SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO ______
TRƯỜNG THPT ________________
TỔ TOÁN

KỲ THI KẾT THÚC HỌC KỲ I NĂM _____
Môn thi: Toán 11 – Ban Cơ bản
Thời gian: *90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là:

A. $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$

Vậy tập xác định: $D=R\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm chẵn?

A. $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$. **B.** $y=|\sin x|$. **C.** $y=1-\sin x$. **D.** $y=\sin x+\cos x$.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -x\in\mathbb{R}$.
Mặt khác, ta có $y(-x)=|\sin(-x)|=|-\sin x|=|\sin x|=y(x)$.

Vậy hàm số trên là hàm số chẵn.

Câu 3: Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h=3\cos\left(\frac{\pi t}{6}+\frac{\pi}{3}\right)+12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t=22(h)$. **B.** $t=15(h)$. **C.** $t=14(h)$. **D.** $t=10(h)$.

Lời giải

Ta có $\cos\left(\frac{\pi t}{6}+\frac{\pi}{3}\right)\leq 1$ suy ra $h=3\cos\left(\frac{\pi t}{6}+\frac{\pi}{3}\right)+12\leq 15$

Mực nước của kênh cao nhất khi và chỉ khi

$\cos\left(\frac{\pi t}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=1\Leftrightarrow\frac{\pi t}{6}+\frac{\pi}{3}=k2\pi\Leftrightarrow t=-2+12k,k\in\mathbb{Z}$

Vì $t>0\Rightarrow -2+12k>0\Leftrightarrow k>\frac{1}{6}$. Thời gian ngắn nhất chọn $k=1\Rightarrow t=10h$.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{m\sin x+1}{\cos x+2}$ nhỏ hơn 3.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $y=\frac{m\sin x+1}{\cos x+2}\Leftrightarrow m\sin x-y\cos x+1-2y=0\ \ (1)$.

Điều kiện phương trình (1) có nghiệm là $y^2+m^2\ge(1-2y)^2\Leftrightarrow 3y^2-4y+1-m^2\le 0$

$\Rightarrow y\le\dfrac{2+\sqrt{1+3m^2}}{3}$.

Do đó, giá trị lớn nhất của hàm số là $\dfrac{2+\sqrt{1+3m^2}}{3}$.

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{2+\sqrt{1+3m^2}}{3}<3\Leftrightarrow m^2<16\Leftrightarrow -4<m<4$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m.

Câu 5: Giải phương trình $\cos x=1$ ta được họ nghiệm là

A. $x=\dfrac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\sin 2x-m^2+5=0$ có nghiệm?

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 7.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin 2x=\dfrac{m^2-5}{3}$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi: $\dfrac{m^2-5}{3}\in[-1;1]\Leftrightarrow m^2\in[2;8]\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2\sqrt{2}\le m\le-\sqrt{2}\\ \sqrt{2}\le m\le 2\sqrt{2}\end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 7: Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0;30]$ của phương trình $\tan x=\tan 3x$.

A. 55π. **B.** $\dfrac{171\pi}{2}$. **C.** 45π. **D.** $\dfrac{190\pi}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x\ne 0\\ \cos 3x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x\ne\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}\end{cases}(*)$

Khi đó, phương trình $\tan x=\tan 3x\Leftrightarrow 3x=x+k\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{2}$ so sánh với đk (*) ta thấy nghiệm của phương trình là $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\pi+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

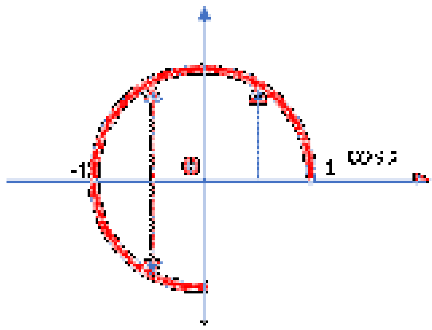
Theo giả thiết $x\in[0;30]$ nên ta tìm được các nghiệm là $x\in\{0;\pi;2\pi;....;9\pi\}$.

Vậy, tổng các nghiệm trong đoạn $[0;30]$ của phương trình bằng 45π.

Câu 8: Tìm m để phương trình $(3\cos x-2)(2\cos x+3m-1)=0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{3\pi}{2}\right)$?

A. $-\dfrac{1}{3}<m<1$. **B.** $\dfrac{1}{3}<m<1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-\dfrac{1}{3} \\ m>1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<\dfrac{1}{3} \\ m>1 \end{array}\right.$.

Lời giải



Phương trình $(3\cos x-2)(2\cos x+3m-1)=0$ $(*)$

Đặt $t=\cos x$, ta chú ý rằng (quan sát hình vẽ):

Nếu $t=-1$ thì tồn tại 1 giá trị $x=\pi$.

Nếu với mỗi $t\in(-1;0)$ thì tồn tại 2 giá trị $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)\backslash\{\pi\}$.

Nếu với mỗi $t\in[0;1)$ thì tồn tại 1 giá trị $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Phương trình $(*)$ trở thành: $(3t-2)(2t+3m-1)=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} t=\dfrac{2}{3} & (1) \\ t=\dfrac{1-3m}{2} & (2) \end{array}\right.$

Phương trình (1) có 1 nghiệm $t\in[0;1)$ nên phương trình $(*)$ có 1 nghiệm $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{3\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi phương trình (2) phải có 1 nghiệm $t\in(-1;0)$.

