



TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
VINH UNIVERSITY
Nơi tạo dựng tương lai cho tuổi trẻ



Chương 3.

Quá trình quá độ trong mạch điện tuyến tính

PGS.TS. Nguyễn Tiến Dũng

Vinh, 2023

Chương 3. Quá trình quá độ trong mạch điện tuyến tính

3.1. Giới thiệu

3.2. Sơ kiện

3.3. Phương pháp tích phân cổ điển

3.4. Quá trình quá độ trong mạch RL, RC, RLC

3.5. Phương pháp toán tử

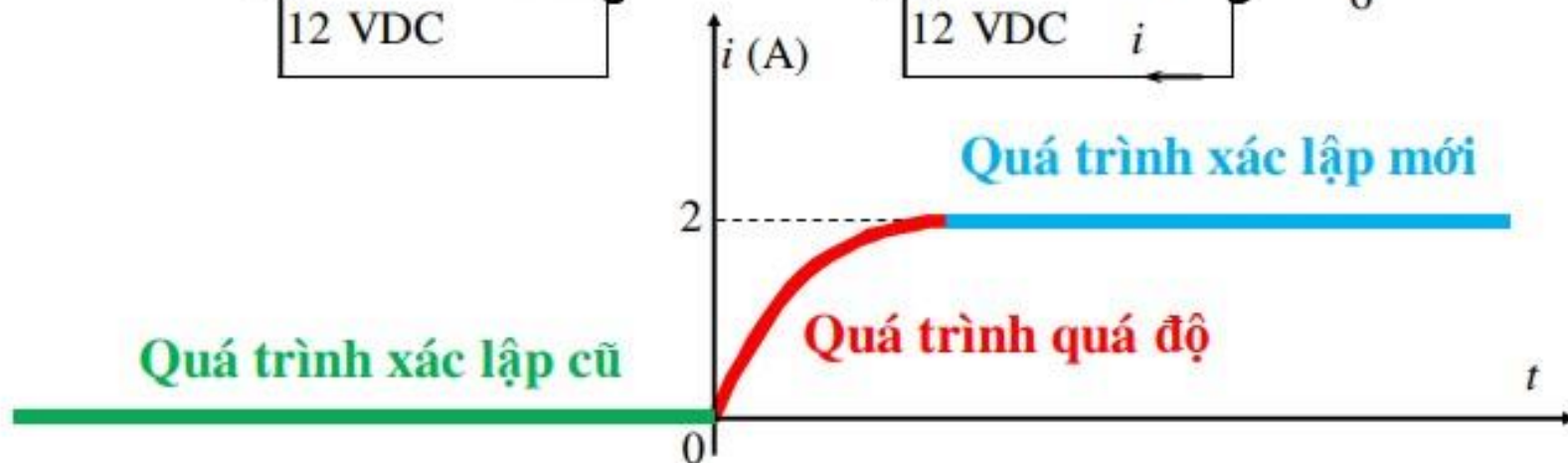
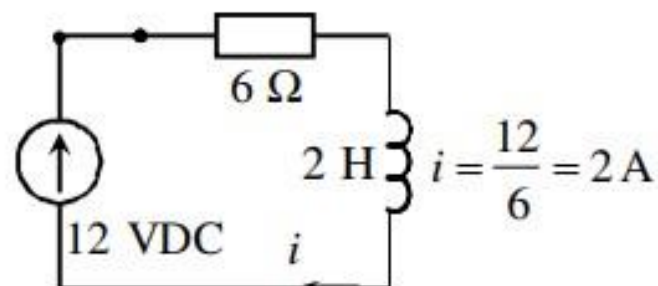
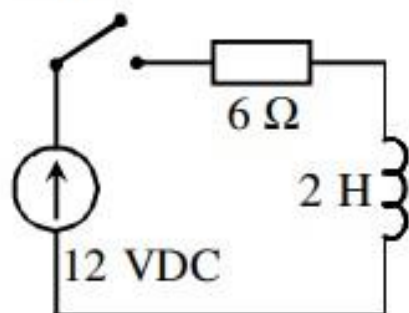
3.6. Giải một số bài toán quá trình quá độ bằng máy tính

3.7. Bài tập

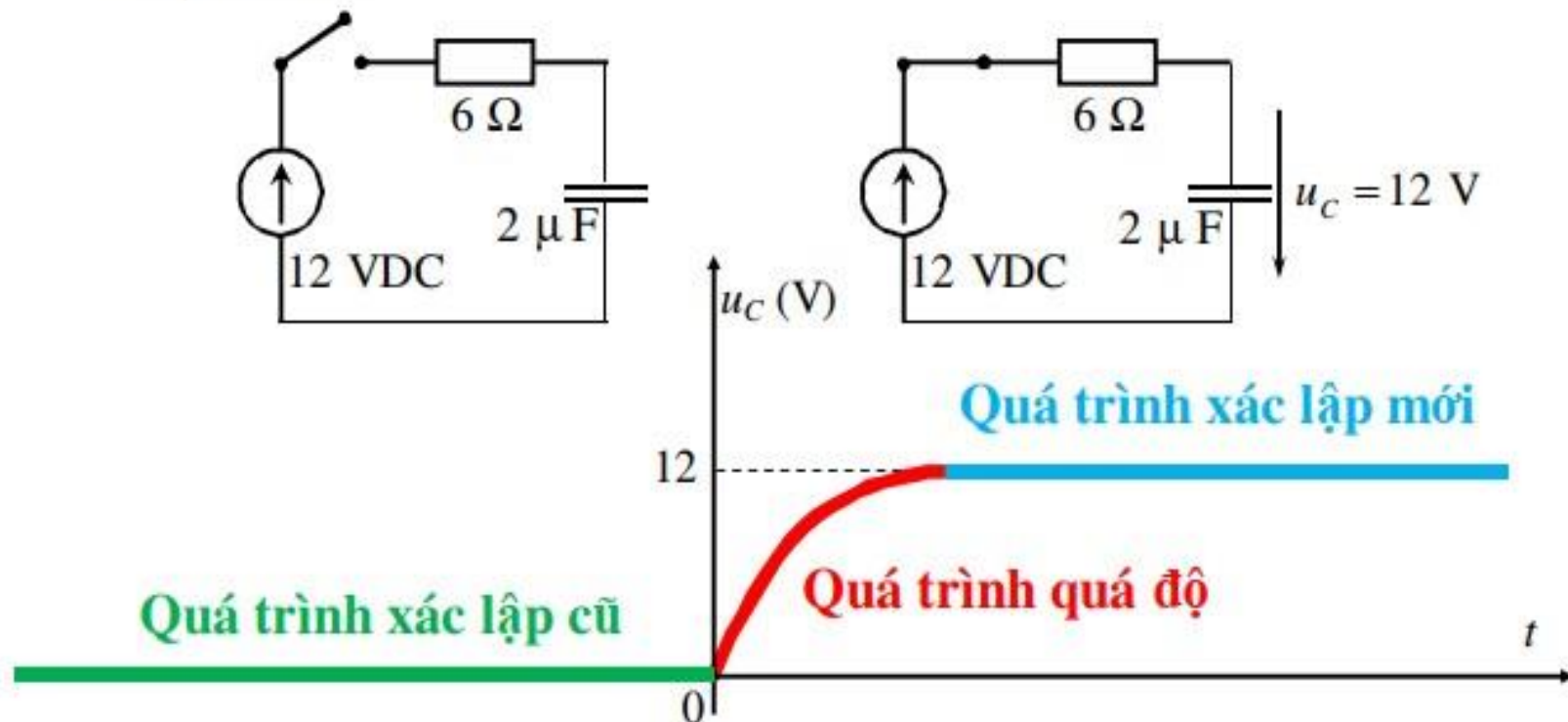
3.1. Giới thiệu

- *Chế độ xác lập*: mọi thông số trong mạch điện (dòng điện, điện áp, công suất, năng lượng) đều là hằng số (mạch một chiều) hoặc biến thiên chu kỳ (mạch xoay chiều).
- *Quá độ* (Từ điển tiếng Việt): chuyển từ chế độ này sang chế độ khác.
- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.







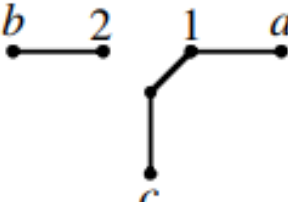
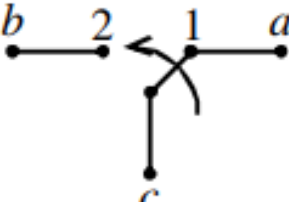
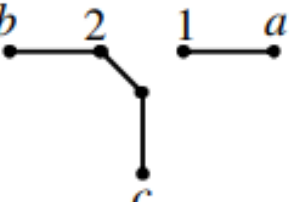
- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.



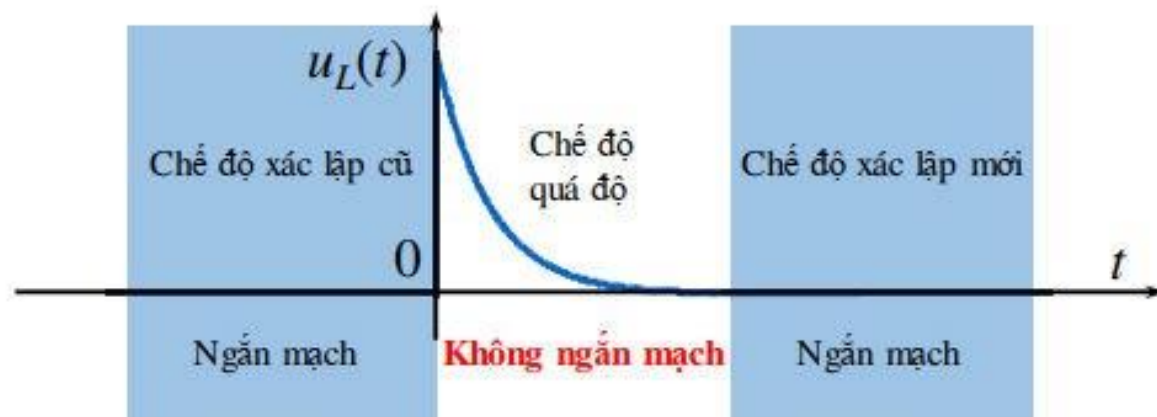
- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.



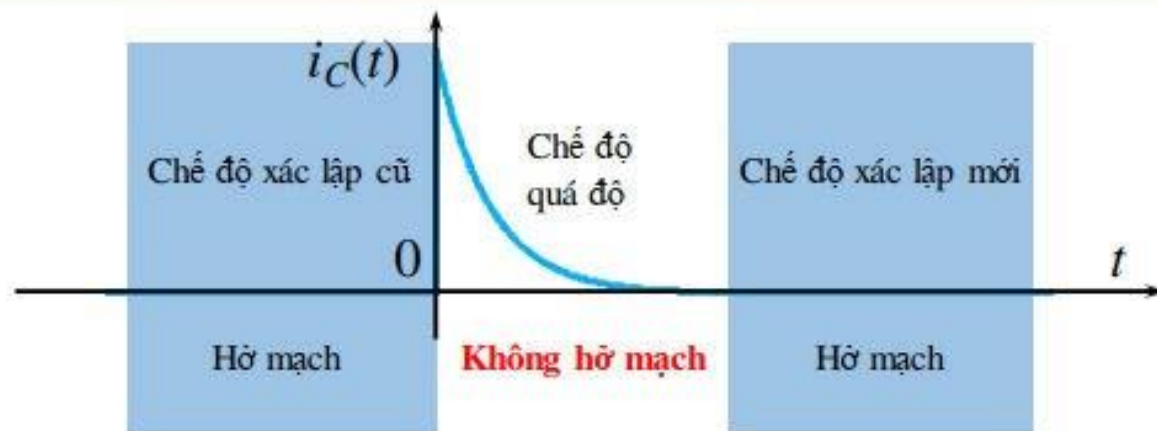
- Quá trình quá độ xảy ra khi có thay đổi đột ngột về cấu trúc hoặc thông số của các mạch điện quán tính.
- *Quán tính*: có cuộn dây hoặc/và tụ điện.
- Một số giả thiết đơn giản hóa:
 - Các phần tử lý tưởng (điện trở của cuộn dây bằng 0, điện trở của tụ điện vô cùng lớn),
 - Động tác đóng mở lý tưởng:
 - Thay khóa (K) bằng R ,
 - R chỉ nhận các giá trị 0 (khi K đóng) & ∞ (khi K mở),
 - Thời gian đóng mở bằng 0.
 - Luật Kirchhoff luôn đúng.

Chế độ cũ	$t = 0$	Chế độ mới
 $R_{ab} \rightarrow \infty$	 	 $R_{ab} = 0$
 $R_{ab} = 0$	 	 $R_{ab} \rightarrow \infty$
 $R_{ac} = 0$ $R_{bc} \rightarrow \infty$	 	 $R_{ac} \rightarrow \infty$ $R_{bc} = 0$

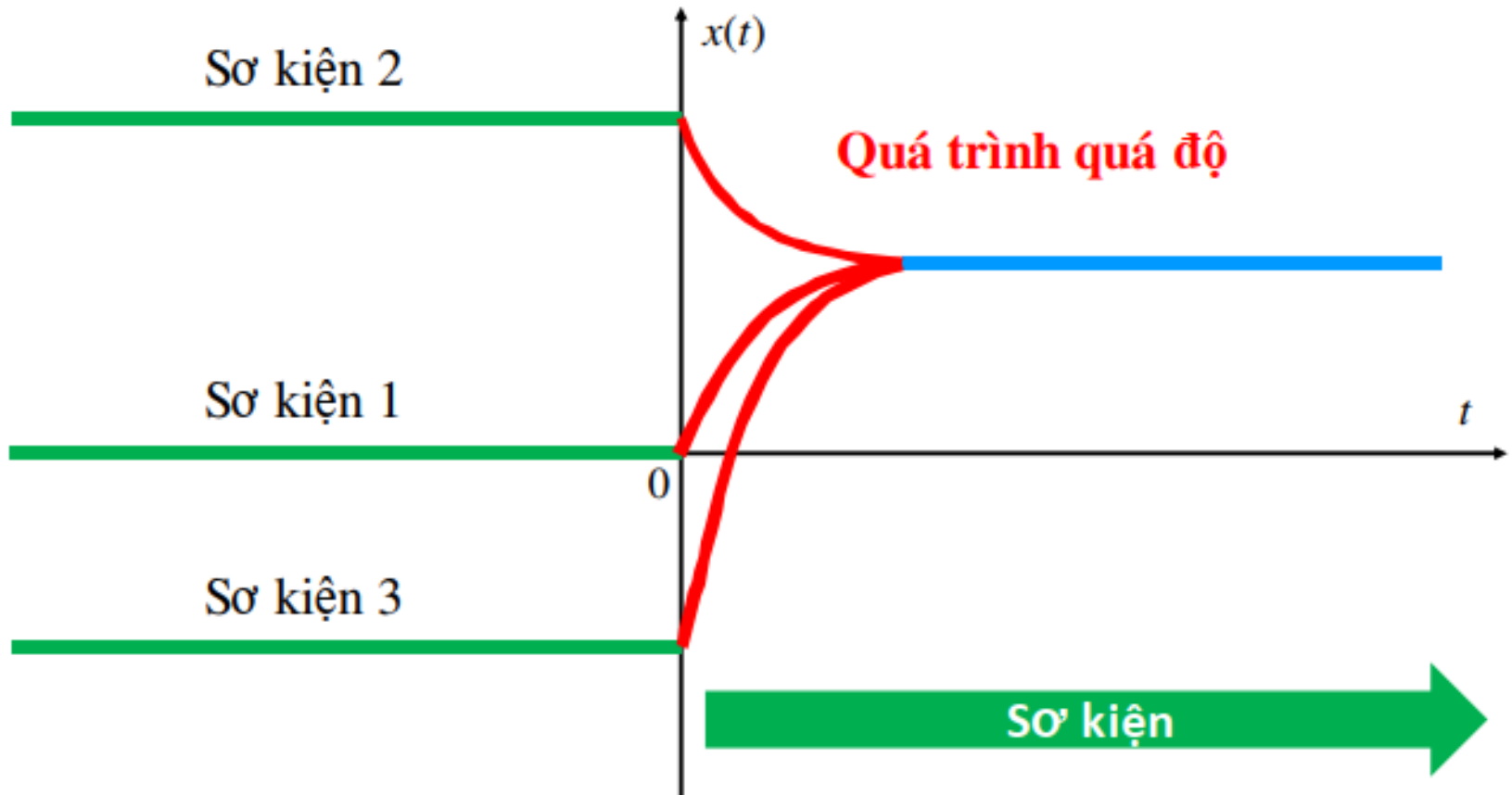
Cuộn cảm
trong mạch
quá độ
một chiều



Tụ điện
trong mạch
quá độ
một chiều

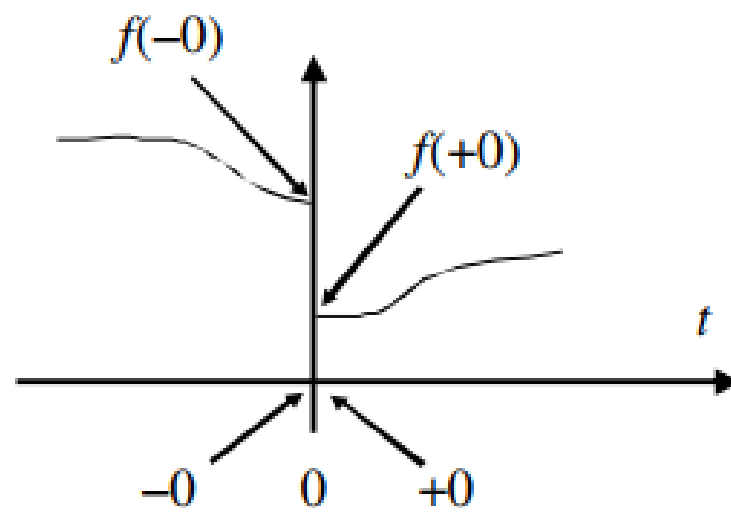


3.2. Sơ kiện



- *Định nghĩa*: giá trị (& đạo hàm các cấp) ngay sau thời điểm đóng mở của **dòng điện qua cuộn cảm & điện áp trên tụ điện**.
- $i_L(0), u_C(0), i'_L(0), u'_C(0), i''_L(0), u''_C(0), \dots$
- Việc tính sơ kiện dựa vào:
 - Thông số mạch ngay trước thời điểm đóng mở (chế độ cũ): $i_L(-0), u_C(-0),$
 - Hai luật Kirchhoff,
 - Hai luật đóng mở.

