ШПОРА

Логарифмы, степени и тригонометрия, неравенства

Формулы для степеней

1) $a^0 = 1$
2) $a^1 = a$
3) $\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$
4) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
5) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
6) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
7) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
8) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
9) $(a : b)^n = a^n : b^n$

Формулы для логарифмов

1) $a^{\log_a b} = b$
2) $\log_{10} b = \lg(b)$
3) $\log_e b = \ln(b)$
4) $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
5) $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \cdot \log_a b$
6) $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$
7) $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
8) $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
9) $\log_a b \cdot \log_c d = \log_c b \cdot \log_a d$
10) $c^{\log_a b} = b^{\log_a c}$
11) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
12) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
13) $\log_a 1 = 0$

Формулы суммы и разности

$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos\beta + \cos a \cdot \sin\beta$

$\sin(a - \beta) = \sin a \cdot \cos\beta - \cos a \cdot \sin\beta$

$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos\beta - \sin a \cdot \sin\beta$

$\cos(a - \beta) = \cos a \cdot \cos\beta + \sin a \cdot \sin\beta$

$2\cos a \cdot \cos\beta = \cos(a + \beta) + \cos(a - \beta)$

$2\sin a \cdot \sin\beta = \cos(a - \beta) - \cos(a + \beta)$

$2\sin a \cdot \cos\beta = \sin(a + \beta) + \sin(a - \beta)$

$$\mathrm{tg}(a + \beta) = \frac{\mathrm{tg}a + \mathrm{tg}\beta}{1 - \mathrm{tg}a \cdot \mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{tg}(a - \beta) = \frac{\mathrm{tg}a - \mathrm{tg}\beta}{1 + \mathrm{tg}a \cdot \mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{ctg}(a + \beta) = \frac{\mathrm{ctg}a \cdot \mathrm{ctg}\beta - 1}{\mathrm{ctg}\beta + \mathrm{ctg}a}$$

$$\mathrm{ctg}(a - \beta) = \frac{\mathrm{ctg}a \cdot \mathrm{ctg}\beta + 1}{\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}a}$$

Основные тождества и уравнения

$\sin x = a$

$x_1 = \arcsin(a) + 2\pi k,\ k\ z \in$

$x_2 = \pi - \arcsin(a) + 2\pi k,\ k\ z\ \in$

$\cos x = b$

$x_1 = \arccos(b) + 2\pi k,\ k \in z$

$x_2 = -\arccos(b) + 2\pi k,\ k \in z$

$\mathrm{ctg}x = d$

$x = \mathrm{arcctg}(d) + \pi k,\ k \in z$

$\mathrm{tg}x = c$

$x = \mathrm{arctg}(c) + \pi k,\ k \in z$

$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

$\mathrm{tg}a = \frac{\sin a}{\cos a}$

$\mathrm{ctg}a = \frac{\cos a}{\sin a}$

$\mathrm{tg}a \cdot \mathrm{ctg}a = 1$

$\frac{1}{\cos^2 a} = \mathrm{tg}^2 a + 1$

$\frac{1}{\sin^2 a} = \mathrm{ctg}^2 a + 1$

$\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$

$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$\mathrm{tg}2a = \frac{2 \cdot \mathrm{tg}a}{1 - \mathrm{tg}^2 a}$

$\mathrm{ctg}2a = \frac{\mathrm{ctg}^2 a - 1}{2 \cdot \mathrm{ctg}a}$

$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$

$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$

Формулы преобразования суммы и разности в произведение

$$\sin a + \sin\beta = 2 \cdot \sin\frac{a + \beta}{2} \cdot \cos\frac{a - \beta}{2}$$

$$\sin a - \sin\beta = 2 \cdot \cos\frac{a + \beta}{2} \cdot \sin\frac{a - \beta}{2}$$

$$\cos a + \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{a + \beta}{2} \cdot \cos\frac{a - \beta}{2}$$

$$\cos a - \cos\beta = 2 \cdot \sin\frac{a + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\beta - a}{2}$$

