

Buổi 1: Học từ dữ liệu (Learning from data) & Dạng toán học (Mathematical formulation)

Trung Cấn

Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG-HCM

Ngày 4 tháng 3, 2025

- 1 Trí tuệ nhân tạo (AI) là gì?
- 2 Bài toán học từ dữ liệu
- 3 The mathematical formulation
- 4 Neural networks

└ Trí tuệ nhân tạo (AI) là gì?

Các nội dung

- 1 Trí tuệ nhân tạo (AI) là gì?
- 2 Bài toán học từ dữ liệu
- 3 The mathematical formulation
- 4 Neural networks

└ Trí tuệ nhân tạo (AI) là gì?

Vì sao ta nên quan tâm?

Vì sao ta nên quan tâm?

- Các mô hình ngôn ngữ lớn như ChatGPT trở thành công cụ hỗ trợ trên toàn Thế Giới

Vì sao ta nên quan tâm?

- Các mô hình ngôn ngữ lớn như ChatGPT trở thành công cụ hỗ trợ trên toàn Thế Giới
- Giải Nobel Hóa học và Nobel Vật lý năm 2024 đều trao cho các thành tựu liên quan đến AI

Vì sao ta nên quan tâm?

- Các mô hình ngôn ngữ lớn như ChatGPT trở thành công cụ hỗ trợ trên toàn Thế Giới
- Giải Nobel Hóa học và Nobel Vật lý năm 2024 đều trao cho các thành tựu liên quan đến AI
- DeepSeek (R1) làm thị trường chứng khoán Mỹ bốc hơi gần 1000 tỉ đô-la

└ Trí tuệ nhân tạo (AI) là gì?

Trí tuệ nhân tạo

John McCarthy (1955)

... making a machine behave in ways that would be called intelligent if a human were so behaving ...

Trí tuệ nhân tạo

John McCarthy (1955)

... making a machine behave in ways that would be called intelligent if a human were so behaving ...

Marvin Minsky (1968)

... making machines do things that would require intelligence if done by men ...

Trí tuệ nhân tạo

- Cờ vây (Go): DeepMind's AlphaGo là AI đầu tiên chiến thắng tất cả những người chơi giỏi nhất Thế Giới

Trí tuệ nhân tạo

- Cờ vây (Go): DeepMind's AlphaGo là AI đầu tiên chiến thắng tất cả những người chơi giỏi nhất Thế Giới
- eSport (Dota 2): OpenAI Five là AI đầu tiên chiến thắng team vô địch Thế Giới

Trí tuệ nhân tạo

- Cờ vây (Go): DeepMind's AlphaGo là AI đầu tiên chiến thắng tất cả những người chơi giỏi nhất Thế Giới
- eSport (Dota 2): OpenAI Five là AI đầu tiên chiến thắng team vô địch Thế Giới
- Dự đoán, nhận diện, phân loại, trò chuyện, giải toán, v.v.

Nhận xét

Trí tuệ nhân tạo

- Cờ vây (Go): DeepMind's AlphaGo là AI đầu tiên chiến thắng tất cả những người chơi giỏi nhất Thế Giới
- eSport (Dota 2): OpenAI Five là AI đầu tiên chiến thắng team vô địch Thế Giới
- Dự đoán, nhận diện, phân loại, trò chuyện, giải toán, v.v.

Nhận xét

- Là các công việc cụ thể máy có thể học và làm tốt như (hoặc hơn) con người

Trí tuệ nhân tạo

- Cờ vây (Go): DeepMind's AlphaGo là AI đầu tiên chiến thắng tất cả những người chơi giỏi nhất Thế Giới
- eSport (Dota 2): OpenAI Five là AI đầu tiên chiến thắng team vô địch Thế Giới
- Dự đoán, nhận diện, phân loại, trò chuyện, giải toán, v.v.

Nhận xét

- Là các công việc cụ thể máy có thể học và làm tốt như (hoặc hơn) con người
- Học máy = Thuật toán truyền tải trí tuệ từ dữ liệu \subset Trí tuệ nhân tạo

Các nội dung

- 1 Trí tuệ nhân tạo (AI) là gì?
- 2 Bài toán học từ dữ liệu**
- 3 The mathematical formulation
- 4 Neural networks

Định nghĩa vắn tắt

Định nghĩa vắn tắt

Định nghĩa 1

Học từ dữ liệu là tìm một **quy luật** để giải thích dữ liệu.