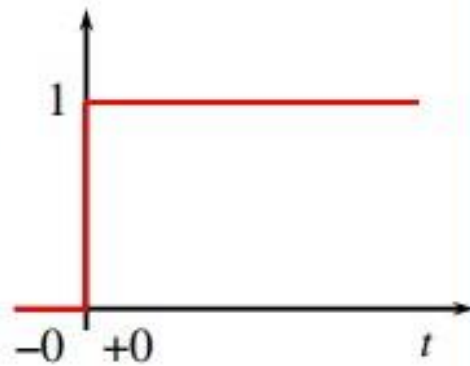
Sơ kiện



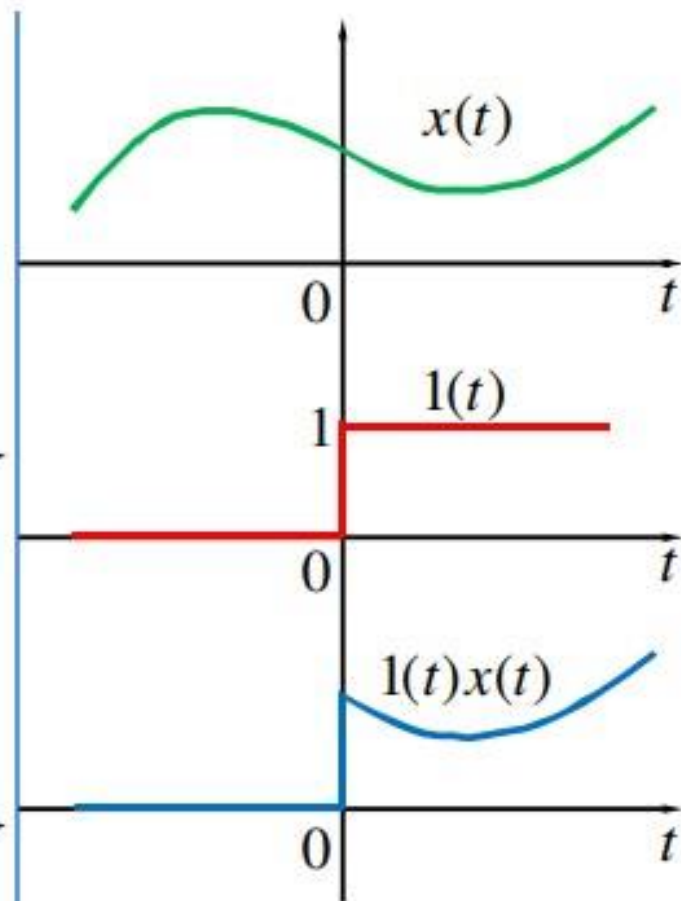
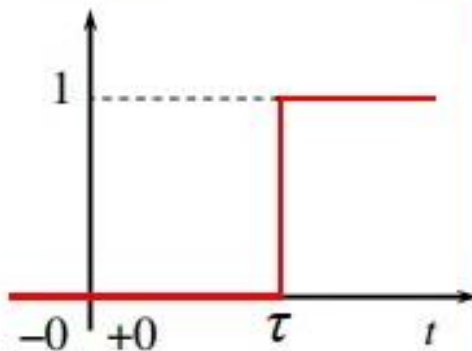
Sơ kiện

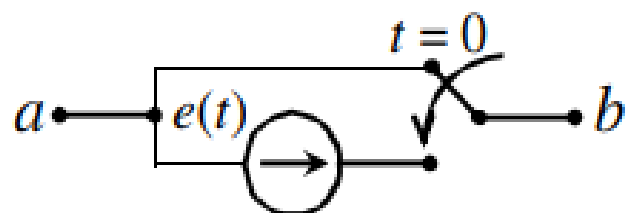
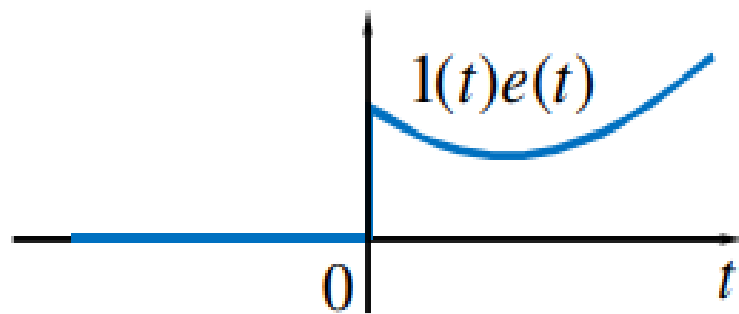
Hàm bước nhảy đơn vị $1(t)$ (hoặc $u(t)$):

$$1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

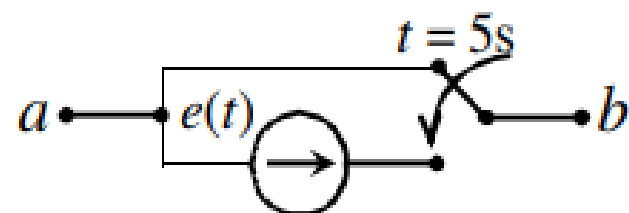
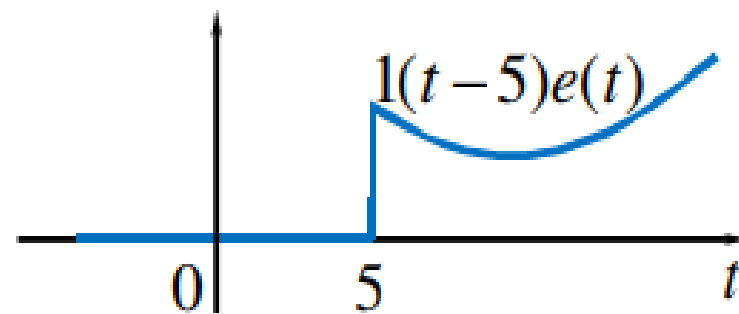


$$1(t - \tau) = \begin{cases} 0 & t < \tau \\ 1 & t \geq \tau \end{cases}$$





$$1(t)e(t)$$



$$1(t-5)e(t)$$

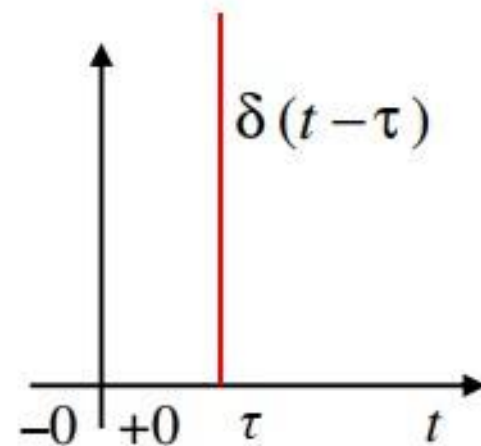
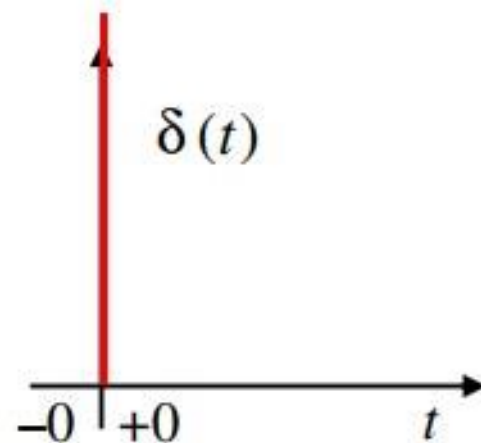


Hàm Dirac $\delta(t)$

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} 1(t) = \begin{cases} 0 & t \leq -0 \text{ \& } t \geq +0 \\ \rightarrow \infty & -0 < t < +0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\delta(t - \tau) = \frac{d}{dt} 1(t - \tau)$$



- *Luật/quy tắc đóng mở 1*: dòng điện trong một cuộn cảm ngay sau khi đóng mở $i_L(+0)$ bằng dòng điện trong cuộn cảm đó ngay trước khi đóng mở $i_L(-0)$

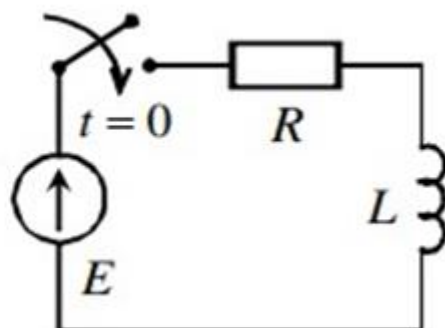
$$i_L(+0) = i_L(-0)$$

- *Luật/quy tắc đóng mở 2*: điện áp trên một tụ điện ngay sau khi đóng mở $u_C(+0)$ bằng điện áp trên tụ điện đó ngay trước khi đóng mở $u_C(-0)$

$$u_C(+0) = u_C(-0)$$

VD1

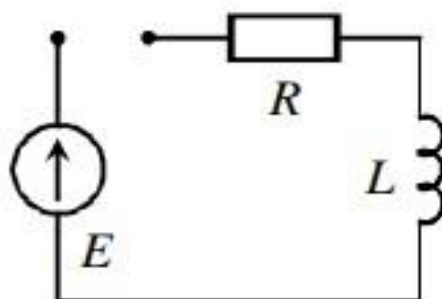
$E = 12 \text{ VDC}$; $R = 6 \Omega$; $L = 2 \text{ H}$. Tính $i_L(0)$ & $i'_L(0)$?



VD1

$E = 12 \text{ VDC}$; $R = 6 \Omega$; $L = 2 \text{ H}$. Tính $i_L(0)$ & $i'_L(0)$?

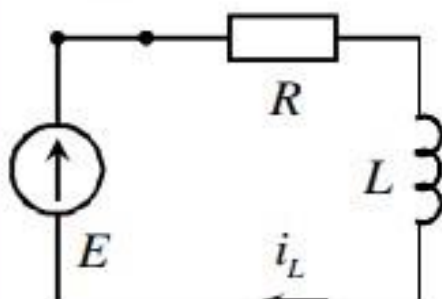
Chế độ cũ



$$\begin{cases} i_L(-0) = 0 \\ i_L(0) = i_L(-0) \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{i_L(0) = 0}$$

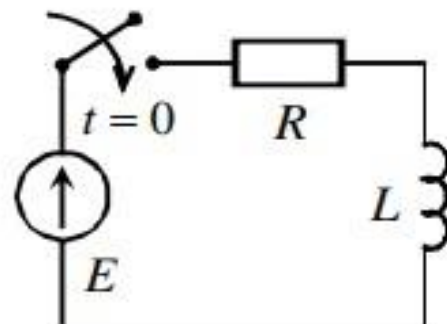
Chế độ mới



$$Ri_L + Li'_L = E$$

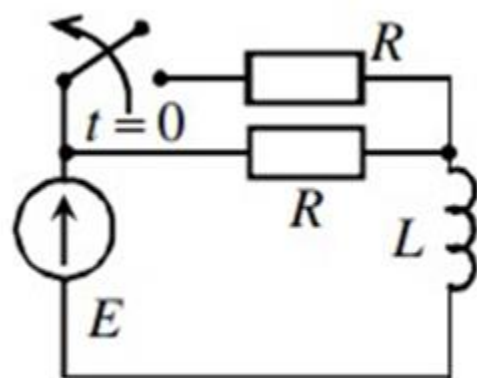
$$\rightarrow Ri_L(0) + Li'_L(0) = E$$

$$\rightarrow i'_L(0) = \frac{E - Ri_L(0)}{L} = \frac{12 - 0}{2} = \boxed{6 \text{ A/s}}$$



VD2

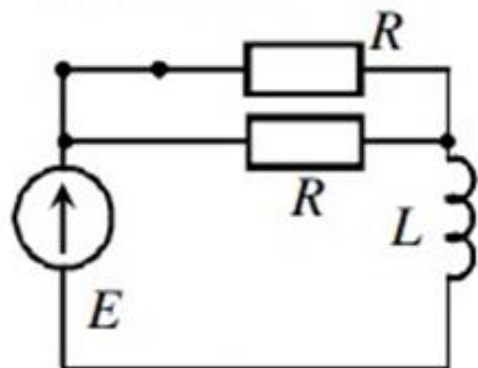
$E = 12 \text{ VDC}$; $R = 6 \Omega$; $L = 2 \text{ H}$. Tính $i_L(0)$ & $i'_L(0)$?



VD2

$E = 12 \text{ VDC}$; $R = 6 \Omega$; $L = 2 \text{ H}$. Tính $i_L(0)$ & $i'_L(0)$?

Chế độ cũ

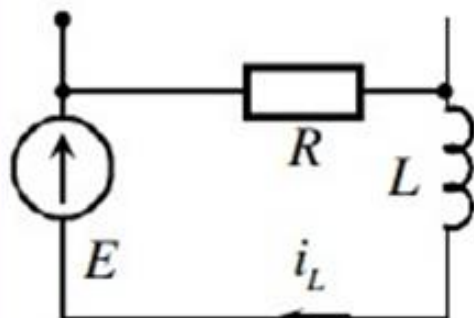


$$i_L(0) = i_L(-0)$$

$$= \frac{E}{R/2} = \frac{12}{6/2}$$

$$= \boxed{4 \text{ A}}$$

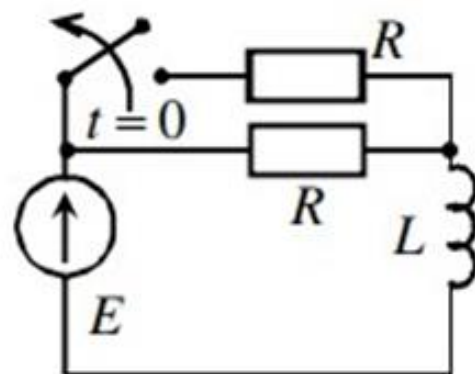
Chế độ mới



$$Ri_L + Li'_L = E$$

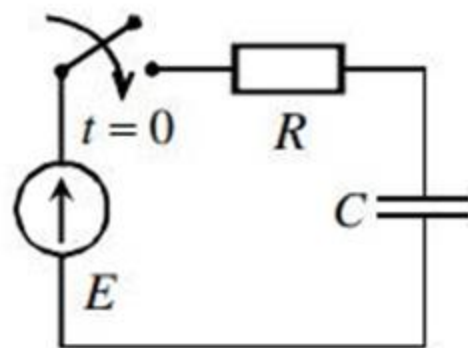
$$\rightarrow Ri_L(0) + Li'_L(0) = E$$

$$\rightarrow i'_L(0) = \frac{E - Ri_L(0)}{L} = \frac{12 - 6 \cdot 4}{2} = \boxed{-6 \text{ A/s}}$$



VD3

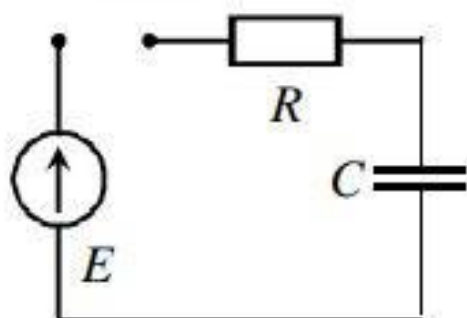
$E = 12 \text{ VDC}$; $R = 6 \text{ } \Omega$; $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?



VD3

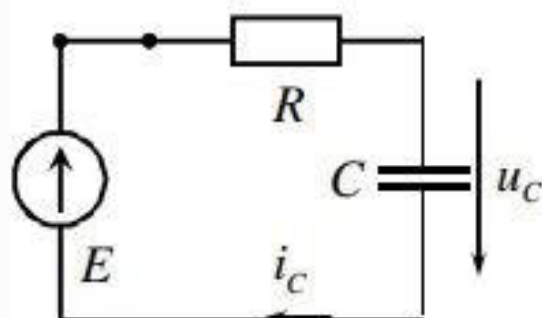
$E = 12 \text{ VDC}; R = 6 \text{ } \Omega; C = 1 \text{ } \mu\text{F}$. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?

Chế độ cũ



$$u_C(0) = u_C(-0) = \boxed{0 \text{ V}}$$

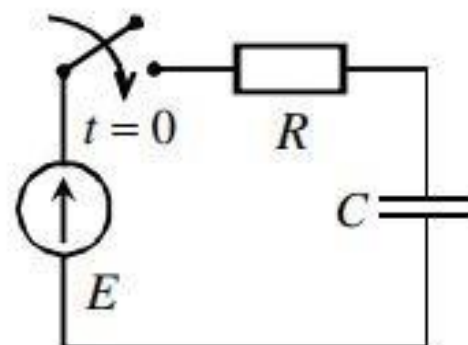
Chế độ mới



$$\left. \begin{array}{l} Ri_C + u_C = E \\ i_C = C du_C / dt \end{array} \right\} \rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

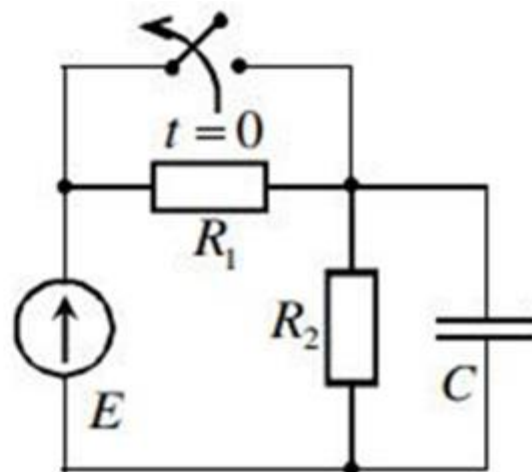
$$\rightarrow RC u'_C(0) + u_C(0) = E$$

$$\rightarrow u'_C(0) = \frac{E - u_C(0)}{RC} = \frac{12 - 0}{6 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = \boxed{2 \cdot 10^6 \text{ V/s}}$$



VD4

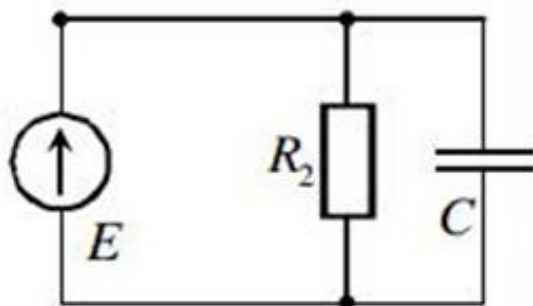
$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \, \Omega; R_2 = 3 \, \Omega;$
 $C = 1 \, \mu\text{F}.$ Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?



VD4

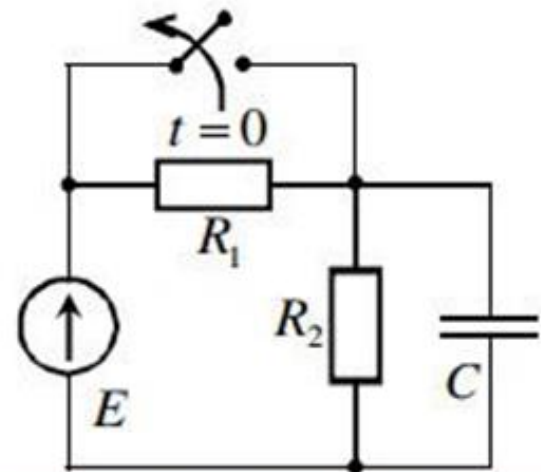
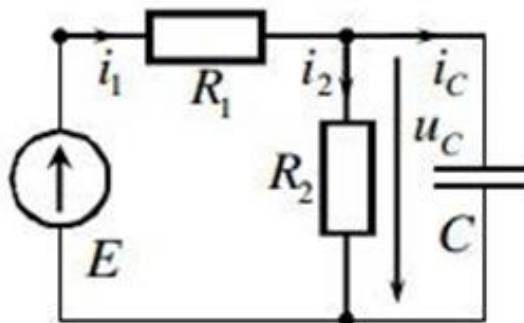
$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 6 \Omega$; $R_2 = 3 \Omega$;
 $C = 1 \mu\text{F}$. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?

