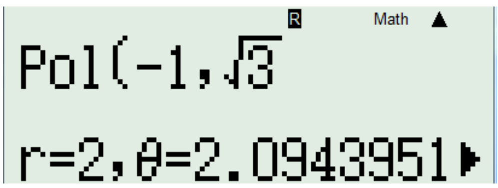
Suy ra $Y=\dfrac{\pi}{3},\ X=2\Rightarrow X.\pi+Y=2\pi+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{7\pi}{3}$.

Đáp án đúng là D.

Cách giải bằng MTCT: Ta có $a=-1,\ b=\sqrt{3}$.

Chuyển máy tính về **mode radian:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhấn $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{+}$ -1 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{)}$ $\sqrt{3}$ và $\boxed{=}$. Màn hình hiển thị



Nhấn $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{)}$: ta được $X=2$.

Nhấn $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\text{S}\leftrightarrow\text{D}}$: ta được $Y=\dfrac{2\pi}{3}$.

Do đó

$-\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $Y=\dfrac{\pi}{3},\ X=2\Rightarrow X.\pi+Y=2\pi+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{7\pi}{3}$.

Đáp án đúng là D.

Bài toán 3. Nghiệm của phương trình $\cos 2x+\sin x=\sqrt{3}\left(\cos x-\sin 2x\right)$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{18}+\dfrac{k2\pi}{3} \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{2\pi}{3}\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

D. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

(Sử dụng lưu ý ở trang 10 và cách bấm máy như trên)

PHẦN IV
SỬ DỤNG CHỨC NĂNG TABLE CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY

Dạng toán 1. TÌM GTNN VÀ GTLN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.
Dạng toán 2. TÌM CHU KÌ TUẦN HOÀN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.
Dạng toán 3. XÉT TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.
Dạng toán 4. TÌM NGHIỆM VÀ SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC TRONG MỘT KHOẢNG CHO TRƯỚC.

Đôi nét về chức năng TABLE
- Chức năng: Tính giá trị hàm số tại một vài điểm. Ta có thể sử dụng chức năng tính giá trị của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$.
- Thao tác:
+ Để tính giá trị của **một** hàm số $f(x)$ tại một số điểm: Cài đặt bằng cách bấm $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ (SET UP), tiếp theo bấm Replay xuống, chọn $\boxed{5}$ (TABLE). Máy hỏi Select Type, các bạn chọn 1 tương ứng với yêu cầu chỉ cần tính giá trị của một hàm số tại một điểm.
Tương ứng với 2 là tính giá trị của đồng thời hai hàm số tại một số điểm.
- Sau khi cài đặt xong, bạn vào chế độ tính bằng cách bấm:
+ Bước 1: $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$, nhập hàm số $f(x)$ cần tính.
+ Bước 2: Start: Nhập mốc x bắt đầu từ đâu?
+ Bước 3: End: Nhập mốc x kết thúc tại đâu?
+ Bước 4: Step: Bước nhảy là khoảng cách giữa các điểm đầu mút.
Bấm $\boxed{=}$ ta được bảng giá trị mong muốn.
- Tối đa: Chúng ta chỉ có thể tính tối đa được 30 giá trị cho một hàm số.

Dạng toán 1. TÌM GTNN VÀ GTLN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

- Tìm GTLN và GTNN của một hàm số $y = f(x)$ trên $[a\,;\,b]$.

Bước 1. Nhấn $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ (TABLE)
Bước 2. Nhập biểu thức $f(x)$ vào máy
Bước 3. Nhấn $\boxed{=}$ sau đó nhập $\text{Start} = a$, $\text{End} = b$, $\text{Step} = \dfrac{b-a}{20}$. (Có thể lấy từ 29 trở xuống)
(Chia 20 để có được 20 bước nhảy, và bảng TABLE có 21 gía trị, như thế là đủ!)
Sau đó, dựa vào bảng TABLE, ta tìm GTNN và GTLN.

Bài toán 1. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 - 2\sin^2 x$ lần lượt là
A. $-3\,;\,0$. B. $0\,;\,1$. C. $1\,;\,3$. D. $-1\,;\,2$.