Suy ra $-1<\dfrac{1-3m}{2}<0\Leftrightarrow -2<1-3m<0\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}<m<1$.

Câu 9: Cho phương trình $(2\sin x-1)\left(\sqrt{3}\tan x+2\sin x\right)=3-4\cos^2 x$. Gọi T là tập hợp các nghiệm thuộc đoạn $[0;20\pi]$ của phương trình trên. Tính tổng các phần tử của T.

A. $\dfrac{570}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{875}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{880}{3}\pi$. **D.** $\dfrac{1150}{3}\pi$.

Lời giải

Điều kiện: $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Phương trình đã cho tương đương với $(2\sin x-1)\left(\sqrt{3}\tan x+2\sin x\right)=4\sin^2 x-1$.

$\Leftrightarrow (2\sin x-1)\left(\sqrt{3}\tan x-1\right)=0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{1}{2}\\ \tan x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right., (k\in\mathbb{Z}) \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Trường hợp 1: Với $x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$. (1)

$x\in[0;20\pi]\Leftrightarrow 0\le\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\le 20\pi \Leftrightarrow \dfrac{-5}{12}\le k\le\dfrac{115}{12}$. Mà $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{0;\,1;\,2....;\,9\}$.

$\Rightarrow$ Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0;20\pi]$ của họ nghiệm (1) là:

$$S_1=\sum_{k=0}^{9}\left(\frac{5\pi}{6}+k2\pi\right)=\frac{295\pi}{3}.$$

Trường hợp 2: Với $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$. (2)

$x\in[0;20\pi]\Leftrightarrow 0\le\dfrac{\pi}{6}+k\pi\le 20\pi \Leftrightarrow \dfrac{-1}{6}\le k\le\dfrac{119}{6}$. Mà $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{0;1;\,2....;19\}$.

$\Rightarrow$ Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0;20\pi]$ của họ nghiệm (2) là:

$$S_2=\sum_{k=0}^{19}\left(\frac{\pi}{6}+k\pi\right)=\frac{580\pi}{3}.$$

Vậy tổng các phần tử của T là $S_1+S_2=\dfrac{875}{3}\pi$.

Câu 10: Tìm m để phương trình $3\sin x-4\cos x=2m$ có nghiệm?

A. $-\dfrac{5}{2}<m\le\dfrac{5}{2}$. **B.** $m\le-\dfrac{5}{2}$. **C.** $m\ge\dfrac{5}{2}$. **D.** $-\dfrac{5}{2}\le m\le\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 3^2+(-4)^2\ge(2m)^2 \Leftrightarrow 4m^2\le 25 \Leftrightarrow -\dfrac{5}{2}\le m\le\dfrac{5}{2}$.

Câu 11: Số nghiệm thuộc khoảng $(0;2019)$ của phương trình $\sin^4\dfrac{x}{2}+\cos^4\dfrac{x}{2}=1-2\sin x$ là

A. 642. **B.** 643. **C.** 641. **D.** 644.

Lời giải

Ta có $\sin^4\dfrac{x}{2}+\cos^4\dfrac{x}{2}=1-2\sin x \Leftrightarrow 1-\dfrac{1}{2}\sin^2 x=1-2\sin x \Leftrightarrow \sin x(\sin x-4)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=4\ (VN)\end{array}\right.$ (do $-1\le\sin x\le 1$) $\Leftrightarrow x=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Theo giả thiết, ta có $x\in(0;2019)$ nên $k\pi\in(0;2019), k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 0<k\pi<2019$, $k\in\mathbb{Z}$.

$\Leftrightarrow 0<k\le 642, k\in\mathbb{Z}$.

Do đó có 642 giá trị của k.

Vậy phương trình có 642 nghiệm thuộc $(0;2019)$.

Câu 12: Trên đường tròn lượng giác số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $2\sin 3x-\sqrt{3}\cos x=\sin x$ là

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $2\sin 3x-\sqrt{3}\cos x=\sin x \Leftrightarrow 2\sin 3x=\sin x+\sqrt{3}\cos x$

$\Leftrightarrow \sin 3x=\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x \Leftrightarrow \sin 3x=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x=x+\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ 3x=\pi-\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\,(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy có 4 điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

Chú ý: Họ nghiệm $x=\alpha+k\frac{2\pi}{n}\,(k\in\mathbb{Z})$ có n điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

Câu 13: Gọi A là tập hợp tất cả các số nguyên m để phương trình $\sin^{2019}x+\cos^{2019}x=m$ có vô số nghiệm thực phân biệt. Số phần tử của tập hợp A là

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Đặt $f(x)=\sin^{2019}x+\cos^{2019}x$.

Ta sẽ chứng minh $-1\le f(x)\le 1\;\;\forall x\in\mathbb{R}$.

Thật vậy, với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có:

$-1\le \sin x\le 1 \Rightarrow -1\le \sin^{2017}x\le 1 \Rightarrow -\sin^2 x\le \sin^{2019}x\le \sin^2 x\;\;(1)$,

$-1\le \cos x\le 1 \Rightarrow -1\le \cos^{2017}x\le 1 \Rightarrow -\cos^2 x\le \cos^{2019}x\le \cos^2 x\;\;(2)$.