Chế độ cũ



$$u_C(0) = u_C(-0) \\ = E = \boxed{12 \text{ V}}$$

Chế độ mới

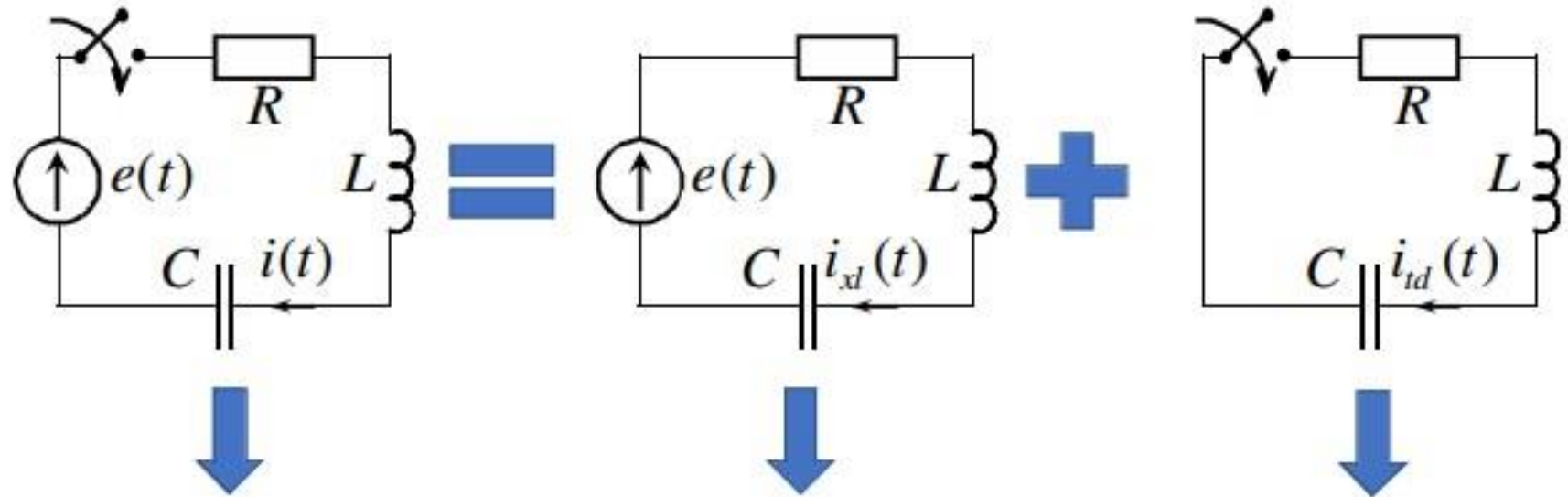


$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 - i_2 - i_C = 0 \\ R_1 i_1 + R_2 i_2 = E \\ R_2 i_2 - u_C = 0 \\ i_C = C du_C / dt \end{array} \right.$$

$$\rightarrow (R_1 + R_2)u_C + R_1 R_2 C u'_C = R_2 E$$

$$\rightarrow (R_1 + R_2)u_C(0) + R_1 R_2 C u'_C(0) = R_2 E$$

Phương pháp tích phân kinh điển: phân tích quá trình quá độ



Nghiệm quá độ

$$x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$$

Nghiệm xác lập

$$x_{xl}(t)$$

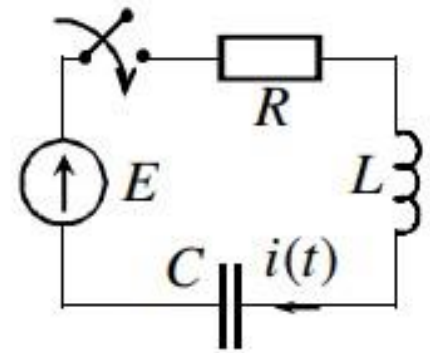
Nghiệm tự do

$$x_{td}(t)$$

VD1

$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \, \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF}.$$

1. $i_L(0) = 0; i'_L(0) = 4,8 \text{ A/s};$
2. $i_{xl}(t) = 0;$
3. Nghiệm tự do:
 - a) $LCp^2 + RCp + 1 = 0,$
 $\rightarrow p_1 = -4, p_2 = -1;$
 - b) $i_{td}(t) = Ae^{-4t} + Be^{-t};$
4. $A = -1,6; B = 1,6;$
5. $i(t) = 0 - 1,6e^{-4t} + 1,6e^{-t} \text{ A}.$



- | |
|---|
| 1. Tính các sơ kiện; |
| 2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$; |
| 3. Tìm nghiệm tự do: |
| a) lập phương trình đặc trưng & giải; |
| b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$; |
| 4. Tìm các hằng số tích phân; |
| 5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$. |

Lập phương trình đặc trưng

1. Tính các sơ kiện (đã có ở phần trước);
2. Tìm nghiệm xác lập (dùng các phương pháp (dòng nhánh, thế nút, dòng vòng, xếp chồng, mạng một cửa, mạng hai cửa,...) trong Lý thuyết mạch I);
3. Tìm nghiệm tự do:
 - a) Lập phương trình đặc trưng & giải;
 - b) Viết nghiệm tự do;
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

Phương pháp tích phân kinh điển: lập phương trình đặc trưng

VD1

$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF.}$$

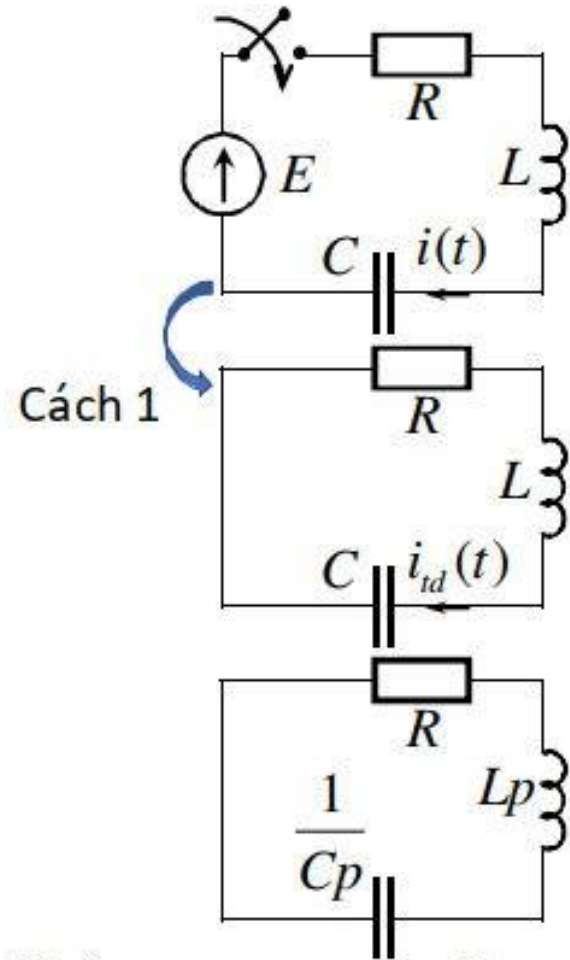
$$Ri_{td} + u_L + u_C = 0$$

$$\rightarrow Ri_{td} + Li'_{td} + \frac{1}{C} \int i_{td} dt = 0 \left\{ \begin{array}{l} i_{td} = Ae^{pt} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow RAe^{pt} + LApe^{pt} + \frac{A}{Cp} e^{pt} = 0$$

$$\rightarrow R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{LCp^2 + RCp + 1 = 0}$$



VD1

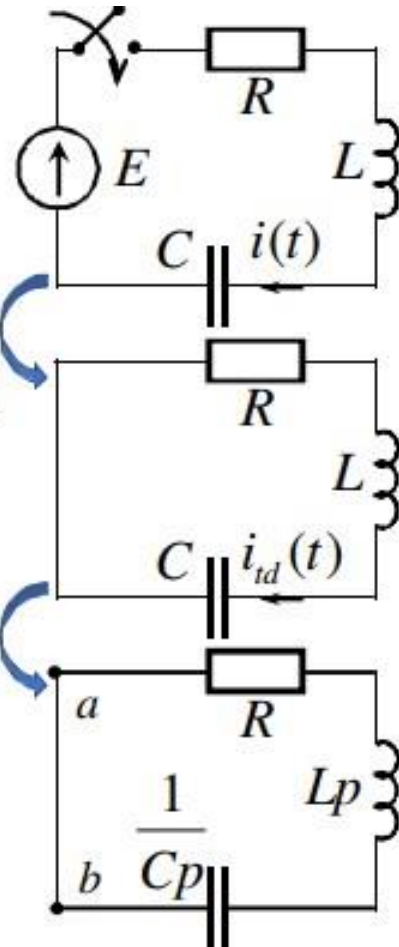
$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \, \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF.}$$

$$Ri_{td} + Li'_{td} + \frac{1}{C} \int i_{td} dt = 0 \rightarrow LCp^2 + RCp + 1 = 0$$

$$Z_{ab} = R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \rightarrow LCp^2 + RCp + 1 = 0$$

Cách 1

Cách 2

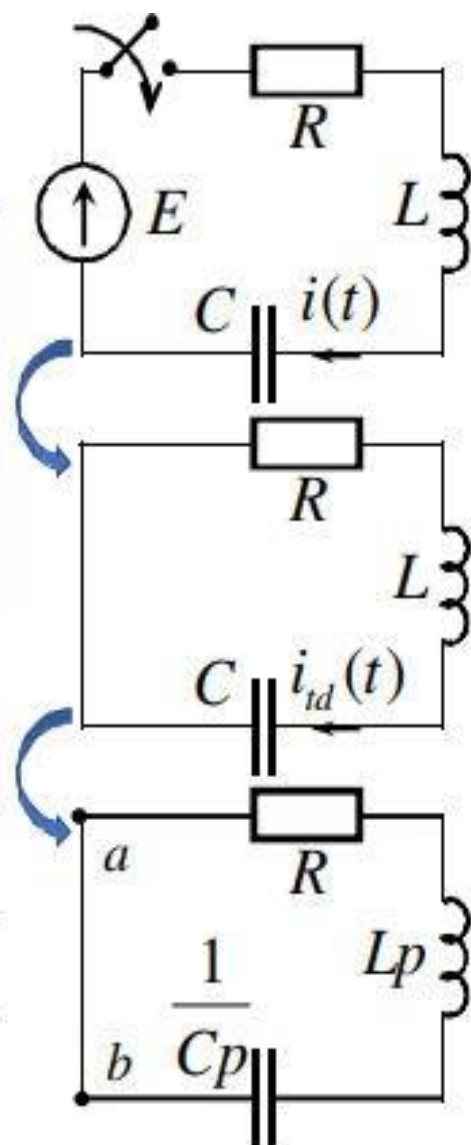


VD1

$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \, \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF}.$$

1. Xét mạch điện ở trạng thái mới (khóa đã chuyển sang vị trí mới);
2. Tắt (các) nguồn độc lập (nếu có);
3. Toán tử hóa các phần tử:
 $\left(R \rightarrow R; L \rightarrow Lp; C \rightarrow \frac{1}{Cp} \right);$
4. Chọn hai điểm bất kỳ sát nhau a & b , tính tổng trở vào $Z_{ab}(p)$;
5. Cho $Z_{ab}(p) = 0 \rightarrow$ p/tr đặc trưng.

$$Z_{ab} = R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \rightarrow \boxed{LCp^2 + RCp + 1 = 0}$$



VD2

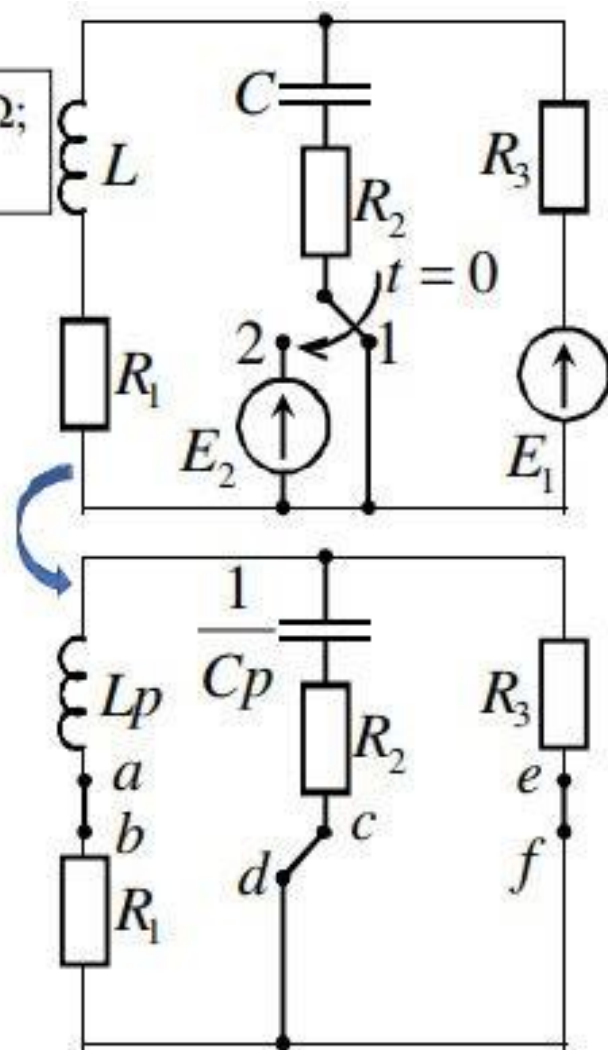
$$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega; \\ L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}.$$

$$Z_{ab} = R_1 + Lp + \frac{R_3 \left(R_2 + \frac{1}{Cp} \right)}{R_3 + R_2 + \frac{1}{Cp}} = \frac{p^2 + 42p + 800}{p + 20}$$

$$Z_{ab} = 0 \rightarrow p^2 + 42p + 800 = 0$$

$$Z_{cd} = R_2 + \frac{1}{Cp} + \frac{R_3(R_1 + Lp)}{R_3 + R_1 + Lp} = \frac{50(p^2 + 42p + 800)}{p(p + 40)}$$

$$Z_{ef} = R_3 + \frac{(R_1 + Lp) \left(R_2 + \frac{1}{Cp} \right)}{R_1 + Lp + R_2 + \frac{1}{Cp}} = \frac{50(p^2 + 42p + 800)}{p^2 + 30p + 1000}$$

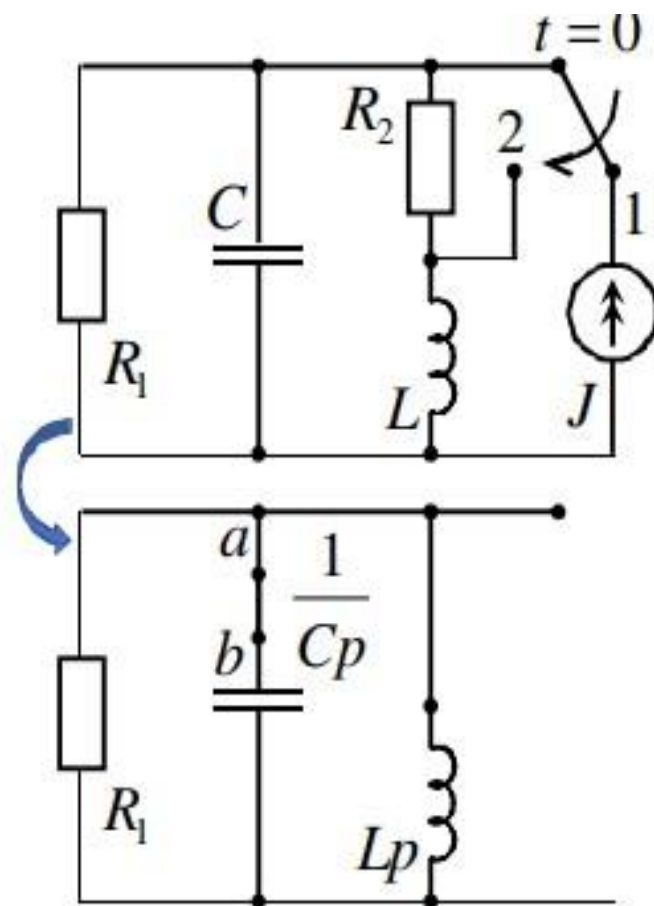


VD3

$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \text{ } \Omega$; $R_2 = 20 \text{ } \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$.

$$Z_{ab} = \frac{1}{Cp} + \frac{R_1 L p}{R_1 + Lp} = \frac{10(p+10)^2}{p(p+5)}$$

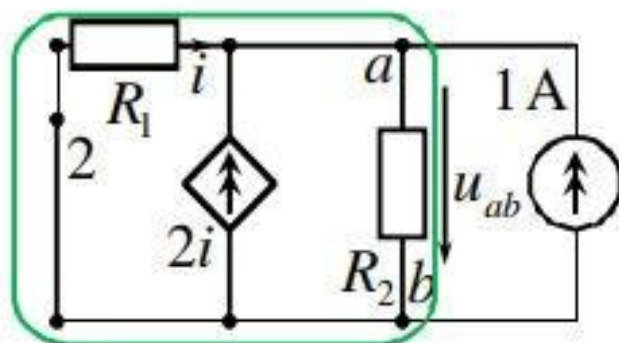
$$Z_{ab} = 0 \rightarrow \boxed{10(p+10)^2 = 0}$$



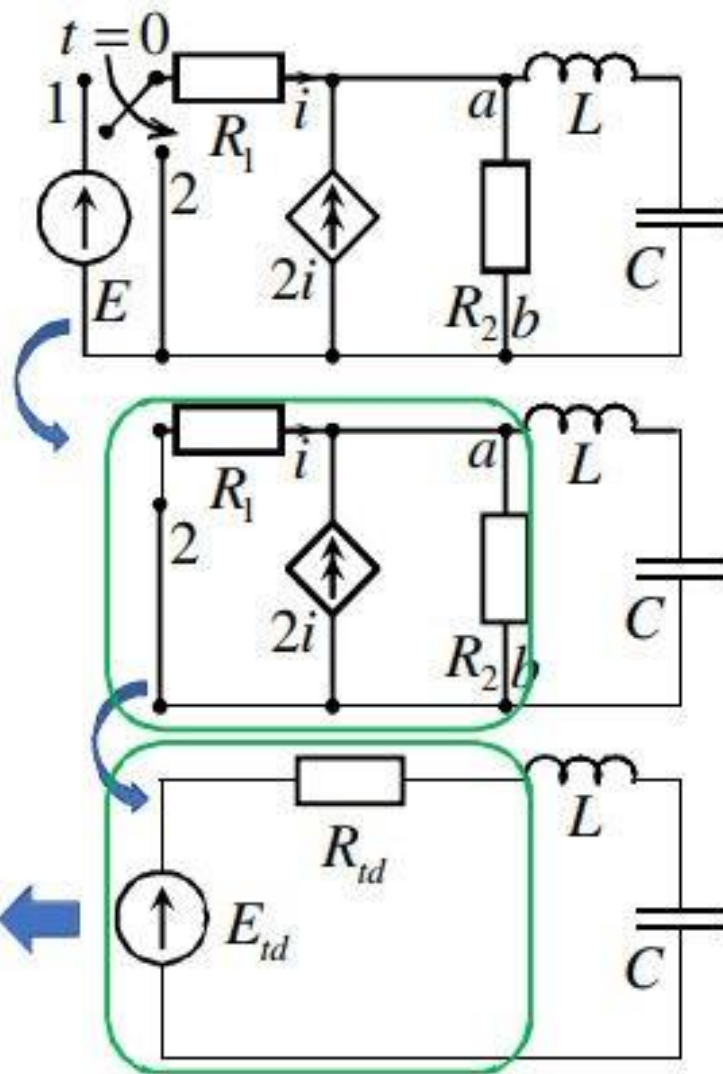
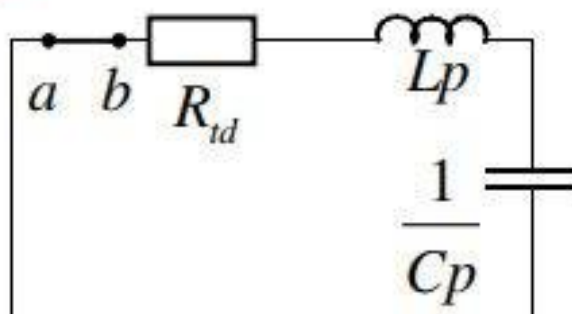
VD4

$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 6 \Omega$; $R_2 = 3 \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$.