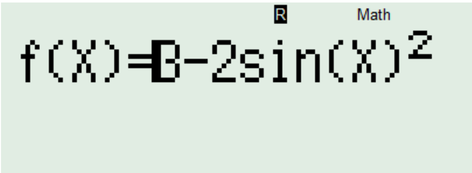
Lời giải tự luận: Ta có $-1 \le \sin x \le 1 \Leftrightarrow 0 \le \sin^2 x \le 1 \Leftrightarrow 0 \ge -2\sin^2 x \ge -2$
$\Leftrightarrow 3 \ge 3 - 2\sin^2 x \ge 1 \Rightarrow 3 \ge y \ge 1$. Vậy GTNN là 1 và GTLN là 3.
Đáp án đúng là C.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode độ:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{3}$

(thực tế để **mode radian** cũng tính được GTLN và GTNN, tuy nhiên ở **mode độ** ta dễ dàng nhận ra giá trị mà tại đó hàm số đạt GTLN, GTNN)

Nhấn $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ (TABLE). Nhập biểu thức $f(x) = 3 - 2\sin^2 x$, màn hình hiển thị



Nhấn $\boxed{=}$, một số máy sẽ hiện thị $g(x) =$, để xóa hàm này ta nhấn $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\blacktriangledown}$ $\boxed{5}$ $\boxed{1}$.

Nhấn $\boxed{=}$, Start $= 0$, End $= 360$, Step $= (360 - 0) \div 20$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy GTNN là 1 tại hàng thứ 6 và 16.

GTLN là 3 tại hàng thứ 1, 11 và 21.

Đáp án đúng là C.

Đặc biệt: Ta nhận thấy GTNN đạt tại $x = 90,\ x = 270 \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

GTLN đạt tại $x = 0,\ x = 180,\ x = 360 \Rightarrow x = k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Bài toán 2. Tập giá trị của hàm số $y = 2\sin^2 x + \sin x + 4$ với $x \in \left[-\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{2\pi}{3}\right]$ là

A. $[4\ ;\ 7]$. B. $\left[\dfrac{30}{8}\ ;\ 7\right]$. C. $\left[\dfrac{30}{8}\ ;\ 4\right]$. D. $\left[\dfrac{31}{8}\ ;\ 7\right]$.

Lời giải tự luận: Đặt $t = \sin x,\ x \in \left[-\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{2\pi}{3}\right] \xrightarrow[\text{DTLG}]{\text{Su dung}} t = \sin x \in \left[-\dfrac{1}{2}\ ;\ 1\right]$.

Khi đó $y = 2t^2 + t + 4$. Ta có $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{1}{4} \in \left[-\dfrac{1}{2}\ ;\ 1\right]$.

Do đó GTNN và GTLN của hàm số sẽ đạt tại $x = -\dfrac{1}{2},\ x = -\dfrac{1}{4},\ x = 1.$

$f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 4,\ f\left(-\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{31}{8},\ f(1) = 7.$ Vậy GTNN $m = \dfrac{31}{8}$ và GTLN là $M = 7$.

Vậy tập giá trị của hàm số trong đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{2\pi}{3}\right]$ là $\left[\dfrac{31}{8}\ ;\ 7\right]$.

Đáp án đúng là D.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode độ:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{3}$

Nhấn $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ (TABLE). Nhập biểu thức $f(x) = 2\sin^2 x + \sin x + 4$.

Nhấn $\boxed{=}$, Start $= -30$, End $= 120$, Step $= (120 + 30) \div 20$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy GTNN là 3,8751 ở hàng thứ 3 tại $x = -15°$.

GTLN là 7 ở hàng thứ 17 tại $x = 90°$.

