CƠ HỌC

Cơ học là môn học nghiên cứu về chuyển động (dạng vận động cơ) tức là sự chuyển dời vị trí của các vật vĩ mô. Cơ học gồm hai phần chính:

Động học nghiên cứu những đặc trưng của chuyển động và những dạng chuyển động khác nhau.

Động lực học nghiên cứu mối liên hệ của chuyển động với sự tương tác giữa các vật, các định luật về chuyển động. Ngoài các đại lượng động học như vị trí, vận tốc và gia tốc động lực học còn đưa vào khái niệm lực và khối lượng.

Phần cơ học trình bày trong giáo trình này chủ yếu là cơ học cổ điển của Niutơn, nội dung chủ yếu của nó bao gồm các định luật cơ bản của động lực học; các định luật Niutơn và nguyên lý tương đối Galile; ba định luật bảo toàn của cơ học: định luật bảo toàn động lượng, định luật bảo toàn mô men động lượng và định luật bảo toàn năng lượng; hai dạng chuyển động cơ bản của vật rắn: chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.

CHƯƠNG 1

ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Nội dung của chương I nghiên cứu các đặc trưng của chuyển động cơ học (phương trình chuyển động, phương trình quỹ đạo, quãng đường dịch chuyển, vận tốc, gia tốc) và nguyên nhân gây ra sự thay đổi trạng thái chuyển động.

1.1. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

1.1.1 Những khái niệm mở đầu

1. Chuyển động.

Theo định nghĩa, *chuyển động của một vật là sự chuyển dời vị trí của vật đó đối với các vật khác trong không gian và theo thời gian*. Để xác định vị trí của một vật chuyển động, ta phải xác định khoảng cách từ vật đó đến một vật (hoặc một hệ vật) khác được qui ước là đứng yên.

Như vậy, vị trí của một vật chuyển động là vị trí tương đối của vật đó so với một vật hoặc một hệ vật được qui ước là đứng yên. Từ đó người ta đưa ra định nghĩa về hệ qui chiếu.

Vật được qui ước là đứng yên dùng làm mốc để xác định vị trí của các vật trong không gian được gọi là ***hệ qui chiếu****.*

Để xác định thời gian chuyển động của một vật, người ta gắn hệ qui chiếu với một *đồng hồ*. Khi một vật chuyển động thì vị trí của nó so với *hệ qui chiếu* thay đổi theo thời gian.

Vậy chuyển động của một vật chỉ có *tính chất tương đối* tùy theo hệ qui chiếu được chọn, đối với hệ qui chiếu này nó là chuyển động , nhưng đối với hệ qui chiếu khác nó có thể là đứng yên.

2. Chất điểm, hệ chất điểm, vật rắn.

Bất kỳ vật nào trong tự nhiên cũng có kích thước xác định . Tuy nhiên, trong nhiều bài toán có thể bỏ qua kích thước của vật được khảo sát . Khi đó ta có khái niệm về chất điểm : ***Chất điểm*** *là một vật mà kích thước của nó có thể bỏ qua trong bài toán được xét.*

Kích thước của một vật có thể bỏ qua được khi kích thước đó rất nhỏ so với kích thước của các vật khác hay rất nhỏ so với khoảng cách từ nó tới các vật khác . Vậy, cũng có thể định nghĩa:

Một vật có kích thước nhỏ không đáng kể so với những khoảng cách , những kích thước mà ta đang khảo sát được gọi là ***chất điểm.***

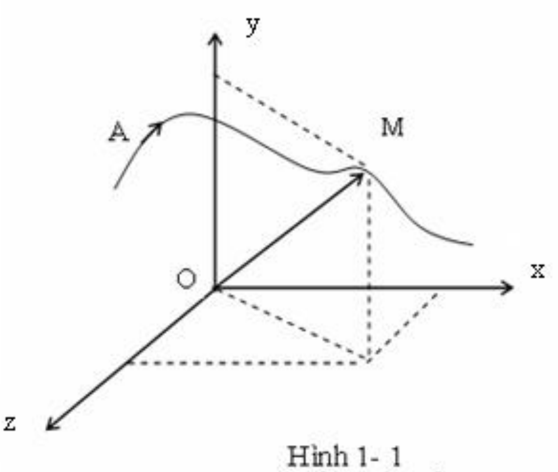
Như vậy, tùy thuộc vào điều kiện bài toán ta nghiên cứu mà có thể xem một vật là chất điểm hay không.

Thí dụ: Khi xét chuyển động của viên đạn trong không khí , chuyển động của quả đất quay quanh mặt trời , ta có thể co i viên đạn , quả đất là chất điểm nếu bỏ qua chuyển động quay của chúng.

Tập hợp các chất điểm được gọi là *hệ chất điểm*. Nếu khoảng cách tương đối giữa các chất điểm của hệ không thay đổi, thì hệ chất điểm đó được gọi là *vật rắn.*

3. Phương trình chuyển động của chất điểm

Để xác định chuyển động của một chất điểm, người ta thường gắn vào hệ qui chiếu một hệ tọa độ , chẳng hạn hệ tọa độ Descartes có ba trục *ox, oy, oz* vuông góc từng đôi một hợp thành tam diện thuận *Oxyz* có gốc tọa độ tại *O*. Hệ qui chiếu được gắn với gốc *O*. Như vậy việc xét chất điểm chuyển động trong không gian sẽ được xác định bằng việc xét chuyển động của chất điểm đó trong hệ tọa độ đã chọn . Vị trí M của chất điểm sẽ được xác định bởi các tọa độ của nó . Với hệ tọa độ Descartes *Oxyz*, các tọa độ này là *x,y,z*. Bán kính vectơ $\vec{OM} = \vec{r}$ cũng có các tọa độ *x,y,z* trên ba trục *ox,oy,oz* (hình 1-1), và có mối liên hệ:



Hình 1- 1
Vị trí của chất điểm

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}.$$

Khi chất điểm chuyển động , vị trí *M* thay đổi theo thời gian , các tọa độ *x, y, z* của *M* là những hàm của thời gian *t*:

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}1)$$

Do đó bán kính vectơ $\vec{r}$ của chất điểm chuyển động cũng là một hàm của thời gian *t*:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1\text{-}2)$$

Các phương trình (1-1) hay (1-2) xác định vị trí của chất điểm tại thời điểm *t* và được gọi là *phương trình chuyển động* của chất điểm. Vì ở mỗi thời điểm *t*, chất điểm có một vị trí xác định, và khi thời gian t thay đổi, vị trí M của chất điểm thay đổi liên tục nên các hàm *x(t), y(t), z(t)* hay $\vec{r}(t)$ là những hàm *xác định, đơn trị* và *liên tục* của thời gian *t*.

4. *Qũy đạo*

Quỹ đạo của chất điểm chuyển động là đường cong tạo bởi tập hợp tất cả các vị trí của chất điểm trong không gian trong suốt quá trình chuyển động.

Tìm phương trình Quỹ đạo cũng có nghĩa là tìm mối liên hệ giữa các tọa độ *x,y,z* của chất điểm *M* trên quỹ đạo của nó. Muốn vậy ta có thể khử thời gian *t* trong các phương trình tham số (1-1) và (1-2).

5. Hoành độ cong

Giả sử ký hiệu quỹ đạo của chất điểm là (C) (Hình 1-1). Trên đường cong (C) ta chọn điểm A nào đó làm gốc (A đứng yên so với O) và chọn một chiều dương hướng theo chiều chuyển động của chất điểm. Khi đó tại mỗi thời điểm *t* vị trí M của chất điểm trên đường cong (C) được xác định bởi trị đại số của cung $\overset{\frown}{AM}$, ký hiệu là:

$$\overset{\frown}{AM} = s$$

Người ta gọi s là hoành độ cong của chất điểm chuyển động . Khi chất điểm chuyển động, *s* là hàm của thời gian *t*, tức là:

$$s = s(t) \qquad (1\text{-}3)$$

Khi dùng hoành độ cong, thì quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian $\Delta t = t - t_o$ là $\Delta s = s - s_0$, trong đó s_0 là khoảng cách từ chất điểm đến gốc *A* tại thời điểm ban đầu ($t_o = 0$), s là khoảng cách từ chất điểm đến gốc *A* tại thời điểm *t*. Nếu tại thời điểm ban đầu chất điểm ở ngay tại gốc *A* thì $s_0 = 0$ và $\Delta s = s$, *đúng bằng quãng đường mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian chuyển động* Δt.