$$Z_{ab} = R_{td} + Lp + \frac{1}{Cp}$$



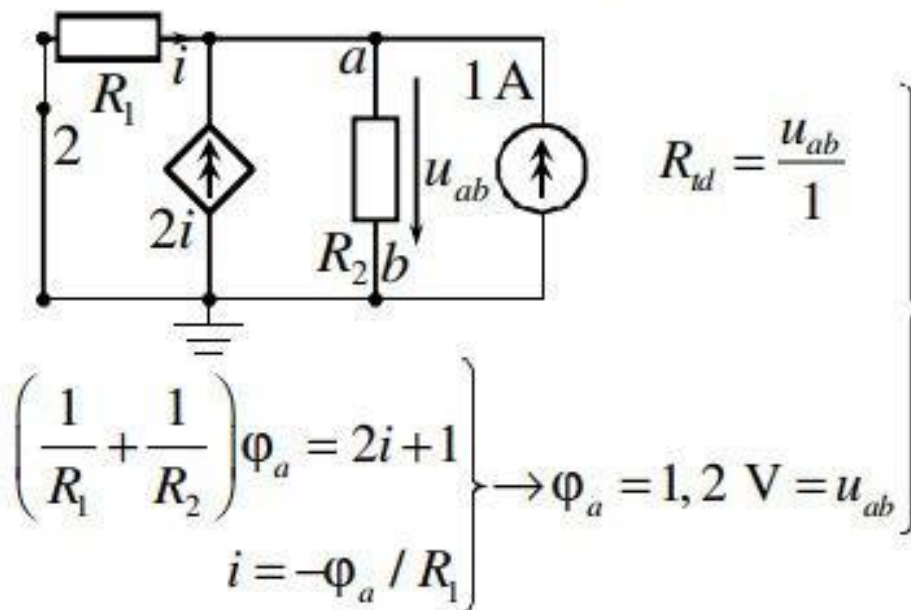
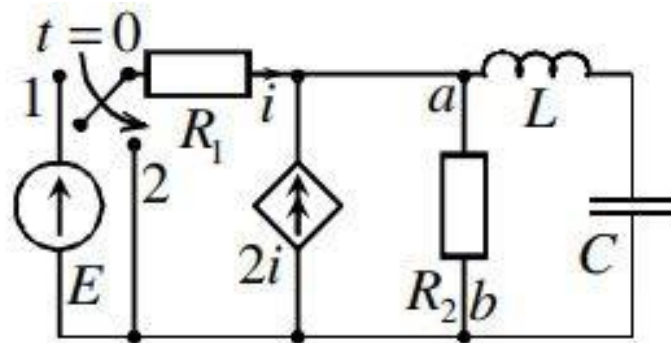
$$R_{td} = \frac{u_{ab}}{1}$$



VD4

$$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H}; \\ C = 5 \text{ mF}.$$

$$Z_{ab} = R_{td} + Lp + \frac{1}{Cp}$$



$$R_{td} = \frac{u_{ab}}{1}$$

$$\rightarrow R_{td} = 1,2 \Omega$$

$$\rightarrow Z_{ab} = 1,2 + 2p + \frac{1}{5 \cdot 10^{-3} p}$$

$$= \frac{2p^2 + 1,2p + 200}{p}$$

Viết nghiệm tự do

$$ap^2 + bp + c = 0 \rightarrow p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta > 0: x(t) = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t}$$

$$\Delta = 0: x(t) = (A + Bt)e^{pt}$$

$$\begin{aligned} \Delta < 0, p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega: x(t) &= (A \cos \omega t + B \sin \omega t)e^{-\alpha t} \\ &= Me^{-\alpha t} \cos(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

VD1

$$\boxed{0,25p^2 + 1,25p + 1 = 0} \rightarrow p_1 = -1; p_2 = -4$$

$$\rightarrow x(t) = Ae^{-t} + Be^{-4t}$$

VD2

$$\boxed{10(p+10)^2 = 0} \rightarrow p_1 = p_2 = -10$$

$$\rightarrow x(t) = (A + Bt)e^{-10t}$$

VD3

$$\boxed{p^2 + 42p + 800 = 0} \rightarrow p_{1,2} = -21,00 \pm j18,95$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x(t) &= (A \cos 18,95t + B \sin 18,95t)e^{-21t} \\ &= Me^{-21t} \cos(18,95t + \theta) \end{aligned}$$

Tìm các hằng số tích phân

$$\begin{cases} x(t=0) = x(0) \\ x'(t=0) = x'(0) \end{cases} \rightarrow A, B$$

VD

$$\boxed{0,25p^2 + 1,25p + 1 = 0; i(0) = 0,18 \text{ A}; i'(0) = 0; i_{xl}(t) = 0}$$

$$p_1 = -1; p_2 = -4 \rightarrow i_{td}(t) = Ae^{-t} + Be^{-4t}$$

$$\rightarrow i(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t) = 0 + Ae^{-t} + Be^{-4t} = Ae^{-t} + Be^{-4t}$$

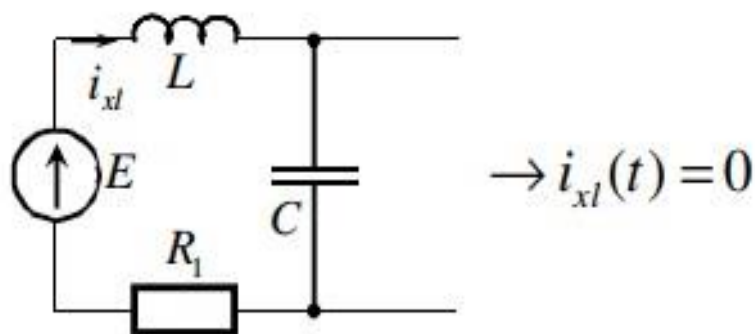
$$\begin{cases} i(t=0) = (Ae^{-t} + Be^{-4t})\big|_{t=0} = A + B = 0,18 \\ i'(t=0) = (-Ae^{-t} - 4Be^{-4t})\big|_{t=0} = -A - 4B = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 0,24 \\ B = -0,06 \end{cases}$$

Ví dụ:

VD1

$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 20 \text{ } \Omega$; $R_2 = 45 \text{ } \Omega$; $L = 20 \text{ mH}$;
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

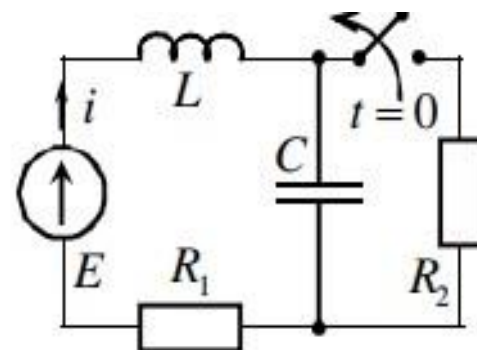
$$i_L(0) = 0,18 \text{ A}; i'_L(0) = 0$$



$$LCp^2 + R_1Cp + 1 = 0$$

$$\rightarrow (20 \cdot 10^{-3})(4 \cdot 10^{-3})p^2 + 20(4 \cdot 10^{-3})p + 1 = 0 \rightarrow p_1 = -987,3; p_2 = 12,66$$

$$\rightarrow i_{td}(t) = Ae^{-987,3t} + Be^{-12,66t}$$



- ✓ 1. Tính các sơ kiện;
- ✓ 2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
- 3. Tìm nghiệm tự do:
- ✓ a) lập phương trình đặc trưng & giải;
- ✓ b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
- 4. Tìm các hằng số tích phân;
- 5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

VD1

$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 20 \text{ } \Omega$; $R_2 = 45 \text{ } \Omega$; $L = 20 \text{ mH}$;
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(0) = 0,18 \text{ A}; i'_L(0) = 0$$

$$i_{xl}(t) = 0; i_{td}(t) = Ae^{-987,3t} + Be^{-12,66t}$$

$$i(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t)$$

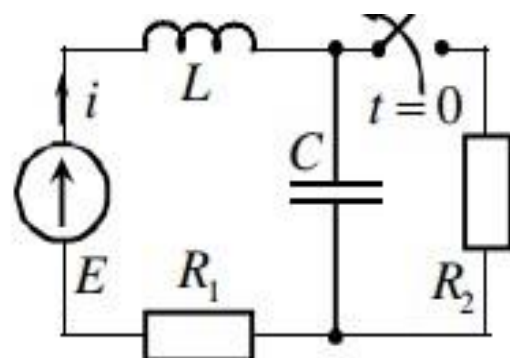
$$= 0 + Ae^{-987,3t} + Be^{-12,66t}$$

$$= Ae^{-987,3t} + Be^{-12,66t}$$

$$\begin{cases} i(0) = A + B = 0,18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i'(0) = -987,3A - 12,66B = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow A = -0,0023; B = 0,1823 \rightarrow i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}$$

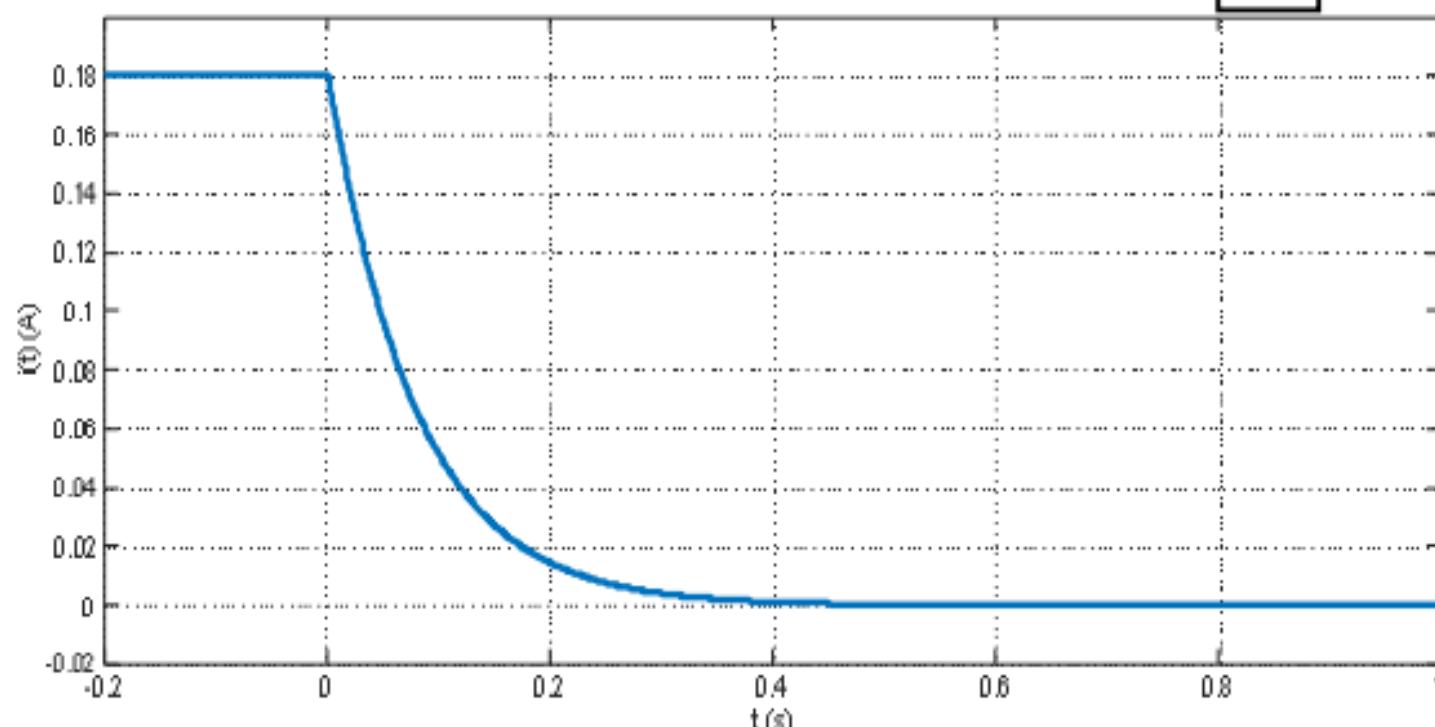
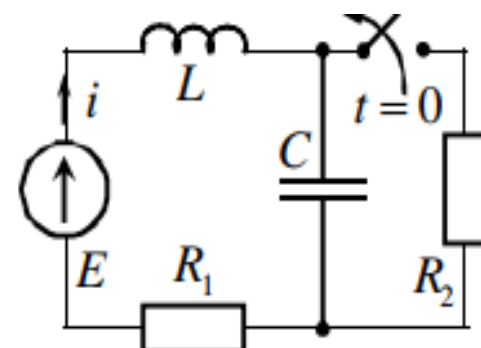


- ✓ 1. Tính các sơ kiện;
- ✓ 2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
- 3. Tìm nghiệm tự do:
- ✓ a) lập phương trình đặc trưng & giải;
- ✓ b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
- ✓ 4. Tìm các hằng số tích phân;
- ✓ 5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

VD1

$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 20 \text{ } \Omega$; $R_2 = 45 \text{ } \Omega$; $L = 20 \text{ mH}$;
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}$$



VD2

$E_1 = 120 \text{ V}$; $E_2 = 40 \text{ V}$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$;
 $L = 1 \text{ H}$; $C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$$u_C(0) = 30 \text{ V}; u'_C(0) = -800 \text{ V/s}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 - u_C + u_L = E_2 \\ R_2 i_2 + R_3 i_3 + u_C = E_1 - E_2 \end{array} \right\} \rightarrow u_C = -10 \text{ V} = u_{xl}(t)$$

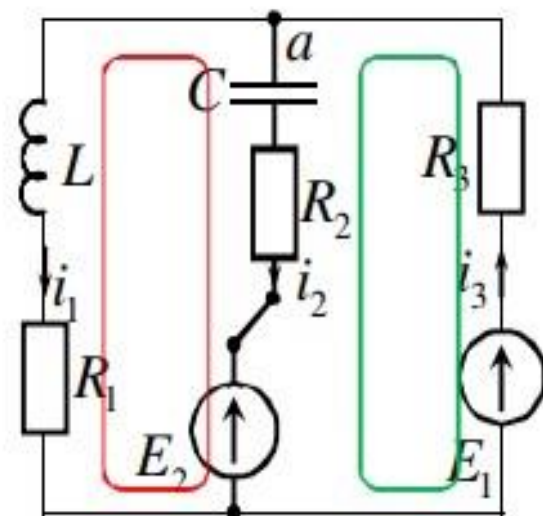
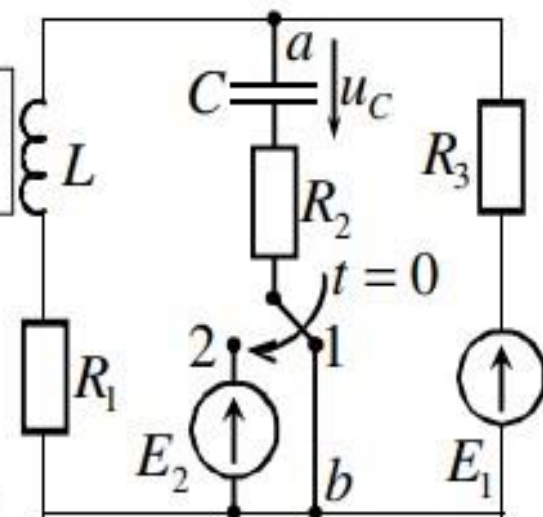
$$u_L = 0; i_2 = 0$$

$$p^2 + 42p + 800 = 0 \rightarrow p_{1,2} = -21,00 \pm j18,95$$

$$\rightarrow u_{id}(t) = e^{-21t} (A \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$$

$$\rightarrow u_C(t) = u_{xl}(t) + u_{id}(t)$$

$$= -10 + e^{-21t} (A \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$$



VD2

$E_1 = 120 \text{ V}$; $E_2 = 40 \text{ V}$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$;
 $L = 1 \text{ H}$; $C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$$u_C(0) = 30 \text{ V}; u'_C(0) = -800 \text{ V/s}$$

$$u_C(t) = -10 + e^{-21t} (A \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$$

$$u_C(0) = -10 + e^{-21 \cdot 0} (A \cos 0 + B \sin 0) = -10 + A = 30$$

$$\rightarrow A = 40 \rightarrow u_C(t) = -10 + e^{-21t} (40 \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$$

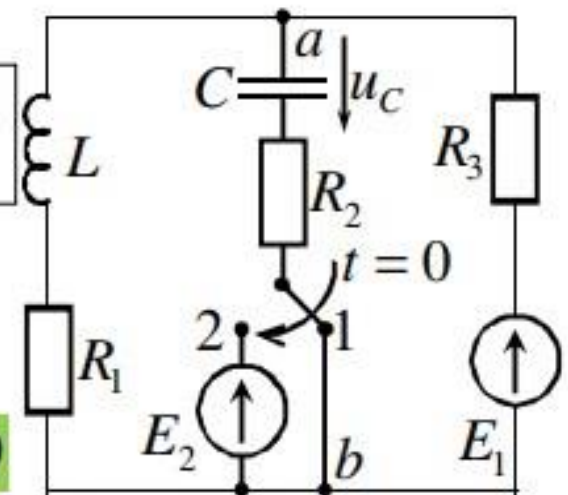
$$u'_C(t) = -21e^{-21t} (40 \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$$

$$+ e^{-21t} (-18,95 \cdot 40 \sin 18,95t + 18,95B \cos 18,95t)$$

$$\rightarrow u'_C(0) = -21e^{-21 \cdot 0} (40 \cos 0 + B \sin 0) + e^{-21 \cdot 0} (-18,95 \cdot 40 \sin 0 + 18,95B \cos 0)$$

$$= -21 \cdot 40 + 18,95B = -800 \rightarrow B = 2,11$$

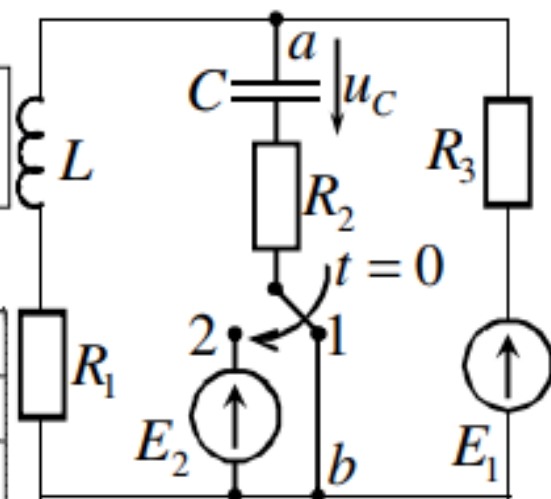
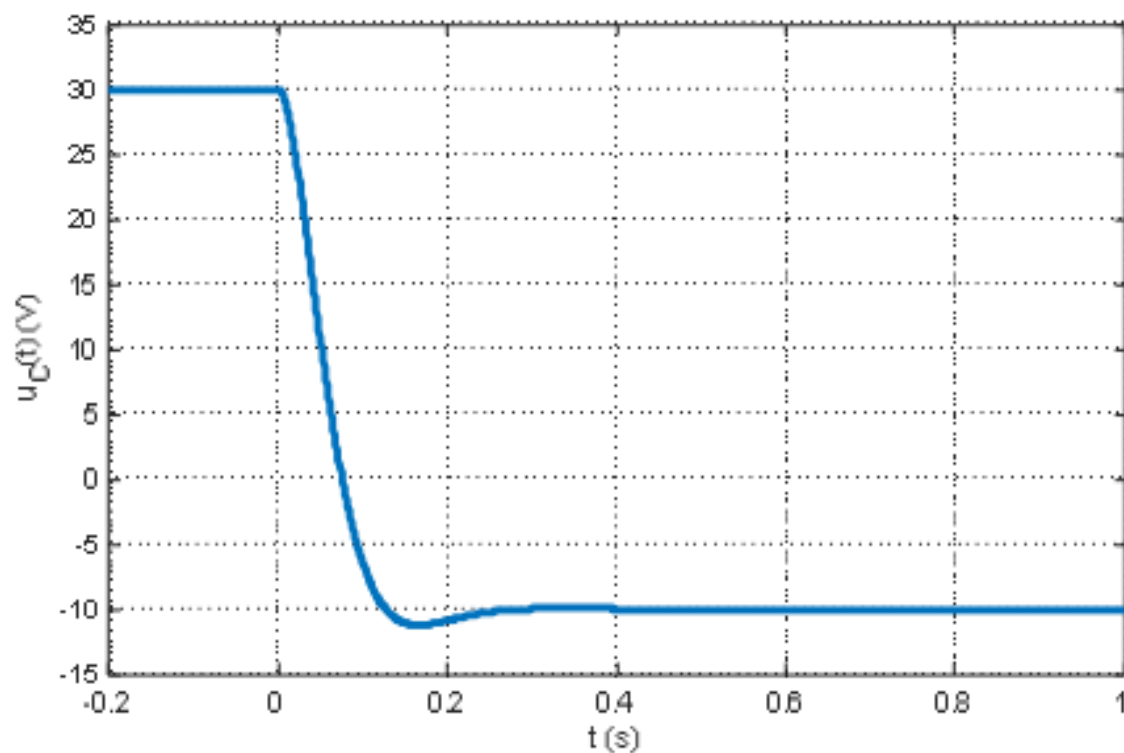
$$\rightarrow u_C(t) = -10 + e^{-21t} (40,00 \cos 18,95t + 2,11 \sin 18,95t) \text{ V}$$