Ví dụ 1

Ví dụ 1

Diện tích sử dụng và giá nhà

Dữ liệu: Bảng diện tích sử dụng và giá trị của một số căn nhà.
Yêu cầu: Tìm **quy luật** liên hệ giữa diện tích sử dụng và giá trị.

Diện tích sử dụng và giá nhà

Price	Floor space	Rooms
250000	71	4
209500	98	5
349500	128	6
250000	86	4
419000	173	6
225000	83	4
549500	165	6

Diện tích sử dụng và giá nhà

Price	Floor space	Rooms
250000	71	4
209500	98	5
349500	128	6
250000	86	4
419000	173	6
225000	83	4
549500	165	6

- Đặt x là diện tích sử dụng.
- Đặt y là giá trị căn nhà.

Diện tích sử dụng và giá nhà

Price	Floor space	Rooms
250000	71	4
209500	98	5
349500	128	6
250000	86	4
419000	173	6
225000	83	4
549500	165	6

- Đặt x là diện tích sử dụng.
- Đặt y là giá trị căn nhà.
- y phụ thuộc vào $x \rightarrow$ một quy luật có thể được mô tả bằng một **hàm số** $y = f(x)$

Định nghĩa vắn tắt

Định nghĩa 2

Học từ dữ liệu là tìm một hàm số để giải thích dữ liệu.

Định nghĩa vắn tắt

Định nghĩa 2

Học từ dữ liệu là tìm một hàm số để giải thích dữ liệu.

- Tìm ở đâu? Tìm như thế nào?

Định nghĩa vắn tắt

Định nghĩa 2

Học từ dữ liệu là tìm một hàm số để giải thích dữ liệu.

- Tìm ở đâu? Tìm như thế nào?
→ Giới hạn trong một gia đình hàm \mathcal{H}

Định nghĩa vắn tắt

Định nghĩa 2

Học từ dữ liệu là tìm một hàm số để giải thích dữ liệu.

- Tìm ở đâu? Tìm như thế nào?
→ Giới hạn trong một gia đình hàm \mathcal{H}
- Lợi thế: Có thêm cấu trúc, cảm tính, kinh nghiệm

Định nghĩa vắn tắt

Định nghĩa 2

Học từ dữ liệu là tìm một hàm số để giải thích dữ liệu.

- Tìm ở đâu? Tìm như thế nào?
→ Giới hạn trong một gia đình hàm \mathcal{H}
- Lợi thế: Có thêm cấu trúc, cảm tính, kinh nghiệm
- Không có bất lợi: Do có thể chọn \mathcal{H} là tập hợp tất cả các hàm có thể

Ví dụ 2

Phân loại spam email

Dữ liệu: Các email trước đây có nhãn spam hoặc không spam.

Yêu cầu: Dán nhãn một email mới bất kỳ là spam hoặc không spam.

Ví dụ 2

Phân loại spam email

Dữ liệu: Các email trước đây có nhãn spam hoặc không spam.

Yêu cầu: Dán nhãn một email mới bất kỳ là spam hoặc không spam.

- Gia đình hàm $\mathcal{H} = \{f : \{emails\} \rightarrow \{0, 1\}\}$

Ví dụ về gia đình hàm

Ví dụ về gia đình hàm

- Hàm tuyến tính từ \mathbb{R}^2 đến \mathbb{R}

$$\mathcal{H} := \{f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2\}.$$

Ví dụ về gia đình hàm

- Hàm tuyến tính từ \mathbb{R}^2 đến \mathbb{R}

$$\mathcal{H} := \{f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2\}.$$

- Hàm affine từ \mathbb{R} đến \mathbb{R}

$$\mathcal{H} := \{f(x) = ax + b\}.$$

Ví dụ về gia đình hàm

- Hàm tuyến tính từ \mathbb{R}^2 đến \mathbb{R}

$$\mathcal{H} := \{f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2\}.$$

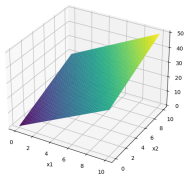
- Hàm affine từ \mathbb{R} đến \mathbb{R}

$$\mathcal{H} := \{f(x) = ax + b\}.$$

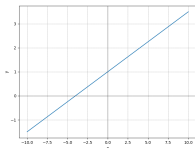
- Hàm logistic từ \mathbb{R} đến \mathbb{R}

$$\mathcal{H} := \{f(x) = \frac{1}{1 + e^{-k(x-x_0)}}\}.$$

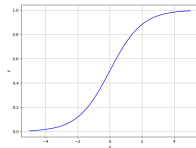
Đồ thị của các gia đình hàm



(a) $f(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2$



(b) $f(x) = 0.25x + 1$



(c) $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$

Types of learning

Types of learning

- **Supervised learning:** The model uses labelled datasets to to assign labels to new data