1.1.2. Vận tốc

Để đặc trưng cho chuyển động về phương , chiều và độ nhanh chậm, người ta đưa ra đại lượng gọi là ***vận tốc***. Nói cách khác: *vận tốc là một đại lượng đặc trưng cho trạng thái chuyển động của chất điểm.*

1. Vận tốc trung bình và vận tốc tức thời

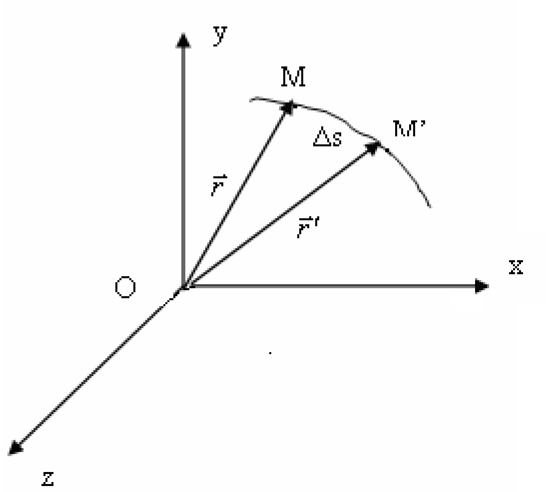
Giả sử ta xét chuyển động của chất điểm trên đường cong (C) (hình 1-2). Tại thời điểm *t*, chất điểm ở vị trí M, tại thời điểm $t'=t+\Delta t$ chất điểm đã đi được một quãng đường Δs và ở vị trí M' Quãng đường đi được của chất điểm trong khoảng thời gian $\Delta t = t'-t$ là:

$$\overset{\frown}{MM'} = s' - s = \Delta s$$

Tỉ số $\Delta s/\Delta t$ biểu thị quãng đường trung bình mà chất điểm đi được trong một đơn vị thời gian từ M đến M', và được gọi là vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian Δt (hoặc trên quãng đường từ *M* đến *M'*)

$$v_{tb} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1\text{-}4)$$

Vận tốc trung bình chỉ đặc trưng cho độ nhanh chậm trung bình của chuyển động trên quãng đường MM'. Trên quãng đường này, nói chung độ nhanh chậm của chất điểm thay đổi từ điểm này đến điểm khác. Vì thế để đặc trưng cho độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm, ta phải tính tỉ số $\Delta s/\Delta t$ trong những khoảng thời gian Δt vô cùng nhỏ, tức là cho $\Delta t \to 0$.



Hình 1-2
Xác định vận tốc của chất điểm

Theo định nghĩa, khi $\Delta t \to 0$, $M' \to M$, tỉ số $\Delta s/\Delta t$ sẽ tiến dần tới một giới hạn gọi là vận tốc tức thời (gọi tắt là *vận tốc*) của chất điểm tại thời điểm *t:*

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \qquad (1\text{-}5)$$

Vậy: *Vận tốc của chất điểm chuyển động bằng đạo hàm hoành độ cong của chất điểm đó theo thời gian.*

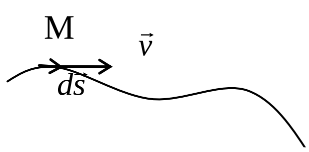
Số gia Δs cũng chính là quãng đường mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian $\Delta t = t - t_o$. Do đó nói chung có thể phát biểu (1-5) như sau:

Vận tốc của chất điểm chuyển động bằng đạo hàm quãng đường đi được của chất điểm đó theo thời gian.

Biểu thức (1-5) biểu diễn vận tốc là một lượng đại số.

Đơn vị đo của vận tốc trong hệ đơn vị SI là :

$\frac{\text{mét}}{\text{giây}}$ (m/s).



Hình.1-3
Để định nghĩa vectơ vận tốc

2. Vectơ vận tốc

Để đặc trưng đầy đủ cả về phương chiều và độ nhanh chậm của chuyển động người ta đưa ra một vectơ gọi là *vectơ vận tốc*.

Định nghĩa: Vectơ vận tốc tại vị trí M là vectơ có phương nằm trên tiếp tuyến với quĩ đạo tại M, có chiều theo chiều chuyển động và có độ lớn được xác định bởi công thức (1-5).

Để có thể viết được biểu thức của vectơ vận tốc , người ta định nghĩa vectơ vi phân cung $d\vec{s}$ là vectơ nằm trên tiếp tuyến với quỹ đạo tại M, hướng theo chiều chuyển động và có độ lớn bằng trị số tuyệt đối của vi phân hoành độ cong *ds* đó. Do đó ta có thể viết lại (1-5) như sau:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \tag{1-6}$$

3. Vectơ vận tốc trong hệ toạ độ Descartes

Giả sử tại thời điểm *t*, vị trí của chất điểm chuyển động được xác định bởi bán kính vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ (hình1-4). Ở thời điểm sau đó *t'=t+Δt*, vị trí của nó được xác định bởi bán kính vectơ:

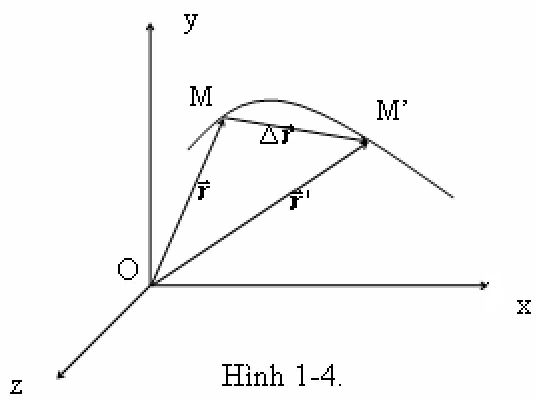
$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} + \Delta\vec{r}$$

Khi $\Delta t \to 0$, $M' \to M$, $\Delta\vec{r} \to d\vec{r}$, do đó $\overset{\frown}{MM'} \approx \overline{MM'}$, $d\vec{r} = d\vec{s}$.

Hai vectơ $d\vec{r}, d\vec{s}$ bằng nhau, do đó ta có thể viết lại biểu thức (1-6) của vận tốc như sau:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{1-7}$$

Tức là: *Vectơ vận tốc bằng đạo hàm bán kính vectơ vị trí chuyển động của chất điểm theo thời gian.*



Hình 1-4.
Xác định vecto vận tốc trong hệ toạ độ Descartes

Gọi ba thành phần v_x, v_y, v_z của véc tơ vận tốc $\vec{v}$ theo ba trục tọa độ có độ dài đại số lần lượt bằng đạo hàm ba thành phần tương ứng của bán kính véc tơ theo ba trục tọa độ:

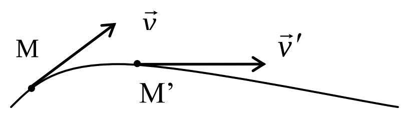
$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt} \tag{1-8}$$

Độ lớn của vận tốc được tính theo công thức:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \tag{1-9}$$

1.1.3. Gia tốc

Để đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc, người ta đưa ra một đại lượng gọi là vectơ gia tốc .



Hình 1-5
Vận tốc tại những điểm khác nhau

Nói cách khác, *gia tốc là đại lượng đặc trưng cho sự biến đổi trạng thái chuyển động của chất điểm*.