VD2

$E_1 = 120 \text{ V}$; $E_2 = 40 \text{ V}$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$;
 $L = 1 \text{ H}$; $C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$$u_C(t) = -10 + e^{-2t} (40,00 \cos 18,95t + 2,11 \sin 18,95t) \text{ V}$$



VD3

$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \text{ } \Omega$; $R_2 = 20 \text{ } \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(0) = 1,67 \text{ A}; \quad i'_L(0) = 16,67 \text{ A/s}$$

$$i_{xl}(t) = 0$$

$$10(p+10)^2 = 0 \rightarrow p_1 = p_2 = -10$$

$$\rightarrow i_{td}(t) = (A + Bt)e^{-10t}$$

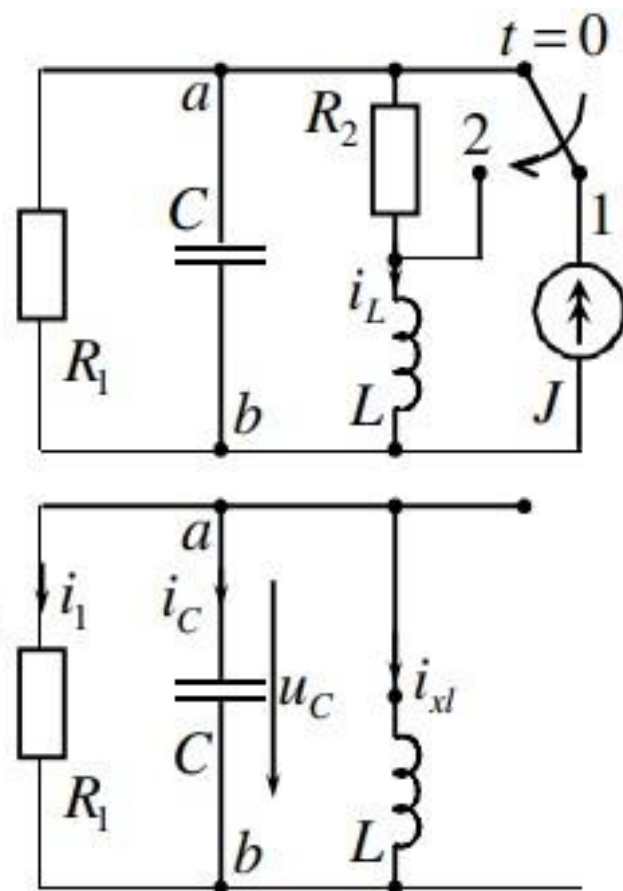
$$\rightarrow i_L(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t) = 0 + (A + Bt)e^{-10t} = (A + Bt)e^{-10t}$$

$$i_L(0) = (A + B \cdot 0)e^{-10 \cdot 0} = A = 1,67$$

$$i'_L(t) = Be^{-10t} - 10(A + Bt)e^{-10t}$$

$$\rightarrow i'_L(0) = B - 10A = B - 16,67 = 16,67 \rightarrow B = 33,33$$

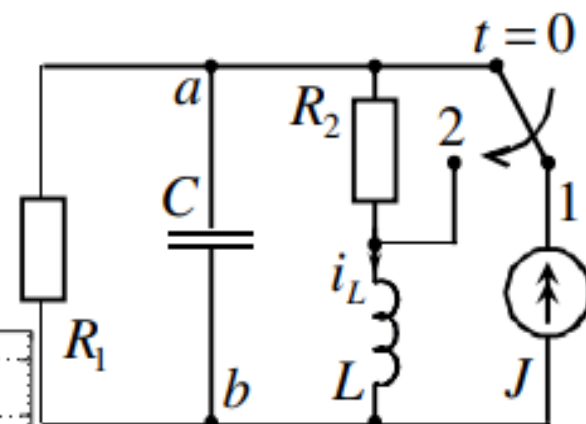
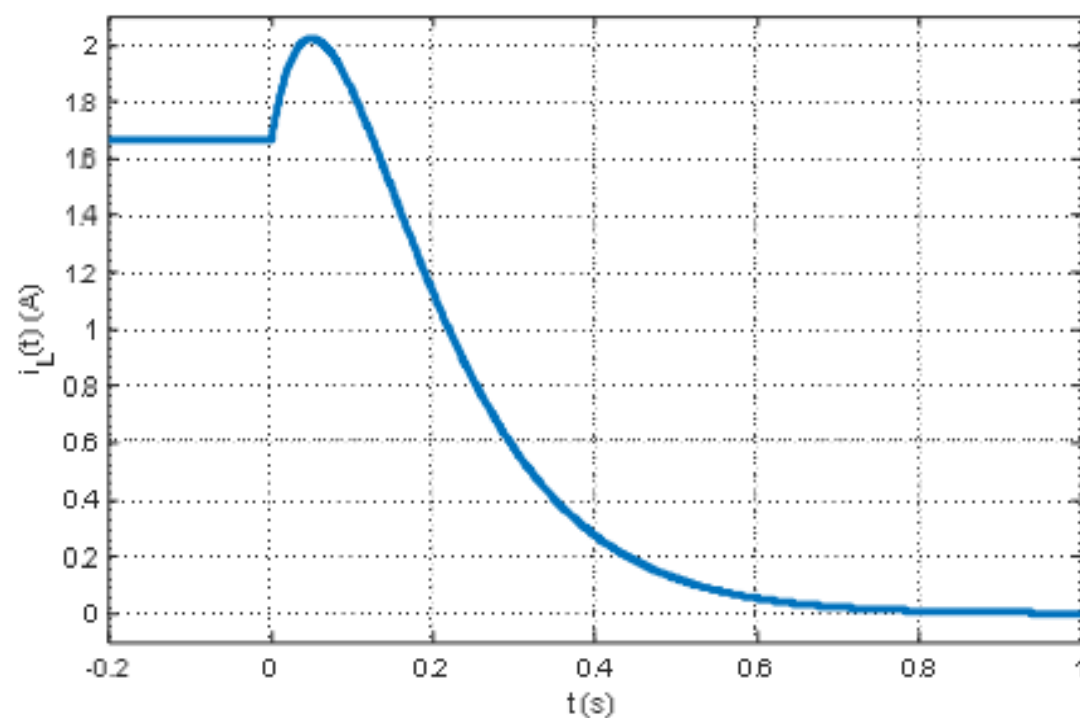
$$\rightarrow i_L(t) = (1,67 + 33,33t)e^{-10t} \text{ A}$$



VD3

$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \text{ } \Omega$; $R_2 = 20 \text{ } \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(t) = (1,67 + 33,33t)e^{-10t} \text{ A}$$



Phương pháp tích phân kinh điển: phân tích quá trình quá độ

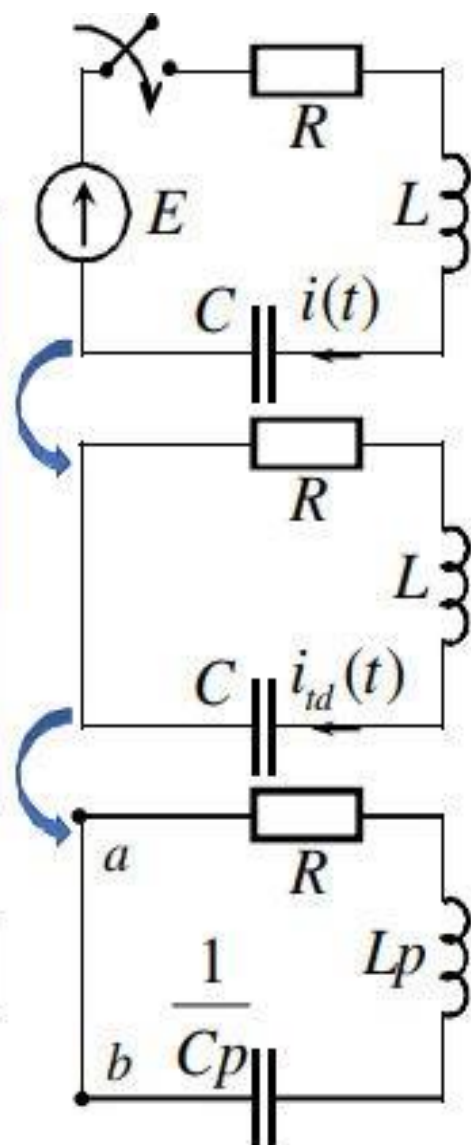
1. Tính các sơ kiện (đã có ở phần trước);
2. Tìm nghiệm xác lập (dùng các phương pháp (dòng nhánh, thế nút, dòng vòng, xếp chồng, mạng một cửa, mạng hai cửa,...) trong Lý thuyết mạch I);
3. Tìm nghiệm tự do:
 - a) Lập phương trình đặc trưng & giải;
 - b) Viết nghiệm tự do;
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

VD1

$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \, \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF}.$$

1. Xét mạch điện ở trạng thái mới (khóa đã chuyển sang vị trí mới);
2. Tắt (các) nguồn độc lập (nếu có);
3. Toán tử hóa các phần tử:
 $\left(R \rightarrow R; L \rightarrow Lp; C \rightarrow \frac{1}{Cp} \right);$
4. Chọn hai điểm bất kỳ sát nhau a & b , tính tổng trở vào $Z_{ab}(p)$;
5. Cho $Z_{ab}(p) = 0 \rightarrow$ p/tr đặc trưng.

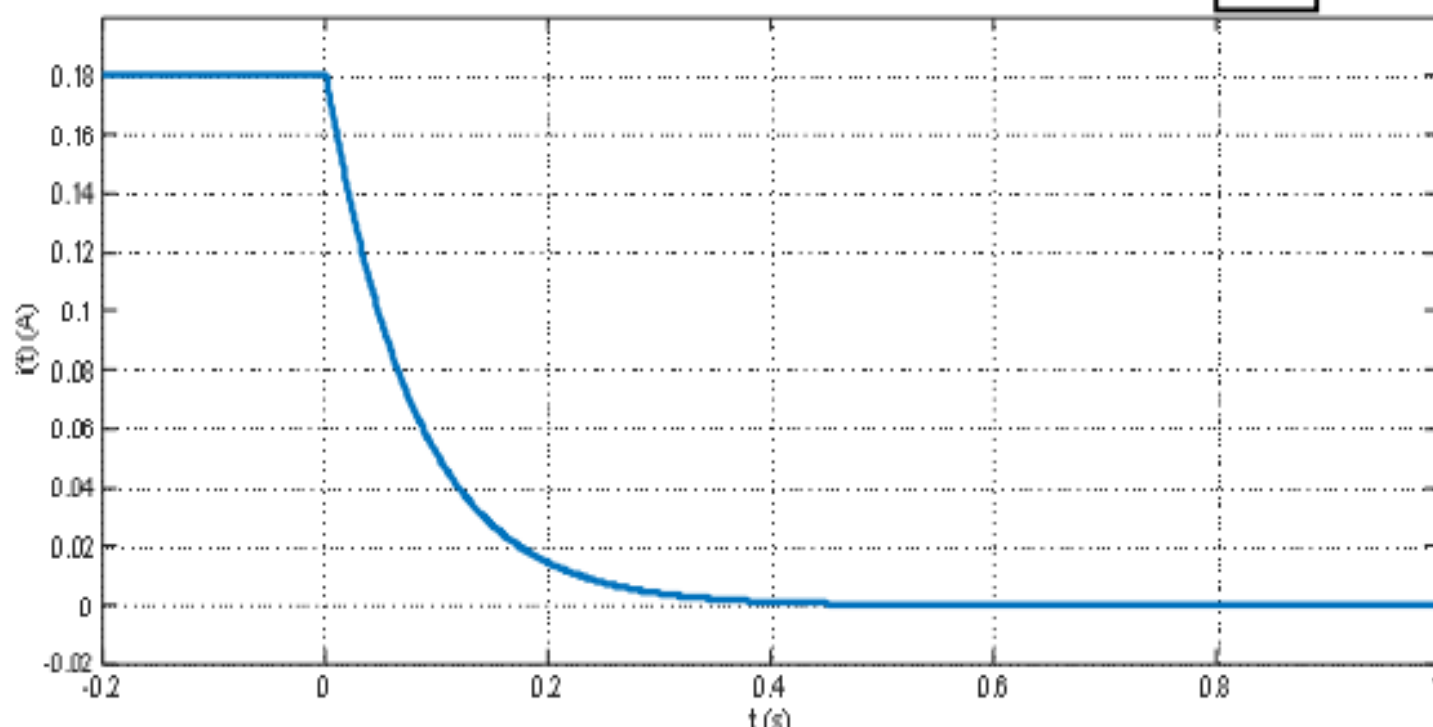
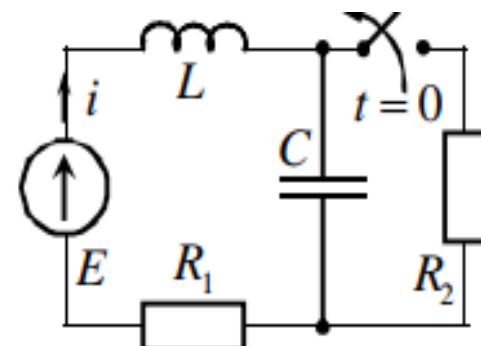
$$Z_{ab} = R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \rightarrow \boxed{LCp^2 + RCp + 1 = 0}$$



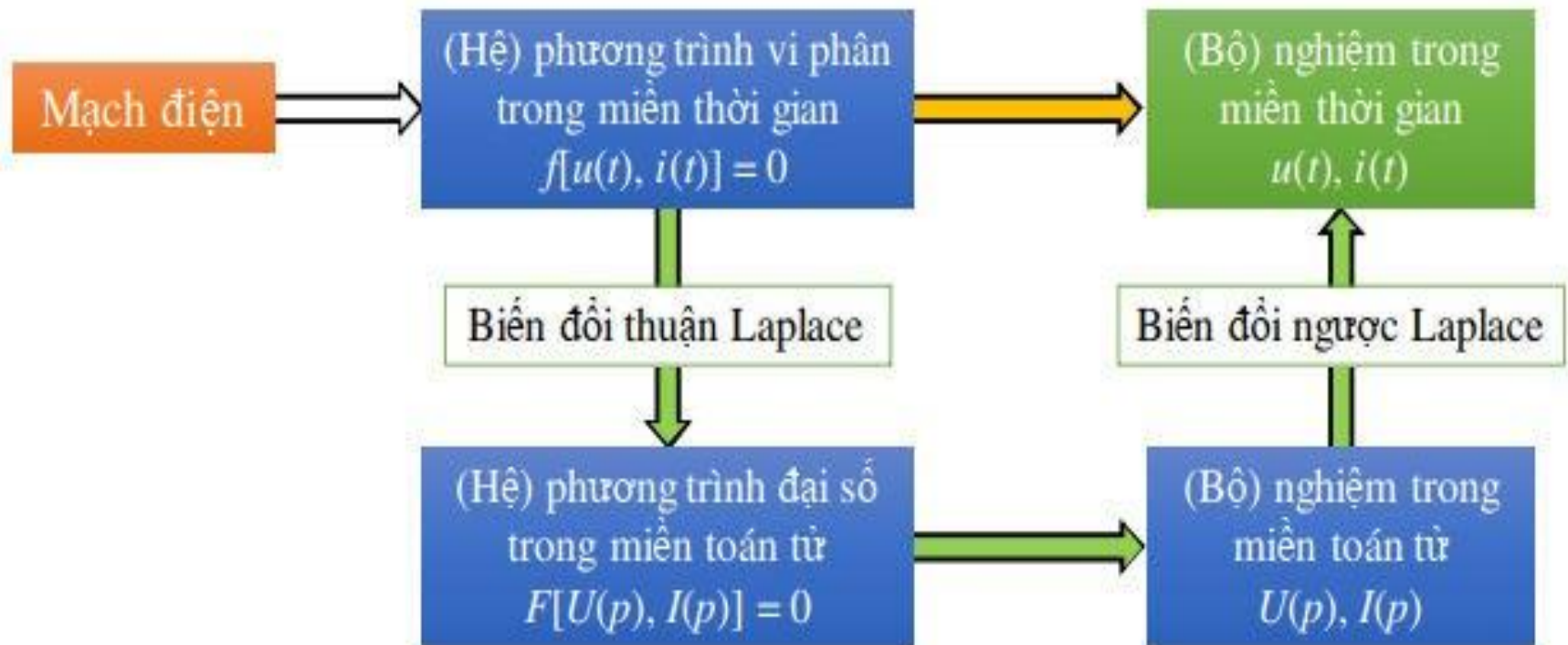
VD1

$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 20 \text{ } \Omega$; $R_2 = 45 \text{ } \Omega$; $L = 20 \text{ mH}$;
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}$$



3.5. Phương pháp toán tử giải bài toán quá độ



3.5.1. Phương pháp toán tử: Biến đổi thuận Laplace

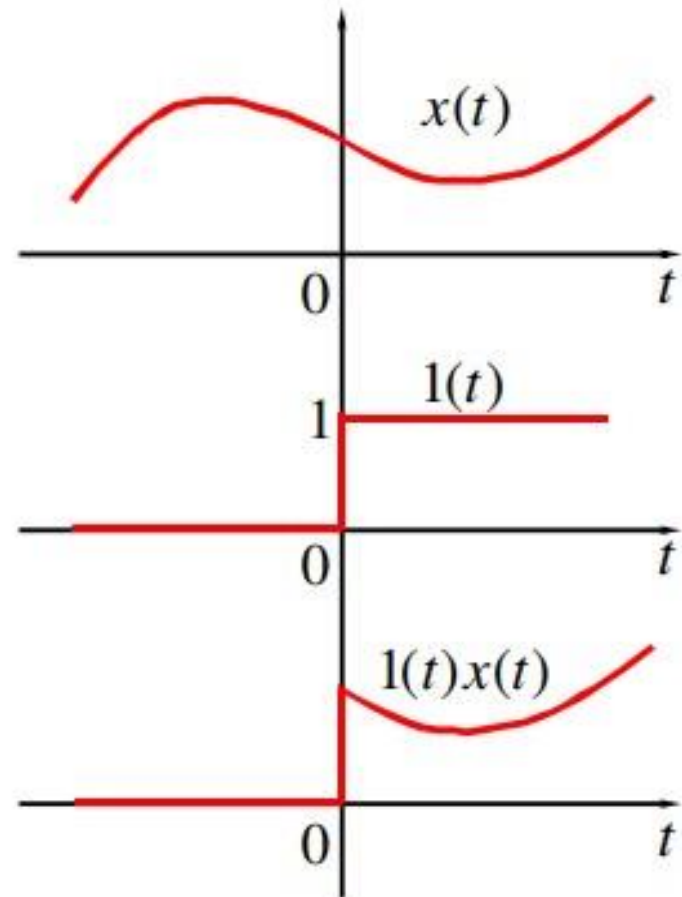
Gốc (thời gian) Ảnh (Laplace)

$$l(t)x(t) \leftrightarrow X(p)$$

$$X(p) = L[x(t)] = \int_{-0}^{\infty} x(t)e^{-pt} dt$$

$$= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-0}^{\tau} x(t)e^{-pt} dt$$

$p = \sigma + j\omega$; p : toán tử Laplace



3.5.1. Phương pháp toán tử: Biến đổi thuận Laplace

$x(t)$	$\delta(t)$	$1(t)$	e^{-at}	t	te^{-at}	$\sin at$	$\cos at$
$X(p)$	1	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\frac{p}{p^2+a^2}$

Tính chất	$x(t)$	$X(p)$
1. Tỷ lệ biên độ	$Ax(t)$	$AX(p)$
2. Cộng/trừ	$x_1(t) \pm x_2(t)$	$X_1(p) \pm X_2(p)$
3. Tỷ lệ thời gian	$x(at)$	$\frac{1}{a} X\left(\frac{p}{a}\right)$
4. Dịch thời gian	$x(t-a)l(t-a), a \geq 0$ $x(t)l(t-a), a \geq 0$	$e^{-ap} X(p)$ $e^{-ap} L[x(t+a)]$
5. Dịch tần số	$e^{-at} x(t)$	$X(p+a)$
6. Vi phân	$d^n x(t) / dt^n$	$p^n X(p) - p^{n-1} x(-0) - p^{n-2} x^{(1)}(-0) \dots$
7. Nhân với t	$t^n x(t)$	$(-1)^n d^n X(p) / dp^n$
8. Chia cho t	$x(t) / t$	$\int_p^\infty X(\lambda) d\lambda$
9. Tích phân	$\int_0^t x(\lambda) d\lambda$	$X(p) / p$
10. Nhân chập	$x_1(t) * x_2(t) = \int_0^t x_1(\lambda) x_2(t-\lambda) d\lambda$	$X_1(p) X_2(p)$

VD1

Tìm ảnh Laplace của $x(t) = 5 + e^{-10t} - \cos 20t$?