Types of learning

- **Supervised learning:** The model uses labelled datasets to to assign labels to new data

Example: Regression, classification

Types of learning

- **Supervised learning:** The model uses labelled datasets to to assign labels to new data
Example: Regression, classification
- **Unsupervised learning:** The model learns patterns from data without labels

Types of learning

- **Supervised learning:** The model uses labelled datasets to to assign labels to new data
Example: Regression, classification
- **Unsupervised learning:** The model learns patterns from data without labels
Example: Clustering, dimensional reduction

Types of learning

- **Supervised learning:** The model uses labelled datasets to to assign labels to new data
Example: Regression, classification
- **Unsupervised learning:** The model learns patterns from data without labels
Example: Clustering, dimensional reduction
- **Reinforcement learning:** The model learns from data to find the optimal strategy/sequence of actions

Unsupervised learning

Email categories without prior labels

Given a dataset of emails.

Categorize them into 2 groups.

Unsupervised learning

Email categories without prior labels

Given a dataset of emails.

Categorize them into 2 groups.

- The family $\mathcal{H} = \{f : \{emails\} \rightarrow \{\text{group 1}, \text{group 2}\}\}$ is the same as before.

Unsupervised learning

Email categories without prior labels

Given a dataset of emails.

Categorize them into 2 groups.

- The family $\mathcal{H} = \{f : \{emails\} \rightarrow \{\text{group 1}, \text{group 2}\}\}$ is the same as before.
- A clustering model can be used.

Challenges

Challenges

- Where to find such a function?

Challenges

- Where to find such a function?
 - restrict to a collection/family of functions \mathcal{H}

Challenges

- Where to find such a function?
→ restrict to a collection/family of functions \mathcal{H}
- How to find a function in \mathcal{H} ?

Challenges

- Where to find such a function?
→ restrict to a collection/family of functions \mathcal{H}
- How to find a function in \mathcal{H} ?
→ choose the one that "best explains" data

Challenges

- Where to find such a function?
 - restrict to a collection/family of functions \mathcal{H}
- How to find a function in \mathcal{H} ?
 - choose the one that "best explains" data
 - mathematically, "best" means minimization

Challenges

- Where to find such a function?
 - restrict to a collection/family of functions \mathcal{H}
- How to find a function in \mathcal{H} ?
 - choose the one that "best explains" data
 - mathematically, "best" means minimization
 - design a "loss function"

$$L(\Theta, -) : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}$$

to evaluate the candidate functions.

Các nội dung

- 1 Trí tuệ nhân tạo (AI) là gì?
- 2 Bài toán học từ dữ liệu
- 3 The mathematical formulation**
- 4 Neural networks

Optimization

The optimization formulation

Given data Θ and a function family \mathcal{H} .

Learning from data is finding a function f in a family \mathcal{H} that minimizes a loss function

$$L(\Theta, -) : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}.$$

Optimization

The optimization formulation

Given data Θ and a function family \mathcal{H} .

Learning from data is finding a function f in a family \mathcal{H} that minimizes a loss function

$$L(\Theta, -) : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}.$$

- The learning problems \subset optimization problems.

Optimization

The optimization formulation

Given data Θ and a function family \mathcal{H} .

Learning from data is finding a function f in a family \mathcal{H} that minimizes a loss function

$$L(\Theta, -) : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}.$$

- The learning problems \subset optimization problems.
- Optimization problems are hard!

Optimization

The optimization formulation

Given data Θ and a function family \mathcal{H} .

Learning from data is finding a function f in a family \mathcal{H} that minimizes a loss function

$$L(\Theta, -) : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}.$$

- The learning problems \subset optimization problems.
- Optimization problems are hard!
→ Solution = An algorithm to find a good enough function.

Linear regression

Linear regression

House's area vs price

Given the area & price of 3 houses $\Theta = \{(0, 0), (3, 1), (4, 3)\}$.

Find a function that outputs the price of a new house from its area.

Linear regression

Linear regression

- The affine family

$$\mathcal{H} := \{f(x) = ax + b\}$$

is parametrized by a and b .

Linear regression

- The affine family

$$\mathcal{H} := \{f(x) = ax + b\}$$

is parametrized by a and b .