Cộng (1) và (2) theo vế, ta được: $-(\sin^2 x+\cos^2 x)\le \sin^{2019}x+\cos^{2019}x\le \sin^2 x+\cos^2 x$

$\Rightarrow -1\le f(x)\le 1\;\;\forall x\in\mathbb{R}$.

$$f(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \cos x=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\pi+k2\pi\end{array}\right..$$

$$f(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \cos x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right..$$

Do đó, phương trình $f(x)=m$ có vô số nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -1\le m\le 1$.

$\Rightarrow A=\{-1;0;1\}$.

Vậy số phần tử của A là 3.

Câu 14: Trong đội văn nghệ nhà trường có 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca nam-nữ?

A. 91. **B.** 182. **C.** 48. **D.** 14.

Lời giải

Chọn 1 học sinh nữ từ 6 học sinh nữ có 6 cách.
Chọn 1 học sinh nam từ 8 học sinh nam có 8 cách.
Áp dụng quy tắc nhân có $6.8 = 48$ cách chọn đôi song ca thỏa đề.

Câu 15: Có 20 viên bi nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chia số bi đó thành 2 phần sao cho số bi ở mỗi phần đều là số lẻ?

A. 90. **B.** 5. **C.** 180. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $20 = 1+19 = 3+17 = 5+15 = 7+13 = 9+11$.
Vì các viên bi giống nhau nên tất cả có 5 cách chia 20 viên bi đó thành 2 phần mà số bi ở mỗi phần đều là số lẻ.

Câu 16: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$ sao cho số đó chia hết cho 15?

A. 234. **B.** 132. **C.** 243. **D.** 432.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $N = \overline{abcd}$. Do N chia hết cho 15 nên N phải chia hết cho 3 và 5, vì vậy d có 1 cách chọn là bằng 5 và $a+b+c+d$ chia hết cho 3.
Do vai trò các chữ số $a,\ b,\ c$ như nhau, mỗi số a và b có 9 cách chọn nên ta xét các trường hợp:
TH1: $a+b+d$ chia hết cho 3, khi đó $c \vdots 3 \Rightarrow c \in \{3;6;9\}$, suy ra có 3 cách chọn c.
TH2: $a+b+d$ chia 3 dư 1, khi đó c chia 3 dư $2 \Rightarrow c \in \{2;5;8\}$, suy ra có 3 cách chọn c.
TH3: $a+b+d$ chia 3 dư 2, khi đó c chia 3 dư $1 \Rightarrow c \in \{1;4;7\}$, suy ra có 3 cách chọn c.
Vậy trong mọi trường hợp đều có 3 cách chọn c nên có tất cả: $9.9.3.1 = 243$ số thỏa mãn.

Câu 17: Từ hai chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu cố tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau?

A. 54. **B.** 110. **C.** 55. **D.** 108.

Lời giải

Để không có hai chữa số 1 đứng cạnh sau thì số chữ số 1 phải nhỏ hơn 5.
TH1: Không có số 1: có 1 số gồm 8 số 8.
TH2: Có 1 số 1: $C_8^1 = 8$ số
TH3: Có 2 số 1: $C_7^2 = 21$ số (Xếp hai số 1 vào 7 ô trống được tạo từ 6 số 8)
TH4: Có 3 số 1: $C_6^3 = 20$ số (Xếp ba số 1 vào 6 ô trống được tạo từ 5 số 8)
TH5: Có 4 số 1: $C_5^4 = 5$ số (Xếp bốn số 1 vào 5 ô trống được tạo từ 4 số 8)
Vậy có $1+8+21+20+5 = 55$ số.

Câu 18: Cho một đa giác đều có 10 cạnh. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh thuộc các đỉnh của đa giác đã cho.

A. 720. **B.** 35. **C.** 120. **D.** 240.

Lời giải

Ta có đa giác đều có 10 cạnh nên đa giác đều có 10 đỉnh.
Mỗi tam giác là một tổ hợp chập 3 của 10 phần tử.
Vậy có $C_{10}^3 = 120$ tam giác.

Câu 19: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \ge 3$ và $n \in \mathbb{N}$. Tìm n, biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. 27. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 15.

Lời giải

Số đường chéo trong đa giác n đỉnh là: $C_n^2 - n$

Theo giả thiết, ta có: $C_n^2 - n = 135 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!} - n = 135 \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2} - n = 135 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 18 \\ n = -15 \end{array}\right.$.

Do $n \ge 3$ và $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 18$.

Câu 20: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt $(n \ge 2)$. Biết rằng có 1725 tam giác có đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Mỗi tam giác được tạo thành bằng cách lấy 2 điểm trên d_1, 1 điểm trên d_2 hoặc lấy 2 điểm trên d_2 và 1 điểm trên d_1. Số tam giác tạo thành là $C_{10}^2.C_n^1 + C_{10}^1.C_n^2$.

Theo giả thiết có $C_{10}^2.C_n^1 + C_{10}^1.C_n^2 = 1725 \Leftrightarrow 45n + 10.\dfrac{n(n-1)}{2} = 1725$

$\Leftrightarrow n^2 + 8n - 345 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -23 \\ n = 15 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được $n = 15$.

Vậy tổng các chữ số của n là 6.

Câu 21: Cho đa giác lồi n cạnh $(n \in \mathbb{N}, n \ge 5)$. Lấy ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác, biết rằng số cách để 4 đỉnh lấy ra tạo thành một tứ giác có tất cả các cạnh đều là các đường chéo của đa giác đã cho là 450. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $n \in [13;16]$. **B.** $n \in [9;12]$. **C.** $n \in [6;8]$. **D.** $n \in [17;20]$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_n^4$.