VD1

Tìm ảnh Laplace của $x(t) = 5 + e^{-10t} - \cos 20t$?

$$x_1(t) \pm x_2(t) \rightarrow X_1(p) \pm X_2(p)$$

$$\rightarrow X(p) = L[5] + L[e^{-10t}] - L[\cos 20t]$$

$$Ax(t) \rightarrow AX(p)$$

$$\rightarrow L[5] = 5L[1]$$

$$L[1] = \frac{1}{p}$$

$$L[e^{-10t}] = \frac{1}{p+10}$$

$$L[\cos 20t] = \frac{p}{p^2 + 20^2} = \frac{p}{p^2 + 400}$$

$$\rightarrow X(p) = \frac{5}{p} + \frac{1}{p+10} - \frac{p}{p^2 + 400} = \boxed{\frac{5p^3 + 2400p + 4000}{p(p+10)(p^2 + 400)}}$$

VD1

Tìm ảnh Laplace của $x(t) = 5 + e^{-10t} - \cos 20t$?

$$x_1(t) \pm x_2(t) \rightarrow X_1(p) \pm X_2(p)$$

$$\rightarrow X(p) = L[5] + L[e^{-10t}] - L[\cos 20t]$$

$$Ax(t) \rightarrow AX(p)$$

$$\rightarrow L[5] = 5L[1]$$

$$L[1] = \frac{1}{p}$$

$$\rightarrow L[5] = \frac{5}{p}$$

$$L[e^{-10t}] = \frac{1}{p+10}$$

$$L[\cos 20t] = \frac{p}{p^2 + 20^2} = \frac{p}{p^2 + 400}$$

$$\rightarrow X(p) = \frac{5}{p} + \frac{1}{p+10} - \frac{p}{p^2 + 400} = \frac{5p^3 + 2400p + 4000}{p(p+10)(p^2 + 400)}$$

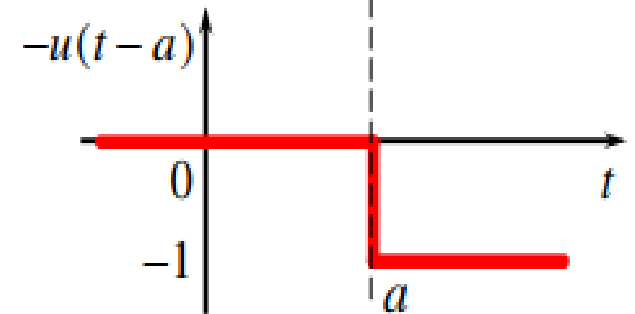
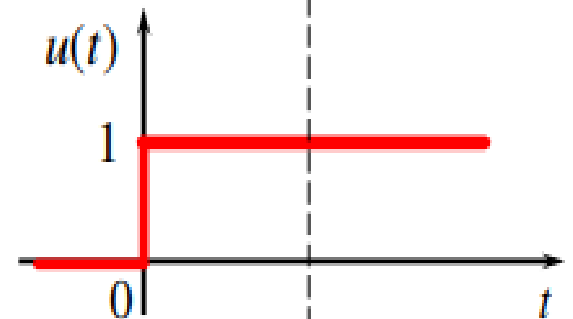
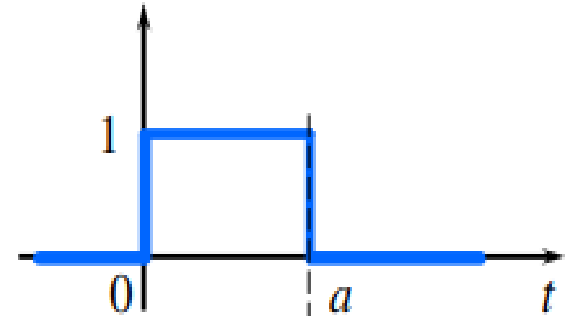
VD2

$$F(p) = L[u(t)] - L[u(t-a)]$$

$$L[u(t)] = \frac{1}{p}$$

$$L[u(t-a)] = \frac{e^{-ap}}{p}$$

$$\rightarrow F(p) = \frac{1}{p} - \frac{e^{-ap}}{p} = \boxed{\frac{1 - e^{-ap}}{p}}$$



3.5.2. Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace

$$L^{-1}[X(p)] = x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(p) e^{pt} dp$$

$$X(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}$$

VD1

$$X(p) = \frac{p+8}{p(p+2)(p+4)^2} = \frac{K_1}{p} + \frac{K_2}{p+2} + \frac{K_3}{(p+4)^2} + \frac{K_4}{p+4}$$

$$\rightarrow x(t) = K_1 + K_2 e^{-2t} + K_3 t e^{-4t} + K_4 e^{-4t}$$

- Tính K_1, K_2, K_3, K_4 ?
- Cách tính phụ thuộc vào kiểu nghiệm của mẫu số:
 - Nghiệm thực phân biệt,
 - Nghiệm thực lặp (kép),
 - Nghiệm phức.

Nghiem đơn

$$X(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{K_1}{p+p_1} + \frac{K_2}{p+p_2} + \dots + \frac{K_i}{p+p_i} + \dots + \frac{K_n}{p+p_n}$$

$$\rightarrow (p+p_i) \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{K_1(p+p_i)}{p+p_1} + \frac{K_2(p+p_i)}{p+p_2} + \dots + \frac{K_i(p+p_i)}{p+p_i} + \dots + \frac{K_n(p+p_i)}{p+p_n}$$

$$\rightarrow (p+p_i) \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{K_1(p+p_i)}{p+p_1} + \frac{K_2(p+p_i)}{p+p_2} + \dots + K_i + \dots + \frac{K_n(p+p_i)}{p+p_n}$$

$$\rightarrow \left[(p+p_i) \frac{N(p)}{D(p)} \right]_{p=-p_i} = \left[\frac{K_1(p+p_i)}{p+p_1} + \frac{K_2(p+p_i)}{p+p_2} + \dots + K_i + \dots + \frac{K_n(p+p_i)}{p+p_n} \right]_{p=-p_i}$$

$$\rightarrow \left[(p+p_i) \frac{N(p)}{D(p)} \right]_{p=-p_i} = 0 + 0 + \dots + K_i + \dots + 0$$

$$\rightarrow K_i = \left[(p+p_i) \frac{N(p)}{D(p)} \right]_{p=-p_i}$$

VD2

$$X(p) = \frac{25p^2 + 300p + 640}{p(p+4)(p+8)} = \frac{K_1}{p} + \frac{K_2}{p+4} + \frac{K_3}{p+8} = \frac{20}{p} + \frac{10}{p+4} - \frac{5}{p+8}$$

$$K_1 = \left. \frac{25p^2 + 300p + 640}{\cancel{p}(p+4)(p+8)} \right|_{p=0} = \frac{25 \cdot 0^2 + 300 \cdot 0 + 640}{(0+4)(0+8)} = 20$$

$$K_2 = \left. \frac{25p^2 + 300p + 640}{p \cancel{(p+4)}(p+8)} \right|_{p=-4} = \frac{25(-4)^2 + 300(-4) + 640}{(-4)(-4+8)} = 10$$

$$K_3 = \left. \frac{25p^2 + 300p + 640}{p(p+4) \cancel{(p+8)}} \right|_{p=-8} = \frac{25(-8)^2 + 300(-8) + 640}{(-8)(-8+4)} = -5$$

$$\rightarrow x(t) = 20 + 10e^{-4t} - 5e^{-8t}$$

VD3

$$\boxed{X(p) = \frac{20p + 120}{2p^2 + 8p + 6}} = \frac{10p + 60}{p^2 + 4p + 3} = \frac{10p + 60}{(p+1)(p+3)} = \frac{K_1}{p+1} + \frac{K_2}{p+3}$$

VD3

$$\boxed{X(p) = \frac{20p+120}{2p^2+8p+6}} = \frac{10p+60}{p^2+4p+3} = \frac{10p+60}{(p+1)(p+3)} = \frac{K_1}{p+1} + \frac{K_2}{p+3}$$

$$K_1 = \left. \frac{10p+60}{\cancel{(p+1)}(p+3)} \right|_{p=-1} = \frac{10(-1)+60}{-1+3} = 25$$

$$K_2 = \left. \frac{10p+60}{(p+1)\cancel{(p+3)}} \right|_{p=-3} = \frac{10(-3)+60}{-3+1} = -15$$

$$\rightarrow \boxed{x(t) = 25e^{-t} - 15e^{-3t}}$$

Nghiệm lặp

$$X(p) = \frac{N_1(p)}{[D_1(p)](p + p_1)^n} = \frac{K_{11}}{(p + p_1)} + \frac{K_{12}}{(p + p_1)^2} + \dots + \frac{K_{1n}}{(p + p_1)^n} + \dots$$

$$\left[(p + p_1)^n X(p) \right] \Big|_{p=-p_1} = K_{1n}$$

$$\left\{ \frac{d}{dp} [(p + p_1)^n X(p)] \right\} \Big|_{p=-p_1} = K_{1n-1}$$

$$\left\{ \frac{d^2}{dp^2} [(p + p_1)^n X(p)] \right\} \Big|_{p=-p_1} = (2!)K_{1n-2}$$

$$K_{1j} = \left\{ \frac{1}{(n-j)!} \frac{d^{n-j}}{dp^{n-j}} [(p + p_1)^n X(p)] \right\} \Big|_{p=-p_1}$$

VD4

$$X(p) = \frac{10p^2 + 34p + 27}{p(p+3)^2} = \frac{K_{11}}{p+3} + \frac{K_{12}}{(p+3)^2} + \frac{K_2}{p} = \frac{7}{p+3} - \frac{5}{(p+3)^2} + \frac{3}{p}$$

$$K_{12} = \left. \frac{10p^2 + 34p + 27}{p \cancel{(p+3)^2}} \right|_{p=-3} = -5$$

$$K_{11} = \left[\frac{d}{dp} \left(\frac{10p^2 + 34p + 27}{p \cancel{(p+3)^2}} \right) \right]_{p=-3} = \frac{p(20p + 34) - (10p^2 + 34p + 27)}{p^2} \Big|_{p=-3} = 7$$

$$K_2 = \left. \frac{10p^2 + 34p + 27}{\cancel{p}(p+3)^2} \right|_{p=0} = 3$$

$$\rightarrow x(t) = 3 + 7e^{-3t} - 5te^{-3t}$$

VD5

$$X(p) = \frac{5(p+3)}{(p+1)(p+2)^2} = \frac{K_{11}}{p+2} + \frac{K_{12}}{(p+2)^2} + \frac{K_2}{p+1}$$

VD5

$$X(p) = \frac{5(p+3)}{(p+1)(p+2)^2} = \frac{K_{11}}{p+2} + \frac{K_{12}}{(p+2)^2} + \frac{K_2}{p+1} = \frac{-10}{p+2} - \frac{5}{(p+2)^2} + \frac{10}{p+1}$$

$$K_{12} = \left. \frac{5(p+3)}{(p+1)\cancel{(p+2)^2}} \right|_{p=-2} = -5$$

$$K_{11} = \left[\frac{d}{dp} \left(\frac{5(p+3)}{(p+1)\cancel{(p+2)^2}} \right) \right]_{p=-2} = \left. \frac{(p+1)5 - (5p+15)}{(p+1)^2} \right|_{p=-2} = -10$$

$$K_2 = \left. \frac{5(p+3)}{\cancel{(p+1)}(p+2)^2} \right|_{p=-1} = 10$$

$$\rightarrow \boxed{x(t) = 10e^{-t} - 10e^{-2t} - 5te^{-2t}}$$

Nghịệm phức

$$X(p) = \frac{N_1(p)}{[D_1(p)](p+\alpha-j\beta)(p+\alpha+j\beta)} = \frac{K_1}{p+\alpha-j\beta} + \frac{K_1^*}{p+\alpha+j\beta} + \dots$$

$$\left[(p+\alpha-j\beta)X(p) \right]_{p=-\alpha+j\beta} = K_1 = |K_1| \angle \theta$$

$$K_1^* = |K_1| \angle -\theta$$

$$\rightarrow X(p) = \frac{|K_1| \angle \theta}{p+\alpha-j\beta} + \frac{|K_1| \angle -\theta}{p+\alpha+j\beta} + \dots = \frac{|K_1| e^{j\theta}}{p+\alpha-j\beta} + \frac{|K_1| e^{-j\theta}}{p+\alpha+j\beta} + \dots$$

$$\rightarrow x(t) = |K_1| e^{j\theta} e^{-(\alpha-j\beta)t} + |K_1| e^{-j\theta} e^{-(\alpha+j\beta)t} + \dots = |K_1| e^{-\alpha t} \left[e^{j(\beta t + \theta)} + e^{-j(\beta t + \theta)} \right] + \dots \left. \vphantom{\frac{|K_1| e^{j\theta}}{p+\alpha-j\beta}} \right\} e^{j\phi} = \cos \phi + j \sin \phi$$

$$\rightarrow x(t) = |K_1| e^{-\alpha t} [\cos(\beta t + \theta) + j \sin(\beta t + \theta) + \cos(-\beta t - \theta) + j \sin(-\beta t - \theta)] + \dots$$

$$= \boxed{2|K_1| e^{-\alpha t} \cos(\beta t + \theta) + \dots}$$

VD6

$$X(p) = \frac{4p^2 + 76p}{(p+2)(p^2 + 6p + 25)}$$

VD6

$$X(p) = \frac{4p^2 + 76p}{(p+2)(p^2 + 6p + 25)} = \frac{K_1}{p+3-j4} + \frac{K_2}{p+3+j4} + \frac{K_3}{p+2}$$

$$= \frac{10 \angle -53,1^\circ}{p+3-j4} + \frac{10 \angle 53,1^\circ}{p+3+j4} - \frac{8}{p+2}$$

$$K_1 = \frac{4p^2 + 76p}{(p+2)\cancel{(p+3-j4)}(p+3+j4)} \bigg|_{p=-3+j4} = 10 \angle -53,1^\circ$$

$$K_3 = \frac{4p^2 + 76p}{\cancel{(p+2)}(p^2 + 6p + 25)} \bigg|_{p=-2} = -8$$

$$\rightarrow x(t) = 2 \cdot 10 e^{-3t} \cos(4t - 53,1^\circ) - 8e^{-2t} = 20e^{-3t} \cos(4t - 53,1^\circ) - 8e^{-2t}$$

VD7

$$\begin{aligned}
 X(p) = \frac{5(p+2)}{p(p^2+4p+5)} &= \frac{K_1}{p+2-j} + \frac{K_2}{p+2+j} + \frac{K_3}{p} \\
 &= \frac{1,12/-153,4^\circ}{p+2-j} + \frac{1,12/153,4^\circ}{p+2+j} + \frac{2}{p}
 \end{aligned}$$

$$K_1 = \left. \frac{5(p+2)}{p \cancel{(p+2-j)} (p+2+j)} \right|_{p=-2+j} = 1,12/-153,4^\circ$$

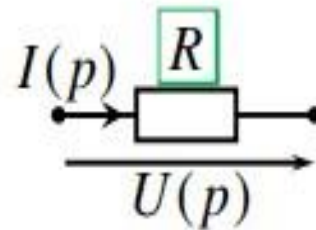
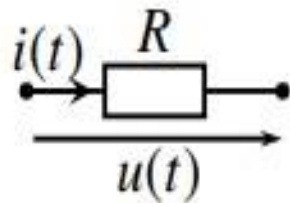
$$K_3 = \left. \frac{5(p+2)}{\cancel{p} (p^2+4p+5)} \right|_{p=0} = 2$$

$$\rightarrow x(t) = 2 \cdot 1,12 e^{-2t} \cos(t - 153,4^\circ) + 2 = \boxed{2 + 2,24 e^{-2t} \cos(t - 153,4^\circ)}$$

3.5.3. Phương pháp toán tử: Sơ đồ toán tử

Miền thời gian

Miền toán tử



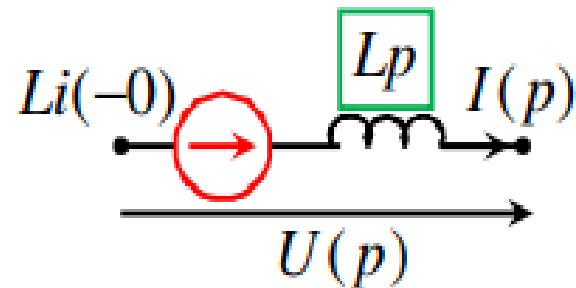
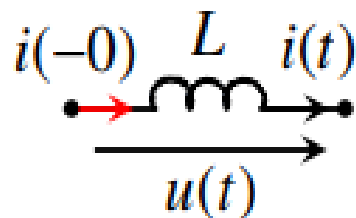
$$\left. \begin{array}{l} u(t) = Ri(t) \\ Ax(t) \rightarrow AX(p) \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow U(p) = RI(p)$$