1. Định nghĩa và biểu thức vectơ gia tốc

Khi chất điểm chuyển động , vectơ vận tốc của nó thay đổi cả về phương chiều và độ lớn. Giả sử tại thời điểm *t* chất điểm ở điểm M, có vận tốc là $\vec{v}$, tại thời điểm sau đó $t' = t+\Delta t$ chất điểm ở vị trí M' có vận tốc $\vec{v}' = \vec{v} + \Delta\vec{v}$ (hình 1 -5). Trong khoảng thời gian $\Delta t=t'- t$, vectơ vận tốc của chất điểm biến thiên một lượng: $\Delta\vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$

Tỷ số $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ xác định độ biến thiên trung bình của vectơ vận tốc trong một đơn vị thời gian và được gọi là *vectơ gia tốc trung bình* của chất điểm chuyển động trong khoảng thời gian Δt:

$$\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \tag{1-10}$$

Nhưng nói chung tại những thời điểm khác nhau trong khoảng thời gian Δt đã xét, độ biến thiên vectơ vận tốc trong một đơn vị thời gian có khác nhau . Do đó, để đặc trưng cho độ biến thiên của vectơ vận tốc tại từng thời điểm , ta phải xác định tỷ số $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ trong khoảng thời gian vô cùng nhỏ, nghĩa là cho $\Delta t \to 0$, khi đó tỷ số $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ sẽ tiến dần tới giới hạn gọi là vectơ gia tốc tức thời (gọi tắt là *gia tốc*) của chất điểm tại thời điểm *t* và được ký hiệu là $\vec{a}$.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{1-11}$$

Vậy: *"Vectơ gia tốc của chất điểm chuyển động bằng đạo hàm vectơ vận tốc theo thời gian"*.

Nếu phân tích chuyển động của chất điểm thành ba thành phần chuyển động theo ba trục *ox, oy, oz* của hệ tọa độ Descartes, ta có:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2},\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2},\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \tag{1-12}$$

và độ lớn của gia tốc sẽ được tính như sau:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}$$

2. Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến

Trường hợp tổng quát , khi chất điểm chuyển động trên quỹ đạo cong , vectơ vận tốc thay đổi cả về phương chiều và độ lớn . Để đặc trưng riêng cho sự biến đổi về độ lớn phương và chiều của vectơ vận tốc người ta phân tích $\vec{a}$ thành hai thành phần: gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến.

Xét chuyển động của chất điểm trên quỹ đạo tròn (hình 1-6). Tại thời điểm t, chất điểm ở tại vị trí M có vận tốc $\vec{v}$; Tại thời điểm t' chất điểm ở vị trí M', có vận tốc $\vec{v}'\cdot$ Ta vẽ vectơ $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{M'A'} = \vec{v}'$ có gốc tại M.

Ta đặt trên phương *MA* một đoạn $\overline{MC}$ sao cho $\overline{MC} = |\vec{v}'|$. Khi đó, như trên hình vẽ (1-6), độ biến thiên vectơ vận tốc trong khoảng thời gian *Dt* là:

$$\Delta\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

Theo định nghĩa (1-11) về gia tốc, ta có:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{AC}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{CB}}{\Delta t} \qquad (1\text{-}13)$$

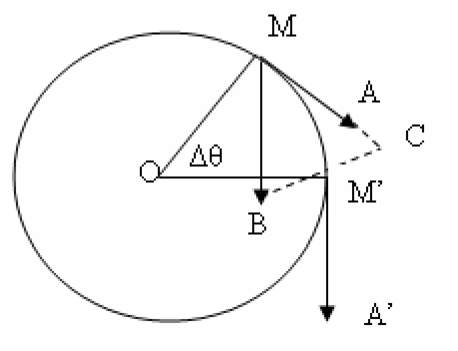
Theo (1-13), vectơ gia tốc gồm hai thành phần . Sau đây ta sẽ lần lượt xét các thành phần này.

Gia tốc tiếp tuyến.

Ta ký hiệu thành phần thứ nhất của (1-13) là:

$$\vec{a}_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{AC}}{\Delta t}$$

Thành phần này luôn *cùng phương* với tiếp tuyến của quỹ đạo tại thờ i điểm *t*, vì vậy được gọi là *gia tốc tiếp tuyến*.



Hình 1-6
Xác định gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến

Chiều của $\vec{a}_t$ trùng chiều với $\overrightarrow{AC}$. Vì vậy khi $v' > v$ thì $\vec{a}_t$ cùng chiều với $\vec{v}$, khi $v' < v$, thì $\vec{a}_t$ ngược chiều với $\vec{v}$

Độ lớn được tính như sau:

$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\overrightarrow{AC}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{AC}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{MC} - \overline{MA}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v' - v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Theo định nghĩa đạo hàm:

$$a_t = \frac{dv}{dt} \qquad (1\text{-}14)$$

Vậy: *Vectơ gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự biến đổi độ lớn của vectơ vận tốc, có:*

– *Phương trùng với tiếp tuyến của qũy đạo,*

– *Chiều trùng với chiều chuyển động khi vận tốc tăng và ngược chiều chuyển động khi vận tốc giảm.*

– *Độ lớn bằng đạo hàm trị số vận tốc theo thời gian.*

Gia tốc pháp tuyến

Thành phần thứ hai của gia tốc, được ký hiệu là $\vec{a}_n$ và theo (1-13), ta có:

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{CB}}{\Delta t}$$

Khi $\Delta t \to 0$, $\vec{v}' \to \vec{v}$, $\overrightarrow{CB}$ dần tới vuông góc với $\overrightarrow{AC}$, tức vuông góc với t iếp tuyến của quĩ đạo tại M. Vì vậy $\vec{a}_n$ được gọi là *gia tốc pháp tuyến*.

Độ lớn của gia tốc pháp tuyến là: $a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{CB}{\Delta t}$

Ta đặt $\widehat{MOM'} = \widehat{CMB} = \Delta\theta$. Trong tam giác cân Δ MCB có:

$$\widehat{MCB} = \frac{\pi - \widehat{CMB}}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta\theta}{2}$$

Khi $\Delta t \to 0$, $M' \to M$, $\Delta\theta \to 0$, $\widehat{MCB} \to \frac{\pi}{2}$. Vậy đến giới hạn , $\overrightarrow{CB} \perp \overrightarrow{AC}$ do đó phương của $\vec{a}_n \perp \overrightarrow{AC}$ tức là vuông góc với tiếp tuyến của quỹ đạo tại *M*.

Chiều của $\vec{a}_n$ luôn hướng về tâm của quĩ đạo , do đó được gọi là *gia tốc hướng tâm.*

Độ lớn của $\vec{a}_n$ cho bởi: $a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{CB}}{\Delta t}$

Chú ý rằng các góc : $\widehat{BMC} = \widehat{MOM'} = \Delta\theta$. Khi $\Delta t \to 0$, $M' \to M$, $\vec{v}' \to \vec{v}$, góc Δθ rất nhỏ, có thể coi gần đúng:

$$\Delta s = \overset{\frown}{MM'} \approx R\Delta\theta,$$

$$\overline{CB} = v'.\Delta\theta = v'.\frac{\Delta s}{R}$$

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{CB}}{\Delta t} = \frac{1}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v'\Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{R} \lim_{\Delta t \to 0} v' . \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1\text{-}15)$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} v' = v \qquad \text{và} \qquad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v$$

Thay các kết qủa vừa tính được vào (1-15), cuối cùng ta sẽ được:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \qquad (1\text{-}16)$$

Công thức (1-16) chứng tỏ a_n càng lớn nếu chất điểm chuyển động càng nhanh và quĩ đạo càng cong (R càng nhỏ). Với các điều kiện này, phương của vectơ vận tốc thay đổi càng nhiều. Vì thế, *gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự thay đổi phương của vectơ vận tốc*.