Vì $\frac{31}{8} = 3{,}875$ và $\frac{30}{8} = 3{,}75$ nên 3,8751 gần với $\frac{31}{8}$ hơn. Do đó GTNN là $\frac{31}{8}$**. Đáp án đúng là D.**

Bài toán 3. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1+\sin x}{2+\cos x}$. Khi đó $\sqrt{M^2 - m^2}$ bằng

A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải tự luận: Phương trình $\Leftrightarrow 1+\sin x = y(2+\cos x) \Leftrightarrow \sin x - y\cos x = 2y - 1$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 1^2 + (-y)^2 \ge (2y-1)^2$

$$\Leftrightarrow y^2 + 1 \ge 4y^2 - 4y + 1$$

$$\Leftrightarrow 3y^2 - 4y \le 0$$

$$\Leftrightarrow 0 \le y \le \frac{4}{3}.$$

Do đó GTNN là 0 và GTLN là $\frac{4}{3}$. Khi đó $\sqrt{M^2 - m^2} = \frac{4}{3}$.

Đáp án đúng là C.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode độ:** SHIFT MODE 3

Nhấn MODE 7 (TABLE)**.** Nhập biểu thức $f(x) = \frac{1+\sin x}{2+\cos x}$.

Nhấn =, Start $= 0$, End $= 360$, Step $= (360-0) \div 20$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy GTNN $m = 0$ tại hàng thứ 16.

GTLN $M = 1{,}333172048$ tại hàng thứ 9.

Khi đó $\sqrt{M^2 - m^2} \approx 1{,}333 \approx \frac{4}{3}$. **Đáp án đúng là C.**

Bài toán 4. Hằng ngày mực nước cuả con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong con kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi:

A. $t = 13$ (giờ). B. $t = 14$ (giờ). C. $t = 15$ (giờ). D. $t = 16$ (giờ).

Lời giải: Mực nước của con kênh cao nhất khi h lớn nhất:

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = k2\pi$ với $0 < t \le 24$ và $k \in \mathbb{Z}$.

Lần lượt thay các đáp án, ta được đáp án B thỏa mãn.

Vì $t = 14 \to \frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = 2\pi$ (đúng với $k = 1 \in \mathbb{Z}$). **Đáp án đúng là B.**

Dạng toán 2. TÌM CHU KÌ TUẦN HOÀN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Cơ sở lý thuyết:

- Hàm số $y=\sin(ax+b)$ và $y=\cos(ax+b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T_0=\dfrac{2\pi}{|a|}$.
- Hàm số $y=\tan(ax+b)$ và $y=\cot(ax+b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T_0=\dfrac{\pi}{|a|}$.
- Hàm số $y=f_1(x)$ tuần hoàn với chu kì T_1 và hàm số $y=f_2(x)$ tuần hoàn với chu kì T_2 thì hàm số $y=k.f_1(x)\pm h.f_2(x)$ ($k,\ h$ là hằng số) tuần hoàn chu kì T_0 là BCNN của T_1 và T_2.

Bài toán 1. Tìm chu kì T của hàm số $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}+2017\right)-2\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $T=4\pi$. B. $T=\pi$. C. $T=3\pi$. D. $T=2\pi$.

Lời giải tự luận:

Hàm số $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}+2017\right)$ tuần hoàn với chu kì $T_1=\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$.

Hàm số $y=\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T_2=\dfrac{\pi}{2}$.

Suy ra hàm số $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}+2017\right)-2\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T_0=4\pi$.

Đáp án đúng là A.

Cách giải bằng MTCT:

- Nhấn $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ (TABLE). Nhập biểu thức $f(x)=$
- Start: một giá trị x_o bất kì thuộc TXĐ. Nếu chu kì thuộc TXĐ thì nhập luôn chu kì.
- End: x_o+10T, Step: đáp án đang kiểm tra.
- Nếu các giá trị $f(x)$ đều bằng nhau thì đáp án đó là chu kì.
- Nếu không phải ta nhấn $\boxed{\text{AC}}$ rồi kiểm tra đáp án tiếp..
- Ta phải thử đáp án là chu kì nhỏ nhất trước.