Sơ đồ toán tử

Miền thời gian

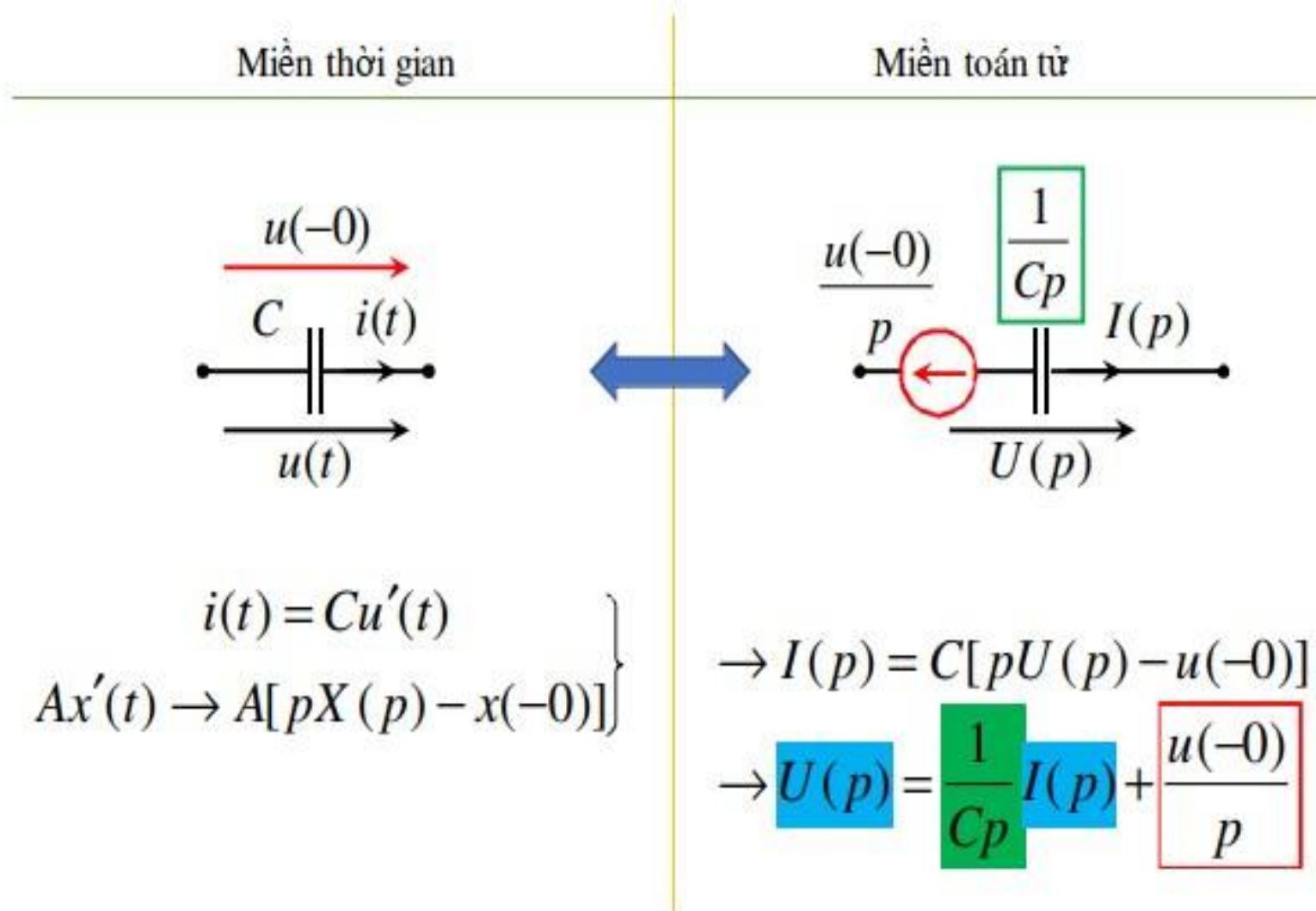
Miền toán tử

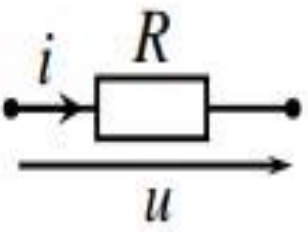
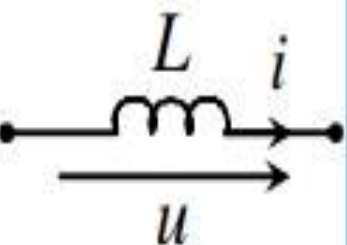
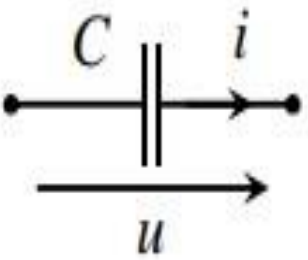


$$\left. \begin{array}{l} u(t) = Li'(t) \\ Ax'(t) \rightarrow A[pX(p) - x(-0)] \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow U(p) &= L[pI(p) - i(-0)] \\ &= LpI(p) - Li(-0) \end{aligned}$$

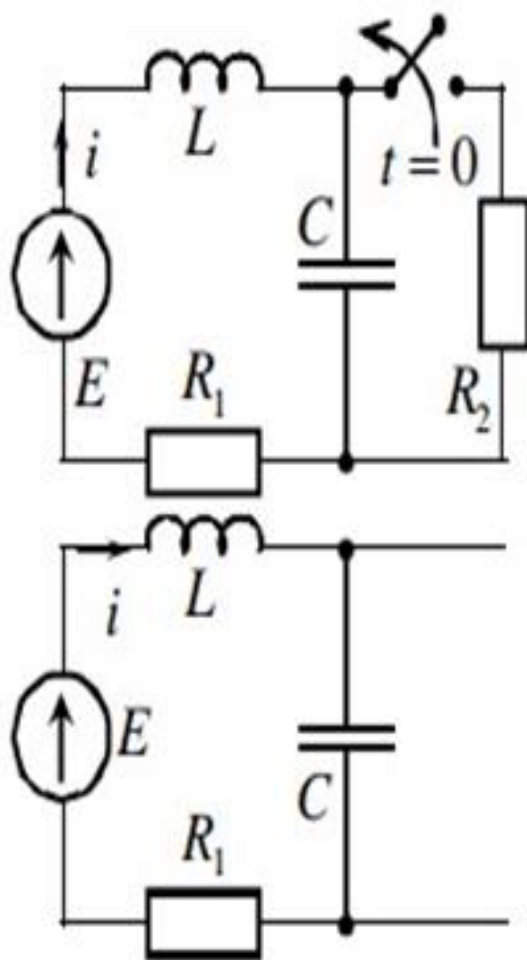
Sơ đồ toán tử



	Tổng quát	Một chiều	Xoay chiều	Quá độ
	$u = Ri$	$u = Ri$	$\dot{U} = R\dot{I}$	$U(p) = RI(p)$
	$u = Li'$	$u = 0$	$\dot{U} = j\omega L\dot{I}$	$U(p) = LpI(p) - Li(-0)$
	$i = Cu'$	$i = 0$	$\dot{U} = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}$	$U(p) = \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u(-0)}{p}$

VD1

$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 20 \text{ } \Omega$; $R_2 = 45 \text{ } \Omega$; $L = 20 \text{ mH}$;
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?



VD1

$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 20 \text{ } \Omega$; $R_2 = 45 \text{ } \Omega$; $L = 20 \text{ mH}$;
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(-0) = 0,18 \text{ A}; u_C(-0) = 8,31 \text{ V}$$

Chế độ mới:

$$R_1 i + Li' + u_C = E \Leftrightarrow L[R_1 i + Li' + u_C] = L[E]$$

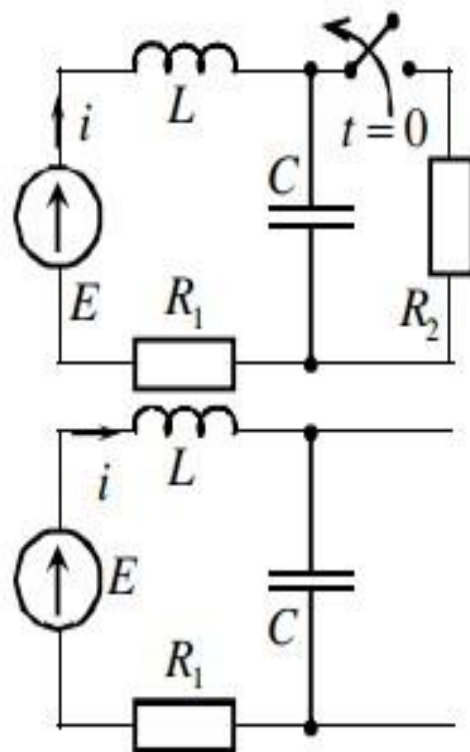
$$\rightarrow L[R_1 i] + L[Li'] + L[u_C] = L[E]$$

$$i \Leftrightarrow I(p)$$

$$R_1 i \Leftrightarrow R_1 I(p)$$

$$x'(t) \Leftrightarrow pX(p) - x(-0) \rightarrow i' \Leftrightarrow pI(p) - i_L(-0) \rightarrow Li' \Leftrightarrow L[pI(p) - i_L(-0)]$$

$$i = Cu'_C \Leftrightarrow I(p) = C[pU_C(p) - u_C(-0)] \rightarrow U_C(p) = \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p}$$



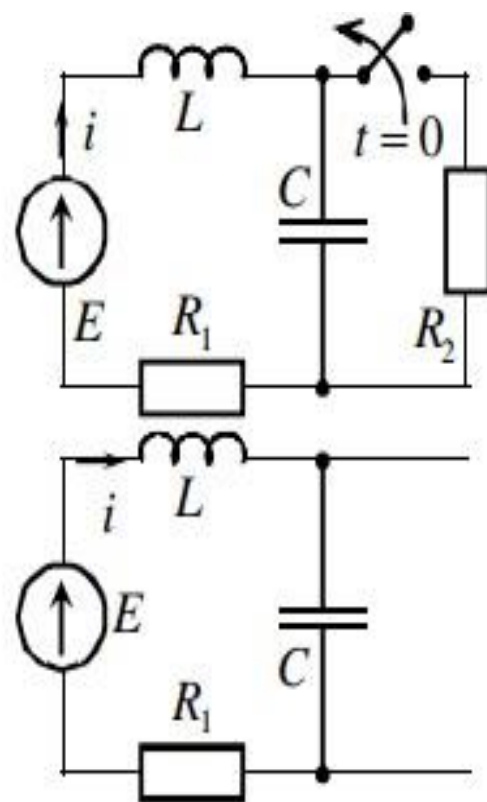
VD1

$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 20 \text{ } \Omega$; $R_2 = 45 \text{ } \Omega$; $L = 20 \text{ mH}$;
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(-0) = 0,18 \text{ A}; u_C(-0) = 8,31 \text{ V}$$

$$\left. \begin{aligned} R_1 i + L i' + u_C &= E \\ E &\leftrightarrow \frac{E}{p} \\ R_1 i &\leftrightarrow R_1 I(p) \\ L i' &\leftrightarrow L[pI(p) - i_L(-0)] \\ u_C &\leftrightarrow \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow R_1 I(p) + LpI(p) - Li_L(-0) + \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{E}{p}$$



$$\text{KD/ KA : } x_1(t) + x_2(t) + \dots + x_n(t) = 0$$



$$\text{KD/ KA : } X_1(p) + X_2(p) + \dots + X_n(p) = 0$$

Mạch điện

$u(t), i(t), \dots$

Biến đổi thuật Laplace

Biến đổi ngược Laplace

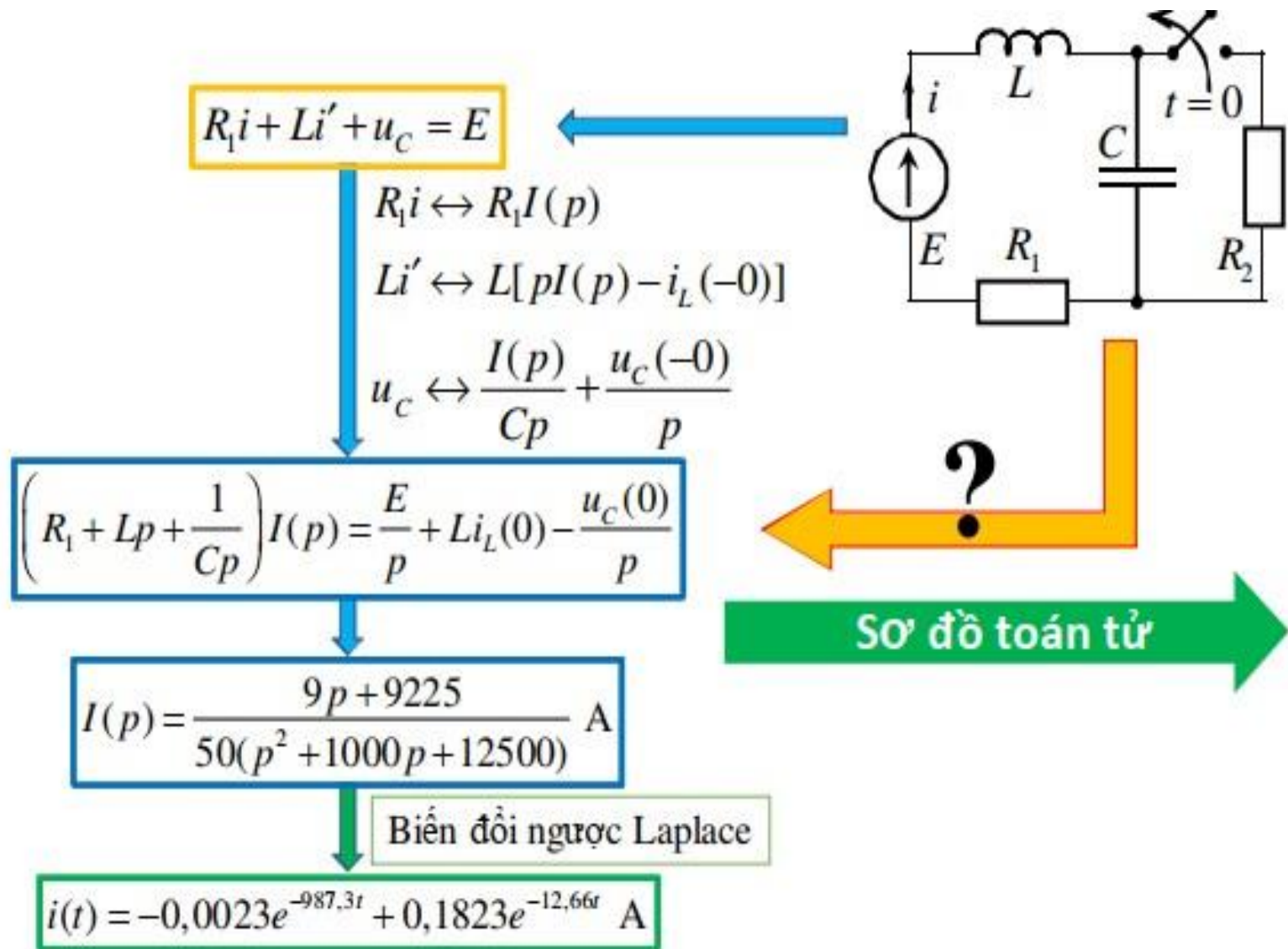
Các phương pháp phân tích
mạch một chiều (KD, KA, thế
nút, dòng vòng, biến đổi tương
đương, xếp chồng, mạng một
cửa, mạng hai cửa, ...)

Sơ đồ toán tử

$U(p), I(p), \dots$



Sơ đồ toán tử



Sơ đồ toán tử

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \text{ } \Omega; R_2 = 45 \text{ } \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(-0) = 0,18 \text{ A}; u_C(-0) = 8,31 \text{ V}$$

$$R_1 i + Li' + u_C = E$$

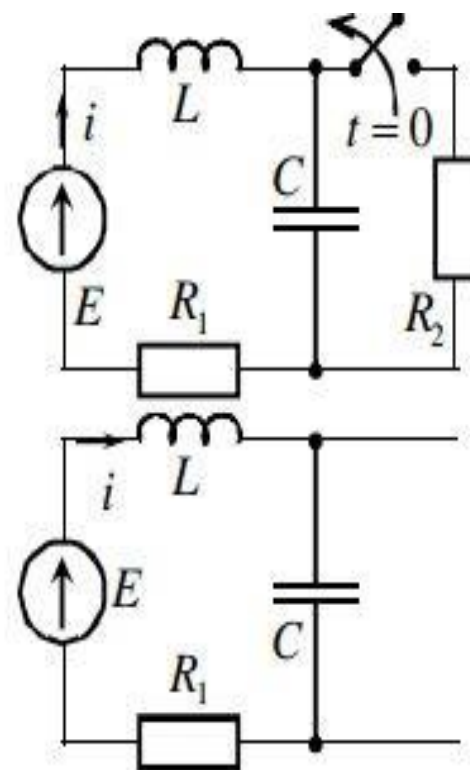


$$R_1 I(p) + LpI(p) - Li_L(-0) + \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{E}{p}$$

$$\rightarrow \left(R_1 + Lp + \frac{1}{Cp} \right) I(p) = \frac{E}{p} + Li_L(-0) - \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$\rightarrow \left(20 + 20 \cdot 10^{-3} p + \frac{1}{4 \cdot 10^{-3} p} \right) I(p) = \frac{12}{p} + 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,18 - \frac{8,31}{p}$$

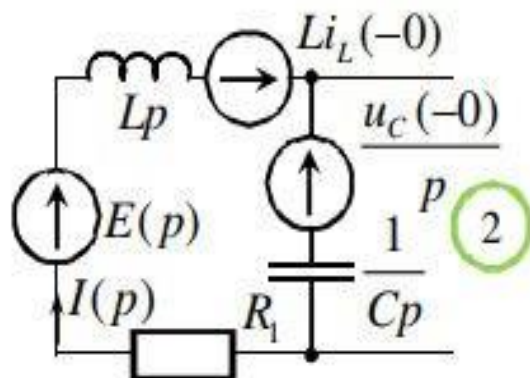
$$\rightarrow I(p) = \frac{9p + 9225}{50(p^2 + 1000p + 12500)} \text{ A} \rightarrow \boxed{i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}}$$



VD1

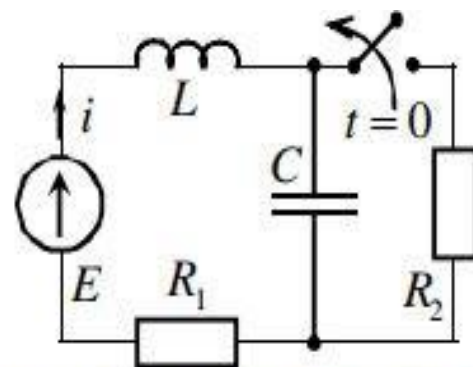
$E = 12 \text{ VDC}$; $R_1 = 20 \text{ } \Omega$; $R_2 = 45 \text{ } \Omega$; $L = 20 \text{ mH}$;
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(-0) = 0,18 \text{ A}; u_C(-0) = 8,31 \text{ V} \quad (1)$$



$$I(p) = \frac{\frac{E}{p} + Li_L(-0) - \frac{u_C(-0)}{p}}{R_1 + Lp + \frac{1}{Cp}} = \frac{0,18p + 184,50}{p^2 + 1000p + 12500} \text{ A} \quad (3)$$

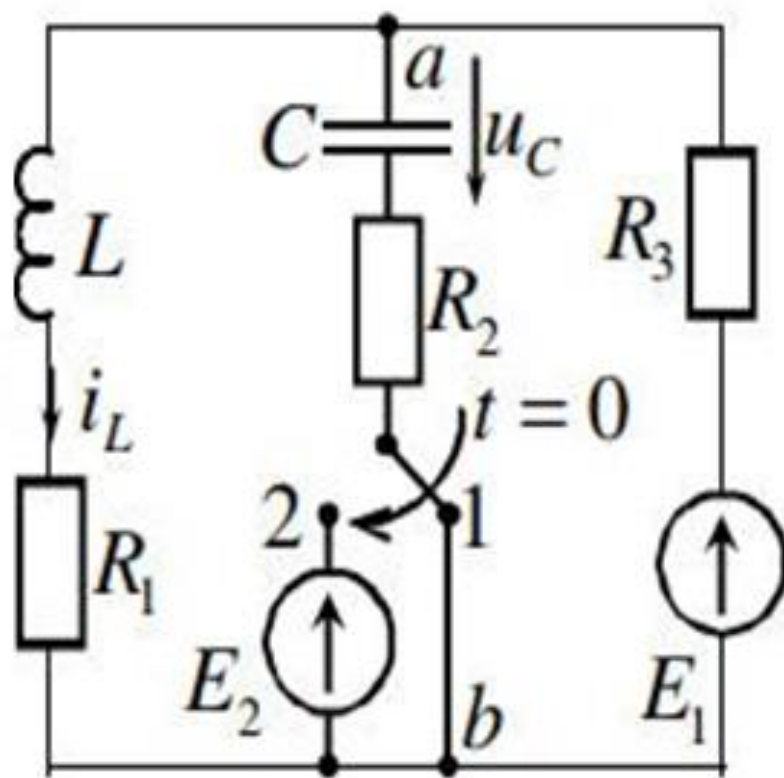
$$\rightarrow i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A} \quad (4)$$



1. Tính $i_L(-0)$ & $u_C(-0)$ khi khóa ở vị trí **cũ**,
2. Toán tử hoá sơ đồ mạch điện khi khóa ở vị trí **mới** (sơ đồ toán tử),
3. Giải sơ đồ toán tử (bằng một trong số các phương pháp giải mạch một chiều) để tìm thông số $X(p)$,
4. Tìm gốc thời gian $x(t)$ từ ảnh $X(p)$.