Формулы приведения

$\sin(\frac{\pi}{2} - a) = \cos a$

$\cos(\frac{\pi}{2} - a) = \sin a$

$\sin(\frac{\pi}{2} + a) = \cos a$

$\cos(\frac{\pi}{2} + a) = -\sin a$

$\sin(\pi + a) = -\sin a$

$\cos(2\pi - a) = \cos a$

$\sin(\frac{3\pi}{2} - a) = -\cos a$

$\cos(\frac{3\pi}{2} - a) = -\sin a$

$\sin(\pi - a) = \sin a$

$\cos(\pi - a) = -\cos a$

$\cos(\pi + a) = -\cos a$

$\sin(2\pi - a) = -\sin a$

$\sin(\frac{3\pi}{2} + a) = -\cos a$

$\cos(\frac{3\pi}{2} + a) = \sin a$

$\sin(2\pi + a) = \sin a$

$\cos(2\pi + a) = \cos a$

$\mathrm{tg}(\frac{\pi}{2} - a) = \mathrm{ctg}a$

$\mathrm{ctg}(\frac{\pi}{2} - a) = \mathrm{tg}a$

$\mathrm{tg}(\frac{\pi}{2} + a) = -\mathrm{ctg}a$

$\mathrm{ctg}(\frac{\pi}{2} + a) = -\mathrm{tg}a$

$\mathrm{tg}(\pi + a) = \mathrm{tg}a$

$\mathrm{tg}(2\pi - a) = -\mathrm{tg}a$

$\mathrm{tg}(\frac{3\pi}{2} - a) = \mathrm{ctg}a$

$\mathrm{ctg}(\frac{3\pi}{2} - a) = \mathrm{tg}a$

$\mathrm{tg}(\pi - a) = -\mathrm{tg}a$

$\mathrm{ctg}(\pi - a) = -\mathrm{ctg}a$

$\mathrm{ctg}(\pi + a) = \mathrm{ctg}a$

$\mathrm{ctg}(2\pi - a) = -\mathrm{ctg}a$

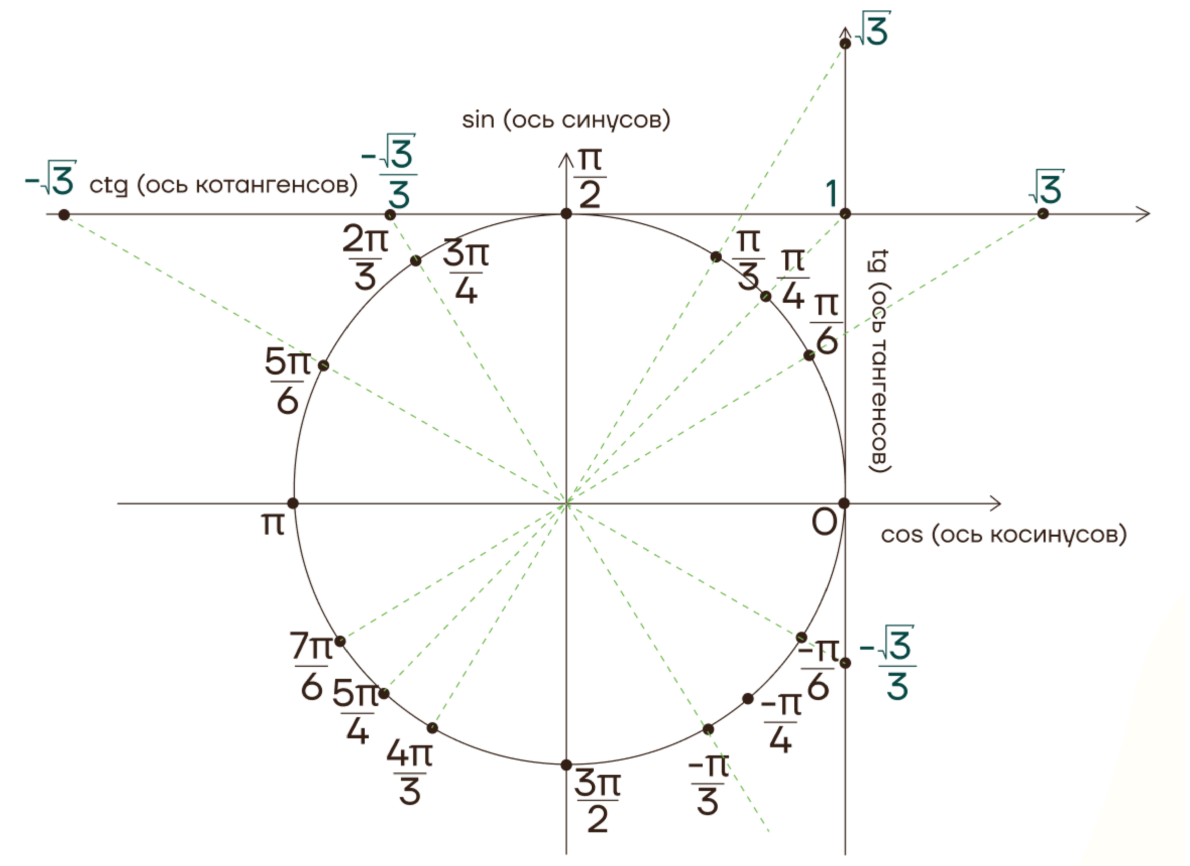
$\mathrm{tg}(\frac{3\pi}{2} + a) = -\mathrm{ctg}a$