  Cụ thể, ta thực hiện như sau:

Chuyển máy tính về **mode rad:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhấn $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ (TABLE). Nhập biểu thức $f(x)=\sin\left(\dfrac{x}{2}+2017\right)-2\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Ta kiểm tra tính đáp án có chu kì nhỏ nhất trước. Ta kiểm tra đáp án B :

Nhấn $\boxed{=}$, Start $=\pi$, End $=10\pi$, Step $=\pi$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy cột $f(x)$ có các giá không bằng nhau. **Loại đáp án B.**

Ta kiểm tra đáp án D :

Nhấn $\boxed{AC}$ $\boxed{=}$, Start $=2\pi$, End $=10.2\pi$, Step $=2\pi$.

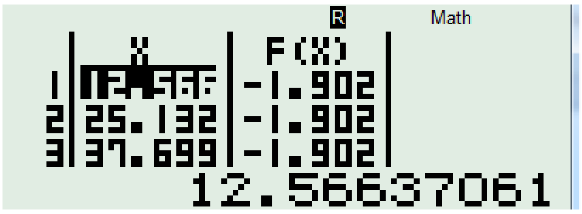
Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy cột $f(x)$ có các giá không bằng nhau. **Loại đáp án D.**

Thực hiện tương tự, ta loại đáp án C. Suy ra đáp án đúng là A.

Thử kiểm tra đáp án A.

Nhấn $\boxed{AC}$ $\boxed{=}$, Start $=4\pi$, End $=10.4\pi$, Step $=4\pi$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy cột $f(x)$ có các giá bằng nhau.



Đáp án đúng là A.

Bài toán 2. Tìm chu kì T của hàm số $y=2\sin^2\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin 4x.\cos x$.

A. $T=4\pi$. B. $T=3\pi$. C. $T=\dfrac{2\pi}{3}$. D. $T=2\pi$.

Lời giải tự luận:

Ta có $y=2\sin^2\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin 4x.\cos x=1-\cos\left(6x+\dfrac{\pi}{3}\right)+\dfrac{1}{2}(\sin 3x+\sin 5x)$

Hàm số $y=\cos\left(6x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T_1=\dfrac{2\pi}{6}=\dfrac{\pi}{3}$.

Hàm số $y=\sin 3x$ tuần hoàn với chu kì $T_2=\dfrac{2\pi}{3}$.

Hàm số $y=\sin 5x$ tuần hoàn với chu kì $T_3=\dfrac{2\pi}{5}$.

Suy ra hàm số $y=2\sin^2\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin 4x.\cos x$ tuần hoàn với chu kì $T_0=2\pi$.

(Ta tìm BCNN của 60, 120 và 72. Đáp án là 360)

Đáp án đúng là D.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode rad:** $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{MODE}$ $\boxed{4}$

Nhấn $\boxed{MODE}$ $\boxed{7}$ (TABLE). Nhập biểu thức $f(x)=2\sin^2\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin 4x.\cos x$

Ta kiểm tra tính đáp án có chu kì nhỏ nhất trước. Ta kiểm tra đáp án C :

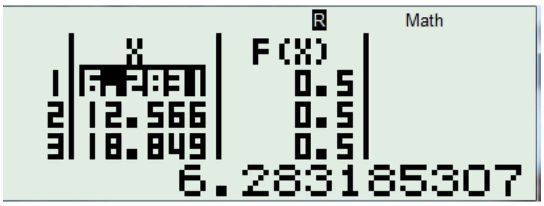
Nhấn $\boxed{=}$, Start $=2\pi\div 3$, End $=10.2\pi\div 3$, Step $=2\pi\div 3$

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy cột $f(x)$ có các giá không bằng nhau. Loại C.

Ta kiểm tra đáp án D :

Nhấn $\boxed{AC}$ $\boxed{=}$, Start $=2\pi$, End $=10.2\pi$, Step $=2\pi$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy cột $f(x)$ có các giá bằng nhau.



Đáp án đúng là D.

<u>Dạng toán 3.</u> XÉT TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

<u>Ghi chú:</u> Sử dụng chức năng TABLE để xét tính đơn điệu của hàm số lượng giác, có phần hơi không tối ưu cho lắm vì việc giải tự luận là không khó. Tuy nhiên, chúng ta vẫn nên làm quen với việc giải dạng toán này bằng TABLE, sẽ hữu ích cho việc xét tính đơn điệu của hàm số lớp 12.

