

Figura 1.3. Ejemplo de circuito integrado con puertas AND, OR y NOT.

1.3. SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Los sistemas de numeración representan valores numéricos. Son el conjunto de reglas, convenios y símbolos (dígitos) que permiten expresar números. Existen sistemas de numeración posicionales y no posicionales. En los primeros la ubicación de la cifra en el número es importante, ejemplo de estos sistemas es el sistema de numeración decimal; los no posicionales son aquellos en los que independientemente de dónde estén colocadas las cifras tienen el mismo valor, ejemplo de estos es el sistema de numeración romana.

Sistema decimal: En el número 1210 los dos dígitos 1 no tienen el mismo valor. Si descomponemos el número observaremos que este se obtiene de 1000 + 200 + 10 + 0, de modo que el primer 1 indica 1000 y el segundo 10.

Sistema romano: En el número MMCMLIV que representa el valor decimal 2954, todos los dígitos M representan la misma cantidad, 1000, no importa el lugar donde se ubique.

En los sistemas de numeración posicionales un número X, según el teorema fundamental de la numeración, viene representado por una cadena de dígitos $X\equiv(\dots x_3 \ x_2 \ x_1 \ x_0 \ x_{-1} \ x_{-2} \ x_{-3}\dots)$ seleccionados del conjunto $D\equiv(d_{p-1},d_{p-2},\dots,d_1,d_0)$

El valor V(x) del número X, en base b, es:

$$V(x) = \sum_{i=0}^{\infty} b^i x_i$$

Básicamente, la base indica el número de dígitos que utiliza el sistema de numeración para representar un valor, en el caso del sistema de numeración decimal, la base es 10, ya que utiliza los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 para crear cualquier número.

La x indica los dígitos que se utilizan para representar el número.

Cuando queremos indicar que un número se encuentra en una base concreta lo hacemos así:

 123_{10}

 1100110_{2}

NOTA: El teorema fundamental de la numeración va a permitir obtener el valor decimal de cualquier número, lo utilizaremos en los próximos apartados para la conversión de números representados en sistemas de numeración binario, octal o hexadecimal a decimal.

En este apartado estudiaremos los sistemas de numeración:

- Decimal
- Binario
- Octal
- Hexadecimal

1.3.1. SISTEMA DECIMAL O SISTEMA DE NUMERACIÓN EN BASE 10

El sistema de numeración decimal está compuesto por 10 símbolos, estos son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Es el sistema de numeración usado por el hombre.

Ejemplo:

145610

Es un número decimal que esta formador por cuatro dígitos. Cada uno de estos están colocados en una posición concreta, de derecha a izquierda los valores o pesos de estas posiciones son 0, 1, 2 y 3.

Podemos descomponer el número 1456 de utilizando el teorema fundamental de la numeración:

$$V(x) = \sum_{i=0}^{3} 10^{i} x_{i} = 6 * 10^{0} + 5 * 10^{1} + 4 * 10^{2} + 1 * 10^{3} = 1456_{10}$$

1.3.2. SISTEMA BINARIO O SISTEMA DE NUMERACIÓN EN BASE 2

El sistema binario es un sistema de numeración que tan solo utiliza dos dígitos 0 y 1. Así, el número 1100110 estaría definido en el sistema binario, mientras que 1102 no, ya que el 2 no es un dígito válido.

El sistema binario o en base 2 es el sistema de numeración que usa el PC.

Al igual que en los números decimales, cada dígito en un número binario tiene un peso que se incrementa según vamos desplazándonos por el número de derecha a izquierda.

A cada dígito en el sistema de numeración binario se le denomina BIT (Binary Digit). Estos bits se agrupan cada 8, 16, 32 formando las denominadas palabras. A 8 bits se le denomina BYTE.

Ejemplo

 1001_{2}

El valor decimal de este número binario sería:

$$V(x) = \sum_{i=0}^{3} 2^{i} x_{i} = 1 * 2^{0} + 0 * 2^{1} + 0 * 2^{2} + 1 * 2^{3} = 1 + 0 + 0 + 8 = 9_{10}$$

1.3.3. SISTEMA OCTAL O SISTEMA DE NUMERACIÓN EN BASE 8

Es un sistema de numeración de base 8. Los dígitos que utiliza para representar la información son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

Un ejemplo de número octal sería 5768.

El valor decimal de este número será:

$$V(x) = \sum_{i=0}^{2} 8^{i} x_{i} = 6 * 8^{0} + 7 * 8^{1} + 5 * 8^{2} = 6 + 56 + 320 = 382_{10}$$

1.3.4. SISTEMA HEXADECIMAL O SISTEMA DE NUMERACIÓN EN BASE 16

Es un sistema de numeración con base 16. Los dígitos que utiliza para representar un número son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E y F.

Ejemplo de un número en base 16 es 12F.