Để thành lập một tứ giác như yêu cầu ta làm như sau (Giả sử $A_1A_iA_jA_k$ là một tứ giác có các cạnh là các đường chéo của đa giác ban đầu).

+ Chọn một đỉnh A_1 có n cách chọn.

+ Do $3 \le i < j-1 < k-2 \le n-3$, nên ba đỉnh A_i, A_j, A_k được chọn trong số $n-5$ đỉnh của đa giác. Suy ra số cách chọn ba đỉnh A_i, A_j, A_k là C_{n-5}^3.

Ứng với mỗi một tứ giác như thế, vai trò của 4 đỉnh là như nhau nên số tứ giác lập được là: $\dfrac{n.C_{n-5}^3}{4}$.

Theo giả thiết ta có: $\dfrac{n.C_{n-5}^3}{4} = 450 \Leftrightarrow n = 15$.

Câu 22: Trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$, với n là số tự nhiên và $a \ne 0$, có tất cả 17 số hạng. Vậy n bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 17.

Lời giải

Ta có, trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$ có $(n+6)+1$ hạng tử

Theo giả thiết, $(n+6)+1=17 \Rightarrow n=10$.

Câu 23: Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{13}$.

A. $-C_{13}^3$. **B.** $-C_{13}^3x^7$. **C.** $-C_{13}^4x^7$. **D.** $C_{13}^3x^7$.

Lời giải

Xét $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{13}=\sum_{k=0}^{13}C_{13}^k x^{13-k}.\left(-\frac{1}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{13}C_{13}^k.(-1)^k x^{13-2k}$.

Hệ số của x^7 trong khai triển tương ứng với $13-2k=7 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x^7 trong khai triển là $C_{13}^3.(-1)^3 x^7=-C_{13}^3x^7$.

Câu 24: Giả sử $(1-x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$. Đặt: $s=a_0+a_2+a_4+..+a_{2n}$, khi đó s bằng

A. $\frac{3^n+1}{2}$. **B.** $\frac{3^n}{2}$. **C.** $\frac{3^n-1}{2}$. **D.** 2^n+1.

Lời giải

Xét khai triển $(1-x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$.

Với $x=1$ ta có $a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}=1\ (1)$

Với $x=-1$ ta có $a_0-a_1+a_2-...+a_{2n}=3^n\ (2)$

$(1)+(2) => 2(a_0+a_2+a_4+..+a_{2n})=2s=1+3^n \Rightarrow s=\frac{1+3^n}{2}$.

Câu 25: Biết n là số tự nhiên thỏa $C_n^0+C_n^1+C_n^2=29$. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $(2-x+3x^2)^n$ thành đa thức.

A. -53173. **B.** -38053. **C.** -53172. **D.** -38052.

Lời giải

Ta có $C_n^0+C_n^1+C_n^2=29 \Leftrightarrow 1+n+\frac{n(n-1)}{2}=29 \Rightarrow n=7$.

Với $n=7$, xét khai triển $(2-x+3x^2)^7=[2+x(3x-1)]^7=\sum_{K=0}^{7}C_7^k.2^{7-k}.x^k.(3x-1)^k$.

$=\sum_{k=0}^{7}C_7^k.2^{7-k}.x^k.\sum_{m=0}^{k}C_k^m.3^m.x^m(-1)^{k-m}=\sum_{k=0}^{7}\sum_{m=0}^{k}C_7^kC_k^m2^{7-k}3^m(-1)^{k-m}x^{m+k}$.

Yêu cầu bài toán khi và chỉ khi $\begin{cases} m+k=7 \\ 0\le m\le k\le 7 \\ m,k\in\mathbb{N}\end{cases}$.

Ta tìm được $m=0,k=7$; $m=1,k=6$; $m=2,k=5$; $m=3,k=4$ là các cặp số thỏa mãn.

Vậy hệ số của x^7 là :

$C_7^7.C_7^0.2^0.3^0(-1)^7+C_7^6.C_6^1.2^1.3^1(-1)^5+C_7^5.C_5^2.2^2.3^2(-1)^3+C_7^4.C_4^3.2^3.3^3(-1)^1=-38053$.

Câu 26: Gọi X là tập hợp gồm các số $1;2;3;5;6;7;8$. Lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $|\Omega| = 7$.

Gọi A là biến cố "chọn được số chẳn" thì $|\Omega_A| = 3$.

Xác suất biến cố A là $\frac{3}{7}$.

Câu 27: Bạn Tít có một hộp bi gồm 2 viên đỏ và 8 viên trắng. Bạn Mít cũng có một hộp bi giống như của bạn Tít. Từ hộp của mình, mỗi bạn lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để Tít và Mít lấy được số bi đỏ như nhau.

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{12}{25}$. **C.** $\frac{11}{25}$. **D.** $\frac{1}{120}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{10}^3.C_{10}^3 = 14400$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = \left(C_2^1.C_8^2\right)^2 + \left(C_2^2.C_8^1\right)^2 + \left(C_8^3\right)^2 = 6336$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{11}{25}$.

Câu 28: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 300. Gọi A là biến cố "số được chọn không chia hết cho 3". Tính xác suất $P(A)$ của biến cố A.

A. $P(A) = \frac{99}{300}$. **B.** $P(A) = \frac{2}{3}$. **C.** $P(A) = \frac{124}{300}$. **D.** $P(A) = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Gọi X là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 300 khi đó số phần tử của X là $\left[\frac{300}{3}\right] = 100$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{300}^1 = 300$, số kết qủa thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là

$n\left(\overline{A}\right) = C_{100}^1 = 100 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = \frac{2}{3}$.