Bài toán 1. Với $x \in \left(\frac{31\pi}{4};\frac{33\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.

B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

C. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.

D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode rad:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Ta kiểm tra tính đơn điệu bằng cách quan sát giá trị $f(x)$

- Nếu cột $f(x)$ luôn tăng ta kết luận hàm số đồng biến trên khoảng đã xét.
- Nếu cột $f(x)$ luôn giảm ta kết luận hàm số nghịch biến trên khoảng đã xét.

Ta kiểm tra đáp án A

Nhấn $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ (TABLE). Nhập biểu thức $f(x) = \cos x$

Nhấn $\boxed{=}$, Start $= 31\pi \div 4$, End $= 33\pi \div 4$, Step $= (33\pi \div 4 - 31\pi \div 4) \div 20$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy cột $f(x)$ có lúc tăng, lúc giảm. Do đó A là đáp án sai.

Tương tự, ta nhận thấy biểu thức $f(x) = \sin x$ luôn tăng trên khoảng đã cho.

Đáp án đúng là B.

Bài toán 2. Với $x \in \left(0;\frac{\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều nghịch biến.

B. Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều đồng biến.

C. Hàm số $y = -\sin 2x$ nghịch biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ đều đồng biến.

D. Hàm số $y = -\sin 2x$ nghịch biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ đều đồng biến.

(Thực hiện từng hàm $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ để kiểm tra sự đồng biến, nghịch biến)

Dạng toán 4. TÌM NGHIỆM VÀ SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC TRONG MỘT KHOẢNG CHO TRƯỚC

Bài toán 1. Trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right]$, phương trình $\cos x=\frac{13}{14}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Lời giải tự luận: Phương trình $\cos x=\frac{13}{14}\Leftrightarrow x=\pm\arccos\frac{13}{14}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

- Với $x=\arccos\frac{13}{14}+k2\pi$. Vì $x\in\left[-\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right]$ nên $-\frac{\pi}{2}\le\arccos\frac{13}{14}+k2\pi\le 2\pi$

$\xrightarrow[\text{xap xi}]{\text{Casio}}-0,3105\le k\le 0,9394\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k=0\to x=\arccos\frac{13}{14}$.

- Với $x=-\arccos\frac{13}{14}+k2\pi$. Vì $x\in\left[-\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right]$ nên $-\frac{\pi}{2}\le-\arccos\frac{13}{14}+k2\pi\le 2\pi$

$\xrightarrow[\text{xap xi}]{\text{Casio}}-0,1894\le k\le 1,0605\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k\in\{0\ ;\ 1\}\to x\in\left\{-\arccos\frac{13}{14};-\arccos\frac{13}{14}+2\pi\right\}$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right]$. ***Đáp án đúng là A***

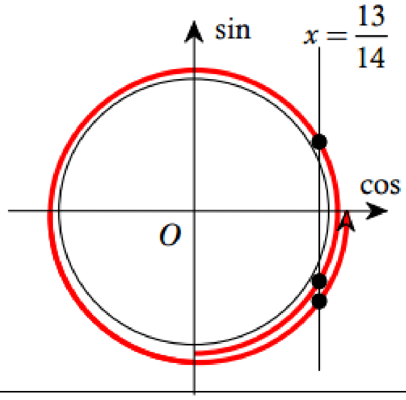
Cách khác: Dùng đường tròn lượng giác.

Vẽ đường tròn lượng giác và biểu diễn cung từ $-\frac{\pi}{2}$ đến 2π.

Tiếp theo ta kẻ đường thẳng $x=\frac{13}{14}$. Nhìn hình vẽ ta thấy

đường thẳng $x=\frac{13}{14}$ cắt cung lượng giác vừa vẽ tại 3 điểm.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right]$.



Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode rad:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

Nhấn $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ (TABLE). Nhập biểu thức $f(x)=\cos x-\frac{13}{14}$.