$\mathrm{ctg}(\frac{3\pi}{2} + a) = -\mathrm{tg}a$

$\mathrm{tg}(2\pi + a) = \mathrm{tg}a$

$\mathrm{ctg}(2\pi + a) = \mathrm{ctg}a$

Оси тангенсов и котангенсов на окружности



Теорема Безу

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

Делители числа -2: -2; 2; -1; 1.

$(-1)^3 - 3(-1) - 2 = 0$

$x = -1$ - корень уравнения

$$\begin{array}{l|l} x^3 - 3x - 2 = 0 & x + 1 \\ \hline -\ x^3 + x^2 & x^2 - x - 2 \\ \quad -x^2 - 3x & \\ -\ -x^2 - x & \\ \qquad -2x - 2 & \\ \qquad -2x - 2 & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$$\longrightarrow \quad x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x^2 - x - 2) = 0$$

Ответ: -1; 2.

Метод рационализации

Логарифмическое выражение	Рациональное выражение
$\log_a f - \log_a g \vee 0$	$(a - 1)(f - g) \vee 0$
$\log_a f - 1 \vee 0$	$(a - 1)(f - a) \vee 0$
$\log_a f \vee 0$	$(a - 1)(f - 1) \vee 0$
$\log_h f - \log_h g \vee 0$	$(h - 1)(f - g) \vee 0$
$\log_h f - 1 \vee 0$	$(h - 1)(f - h) \vee 0$
$\log_h f \vee 0$	$(h - 1)(f - 1) \vee 0$
$\log_f h - \log_g h \vee 0$	$(f - 1)(g - 1)(h - 1)(g - f) \vee 0$
$\log_h f \cdot \log_p k \vee 0$	$(h - 1)(f - 1)(p - 1)(k - 1) \vee 0$
$\frac{\log_a f - \log_a g}{\log_b h} \vee 0$	$\frac{(a - 1)(f - g)}{(b - 1)(h - 1)} \vee 0$

$|A| \vee |B| \quad \longleftrightarrow \quad A^2 \vee B^2 \quad \longleftrightarrow \quad A^2 - B^2 \vee 0 \quad \longleftrightarrow \quad (A - B)(A + B) \vee 0$