Câu 29: Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng

A. $\frac{2}{969}$. **B.** $\frac{3}{323}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{7}{216}$.

Lời giải

Xét phép thử: "Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O" $\Rightarrow n(\Omega) = C_{20}^4 = 4845$.

Gọi A là biến cố:" 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật"

Đa giác có 20 đỉnh sẽ có 10 đường chéo đi qua tâm mà cứ 2 đường chéo qua tâm sẽ có 1 hình chữ nhật nên số HCN là: $n(A) = C_{10}^2 = 45$.

$P(A)=\frac{45}{4845}=\frac{3}{323}$

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0;10)$, $N(100;10)$, $P(100;0)$ Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y)$ với x, $y\in Z$ nằm bên trong kể cả trên cạnh của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên 1 điểm $A(x;y)\in S$. Tính xác suất để $x+y\le 90$.

A. $\frac{86}{101}$. **B.** $\frac{473}{500}$. **C.** $\frac{169}{200}$. **D.** $\frac{845}{1111}$.

Lời giải

Tập hợp S gồm có $11.101=1111$ điểm.

Ta xét $S'=\{(x;y):x+y>90\}$ với $0\le x\le 100$ và $0\le y\le 10$

Khi $y=0\Rightarrow x>90\Rightarrow x=\overline{91;100}\Rightarrow$ có 10 giá trị của x

Khi $y=1\Rightarrow x>89\Rightarrow x=\overline{90;100}\Rightarrow$ có 11 giá trị của x

……

Khi $y=10\Rightarrow x>90\Rightarrow x=\overline{91;100}\Rightarrow$ có 20 giá trị của x

Như vậy S' có 165 phần tử. Vậy xác suất cần tìm là : $\frac{1111-165}{1111}=\frac{86}{101}$.

Câu 31: Cho $\vec{v}=(-1;5)$ và điểm $M'(4;2)$. Biết M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$. Tìm M.

A. $M(5;-3)$. **B.** $M(-3;5)$. **C.** $M(3;7)$. **D.** $M(-4;10)$.

Lời giải

$$\begin{cases}x'=x+a\\y'=y+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4=x-1\\2=y+5\end{cases}\Rightarrow M(5;-3)$$

Câu 32: Cho đường thẳng d có phương trình $x+y-2=0$. Phép hợp thành của phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo $\vec{v}=(3;2)$ biến d thành đường thẳng nào sau đây?

A. $2x+y+2=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $x+y-4=0$. **D.** $3x+3y-2=0$.

Lời giải

Giả sử d' là ảnh của d qua phép hợp thành trên $\Rightarrow d': x+y+c=0$.

Lấy $M(1;1)\in d$.

Giả sử M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm $O\Rightarrow M'(-1;-1)$.

Giả sử $T_{\vec{v}}(M')=N\Rightarrow N(2;1)$.

Ta có $N\in d'\Rightarrow 1+1+c=0\Rightarrow c=-3$.

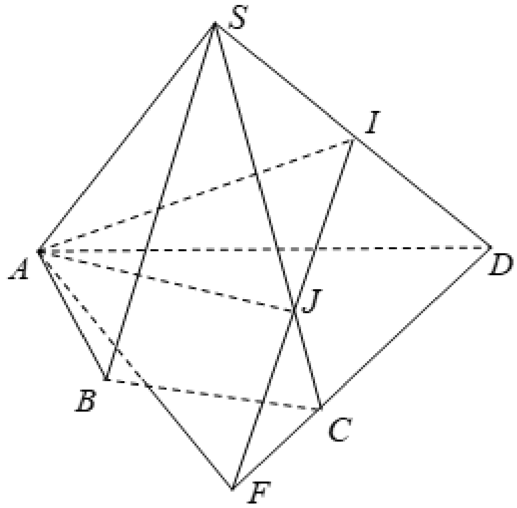
Vậy phương trình $d': x+y-3=0$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD, J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC. Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) là:

A. AG, G là giao điểm IJ và AD. **B.** AF, F là giao điểm IJ và CD.

C. AK, K là giao điểm IJ và BC. **D.** AH, H là giao điểm IJ và AB.

Lời giải



A là điểm chung thứ nhất của $(ABCD)$ và (AIJ).

IJ và CD cắt nhau tại F, còn IJ không cắt BC, AD, AB nên F là điểm chung thứ hai của $(ABCD)$ và (AIJ). Vậy giao tuyến của $(ABCD)$ và (AIJ) là AF.

Câu 34: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2=4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(2;3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $(x-2)^2+(y-6)^2=4$.　　**B.** $(x-2)^2+(x-3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$.　　**D.** $x^2+y^2=4$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=2$.

$Đ_{Oy}(I)=I' \Rightarrow I'(-1;-2)$.

$T_{\vec{v}}(I')=I'' \Rightarrow \overrightarrow{I'I''}=\vec{v} \Rightarrow I''(1;1)$.

Đường tròn cần tìm nhận $I''(1;1)$ làm tâm và bán kính $R=2$.

Câu 35: Cho tam giác đều tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α, $0<\alpha\le 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó?