Nhấn $\boxed{=}$, Start $=-\pi\div 2$, End $=2\pi$, Step $=(2\pi+\pi\div 2)\div 20$.

Lưu ý: Giá trị hàm số $f(x)$ đổi dấu khi đi qua $x=x_1$ và $x=x_2$ thì phương trình $f(x)=0$ có một nghiệm trong khoảng $(x_1\ ;\ x_2)$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy

- Ở hàng thứ 4 và hàng thứ 5, $f\left(x\right)$ đổi dấu.

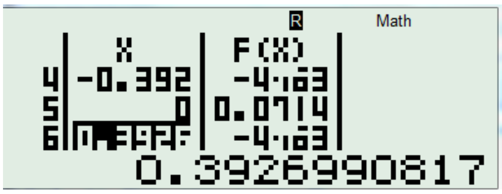
  Suy ra $f\left(x\right)=0$ có một nghiệm thuộc $\left(-0,392\ ;\ 0\right)$.

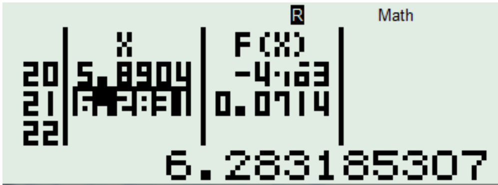
- Ở hàng thứ 5 và hàng thứ 6, $f\left(x\right)$ đổi dấu.

  Suy ra $f\left(x\right)=0$ có một nghiệm thuộc $\left(0\ ;\ 0,3926\right)$.

- Ở hàng thứ 20 và hàng thứ 21, $f\left(x\right)$ đổi dấu.

  Suy ra $f\left(x\right)=0$ có một nghiệm thuộc $\left(5,8904\ ;\ 6,2831\right)$.





Vậy phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right]$.

Đáp án đúng là A.

Bài toán 2. Trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$, phương trình $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)=\sin x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Lời giải tự luận: Phương trình $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)=\sin x\Leftrightarrow\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{\pi}{6}-2x=\dfrac{\pi}{2}-x+k2\pi\\ \dfrac{\pi}{6}-2x=-\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{3}-k2\pi\\ x=\dfrac{2\pi}{9}-\dfrac{k2\pi}{3}\end{array}\right.\ \left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Vì $x\in\left(\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$ nên $\left[\begin{array}{l}\dfrac{\pi}{2}<-\dfrac{\pi}{3}-k2\pi<2\pi\\ \dfrac{\pi}{2}<\dfrac{2\pi}{9}-\dfrac{k2\pi}{3}<2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\dfrac{7}{6}\le k<-\dfrac{5}{12}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k=-1\\ -\dfrac{8}{3}\le k<-\dfrac{5}{12}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k\in\left\{-2;-1\right\}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{7}{3}\pi\\ x=\dfrac{14}{9}\pi\\ x=\dfrac{8}{9}\pi\end{array}\right..$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$.

Đáp án đúng là A.

Cách giải bằng MTCT:

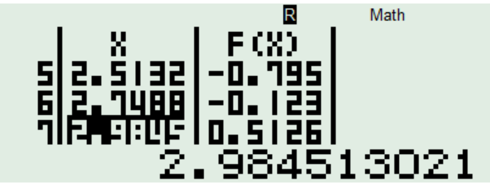
Chuyển máy tính về **mode rad:** $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{4}$

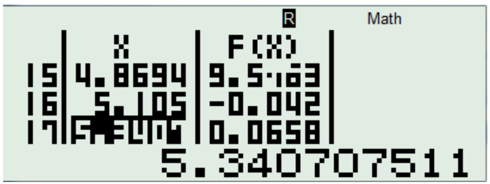
Nhấn $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{7}$ (TABLE). Nhập biểu thức $f\left(x\right)=\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)-\sin x$.