- The loss function is the mean square error

$$L(\Theta, f) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (y_i - f(x_i))^2.$$

Linear regression

- The affine family

$$\mathcal{H} := \{f(x) = ax + b\}$$

is parametrized by a and b .

- The loss function is the mean square error

$$L(\Theta, f) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (y_i - f(x_i))^2.$$

- Assume $b = 0$, find a to minimize $L(\Theta, f)$ (chalkboard).

Linear regression

Linear regression

Homework

Find the linear regression line for $\Theta = \{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$.

Linear regression

Homework

Find the linear regression line for $\Theta = \{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$.

- The geometric meaning of linear regression is finding the the projection of the vector (y_1, \dots, y_N) to to the plane spanned by (x_1, \dots, x_N) and $(1, \dots, 1)$ in \mathbb{R}^N .

Các nội dung

- 1 Trí tuệ nhân tạo (AI) là gì?
- 2 Bài toán học từ dữ liệu
- 3 The mathematical formulation
- 4 Neural networks**

A neural network

A neural network

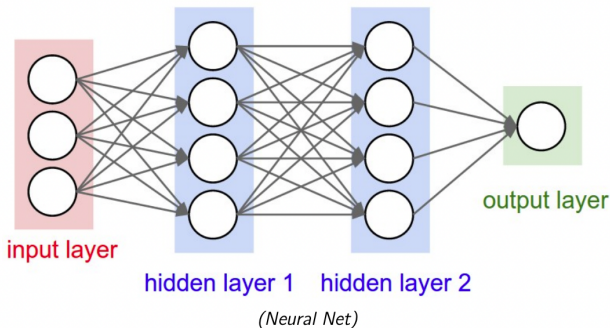
- A biologically-inspired architecture for learning.

A neural network

- A biologically-inspired architecture for learning.
- The workhorse behind the success of AI.

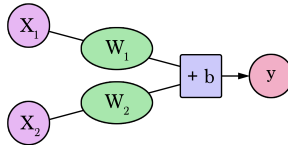
A neural network

- A biologically-inspired architecture for learning.
- The workhorse behind the success of AI.

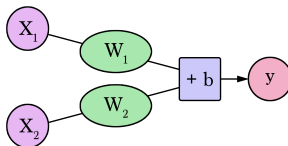


No hidden layers example

No hidden layers example

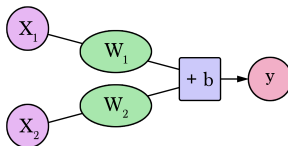


No hidden layers example



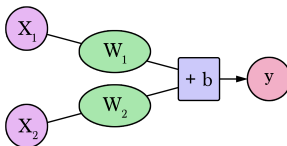
1 Input: x_1, x_2

No hidden layers example



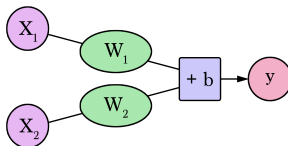
- 1 Input: x_1, x_2
- 2 Weights: w_1, w_2

No hidden layers example



- 1 Input: x_1, x_2
- 2 Weights: w_1, w_2
- 3 Bias: b

No hidden layers example



- 1 Input: x_1, x_2
- 2 Weights: w_1, w_2
- 3 Bias: b
- 4 Output: $y := f(w_1x_1 + w_2x_2 + b)$ where $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is a choice of a so-called activation function.

Precise mathematical definition

Precise mathematical definition

Definition

A neural network is a function

$$f : \{\text{inputs}\} \rightarrow \{\text{outputs}\}$$

parametrized by weights and biases.

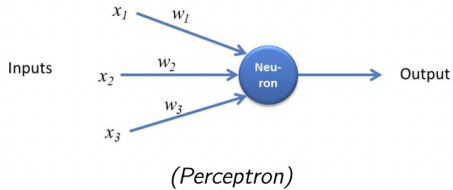
No hidden layers example

Example

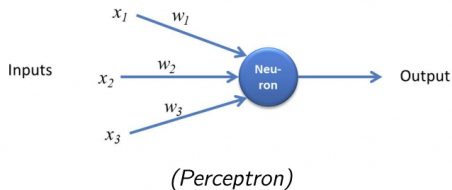
A linear regression model can be encoded as a neural network (chalkboard).