A. Bốn.　　**B.** Một.　　**C.** Hai.　　**D.** Ba.

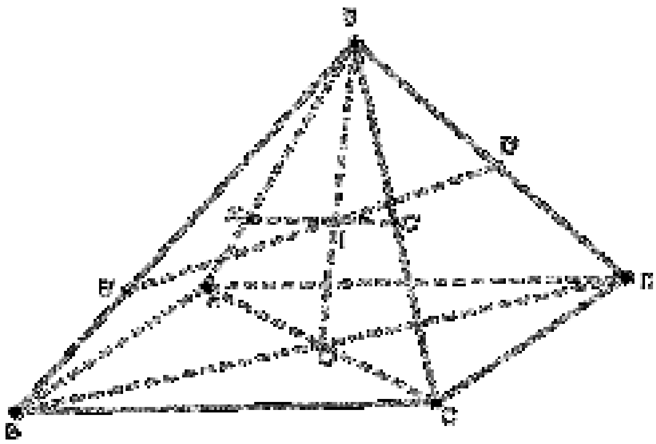
Lời giải

Có 3 phép quay tâm O góc α, $0<\alpha\le 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó là các phép quay với góc quay bằng: $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$, 2π.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A' là điểm trên SA sao cho $\overrightarrow{A'A}=\frac{1}{2}\overrightarrow{A'S}$. Mặt phẳng (α) qua A' cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Tính giá trị của biểu thức $T=\frac{SB}{SB'}+\frac{SD}{SD'}-\frac{SC}{SC'}$.

A. $T=\frac{3}{2}$.　　**B.** $T=\frac{1}{3}$.　　**C.** $T=2$.　　**D.** $T=\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi O là giao của AC và BD. Ta có O là trung điểm của đoạn thẳng AC, BD.
Các đoạn thẳng SO, $A'C'$, $B'D'$ đồng quy tại I.

Ta có: $S_{SA'I}+S_{SC'I}=S_{SA'C'} \Leftrightarrow \dfrac{S_{SA'I}}{S_{SAC}}+\dfrac{S_{SC'I}}{S_{SAC}}=\dfrac{S_{SA'C'}}{S_{SAC}} \Leftrightarrow \dfrac{S_{SA'I}}{2S_{SAO}}+\dfrac{S_{SC'I}}{2S_{SCO}}=\dfrac{S_{SA'C'}}{S_{SAC}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{SA'}{2SA}.\dfrac{SI}{SO}+\dfrac{SC'}{2SC}.\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC} \Leftrightarrow \dfrac{SI}{2SO}\left(\dfrac{SA'}{SA}+\dfrac{SC'}{SC}\right)=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC} \Leftrightarrow \dfrac{SA}{SA'}+\dfrac{SC}{SC'}=2.\dfrac{SO}{SI}$.

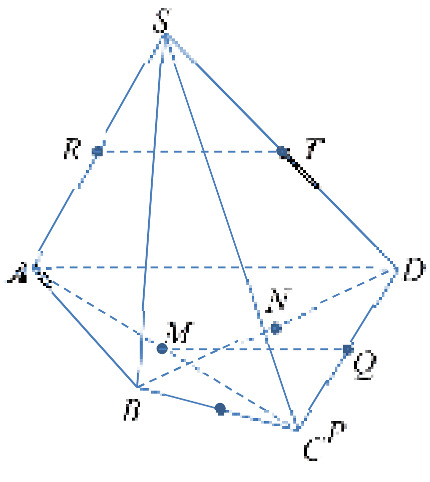
Tương tự: $\dfrac{SB}{SB'}+\dfrac{SD}{SD'}=2.\dfrac{SO}{SI}$

Suy ra: $\dfrac{SB}{SB'}+\dfrac{SD}{SD'}-\dfrac{SC}{SC'}=\dfrac{SA}{SA'}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. M,N,R,T. **B.** P,Q,R,T. **C.** M,P,R,T. **D.** M,Q,T,R.

Lời giải



Ta có RT là đường trung bình của tam giác SAD nên $RT//AD$.
MQ là đường trung bình của tam giác ACD nên $MQ//AD$.
Suy ra $RT//MQ$. Do đó M, Q, R, T đồng phẳng.

Câu 38: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(3;-1)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho điểm A là ảnh của điểm B qua phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{u}(2;-1)$.

A. $B(1;0)$. **B.** $B(5;-2)$. **C.** $B(1;-2)$. **D.** $B(-1;0)$.

Lời giải

Ta có $T_{\vec{u}}(B)=A \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}=\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=2 \\ -1-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow B(1;0)$.

Câu 39: Cho hình thang $ABCD$, với $\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Xét phép vị tự tâm I tỉ số k biến $\overrightarrow{AB}$ thành $\overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $k=2$. **B.** $k=-\frac{1}{2}$. **C.** $k=\frac{1}{2}$. **D.** $k=-2$.

Lời giải

Từ giả thiết, suy ra $\begin{cases} V_{(I,k)}(A)=C \\ V_{(I,k)}(B)=D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IC}=k\overrightarrow{IA} \\ \overrightarrow{ID}=k\,\overrightarrow{IB} \end{cases}$.

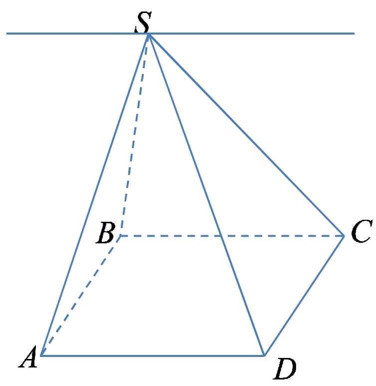
Suy ra $\overrightarrow{ID}-\overrightarrow{IC}=k\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IA}\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}$. Kết hợp giả thiết suy ra $k=-\frac{1}{2}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với DC. **B.** d qua S và song song với AB.

