

Đề thi giữa học kỳ

Tổng điểm tối đa: 10 điểm

Toán học cho Trí tuệ nhân tạo

22 Tháng 4, 2025

Lưu ý: Đây là bài kiểm tra cá nhân và không được thảo luận với những bạn khác. Tất cả các nội quy của Khoa và của Trường đều áp dụng cho bài kiểm tra. Việc thảo luận hoặc chép đáp án từ những nguồn có sẵn như bài của bạn khác, mạng internet hoặc AI mà không hiểu sẽ nhận điểm 0. Mọi thắc mắc vui lòng gửi đến ctttrung@fit.hcmus.edu.vn.

Chúc các em may mắn!

1. Cho bảng dữ liệu sau:

Ngày	Giá đóng cửa (USD)
14/04	109
15/04	105
16/04	95
17/04	96
18/04	98

Bảng 1: Giá đóng cửa (đã làm tròn) của cổ phiếu Nvidia

- (0.5 điểm) Giả sử giá đóng cửa của cổ phiếu Nvidia trong ngày bằng tổ hợp tuyến tính với hệ số thực của 2 ngày trước đó. Xác định gia đình hàm \mathcal{H} các hàm số tuyến tính tương ứng với giả sử trên.
- (0.5 điểm) Chứng minh rằng gia đình hàm \mathcal{H} , với phép cộng hàm số tuyến tính 2 ẩn và nhân một hàm tuyến tính 2 ẩn với 1 số thực, là một không gian véc-tơ trên \mathbb{R} với số chiều bằng 2.
- (0.5 điểm) Biết rằng Bảng 1 tương ứng với 3 điểm dữ liệu trong \mathbb{R}^3 cho mô hình hồi quy tuyến tính ở a). Xác định tập hợp θ gồm 3 điểm dữ liệu đó.
- (0.5 điểm) Sử dụng hàm mất mát trung bình sai số bình phương L (mean square error), hãy trình bày bài toán hồi quy tuyến tính ở trên dưới dạng một bài toán học từ dữ liệu. Đây là mô hình học có giám sát hay không giám sát?
- (0.5 điểm) Tìm nghiệm tối ưu chính xác của bài toán.

- f) (0.5 điểm) Xây dựng mạng nơ-ron tương ứng với mô hình hồi quy tuyến tính ở trên (chỉ cần mô tả cấu trúc của mạng, không cần chỉ ra hàm mất mát và thuật toán dùng cho quá trình huấn luyện).
- g) (1 điểm) Thực hiện 3 bước đầu tiên của thuật toán gradient descent cho hàm mất mát L với điểm xuất phát $(0.5, 0.5)$ và tốc độ học 0.01.
2. Cho bảng dữ liệu sau:

STT	Glucose	HbA1c	BMI
Bệnh nhân 1	4	3	a
Bệnh nhân 2	2	b	c
Bệnh nhân 3	5	4	d

Bảng 2: Bảng chỉ số sức khỏe (giả định) của bệnh nhân tiểu đường

- a) (1 điểm) Giả sử các ô trong bảng có thể nhận giá trị không âm bất kỳ, hoàn thiện ma trận 3×3 ứng với thông số của Bảng 2 (tương đương với việc chỉ ra a, b, c, d) sao cho hạng của ma trận thu được là nhỏ nhất có thể.
- b) (Điểm cộng thêm: 0.5 điểm) Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c, d để ma trận ở trên có hạng nhỏ nhất có thể.
3. (2 điểm) Gọi S là tập hợp các hình hộp chữ nhật có diện tích bề mặt bằng 54 và thể tích bằng 23. Gọi r là bán kính của hình cầu nhỏ nhất có thể chứa được mỗi hình hộp chữ nhật trong tập S . Tìm r bằng phương pháp nhân tử Lagrange.
4. Cho tập điểm dữ liệu $\theta = \{(1, 3), (0, 2), (3, 4)\} \subset \mathbb{R}^2$.
- a) (1 điểm) Tìm đường thẳng $d: y = ax + b$ trong \mathbb{R}^2 sao cho tổng bình phương khoảng cách vuông góc từ các điểm trong θ đến d là nhỏ nhất.
- b) (2 điểm) Thực hiện phương pháp PCA để tìm gốc tọa độ mới và 2 thành phần chính của θ .
- c) (Điểm cộng thêm: 0.5 điểm) Rút ra nhận xét từ những tính toán ở trên. Phát biểu và chứng minh nhận xét trong trường hợp tổng quát nhất có thể.