VD2

$E_1 = 120 \text{ V}$; $E_2 = 40 \text{ V}$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$;
 $L = 1 \text{ H}$; $C = 1 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?



VD2

$E_1 = 120 \text{ V}$; $E_2 = 40 \text{ V}$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$;
 $L = 1 \text{ H}$; $C = 1 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$$

Cách 1

$$a: I_1(p) + I_2(p) - I_3(p) = 0$$

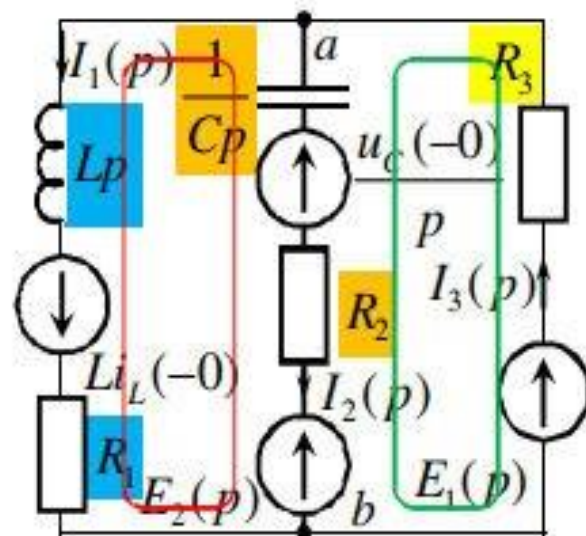
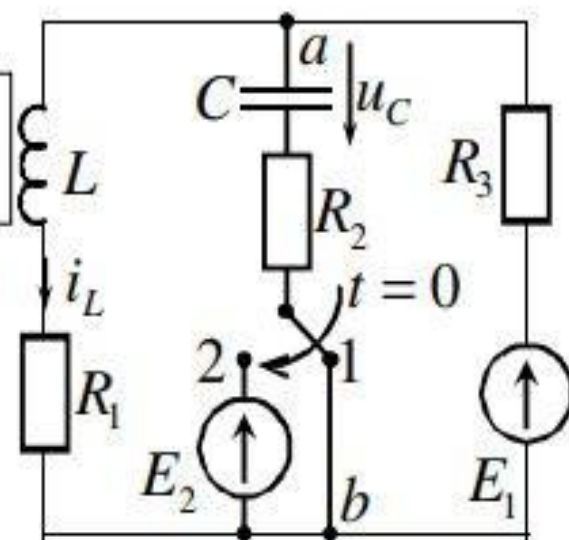
$$(R_1 + Lp)I_1(p) - \left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right)I_2(p) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_C(-0)}{p} + Li_L(-0)$$

$$\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right)I_2(p) + R_3I_3(p) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_C(-0)}{p} - \frac{E_2}{p}$$

$$\rightarrow I_2(p) = -\frac{4(p+40)}{5(p^2+42p+800)} \text{ A}$$

$$\rightarrow U_C(p) = \frac{I_2(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{10(3p^2+46p-800)}{s(p^2+42p+800)} \text{ V}$$

$$\rightarrow u_C(t) = -10 + e^{-21t} (40,00 \cos 18,95t + 2,11 \sin 18,95t) \text{ V}$$



VD2

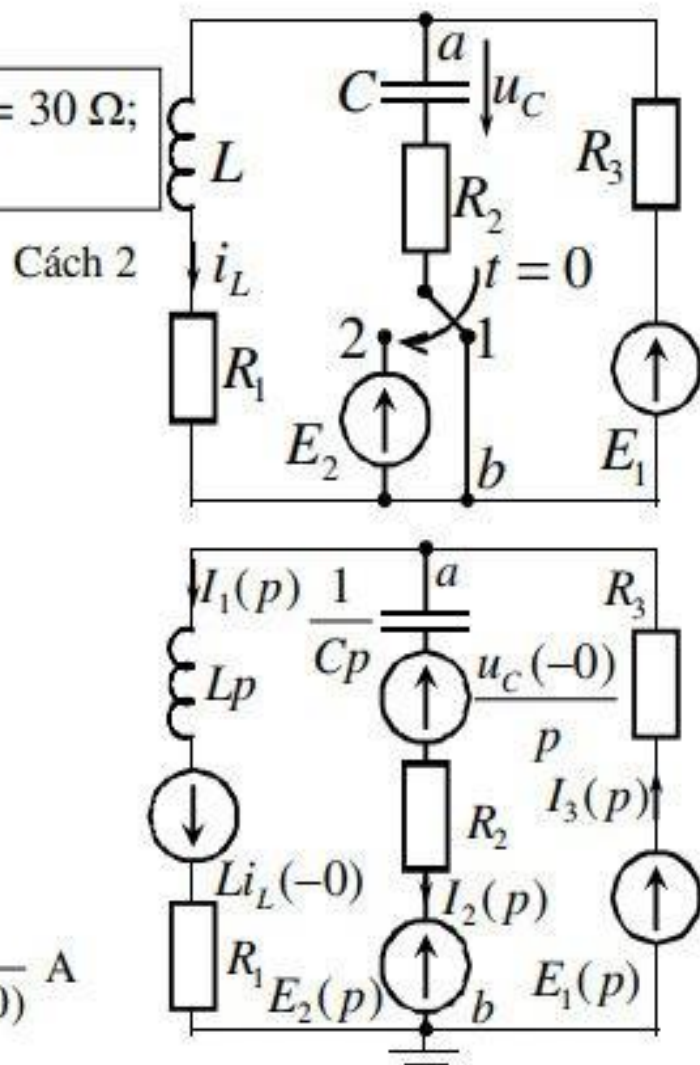
$E_1 = 120 \text{ V}$; $E_2 = 40 \text{ V}$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$;
 $L = 1 \text{ H}$; $C = 1 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$$

$$\varphi_a(p) = \frac{\frac{-Li_L(-0)}{R_1 + Lp} + \frac{\frac{E_2}{p} + \frac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + \frac{1}{Cp}} + \frac{E_1}{p}}{\frac{1}{R_1 + Lp} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{Cp}} + \frac{1}{R_3}}$$

$$= \frac{54p^2 + 1500p + 24000}{p(p^2 + 42p + 800)} \text{ V}$$

$$\rightarrow I_2(p) = \frac{\varphi_a(p) - \frac{E_2}{p} - \frac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + 1/(Cp)} = -\frac{4(p + 40)}{5(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$



VD2

$E_1 = 120 \text{ V}$; $E_2 = 40 \text{ V}$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$;
 $L = 1 \text{ H}$; $C = 1 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$$

$$\left(R_1 + Lp + R_2 + \frac{1}{Cp} \right) I_d(p) - \left(R_2 + \frac{1}{Cp} \right) I_x(p) =$$

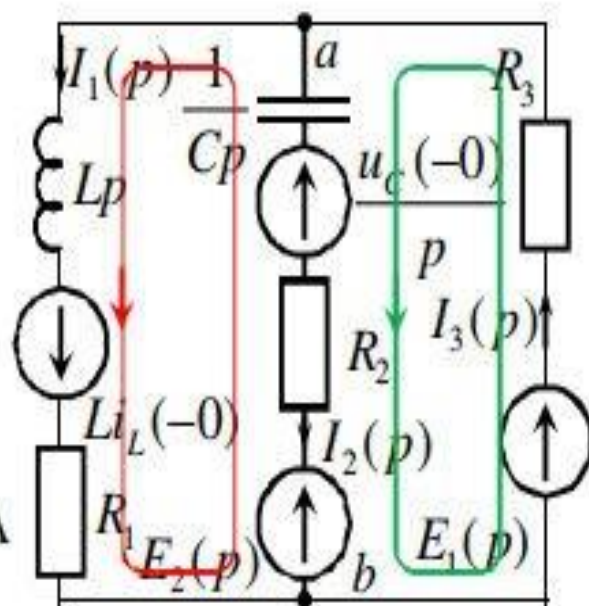
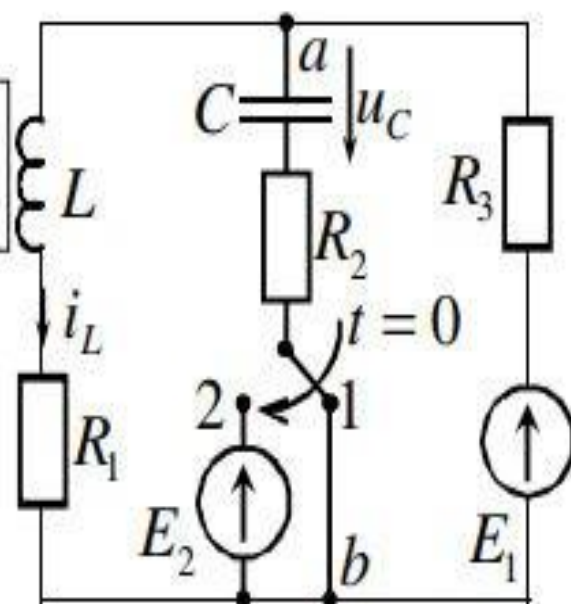
$$= Li_L(-0) + \frac{E_2}{p} + \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$- \left(R_2 + \frac{1}{Cp} \right) I_d(p) + \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{Cp} \right) I_x(p) =$$

$$= \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$\rightarrow I_d(p) = \frac{3(p^2 + 50p + 800)}{p(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}; I_x(p) = \frac{11p^2 + 590p + 12000}{5p(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$

Cách 3

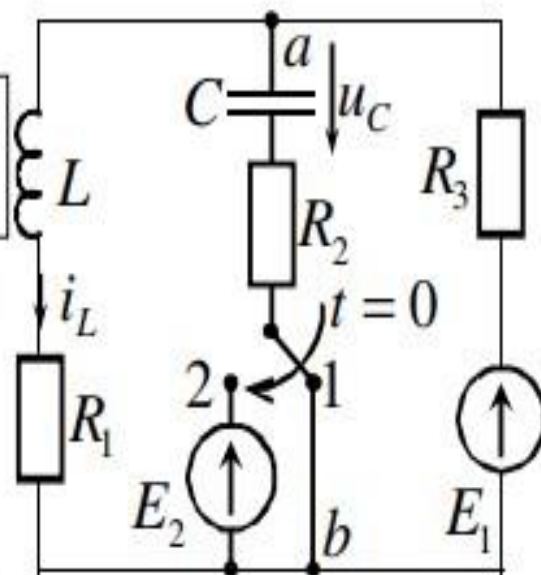


VD2

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

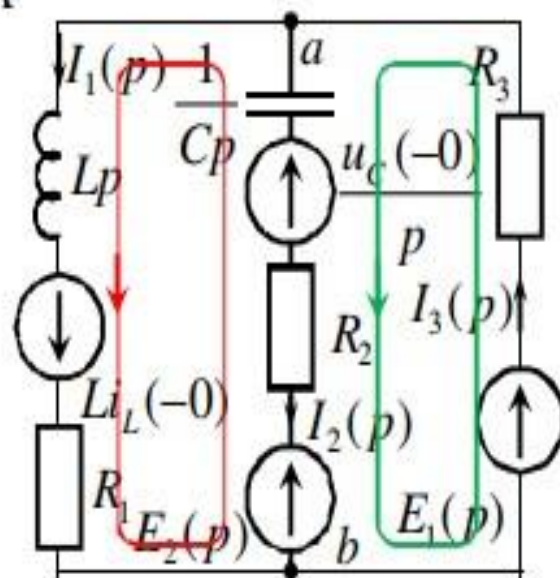
$$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$$

Cách 3



$$I_d(p) = \frac{3(p^2 + 50p + 800)}{p(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}; I_x(p) = \frac{11p^2 + 590p + 12000}{5p(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$

$$\rightarrow I_2(p) = I_x(p) - I_d(p) = -\frac{4(p + 40)}{5(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$



VD2

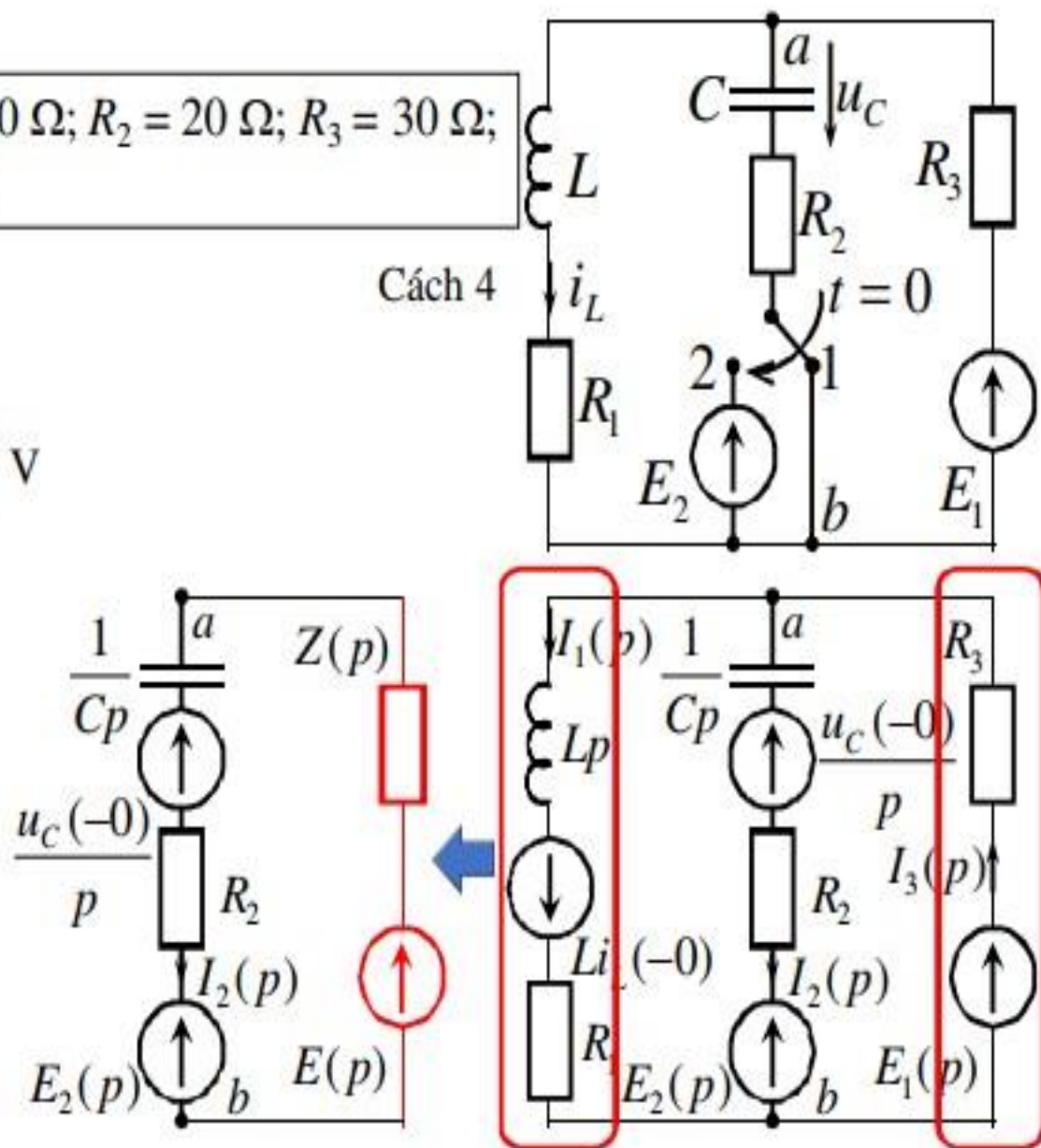
$E_1 = 120 \text{ V}$; $E_2 = 40 \text{ V}$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$;
 $L = 1 \text{ H}$; $C = 1 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$$

$$E(p) = \frac{\frac{-Li_L(-0)}{R_1 + Lp} + \frac{E_1/p}{R_3}}{\frac{1}{R_1 + Lp} + \frac{1}{R_3}} = \frac{30}{p} \text{ V}$$

$$Z(p) = \frac{(R_1 + Lp)R_3}{R_1 + Lp + R_3} = \frac{30p + 300}{p + 40} \Omega$$

Cách 4



VD2

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

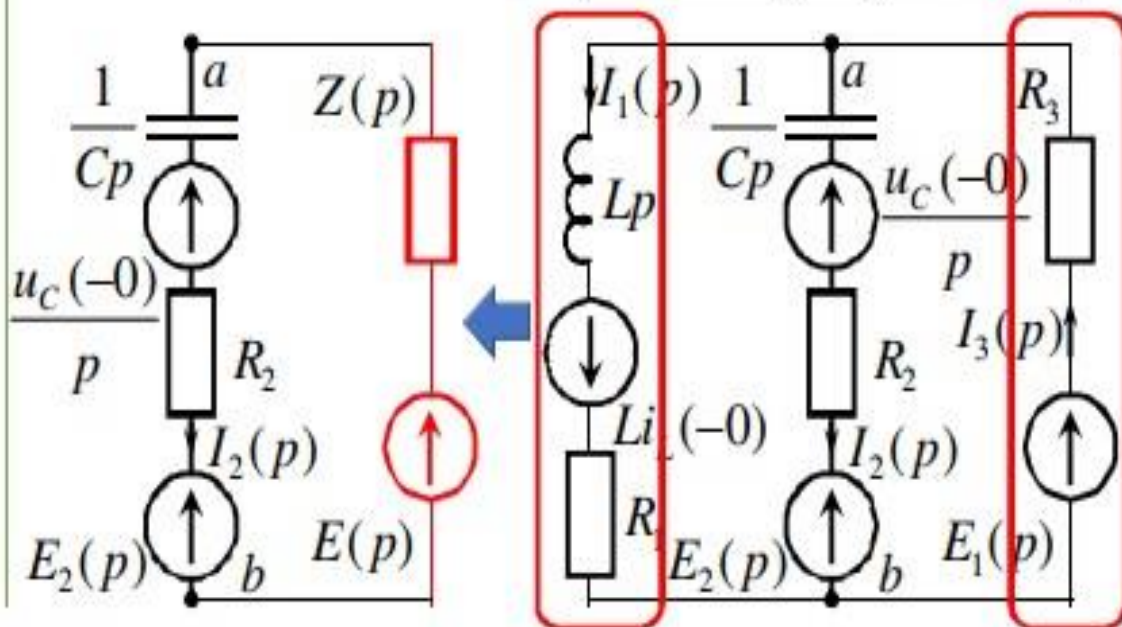
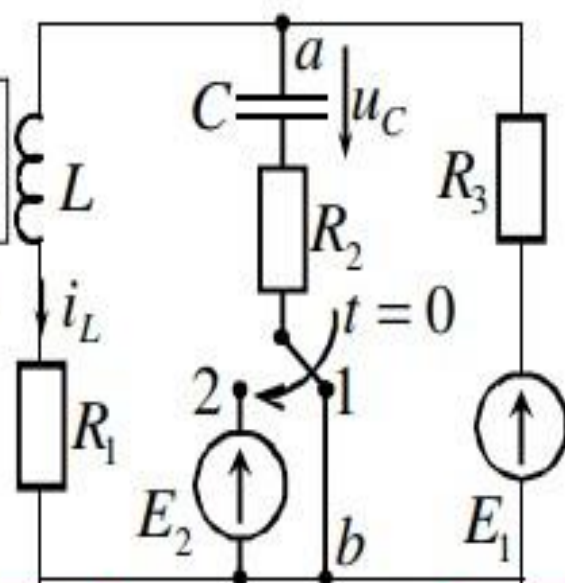
$$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$$

$$E(p) = \frac{30}{p} \text{ V}; Z(p) = \frac{30p + 300}{p + 40} \Omega$$

$$I_2(p) = \frac{E(p) - E_2(p) - \frac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + Z(p) + \frac{1}{Cp}}$$

$$= -\frac{4(p + 40)}{5(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$

Cách 4



Giải một số bài toán quá độ bằng máy tính

Sử dụng các phần mềm:

☐ **MATLAB**

☐ **TINA**

☐ **PROTEUS**