

Gesamtmodell: Ventil – Zylinder – Plattform (2-DOF)

1 4/3-Proportionalventil: relative Öffnungen und Portflüsse

1.1 Signale und Kanten

Normiertes Steuersignal:

$$x \in [-1, 1]$$

Relative Öffnungen (jeweils $[0, 1]$):

$$SA : P \rightarrow A, \quad SB : P \rightarrow B, \quad TA : A \rightarrow T, \quad TB : B \rightarrow T.$$

Drücke:

$$p_S, p_T, p_A, p_B$$

Netto-Volumenströme in die Kammern:

$$q_A, q_B$$

1.2 Relative Öffnungen

Zuordnung:

$$u > 0 : (P \rightarrow B) \& (A \rightarrow T), \quad u < 0 : (P \rightarrow A) \& (B \rightarrow T)$$

1.3 Orifice-Gleichung

$$\begin{aligned} A &= A_{\max} a_{\text{rel}}, \quad \Delta p = p_{\text{up}} - p_{\text{dn}} \\ q &= C_d A \text{sign}(\Delta p) \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{|\Delta p|}. \end{aligned}$$

1.4 Kantenströme und Netto-Volumenströme

$$q_{SA} = \text{orf}(p_S, p_A, SA), \quad (P \rightarrow A) \tag{1}$$

$$q_{TA} = \text{orf}(p_A, p_T, TA), \quad (A \rightarrow T) \tag{2}$$

$$q_{SB} = \text{orf}(p_S, p_B, SB), \quad (P \rightarrow B) \tag{3}$$

$$q_{TB} = \text{orf}(p_B, p_T, TB), \quad (B \rightarrow T) \tag{4}$$

$$q_A = q_{SA} - q_{TA}, \quad q_B = q_{SB} - q_{TB}.$$

2 Hydraulikzylinder: Druckdynamik und Zylinder-Kraft

2.1 Geometrie und Volumen

$$A_A = \frac{\pi D^2}{4}, \quad A_B = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}$$

$$V_A = \max(V_{\min}, V_{A0} + A_A (L - z)), \quad V_B = \max(V_{\min}, V_{B0} + A_B z)$$

mit $v = \dot{z}$:

$$\dot{V}_A = -A_A v, \quad \dot{V}_B = A_B v$$

2.2 Leckage

$$q_{\text{Leak}} = C_L (p_A - p_B)$$

2.3 Druckdynamik

$$\dot{p}_A = \frac{b_e}{V_A} (q_A - \dot{V}_A - q_{\text{Leak}}), \quad \dot{p}_B = \frac{b_e}{V_B} (q_B - \dot{V}_B + q_{\text{Leak}})$$

äquivalent:

$$\dot{p}_A = \frac{b_e}{V_A} (q_A + A_A v - q_{\text{Leak}}), \quad \dot{p}_B = \frac{b_e}{V_B} (q_B - A_B v + q_{\text{Leak}})$$

2.4 Kraft

Hydraulische Kraft:

$$F_{\text{hyd}} = A_B p_B - A_A p_A$$

Reibung:

$$F_{\text{fric}} = B_v v + F_c \tanh\left(\frac{v}{v_s}\right)$$

Resultierende Zylinderkraft:

$$F_{\text{cyl}} = F_{\text{hyd}} - F_{\text{fric}}$$

3 Plattformmodell (2-DOF): Heave z_p und Roll ϕ

3.1 Kräfte

Die Plattform wird links und rechts durch die Zylinder-/Radkräfte belastet:

$$F_L, \quad F_R$$

Plattform-Teilmasse m_s und Spurweite l .

3.2 Dynamik

$$\begin{aligned} \ddot{z}_p &= \frac{F_L + F_R - m_s g}{m_s} \\ \ddot{\phi} &= \frac{\left(\frac{l}{2}\right) F_L - \left(\frac{l}{2}\right) F_R}{J_\phi} = \frac{\frac{l}{2}(F_L - F_R)}{J_\phi} \\ J_\phi &= \frac{m_s l^2}{12} \end{aligned}$$

4 Kinematische Beziehungen links/rechts

Für kleine Winkel gilt für die linken/rechten Höhen:

$$z_L(t) = z_p(t) + \frac{l}{2} \phi(t), \quad z_R(t) = z_p(t) - \frac{l}{2} \phi(t).$$

und für die Geschwindigkeiten:

$$v_L(t) = \dot{z}_L(t) = \dot{z}_p(t) + \frac{l}{2} \dot{\phi}(t), \quad v_R(t) = \dot{z}_R(t) = \dot{z}_p(t) - \frac{l}{2} \dot{\phi}(t).$$

5 Regelungskonzept

5.1 Kaskadenregelung (allgemein)

Hydraulische Aktuatoren (Ventil–Zylinder) sind stark nichtlinear (Totzone, Sättigung, Druck-/Volumendynamik). Daher wird eine Kaskade verwendet:

- **Außenkreis (langsam):** regelt die Plattformgeometrie z_p und ϕ
- **Innenkreis (schnell):** regelt die Hydraulikgröße (Kraft F oder Druckdifferenz Δp)

Außenkreis: $z_p, \phi \rightarrow$ **Sollwerte für links/rechts.** Fehler:

$$e_z = z_{\text{ref}} - z_p, \quad e_\phi = \phi_{\text{ref}} - \phi, \quad (\phi_{\text{ref}} = 0).$$

Außen-PI:

$$\begin{aligned} u_c &= K_{pz} e_z + x_{Iz}, & \dot{x}_{Iz} &= K_{iz} e_z, \\ u_d &= K_{p\phi} e_\phi + x_{I\phi}, & \dot{x}_{I\phi} &= K_{i\phi} e_\phi. \end{aligned}$$

Mischung zu linken/rechten Sollgrößen:

$$(u)_L^* = (u)_c + (u)_d, \quad (u)_R^* = (u)_c - (u)_d.$$

Innenkreis: Druckdifferenzregelung. Drucksensoren sind realistischer, wird pro Seite die äquivalente Druckdifferenz definiert als

$$\Delta p_{\text{eq}} = p_B - \alpha p_A, \quad \alpha = \frac{A_A}{A_B},$$

so dass gilt:

$$F_{\text{hyd}} = A_B \Delta p_{\text{eq}}.$$

Damit kann der Außenkreis Sollkräfte F_L^*, F_R^* erzeugen und in Soll- Δp_{eq} umrechnen:

$$\Delta p_{\text{eq},L}^* = \frac{F_L^*}{A_B}, \quad \Delta p_{\text{eq},R}^* = \frac{F_R^*}{A_B}.$$

Innenkreis-PI: $\Delta p_{\text{eq}}^* \rightarrow u$. Pro Seite:

$$\begin{aligned} e_{\Delta p,L} &= \Delta p_{\text{eq},L}^* - \Delta p_{\text{eq},L}, & e_{\Delta p,R} &= \Delta p_{\text{eq},R}^* - \Delta p_{\text{eq},R}, \\ u_L &= K_{p\Delta p} e_{\Delta p,L} + x_{I\Delta p,L}, & \dot{x}_{I\Delta p,L} &= K_{i\Delta p} e_{\Delta p,L}, \\ u_R &= K_{p\Delta p} e_{\Delta p,R} + x_{I\Delta p,R}, & \dot{x}_{I\Delta p,R} &= K_{i\Delta p} e_{\Delta p,R}. \end{aligned}$$