Tóm lại *vectơ gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự thay đổi phương của vectơ vận tốc, nó có:*

- *Phương: trùng với phương pháp tuyến của quỹ đạo tại M;*
- *Chiều: luôn hướng về phía lõm của quỹ đạo;*
- *Có độ lớn bằng:* $a_n = \dfrac{v^2}{R}$

Kết luận

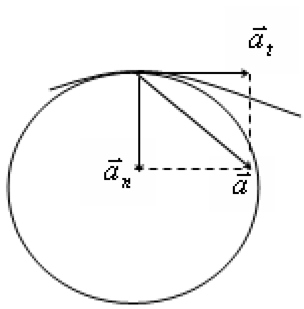
Trong chuyển động cong nói chung vectơ gia tốc gồm hai thành phần : gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến, tức là:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \qquad (1\text{-}17)$$

- *Gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự biến đổi về độ lớn của vectơ vận tốc.*
- *Gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự biến đổi về phương của vectơ vận tốc.*

Độ lớn

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$



Hình 1-7
Phân tích véc tơ gia tốc

Trong trường hợp tổng quát quỹ đạo của chất điểm là một đường cong bất kỳ, người ta chứng minh được rằng tại mỗi vị trí, véc tơ gia tốc tiếp tuyến và pháp tuyến vẫn cho bởi các biểu thức trên, nhưng chú ý rằng trong biểu thức a_n thì R là bán kính cong của quỹ đạo tại M (tức là bán kính của vòng tròn mật tiếp của quỹ đạo tại M)

Chúng ta xét một số trường hợp đặc biệt:

- Khi $a_n = 0$, vectơ vận tốc không thay đổi phương, chất điểm *chuyển động thẳng* (quỹ đạo chuyển động là đường thẳng).

- Khi $a_t = 0$, vectơ vận tốc không đổi về trị số và chiều, nó *chuyển động cong đều*.

- Khi $a = 0$ vectơ vận tốc không đổi, chất điểm chuyển *động thẳng đều*.

1.1.4. Một số dạng chuyển động cơ đơn giản

1. Chuyển động thẳng biến đổi đều

Trong trường hợp này $a_n = 0$, $a_t = \text{const}$, nên ta có:

Gia tốc

$$a = a_t = \frac{dv}{dt} = const \tag{1-18}$$

$$a = \frac{dv}{dt} \to \int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} adt$$

Từ đó suy ra:

$$v = v_o + at \tag{1-19}$$

Đường đi:

$$\int_0^s ds = \int_{v_0}^{v} vdt = \int_{v_0}^{v} \left(v_o + at\right) dt$$

chọn gốc tọa độ là vị trí ban đầu ta được: $$s = v_o t + \frac{at^2}{2} \tag{1-20}$$

Từ (1-19) và (1-20), khử thông số t ta sẽ được

$$2as = v^2 - v_0^2 \tag{1-21}$$

Trong chuyển động thẳng , nếu $a = 0$, vận tốc chuyển động không thay đổi , do đó chuyển động này được gọi *là chuyển động thẳng đều*. Trong chuyển động thẳng đều:

$v = const,$ $s = vt$

Rơi tự do là chuyển động của vật dưới tác dụng của trọng lực với vận tốc ban đầu $v_0 = 0$ và gia tốc a = g.

2. Chuyển động tròn

Trong chuyển động , nếu bán kính cong của quỹ đạo không thay đổi ($R = const$), chuyển động sẽ được gọi là *chuyển động tròn*.

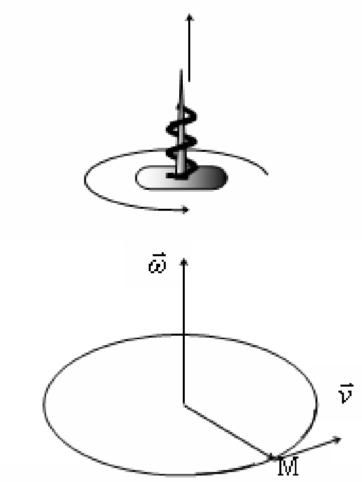
Trong chuyển động tròn, do có sự thay đổi góc quay của bán kính vecto $\overrightarrow{OM}$, ngoài các đại lượng v, a, a_t, a_n, người ta còn đưa ra các đại lượng *vận tốc góc* và *gia tốc góc*.

***Vận tốc góc**

Giả sử chất điểm M chuyển động trên quỹ đạo tròn tâm O, bán kính R. Trong khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$ chất điểm đi được quãng đường Δs bằng cung MM' ứng với góc quay $\Delta\theta = MOM'$ của bán kính $R = MO$ (Hình 1-8). Đại lượng $\Delta\theta/\Delta t$ biểu thị góc quay trung bình của bán kính trong một đơn vị thời gian và được gọi là vận tốc góc trung bình trong khoảng thời gian Δt:

$$\omega_{tb} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{1-22}$$

Nếu cho $\Delta t \to 0$, tỉ số $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ sẽ tiến tới giới hạn , ký



Hình 1-9.
Minh họa qui tắc vặn nút chai.

hiệu là ω, biểu thị vận tốc góc của chất điểm tại thời điểm t:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \qquad (1\text{-}23)$$

Vậy: "*Vận tốc góc bằng đạo hàm góc quay theo thời gian*"

Vận tốc góc có đơn vị là radian trên giây (*rad/s*).

Với chuyển động tròn đều (R= const, ω = const, *v* = const) người ta còn đưa ra định nghĩa *chu kỳ* và *tần số*.

Chu kỳ *là thời gian cần thiết để chất điểm đi được một vòng tròn*. Do chuyển động tròn đều, góc quay trong khoảng thời gian Δt là:

$$\Delta\theta = \omega.t$$

Trong một chu kỳ $\Delta t = T, \Delta\theta = 2\pi$

Và ta suy ra: $T = \dfrac{\Delta\theta}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

Vậy: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

Tần số (ký hiệu là f) *là số vòng quay được của chất điểm trong một đơn vị thời gian*.

Trong khoảng thời gian mộ t giây chất điểm đi được cung tròn ω, mỗi vòng tròn có độ dài *2π,* do đó theo định nghĩa tần số, ta có:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$$

Đơn vị của chu kỳ là giây *(s),* của tần số là *1/s* hoặc còn gọi là Hertz (Hz).

Người ta biểu diễn vận tốc góc bằng véc tơ $\vec{\omega}$, nằm trên trục của vòng tròn quỹ đạo, thuận chiều đối với chiều quay của chuyển động và có giá trị bằng ω.

**** Liên hệ giữa các vectơ** $\vec{v}$ **và** $\vec{\omega}$.* Giữa bán kính R, cung $\overset{\frown}{MM'}$ và góc $\Delta\theta$ có mối liên hệ (xem hình 1-8): $\overset{\frown}{MM'} = \Delta s = R\,\Delta\theta$, do đó: $\dfrac{\Delta s}{\Delta t} = R.\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ Khi $\Delta t \to 0$, ta được:

$$v = \omega R \qquad (1\text{-}24)$$

Nếu đặt $\overrightarrow{OM} = \vec{R}$ (hình 1-9) ta thấy ba ve ctơ $\vec{\omega}, \vec{R}, \vec{v}$ theo thứ tự đó tạo thành một tam diện thuận ba mặt vuông. Ngoài ra theo công thức (1-24) ta có thể viết:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{R} \qquad (1\text{-}25)$$

**** Liên hệ giữa** a_n **và** ω*

$a_n = \dfrac{v^2}{R}$, $v = \omega R$, ta suy ra: $a_n = \dfrac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$

$$a_n = \omega^2 R \qquad (1\text{-}26)$$

**** Gia tốc góc***

Giả sử trong khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$, vận tốc góc của chất điểm chuyển động tròn biến thiên một lượng $\Delta\omega = \omega' - \omega$. Theo định nghĩa, lượng $\Delta\omega/\Delta t$ gọi là gia tốc góc trung bình trong khoảng thời gian Δt, nó biểu thị độ biến thiên trung bình củ a vận tốc góc trong một đơn vị thời gian:

$$\beta_{tb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Nếu cho $\Delta t \to 0$,gia tốc góc trung bình tiến tới giới hạn gọi là gia tốc góc của chất điểm tại thời điểm *t*, ký hiệu là β. Do đó:

$$\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Theo định nghĩa về đạo hàm, ta có:

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (1\text{-}27)$$

Vậy: *" Gia tốc góc bằng đạo hàm vận tốc góc theo thời gian và bằng đạo hàm bậc hai của góc quay theo thời gian"*.

Gia tốc góc có đơn vị bằng *Radian trên giây bình phương* (*rad/s*^{2}).

Khi $\beta > 0$, ω tăng, chuyển động tròn nhanh dần,

Khi $\beta < 0$, ω giảm, chuyển động tròn chậm dần.

Khi $\beta = 0$, ω không đổi, chuyển động tròn đều.

