

Nguyễn Đức Huy - 19000350

Ví dụ ma trận 3x3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Ví dụ phép cộng 2 ma trận 3x3

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

Ví dụ ma trận chuyển vị

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 9 & 7 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 3 \\ 3 & 3 & 9 \\ 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Ví dụ ma trận đối xứng

$$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 3 \\ 10 & 3 & 9 \\ 3 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

Ví dụ định thức ma trận

$$\begin{vmatrix} 5 & 10 & 3 \\ 3 & 3 & 9 \\ 6 & 4 & 7 \end{vmatrix} = 237$$

Ví dụ ma trận nghịch đảo

$$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 3 \\ 3 & 3 & 9 \\ 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{237} \begin{pmatrix} -15 & -58 & 81 \\ 33 & 17 & -36 \\ -6 & 40 & -15 \end{pmatrix}$$

Cách tìm giá trị riêng và vector riêng

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

1. Từ định nghĩa mọi vector riêng ν tương ứng với giá trị riêng λ ta có

$$A\nu = \lambda\nu$$

Khi đó

$$A\nu - \lambda\nu = (A - \lambda I)\nu = 0$$

Phương trình có nghiệm khác không khi và chỉ khi:

$$|A - \lambda I| = 0$$

$$A = \begin{vmatrix} -2 - \lambda & -4 & 2 \\ -2 & 1 - \lambda & 2 \\ 4 & 2 & 5 - \lambda \end{vmatrix} = -(\lambda + 5)(\lambda - 3)(\lambda - 6) = 0$$

(a) $\lambda = -5$

(b) $\lambda = 3$

(c) $\lambda = 6$

2. với mỗi λ ta tìm vector riêng tương ứng

(a) $\lambda_1 = -5$

$$A - \lambda_1 I = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 11 \end{pmatrix}$$

$$A\nu = \lambda\nu$$

$$(A - \lambda I)\nu = 0$$

$$\text{Nghiệm tổng quát } X = \begin{pmatrix} -2x_1 \\ -x_1 \\ x_1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Cho } x_1 = 1, \nu_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad \lambda_2 = 3$$

$$A - \lambda_2 I = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 2 \\ -2 & -2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A\nu = \lambda\nu$$

$$(A - \lambda I)\nu = 0$$

$$\text{Nghịệm tổng quát } X = \begin{pmatrix} -2x_2 \\ 3x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Cho } x_2 = 1, \nu_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(c) \quad \lambda_3 = 6$$

$$A - \lambda_3 I = \begin{pmatrix} -8 & -4 & 2 \\ -2 & -5 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A\nu = \lambda\nu$$

$$(A - \lambda I)\nu = 0$$

$$\text{Nghịệm tổng quát } X = \begin{pmatrix} \frac{1}{16}x_3 \\ \frac{3}{8}x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Cho } x_3 = 16, \nu_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 16 \end{pmatrix}$$