A perceptron

A perceptron

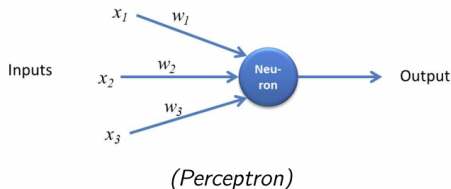


A perceptron



- Consider the activation function
$$h(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

A perceptron



- Consider the activation function $h(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$
- A perceptron with 3 inputs is a function

$$f = h(w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + b).$$

Activation functions

Activation functions

■ Sigmoid function

$$\sigma(X) = \frac{1}{1 + e^{-x}}.$$

Activation functions

- Sigmoid function

$$\sigma(X) = \frac{1}{1 + e^{-x}}.$$

- ReLU function

$$\text{ReLU}(x) = \max(x, 0).$$

Activation functions

- Sigmoid function

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}.$$

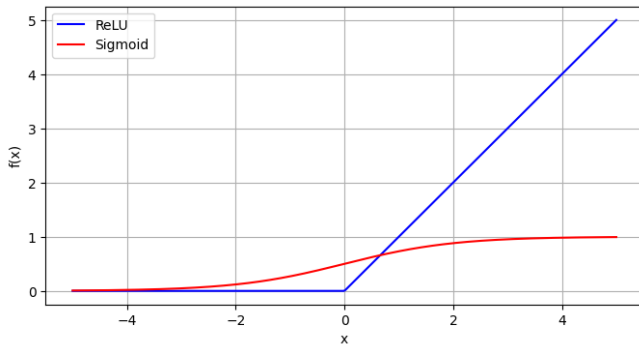
- ReLU function

$$\text{ReLU}(x) = \max(x, 0).$$

- Softmax function $\sigma : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\sigma(x_i) = \frac{e^{x_i}}{\sum_j e^{x_j}}.$$

Activation functions



Hình: ReLU, and Sigmoid

Loss functions

Loss functions

- Mean square error

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2.$$

Loss functions

- Mean square error

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2.$$

- Mean absolute error

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - f(x_i)|.$$

Loss functions

■ Mean square error

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2.$$

■ Mean absolute error

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - f(x_i)|.$$

■ Cross-entropy

$$L = \sum_{i=1}^N -y_i \ln f(x_i) - (1 - y_i) \ln(1 - f(x_i)).$$

A final learning model

Consider

A final learning model

Consider

- data Θ ;

A final learning model

Consider

- data Θ ;
- a family \mathcal{H} of neural networks f ;

A final learning model

Consider

- data Θ ;
- a family \mathcal{H} of neural networks f ;
- a loss function L .

A final learning model

Consider

- data Θ ;
- a family \mathcal{H} of neural networks f ;
- a loss function L .

Learning from data via neural networks

A learning from data model is an algorithm to find an $f \in \mathcal{H}$ that minimizes $L(\Theta, f)$.

Model training and evaluation

Model training and evaluation

- The family \mathcal{H} is parametrized by weights w_1, \dots, w_m and biases b_1, \dots, b_n . These variables will be learned during the training process.

Model training and evaluation

- The family \mathcal{H} is parametrized by weights w_1, \dots, w_m and biases b_1, \dots, b_n . These variables will be learned during the training process.
- In training, the algorithm goes through the datapoints in Θ to optimizes the loss function

$$L = L(\Theta, w_1, \dots, w_m, b_1, \dots, b_n).$$

Model training and evaluation

- The family \mathcal{H} is parametrized by weights w_1, \dots, w_m and biases b_1, \dots, b_n . These variables will be learned during the training process.
- In training, the algorithm goes through the datapoints in Θ to optimizes the loss function

$$L = L(\Theta, w_1, \dots, w_m, b_1, \dots, b_n).$$

- In practice, Θ is split into the training and the test datasets.

Đúc kết

Đúc kết

- Bài toán học từ dữ liệu \subset AI

Đúc kết

- Bài toán học từ dữ liệu \subset AI
- Bài toán học từ dữ liệu \subset Bài toán tối ưu hóa.

Đúc kết

- Bài toán học từ dữ liệu \subset AI
- Bài toán học từ dữ liệu \subset Bài toán tối ưu hóa.
- ML = Thuật toán để giải bài toán học từ dữ liệu.

Đúc kết

- Bài toán học từ dữ liệu \subset AI
- Bài toán học từ dữ liệu \subset Bài toán tối ưu hóa.
- ML = Thuật toán để giải bài toán học từ dữ liệu.
- Mạng nơ-ron hiện nay là cấu trúc state-of-the-art (SOTA) cho bài toán học từ dữ liệu.