Khi β = const, chuyển động t ròn biến đổi đều (nhanh dần đều hoặc chậm dần đều). Tương tự như đã chứng minh cho trường hợp chuyển động thẳng biến đổi đều , ta cũng có thể chứng minh được:

$$\omega = \omega_0 + \beta t \qquad (1\text{-}28)$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 \qquad (1\text{-}29)$$

$$\omega^2 - \varpi_0^2 = 2\beta\theta \qquad (1\text{-}30)$$

Với chú ý là: tại thời điểm ban đầu $t_o = 0$, $\theta_o = 0$, vận tốc góc có giá trị ω_o.

Người ta biểu diễn gia tốc góc bằng một véc tơ gọi là véc tơ gia tốc góc, có:

- Phương nằm trên trục của quỹ dạo tròn

- Cùng chiều với $\vec{\omega}$ khi $\beta > 0$ và ngược chiều với $\vec{\omega}$ khi $\beta < 0$

- Có giá trị bằng β

Vậy ta có thể viết hệ thức sau:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \tag{1-31}$$

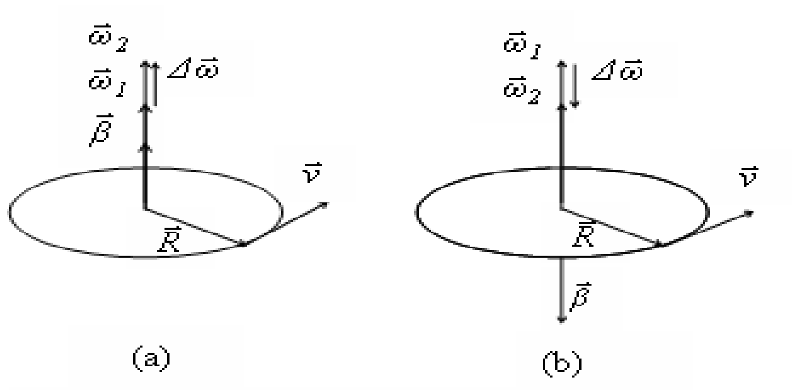
**** Liên hệ giữa a_t và β***

Thay $v = \omega . R$ vào $a_t = \frac{dv}{dt}$ ta được:

$$a_t = \frac{d(R\omega)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\beta \tag{1-32}$$

Theo định nghĩa của các vectơ $\vec{\beta}, \vec{R}, \vec{a_t}$, ta thấy ba vectơ theo thứ tự đó luôn tạo thành tam diện thuận ba mặt vuông; Kết hợp với (1-32) ta có thể viết:

$$\vec{a_t} = \vec{\beta} \wedge \vec{R} \tag{1-33}$$



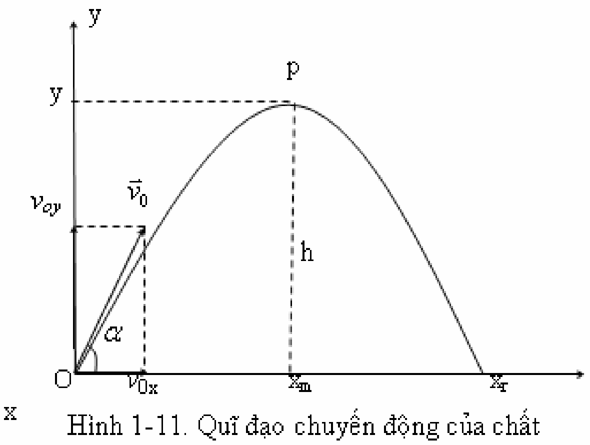
Hình. 1-10

Liên hệ giữa các vectơ $\vec{R}$, $\vec{v}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\beta}$
a-quay nhanh dần, b-quay chậm dần

3. Chuyển động với gia tốc không đổi

Xét chuyển động của một chất điểm xuất phát từ một điểm O trên mặt đất với véc tơ vận tốc ban đầu là $\vec{v}_0$ hợp với phương nằm ngang một góc α (hình 1-11) Bỏ qua mọi lực cản không khí.

Chọn mặt phẳng hình vẽ là mặt phẳng thẳng đứng chứa $\vec{v}_0$, hai trục tọa độ Ox nằm ngang và Oy thẳng đứng hướng lên trên (hình 1-11). Quỹ đạo của chất điểm sẽ nằm trong mặt phẳng *Oxy*.



Hình 1-11. Quĩ đạo chuyển động của chất điểm

**** Phương trình chuyển động***

Ta phân tích vectơ vận tốc $\vec{v}_0$ thành 2 thành phần theo 2 trục Ox, Oy:

$v_{ox} = v_o\cos\alpha$,

$v_{oy} = v_o\sin\alpha$

Coi chuyển động gồm hai thành phần: thành phần theo phương *Ox*, có vận tốc ban đầu v_{ox}, có gia tốc bằng không $a_x = 0$; thành phần *Oy* có vận tốc ban đầu v_{oy}, gia tốc bằng $a_y = g$, gia tốc này ngược chiều với trục *Oy*. Vậy phương trình chuyển động của chất điểm là:

$$x = (v_o\cos\alpha)t \qquad (1)$$

$$y = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

**** Phương trình quỹ đạo***

Khử *t* từ hai phương trình (1) và (2) ta được:

$$y = -\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} + xtg\alpha \qquad (3)$$

Vậy quỹ đạo của chất điểm là một parabol, bề lõm hướng xuống dưới (Hình 1-11).

****. Thời gian rơi***

Khi viên đạn rơi chạm đất, y = 0, từ (2) ta được:

$$\left(v_0\sin\alpha - \frac{gt}{2}\right)t = 0$$

Phương trình này có 2 nghiệm:

Nghiệm $t_1 = 0$ ứng với thời điểm xuất phát, t_2 ứng với lúc chạm đất. Vậy thời gian cần thiết để chất điểm bay trong không khí là $\Delta t = t_2 - t_1 = t_2$.

$$t_2 = \Delta t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \quad (4)$$

**** Độ cao cực đại***

Khi đạt đến điểm cao nhất *p*, vận tốc của chất điểm theo phương *Oy* bằng không:

$$v_y = v_{0y} - gt = 0$$

Thời gian để đạt độ cao nhất:

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Độ cao lớn nhất mà chất điểm đạt được:

$$y_{\max} = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \quad (5)$$

****. Tầm bay xa của chất điểm***

Khi chất điểm chạm đất, nó cách gốc *O* một khoảng *OR* = *x*. Khi đó y=0.

Từ (3) ta được: $$x = \frac{2v_0^2 \cos\alpha . \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (6)$$

1.2. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Động lực học nghiên cứu mối quan hệ giữa sự biến đổi trạng thái chuyển động của các vật với tương tác giữa các vật đó. Cơ sở của động lực học gồm ba định luật Newton và nguyên lý tương đối Galiléo.

1.2.1. Các định luật Newton

Các định luật Newton nêu lên mối quan hệ giữa chuyển động của một vật với tác dụng từ bên ngoài và quan hệ giữa các tác dụng lẫn nhau giữa các vật.

1. Định luật Newton thứ nhất

Chất điểm cô lập : *Là chất điểm không tác dụng lên chất điểm khác và cũng không chịu tác dụng nào từ chất điểm khác.*

Định luật Newton thứ nhất phát biểu như sau:

Một chất điểm cô lập nếu đang đứng yên, sẽ tiếp tục đứng yên, nếu đang chuyển động, chuyển động của nó là thẳng và đều.

Trong cả hai trường hợp, chất điểm đứng yên $(\vec{v} = 0)$ và chuyển động thẳng đều $(\vec{v} = const)$ đều có vận tốc không đổi. Khi vận tốc của chất điểm không đổi, ta nói *trạng thái chuyển động của nó được bảo toàn*.