Nhấn $\boxed{=}$, Start $=\pi\div 2$, End $=2\pi$, Step $=\left(2\pi-\pi\div 2\right)\div 20$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy

- Phương trình $f\left(x\right)=0$ có một nghiệm thuộc $\left(2,7488\ ;\ 2,9845\right)$.
- Phương trình $f\left(x\right)=0$ có một nghiệm thuộc $\left(4,8694\ ;\ 5,105\right)$.
- Phương trình $f\left(x\right)=0$ có một nghiệm thuộc $\left(5,105\ ;\ 5,3407\right)$.





Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$.

Đáp án đúng là A.

TẠO RA SOLVE HỮU HIỆU NHỜ CHỨC NĂNG TABLE

Bài toán 3. Trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$, tổng T các nghiệm của phương trình $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)=\sin x$ là

A. $T=\dfrac{29\pi}{9}$. B. $T=\dfrac{37\pi}{9}$. C. $T=-\dfrac{7\pi}{9}$. D. $T=\dfrac{23\pi}{9}$.

Lời giải tự luận: *(Tương tự bài 2).*

Trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$, PT $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)=\sin x$ có các nghiệm là $x=\dfrac{5\pi}{3}$; $x=\dfrac{14\pi}{9}$; $x=\dfrac{8\pi}{9}$.

Vậy $T=\dfrac{37\pi}{9}$. **Đáp án đúng là B.**

Cách giải bằng MTCT:

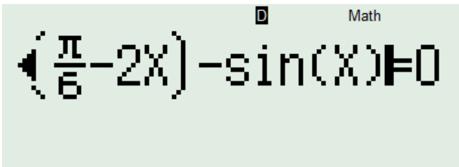
Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy

- Phương trình $f(x)=0$ có một nghiệm thuộc $(2,7488\ ;\ 2,9845)$.
- Phương trình $f(x)=0$ có một nghiệm thuộc $(4,8694\ ;\ 5,105)$.
- Phương trình $f(x)=0$ có một nghiệm thuộc $(5,105\ ;\ 5,3407)$.

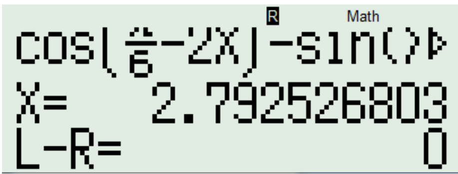
Dùng chức năng SOLVE

Nhập biểu thức $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)-\sin x$. Nhấn $\boxed{=}$ $\boxed{◀}$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{CALC}}$ 0. Màn hình hiển thị

(Ghi chú: việc bấm $\boxed{=}$ nhằm mục đích lưu biểu thức vào bộ nhớ tạm)



Nhấn $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{CALC}}$ $2,7488$ $\boxed{=}$. Màn hình hiển thị



Nhấn $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{)}$, ta nhận được kết quả $x=\dfrac{8\pi}{9}$.

Tương tự với 2 nghiệm còn lại,

Nhấn $\boxed{▲}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{CALC}}$ 4,8694 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{)}$, ta nhận được kết quả $x=\dfrac{14\pi}{9}$.

Nhấn $\boxed{▲}$ $\boxed{▲}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{CALC}}$ 5,105 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{)}$, ta nhận được kết quả $x=\dfrac{5\pi}{3}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$ là $\dfrac{37\pi}{9}$.

Đáp án đúng là B.

Bài toán 4. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos^2 x + 2\sin x\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 1$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k\pi$ và $x = \beta + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha,\ \beta < \frac{\pi}{2}$. Khi đó $\alpha + \beta$ bằng

A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{12}$. D. $-\frac{\pi}{12}$.

Cách giải bằng MTCT:

Chuyển máy tính về **mode rad:** SHIFT MODE 4

Nhấn MODE 7 (TABLE). Nhập biểu thức $\sqrt{3}\cos^2 x + 2\sin x\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x - 1$.

Nhấn =, Start $= -\pi \div 2$, End $= \pi \div 2$, Step $= (\pi \div 2 + \pi \div 2) \div 20$.