C. d qua S và song song với BD. **D.** d qua S và song song với BC.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SAC) \\ d=(SAD)\cap(SAC) \\ AD//BC \end{cases} \Rightarrow d//BC$

(Theo hệ quả của định lý 2: Giao tuyến của ba mặt phẳng).

Câu 41: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy. Cho đường thẳng $\Delta: x+2y-1=0$ và điểm $I(1;0)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ thành Δ' có phương trình là

A. $x+2y-1=0$. **B.** $2x-y+1=0$. **C.** $x+2y+3=0$. **D.** $x-2y+3=0$.

Lời giải

Nhận thấy, tâm vị tự I thuộc đường thẳng Δ nên phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ thành chính nó. Vậy Δ' có phương trình là: $x+2y-1=0$.

Câu 42: Trong mặt phẳng (Oxy) cho điểm $M(-2;4)$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

A. $(4;8)$. **B.** $(-3;4)$. **C.** $(-4;-8)$. **D.** $(4;-8)$.

Lời giải

$M' = V_{(O,-2)}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = -2\overrightarrow{OM} = -2(-2;4) = (4;-8) \Rightarrow M'(4;-8)$.

Câu 43: Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. Nếu ba điểm phân biệt M, N, P cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

C. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

D. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

Lời giải

Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có thể trùng nhau. Khi đó, chúng có vô số đường thẳng chung $\Rightarrow$ **B** sai.

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 3x - y + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép quay tâm O góc quay -90°.

A. $d': 3x - y - 6 = 0$. **B.** $d': x - 3y - 2 = 0$. **C.** $d': x + 3y + 2 = 0$. **D.** $d': x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Qua phép quay tâm O góc quay -90° đường thẳng d biến thành đường thẳng d' vuông góc với d.

Phương trình đường thẳng d' có dạng: $x + 3y + m = 0$.

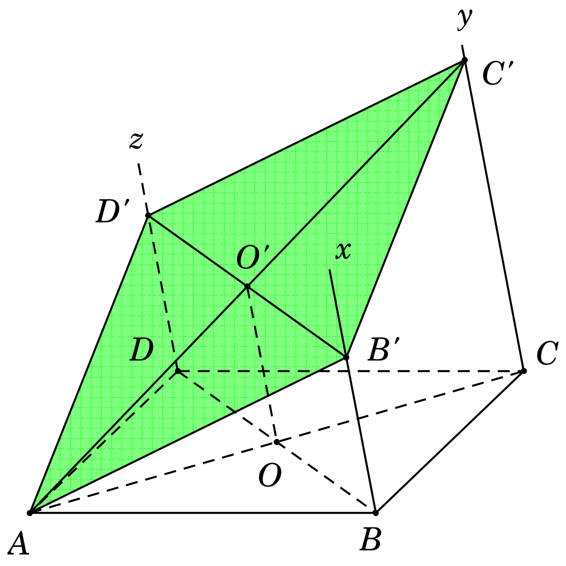
Lấy $A(0;2) \in d$. Qua phép quay tâm O góc quay -90°, điểm $A(0;2)$ biến thành điểm $B(2;0) \in d'$. Khi đó $m = -2$.

Vậy phương trình đường d' là $x + 3y - 2 = 0$.

Câu 45: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các đường thẳng song song với nhau lần lượt đi qua B, C, D và nằm về một phía của mặt phẳng $(ABCD)$ đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B', C', D' với $BB' = 2$, $DD' = 4$. Khi đó độ dài CC' bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Dựng đường thẳng qua O song song BB' và cắt $B'D'$ tại O'.

Theo cách dưng trên, ta có OO' là đường trung bình của hình thang $BB'D'D$

$\Rightarrow OO' = \dfrac{BB' + DD'}{2} = 3$.

Ngoài ra ta có OO' là đường trung bình của tam giác ACC'

$\Rightarrow CC' = 2OO' = 6$.

Câu 46: Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mp $(ABCD)$. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm A, B, C, D, S?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Có $C_4^2 + 1 = 7$ mặt phẳng.

Câu 47: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy. Cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-2;-1)$, phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến parabol $(P): y = x^2$ thành parabol (P'). Khi đó phương trình của (P') là?

A. $y = x^2 + 4x + 3$. **B.** $y = x^2 - 4x + 5$. **C.** $y = x^2 + 4x + 5$. **D.** $y = x^2 + 4x - 5$.

Lời giải

Theo định nghĩa ta có biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến là:

$\begin{cases} x' = x + a = x - 2 \\ y' = y + b = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 2 \\ y = y' + 1 \end{cases}$.

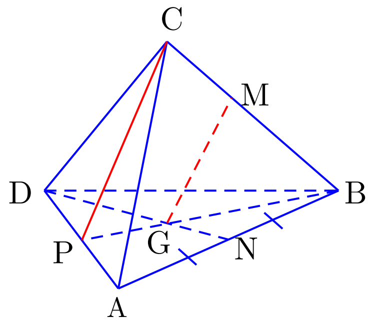
Thay vào phương trình đường thẳng (P) ta có: $y = x^2 \Leftrightarrow y' + 1 = (x' + 2)^2 \Leftrightarrow y' = x'^2 + 4x' + 3$.