Như vậy theo định luật Newton I: *Một chất điểm cô lập luôn bảo toàn trạng thái chuyển động của nó.*

Tính chất bảo toàn trạng thái chuyển động được gọi là *quán tính*. Vì vậy định luật thứ nhất của Newton còn được gọi là *định luật quán tính.*

Có thể vận dụng định luật quán tính để giải thích nhiều hiện tượng thực tế. Ví dụ, đoàn tàu đang đứng yên bỗng chuyển động đột ngột. Khi đó, hành khách đang đứng yên hoặc ngồi trên tàu sẽ bị ngã người về phía sau do quán tính. Tương tự, khi đoàn tàu đang chuyển động thẳng đều bị dừng đột ngột, hành khách sẽ bị chúi người về phía trước.

2. Định luật Newton thứ hai

Định luật thứ hai của Newton xét chất điểm ở trạng thái không cô lập, nghĩa là chịu tác dụng của những vật khác. Tác dụng từ vật này lên vật khác được đặc trưng bởi một đại lượng là *lực*, thường ký hiệu bằng vectơ $\vec{F}$.

Khi một vật chịu tác dụng đồng thời của nhiều lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, ...$ thì ta có thể thay tất cả các lực đó bằng một lực tổng hợp: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ...$

Lực tác dụng lên một vật làm thay đổi trạng thái chuyển động của vật. Vì trạng thái của một vật được xác định bởi vận tốc và vị trí của nó, do đó khi chịu tác dụng của một lực, vận tốc của vật bị biến đổi, tức là vật thu được gia tốc. Lực tác dụng càng lớn, gia tốc mà vật thu được sẽ càng lớn. Thí nghiệm chứng tỏ rằng gia tốc của một vật còn phụ thuộc vào quán tính của vật. Quán tính của một vật được đặc trưng bởi khối lượng của vật, ký hiệu là *m*.

Ba đại lượng là *lực, khối lượng* và *gia tốc* liên hệ với nhau theo một định luật thực nghiệm do Newton nêu ra, gọi là định luật Newton thứ II và được phát biểu như sau:

- *Chuyển động của một chất điểm chịu tác dụng của lực* $\vec{F}$ *là một chuyển động có gia tốc* $\vec{a}$ *,*
- *Gia tốc chuyển động của một chất điểm tỷ lệ thuận với lực tác dụng và tỷ lệ nghịch với khối lượng của chất điểm ấy*, từ đó có thể viết:

$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m} \qquad (1\text{-}34)$$

Trong đó, *k* là một hệ số tỷ lệ phụ thuộc vào cách chọn đơn vị các đại lượng trong công thức (1-34). Trong hệ đơn vị quốc tế *SI*, người ta chọn *k = 1*, do đó:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Hoặc có thể viết:

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (1\text{-}35)$$

Rõ ràng cùng một lực tác dụng lên vật nếu khối lượng *m* của vật càng lớn thì gia tốc của vật càng nhỏ, nghĩa là trạng thái chuyển động của vật càng ít thay đổi. Như vậy khối lượng *m* của vật đặc trưng cho *quán tính của vật*.

Thực nghiệm chứng tỏ định luật Newton 2 chỉ nghiệm đúng đối với hệ qui chiếu quán tinh (sẽ được nêu rõ dưới đây).

Biểu thức (1-34) bao gồm cả định luật Newton I và II, được gọi là *phương trình cơ bản của động lực học chất điểm*.

Từ phương trình:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Với định luật Newton I:

$$\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{a} = 0 \rightarrow \vec{v} = const$$

Với định luật Newton II:

$$\vec{F} \neq 0 \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \neq 0$$

3. Hệ qui chiếu quán tính

Định nghĩa: *Hệ qui chiếu trong đó một vật cô lập nếu đang đứng yên sẽ đứng yên mãi mãi còn nếu đang chuyển động sẽ chuyển động thẳng đều được gọi là hệ qui chiếu quán tính.*

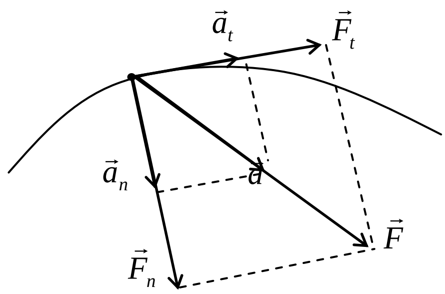
Nói cách khác, *hệ qui chiếu trong đó định luật quán tính được nghiệm đúng là hệ qui chiếu quán tính.*

Thực nghiệm cũng chứng tỏ định luật Newton II chỉ nghiệm đúng đối với hệ qui chiếu quán tính.

4. Lực tác dụng trong chuyển động cong

Trong chuyển động cong, gia tốc của chất điểm gồm hai thành phần gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_t$ và gia tốc pháp tuyến $\vec{a}_n$. Gia tốc tổng hợp của chất điểm là $\vec{a}$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$



Hình 1-12
Lực hướng tâm và lực ly tâm

Nhân 2 vế của phương trình này với khối lượng của chất điểm, ta được:

$$m\vec{a} = m\vec{a}_t + m\vec{a}_n$$

Theo định luật Newton II:

$$\vec{F} = m\vec{a},\ \vec{F}_t = m\vec{a}_t,\ \vec{F}_n = m\vec{a}_n$$

ta được: $\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$

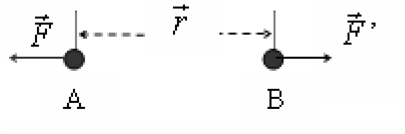
Thành phần $\vec{F}_t = m\vec{a}_t$ được gọi là *lực tiếp tuyến*, lực tiếp tuyến gây ra gia tốc tiếp tuyến, tức làm thay đổi độ lớn và chiều của vận tốc; còn thành phần $\vec{F}_n = m\vec{a}_n$ được gọi là *lực pháp tuyến* hay là *lực hướng tâm*, lực hướng tâm gây ra gia tốc hướng tâm, làm thay đổi phương của vectơ vận tốc.

Như vậy *điều kiện cần thiết để cho chất điểm chuyển động cong là phải tác dụng lên nó một lực hướng tâm, có độ lớn:*

$$F_n = ma_n = m\frac{v^2}{R}$$

5. Định luật Newton thứ ba

Trong tự nhiên không bao giờ có tác động một phía. Newton đã chứng minh rằng khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B thì ngược lại chất điểm B cũng tác dụng lên chất điểm A. Newton đã đưa ra định luật Newton III phát biểu như sau:



Hình 1-13
Lực tương tác giữa hai vật

Khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B một lực $\vec{F}$ thì đồng thời chất điểm B cũng tác dụng lên chất điểm A một lực $\vec{F}'$. Hai lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ đồng thời tồn tại, cùng phương, ngược chiều, cùng cường độ và đặt lên hai chất điểm A và B khác nhau (hình 1-13):

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

Người ta gọi $\vec{F}'$ là lực phản tác dụng, thường gọi tắt là *phản lực*. Hai vectơ lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ có điểm đặt khác nhau nên chúng không phải là hai lực cân bằng, tức là không triệt tiêu nhau.

Nếu một hệ gồm hai chất điểm A và B tương tác nhau thì các lực tương tác giữa A và B ($\vec{F}$ và $\vec{F}'$) khi đó được gọi là *nội lực tương tác trong hệ,* tổng hợp hai vectơ nội lực này của hệ bằng không: $\vec{F} + \vec{F}' = 0$.

Trường hợp tổng quát, nếu hệ có n chất điểm, trong hệ chỉ có các nội lực tương tác giữa các chất điểm của hệ (không tương tác với các chất điểm khác ở ngoài hệ) thì hệ được gọi là *hệ cô lập* (hay còn gọi là *hệ kín*). Khi đó nếu xét từng đôi chất điểm của hệ thì tổng hai lực tương tác giữa chúng bằng không. Do đó nếu xét cả hệ thì : *Tổng hợp các nội lực của một hệ cô lập luôn bằng không.*

1.2.2. Các định lý về động lượng

Từ định luật Newton II ta có thể suy ra một số phát biểu khác, đó là các định lý về động lượng.