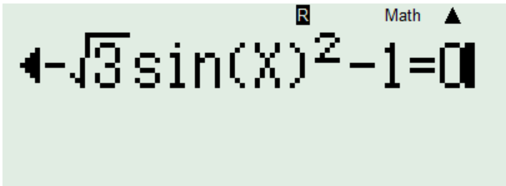
Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy

- Phương trình $f(x) = 0$ có một nghiệm thuộc $(-0{,}314\ ;\ -0{,}157)$.
- Phương trình $f(x) = 0$ có một nghiệm $x = 0{,}7853$.

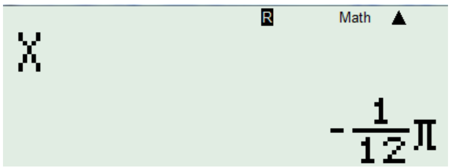
Dùng chức năng SOLVE

Nhập biểu thức $\sqrt{3}\cos^2 x + 2\sin x\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x - 1$.

Nhấn = ◀ ALPHA CALC 0. Màn hình hiển thị



Nhấn SHIFT CALC $-0{,}314$ = RCL). Màn hình hiển thị kết quả $x = -\frac{\pi}{12}$.



Nhấn ▲ SHIFT CALC $0{,}7853$ = RCL). Màn hình hiển thị kết quả $x = \frac{\pi}{4}$.

Vậy $\alpha + \beta = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6}$. **Đáp án đúng là A.**

---------------------- HẾT ----------------------

Mọi thắc mắc, góp ý xin liên hệ EMAIL: trananhkhoa.sptoan.k35@gmail.com

BÀI TẬP CỦNG CỐ: CHUYÊN ĐỀ SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM LƯỢNG GIÁC

Họ, tên học sinh: …………………………………………… Lớp:……………

Câu 1. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=4-3\cos x$ với $x\in\left[-\frac{3\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 8.

B. $4+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $5+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $5+\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x\cos x-\sin^2 x=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$.

A. $T=\frac{7\pi}{3}$.

B. $T=\frac{21\pi}{8}$.

C. $T=\frac{11\pi}{4}$.

D. $T=\frac{3\pi}{4}$.

BÀI TẬP CỦNG CỐ: CHUYÊN ĐỀ SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM LƯỢNG GIÁC

Họ, tên học sinh: …………………………………………… Lớp:……………

Câu 1. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=4-3\cos x$ với $x\in\left[-\frac{3\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 8.

B. $4+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $5+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $5+\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x\cos x-\sin^2 x=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$.

A. $T=\frac{7\pi}{3}$.

B. $T=\frac{21\pi}{8}$.

C. $T=\frac{11\pi}{4}$.

D. $T=\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải tự luận.

Câu 1. Vì $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right] \xrightarrow[\text{DTLG}]{\text{Su dung}} \cos x \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\ ;\ 1\right]$.

Ta có $-\frac{\sqrt{2}}{2} \le \cos x \le 1 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2} \ge -3\cos x \ge -3 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2} + 4 \ge 4 - 3\cos x \ge 1$.

Do đó $M = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 4,\ m = 1 \Rightarrow M + m = 5 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Đáp án đúng là C.

Câu 2. Phương trình $\sqrt{3}\sin x\cos x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{7\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $\left(\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$ nên $x = \frac{31\pi}{24},\ x = \frac{25\pi}{24} \Rightarrow T = \frac{7\pi}{3}$.

Đáp án đúng là A.

Lời giải tự luận.

Câu 1. Vì $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right] \xrightarrow[\text{DTLG}]{\text{Su dung}} \cos x \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\ ;\ 1\right]$.

Ta có $-\frac{\sqrt{2}}{2} \le \cos x \le 1 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2} \ge -3\cos x \ge -3 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2} + 4 \ge 4 - 3\cos x \ge 1$.

Do đó $M = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 4,\ m = 1 \Rightarrow M + m = 5 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Đáp án đúng là C.

Câu 2. Phương trình $\sqrt{3}\sin x\cos x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{7\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $\left(\frac{\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right)$ nên $x = \frac{31\pi}{24},\ x = \frac{25\pi}{24} \Rightarrow T = \frac{7\pi}{3}$.

Đáp án đúng là A.