El valor decimal de este número será:

$$V(x) = \sum_{i=0}^{2} 16^{i} x_{i} = F(15) * 16^{0} + 2 * 16^{1} + 1 * 16^{2} = 15 + 32 + 256 = 303_{10}$$

NOTA: Para la conversión a decimal se toma que las letras tienen los valores; A=10, B=11, C=12, D=13, E=14 y F=15.

1.3.5. OTROS SISTEMAS BINARIOS DE NUMERACIÓN

El sistema binario que hemos estudiado se denomina SISTEMA BINARIO NATURAL, existen otros sistemas binarios, que utilizan los dígitos 0 y 1 para representar sus valores pero no lo hacen como el sistema binario natural.

Ejemplos de estos sistemas son:

Código BCD (decimal codificado en binario): Como su nombre indica se utiliza para expresar un número decimal en binario. Cada dígito decimal es expresado por su valor binario, utilizando este 4 dígitos para representarse.

El número 1254 en BCD se obtendría:

	12	54	
1	2	5	4
0001	0010	0101	0100
	0001 0010	0101 0100	

- Código AIKEN: Similar al BCD pero los pesos del número binario están cambiados. En un número binario de 4 dígitos los pesos son 3, 2, 1 y 0 mientras que en un código AIKEN los pesos son 2, 4, 2 y 1.
- Código GRAY: Código utilizado en corrección de errores.

1.3.6. CONVERSIÓN DE NÚMEROS DECIMALES A NÚMEROS BINARIOS, OCTALES Y HEXADECIMALES.

Para convertir un valor decimal a cualquiera de las bases estudiadas se deben realizar divisiones enteras sucesivas del número decimal entre la base a convertir (b). Los dígitos que forman el número en base b serán el resultado de la última división seguido de los restos consecutivos obtenidos en las demás divisiones, por este orden se encuentran los dígitos de mayor importancia a menos. Si el número decimal tuviera parte decimal, la operación para realizar la conversión sería la multiplicación. Veamos un ejemplo que aclare este párrafo.

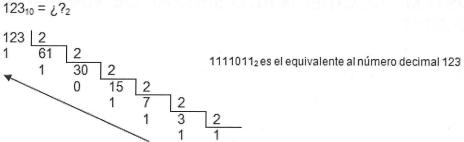


Figura 1.4. Ejemplo de conversión de un número decimal a binario

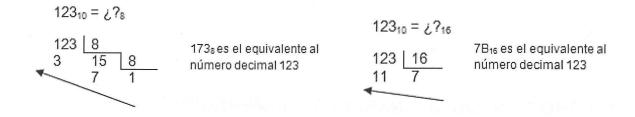


Figura 1.5. Ejemplos de conversión de números decimales a octal y hexadecimal

Si el número decimal a convertir tiene parte fraccionaria, se procede a tratar la parte entera como hemos visto hasta ahora y la parte decimal de la siguiente forma:

$$123,3125_{10} = \cite{1}{2}$$

$$123_{10} = 1111011_2$$

$$0,3125*2= 0, 625$$

$$0,625*2= 1, 25$$

$$0,25*2= 0, 5$$

$$0,5*2= 1, 0$$

La operación finaliza cuando no queda parte fraccionaria por la que seguir multiplicando $123,3125_{10} = 1111011,0101_2$

NOTA: Convertir la parte fraccionaria de un número decimal a binario puede resultar en ocasiones algo tedioso, incluso podemos encontrar casos de periodicidad, aparecen los mismos resultados una y otra vez. Cuando se den estas situaciones, se finaliza la conversión bien cuando encontremos en primer resultado repetido o bien cuando creamos haber obtenido el número de dígitos suficiente.

1.3.7. CONVERSIÓN DE BINARIO A OCTAL Y HEXADECIMAL

Podemos convertir un número binario a octal o hexadecimal agrupando 3 o 4 bits respectivamente. Veamos un ejemplo para entender el procedimiento.

0100112 a octal

- 1. El número binario se separa en grupos de tres bits.
 - $010011_2 = 010 \mid 011$
- 2. A continuación, cada binario de tres dígitos se convierte a decimal¹.
 - **1** 010 = 2
 - **■** 011 = 3
- 3. Una vez se convierte cada grupo, se unen los valores obtenidos consiguiendo así el valor octal.
 - **23**₈

11110011₂ a hexadecimal

- 1. El número binario se separa en grupos de cuatro bits.
 - 111110011₂ = 1111 | 0011
- 2. A continuación, cada binario de cuatro dígitos se convierte a decimal.
 - **1111 = 15**
 - 0011 = 3
- 3. Una vez se convierte cada grupo, se unen los valores obtenidos consiguiendo así el valor hexadecimal. Los números entre 10 y 15, ambos inclusive, se sustituirán por las letras que le correspondan, 10 = A, 11 = B, etc.
 - F3₁₆

Actividad 1.3

Realiza las siguientes conversiones:

- Pasar al sistema decimal el número 1011112
- Pasar a binario el número 27610
- Pasar a binario el número 3CB16
- Pasa a hexadecimal el número 38110

¹ Al tomar grupos de 3 bits el valor decimal mayor que obtendremos será el 7.