1. Định lý 1

Giả sử chất điểm có khối lượng *m* chịu tác dụng của lực $\vec{F}$, theo định luật Newton *II,* chất điểm đó sẽ chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ sao cho:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Hay
$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

Giả thiết khối lượng *m* không đổi, ta có thể viết:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \qquad (1\text{-}36)$$

Ta đặt: $\vec{K} = m\vec{v}$, và gọi $\vec{K}$ là vectơ động lượng của chất điểm, do đó có thể viết lại (1-36) như sau:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F} \qquad (1\text{-}37)$$

Định lý 1: Đạo hàm động lượng của một chất điểm theo thời gian bằng tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên chất điểm đó.

2. Định lý 2

Từ (1-37) ta suy ra:

$$d\vec{K} = \vec{F}dt \qquad (1\text{-}38)$$

Độ biến thiên của vectơ $\vec{K}$ từ thời điểm t_1 có vectơ động lượng $\vec{K}_1$ đến thời điểm t_2 có vectơ động lượng $\vec{K}_2$ có thể tính được như sau:

$$\Delta\vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \int_{\vec{K}_1}^{\vec{K}_2} d\vec{K} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.dt \qquad (1\text{-}39)$$

Người ta gọi $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.dt$ là xung lượng của lực $\vec{F}$ trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2. Biểu thức (1-39) được phát biểu thành định lý 2 như sau:

Định lý 2: Độ biến thiên động lượng của một chất điểm trong một khoảng thời gian nào đó bằng xung lượng của lực tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

Trường hợp riêng khi $\vec{F}$ không đổi theo thời gian, (1-39) trở thành:

$$\Delta\vec{K} = \vec{F}\Delta t \qquad (1\text{-}40)$$

hay:

$$\frac{\Delta\vec{K}}{\Delta t} = \vec{F} \qquad (1\text{-}41)$$

Tức là*: Độ biến thiên động lượng của chất điểm trong một đơn vị thời gian bằng lực tác dụng lên chất điểm đó:*

1.2.3. Ý nghĩa của động lượng và xung lượng

1.Ý nghĩa của động lượng

Đến đây ta có hai đại lượng đặc trưng cho trạng thái chuyển động là vận tốc và động lượng. Vận tốc đặc trưng cho chuyển động về mặt *động học*. Còn động lượng đặc trưng cho chuyển động về mặt *động lực học*, vì động lượng không chỉ liên quan đến vận tốc mà còn liên quan đến khối lượng của chất điểm.

Hơn nữa *động lượng còn đặc trưng cho khả năng truyền chuyển động của chất điểm.*

Để minh hoạ, ta lấy ví dụ sau. Một quả cầu khối lượng m_1 chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1$ đến đập thẳng vào một quả cầu khối lượng m_2 đang đứng yên. Sau va chạm, quả cầu m_2 sẽ chuyển động với vận tốc $\vec{v}_2$. Thực nghiệm chứng tỏ $\vec{v}_2$ không những phụ thuộc vào $\vec{v}_1$ mà còn phụ thuộc vào m_1, nghĩa là phụ thuộc vào $\vec{K}_1 = m_1\vec{v}_1$ (động lượng của qủa cầu thứ nhất). Vận tốc $\vec{v}_2$ càng lớn nếu $m_1\vec{v}_1$ càng lớn, chứ không phải chỉ riêng do $\vec{v}_1$ lớn.

Vậy khả năng truyền chuyển động phụ thuộc vào động lượng của vật

2. Ý nghĩa của xung lượng

Xung lượng của một lực tác dụng trong khoảng thời gian Δt đặc trưng cho tác dụng của lực trong khoảng thời gian đó. Thực vậy, các công thức (1-39) và (1-40) chứng tỏ tác dụng của lực không những phụ thuộc vào cường độ của lực mà còn phụ thuộc vào khoảng thời gian tác dụng. Cùng một lực tác dụng, độ biến thiên động lượng tỉ lệ thuận với khoảng thời gian tác dụng.

1.3. Ứng dụng phương trình cơ bản của cơ học để khảo sát chuyển động của các vật

Từ định luật Newton thứ III ta suy ra rằng: tương tác là hiện tượng phổ biến của tự nhiên. Do đó giữa vật chuyển động và vật liên kết với nó luôn có các lực tương tác gọi là các *lực liên kết*. Dưới đây ta sẽ xét một số loại lực liên kết thường gặp.

1.3.1. Các lực liên kết

1. Lực ma sát

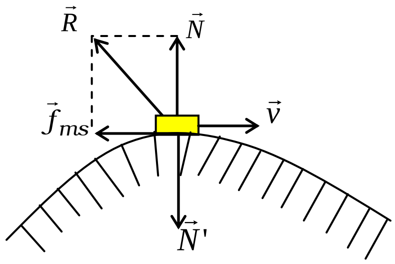
**** Lực ma sát trượt***

Thực nghiệm chứng tỏ khi một vật rắn m trượt trên giá đỡ S, nó tác dụng một lực nén lên mặt giá đỡ S. Theo định luật Newton III, mặt này lại tác dụng lên vật m một phản lực $\vec{R}$ gồm hai thành phần $\overrightarrow{f_{ms}}$ và $\vec{N}$ (hình 1-14) sao cho:

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}_{ms}$$

- Thành phần $\vec{N}$ gọi là phản lực pháp tuyến, nó hướng vuông góc với giá đỡ S tại điểm tiếp xúc và luôn trực đối với áp lực $\vec{N}'$ (lực nén vuông góc với mặt tiếp xúc) của vật m tác dụng lên mặt giá đỡ S sao cho điều kiện sau đây được thoả mãn:

$$\vec{N}' = -\vec{N}.$$



Hình 1-14
Để xác định lực ma sát trượt

- Thành phần $\vec{f}_{ms}$ gọi là *lực ma sát trượt*, nó có phương trùng với tiếp tuyến với mặt giá đỡ S tại điểm tiếp xúc, ngược chiều vận tốc $\vec{v}$ và cản trở chuyển động của vật. Nếu vận tốc của vật không quá lớn thì lực ma sát trượt có độ lớn tỷ lệ với phản lực pháp tuyến:

$$f_{ms} = kN$$

Trong đó, k là hệ số tỷ lệ, gọi là *hệ số ma sát trượt*, luôn có giá trị nhỏ hơn đơn vị (k<1), nó phụ thuộc vào bản chất và tính chất của các mặt tiếp xúc giữa các vật liên kết. Bảng sau đây cho ví dụ về hệ số ma sát của một số mặt tiếp xúc:

Tên vật liệu	**k**	**Tên vật liệu**	**k**
Gỗ rắn trên gỗ rắn	0,25	Thép trên thép	0,17
Lốp cao su trên đất cứng	0,4÷0,6	Thép trên đất cứng	0,2÷0,4

**** Lực ma sát lăn***

Đó là lực ma sát xuất hiện ở mặt tiếp xúc giữa một vật lăn trên mặt của một vật khác. Độ lớn của lực ma sát lăn cũng tỷ lệ với độ lớn của phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ và được tính theo công thức:

$$f_{ms} = \mu \frac{N}{r}$$

trong đó r là bán kính của vật lăn, μ là hệ số ma sát lăn.

Thực nghiệm chứng tỏ lực ma sát lăn nhỏ hơn lực ma sát trượt. Vì vậy trong kỹ thuật, người ta thường sử dụng các ổ bi để chuyển ma sát trượt thành ma sát lăn của các viên bi hay thanh trụ trong các ổ bi.

**** Lực ma sát nhớt***

Đó là lực ma sát xuất hiện ở mặt hai lớp chất lưu (chất lỏng hay chất khí) chuyển động đối với nhau. Nếu một vật chuyển động trong chất lưu với vận tốc không lớn lắm, thì lực ma sát nhớt (giữa lớp chất lưu bám dính vào mặt ngoài của vật với lớp chất lưu nằm sát nó) tỷ lệ và ngược chiều với vận tốc:

$$\vec{f}_{ms} = -r\vec{v}$$

ở đây r là *hệ số ma sát nhớt* của chất lưu. Trị số của r phụ thuộc vào bản chất và nhiệt độ của chất lưu, nó nhỏ hơn nhiều so với hệ số ma sát trượt và ma sát lăn. Vì vậy người ta thường dùng dầu nhớt bôi trơn mặt tiếp xúc giữa các vật chuyển động để giảm lực ma sát. Nếu vật có dạng hình cầu đường kính d thì lực ma sát nhớt tính theo công thức Stokes:

$$f_{ms} = 3\pi\eta dV$$

trong đó, η được gọi là *hệ số nhớt* của chất lưu.