Vậy: phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến parabol $(P): y = x^2$ thành parabol $(P'): y = x^2 + 4x + 3$.

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Lời giải



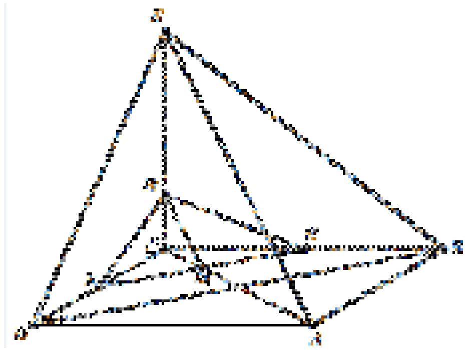
Gọi P là trung điểm AD

Ta có: $\dfrac{BM}{BC}=\dfrac{BG}{BP}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow MG//\text{CP}\Rightarrow \text{MG}//\left(ACD\right)$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. M là trung điểm của OC, Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ qua M song song với SA và BD. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là:

A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình ngũ giác.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} M\in\left(\alpha\right)\cap\left(ABCD\right) \\ \left(\alpha\right)//BD\subset\left(ABCD\right) \end{cases}\Rightarrow\left(\alpha\right)\cap\left(ABCD\right)=EF//BD\ \left(M\in EF,\ E\in BC,\ F\in CD\right)$.

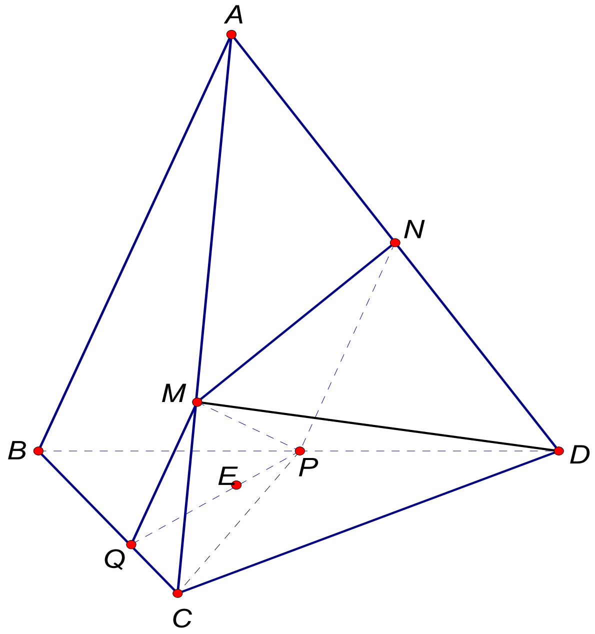
Lại có: $\begin{cases} M\in\left(\alpha\right)\cap\left(SAC\right) \\ \left(\alpha\right)//SA\subset\left(SAC\right) \end{cases}\Rightarrow\left(\alpha\right)\cap\left(SAC\right)=MN//SA\left(N\in SC\right)$.

Vậy thiết diện cần tìm là tam giác NEF.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh cùng bằng a, M là điểm thuộc cạnh AC sao cho $2MC=MA$, N là trung điểm của AD, E là điểm nằm trong tam giác BCD sao cho $\left(MNE\right)//AB$. Gọi S là diện tích thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng $\left(MNE\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S=\dfrac{5a^2\sqrt{51}}{72}$. **B.** $S=\dfrac{5a^2\sqrt{51}}{144}$. **C.** $S=\dfrac{7a^2\sqrt{3}}{48}$. **D.** $S=\dfrac{7a^2\sqrt{6}}{72}$.

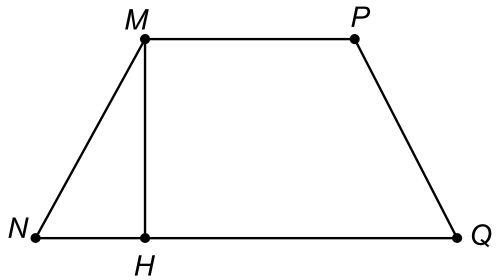
Lời giải



Do mặt phẳng $(MNE)//AB$ nên $(ABD)\cap(MNE)=NP//AB\left(P\in PD\right)$,

$(ABC)\cap(MNE)=MQ//AB\left(Q\in BC\right)$.

Thiết diện cần tìm là hình thang cân $MNPQ$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ M.



Ta có $MQ=\dfrac{a}{3};NP=\dfrac{a}{2}\Rightarrow NH=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a}{2}-\dfrac{a}{3}\right)=\dfrac{a}{12}$

Do đó $MH=\sqrt{MN^2-NH^2}$.

Trong tam giác MCD có $MD^2=MC^2+CD^2-2MC.CD.\cos 60°=\dfrac{7a^2}{9}\Rightarrow MD=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$.

Do MN là trung tuyến của tam giác AMD nên

$MN^2=\dfrac{AM^2+MD^2}{2}-\dfrac{AD^2}{4}=\dfrac{13a^2}{36}\Rightarrow MN=\dfrac{a\sqrt{13}}{6}$.

Suy ra $MH=\dfrac{\sqrt{51}}{12}$.

Vậy diện tích cần tìm là: $S=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a}{2}+\dfrac{a}{3}\right).\dfrac{\sqrt{51}a}{12}=\dfrac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

----- HẾT -----