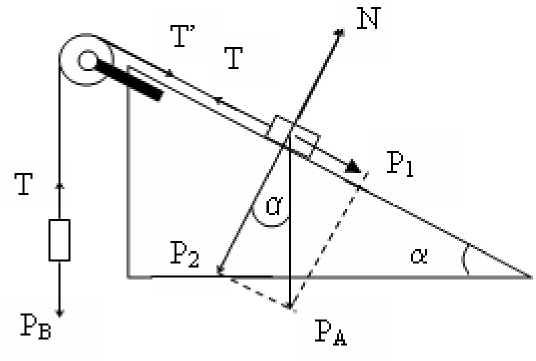
2. ***Lực căng***

Giả sử có một vật nào đó bị buộc vào một sợi dây không dãn, dưới tác dụng của một ngoại lực $\vec{F}$ vật có một trạng thái động lực học nào đó (đứng yên hay chuyển động với gia tốc xác định). Sợi dây sẽ bị kéo căng. Tại mỗi điểm của dây sẽ xuất hiện những lực $\vec{T}$ và phản lực $\vec{T}'$. Các lực này là các lực tương tác giữa hai nhánh ở hai phía của sợi dây và được gọi là *lực căng* của sợi dây. Theo định luật Newton III ta có:

$$\vec{T} = -\vec{T}'$$

Độ lớn của các lực căng phụ thuộc vào trạng thái động lực học của sợi dây.

Muốn tính lực căng của sợi dây, ta tưởng tượng cắt sợi dây tại một điểm M bất kỳ thành hai phần. Đặt vào mỗi đầu (bị cắt) của sợi dây các lực căng $\vec{T}$ và $\vec{T}'$ sao cho trạng thái động lực học của mỗi nhánh dây (và của cả hệ) vẫn giữ nguyên như



Hình 1-15
Chuyển động của vật trên mặt phẳng nghiêng

không cắt dây. Sau đó áp dụng phương trình cơ bản của động lực học cho mỗi phần của hệ vật chuyển động (mỗi phần gắn với một bên dây).

1.3.2.Ví dụ

Ta hãy xác định gia tốc chuyển động của hệ hai vật *A* và *B* và sức căng của sợi dây kéo hai vật đó (hình 1-15). Hai vật lần lượt có khối lượng m_A và m_B. Vật *A* trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng một góc α so với phương nằm ngang. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và của sợi dây. Tác dụng lên vật *A* có:

* Sức căng $\vec{T}$,

* Trọng lực $\vec{P}_A$,

* Phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ của mặt phẳng nghiêng.

Trọng lực $\vec{P}_A$ tác dụng lên vật A được phân tích thành hai thành phần:

$$\vec{P}_A = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

Trong đó $\vec{P}_2$ vuông góc với mặt phẳng nghiêng và triệt tiêu với $\vec{N}$:

$P_2 = P\cos\alpha = m_A g\cos\alpha$, còn $P_1 = m_A g\sin\alpha$ song song với mặt phẳng nghiêng.

Vậy các ngoại lực tá c dụng lên A còn lại là : $\vec{P}_1, \vec{T}$. Hai lực này cùng phương nhưng ngược chiều nhau.

Giả sử $P_1 > T$, vật A bị kéo xuống dốc , vật B bị kéo lên . Chọn chiều chuyển động là chiều dương, phương trình chuyển động của A là:

$$P_1 - T = m_A g\sin\alpha - T = m_A a \qquad (*)$$

Tác dụng lên vật B có trọng lượng của vật B, sức căng của sợi dây

Lấy chiều chuyển động của hệ làm chuẩn, ta có phương trình chuyển động của B là:

$$T - P_B = m_B a \qquad (**)$$

Từ phương trình này ta được:

$$T = m_B a + m_B g = m_B(a+g).$$

Thay T từ phương trình này vào (*) ta được:

$$a = \frac{m_A \sin\alpha - m_B}{m_A + m_B} g$$

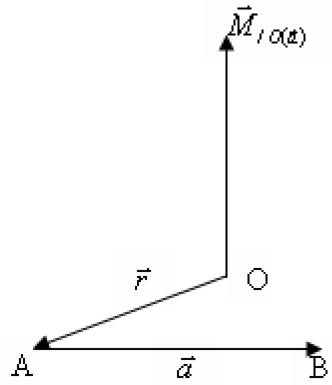
Sức căng sợi dây T

$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}(1 + \sin\alpha)g$$

1.4. Mômen động lượng

1.4.1. Mômen của một véc tơ đối với một điểm

Cho véc tơ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, gốc tại A và một điểm O cố định. Theo định nghĩa mômen của $\vec{a}$ đối với điểm O là một véc tơ $\vec{M}_{/O(\vec{a})}$ và:



Hình 1-16
Mômen của một véc tơ đối với một điểm

$$\vec{M}_{/O(\vec{a})} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{a} = \vec{r} \wedge \vec{a} \qquad (1\text{-}42)$$

Mômen $\vec{M}_{/O(\vec{a})}$ là một véc tơ:

- Gốc tại O

- Phương vuông góc với mặt phẳng chứa o và $\vec{a}$

- Chiều là chiều thuận đối với chiều quay từ $\overrightarrow{OA}$ sang $\overrightarrow{AB}$

- Có độ lớn $\left|\vec{M}_{/O(\vec{a})}\right| = |\vec{a}|.|\vec{r}|.\sin(\vec{a}, \vec{r})$

1.4.2.Tính chất

*. $\vec{M}_{/O(\vec{a})}$ = 0 khi $\vec{a} = 0$ hoặc $\vec{a}$ có phương đi qua O.

* Mômen của một véc tơ đối với một điểm là một hàm tuyến tính của véc tơ đó:

$$\vec{M}_{/O(\vec{a}+\vec{b})} = \vec{M}_{/O(\vec{a})} + \vec{M}_{/O(\vec{b})}$$

$$\vec{M}_{/O(\lambda\vec{a})} = \lambda\vec{M}_{/O(\vec{a})}$$

* Khi hai véc tơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn thì:

$$\vec{M}_{/O(\vec{a})} + \vec{M}_{/O(\vec{b})} = 0$$

1.4.3. Định lý về mômen động lượng

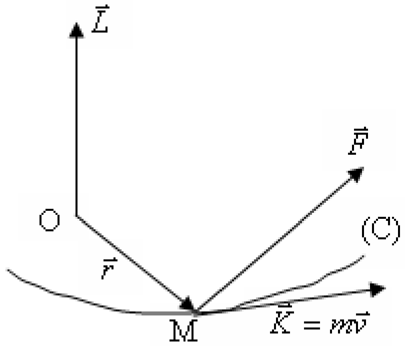
Xét chất điểm M chuyển động trên quỹ đạo (C) dưới tác dụng của ngoại lực $\vec{F}$, theo (1-37) ta có

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

Nhân hữu hướng hai vế của phương trình với $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ (O là gốc tọa độ)

$$\vec{r} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

Chú ý :



Hình 1-17
Véc tơ mômen động lượng

$$\frac{\vec{r} \wedge d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge m\vec{v}) = \frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{K})$$

Vì $\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge m\vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt}$

Vậy ta có thể viết :

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{K}) = \vec{r} \wedge \vec{F} \qquad (1\text{-}43)$$

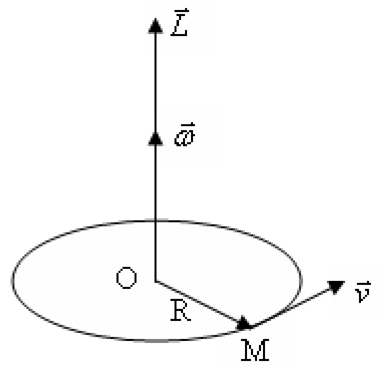
Trong đó $\vec{r} \wedge \vec{K}$ gọi là mômen đối với điểm O của véc tơ động lượng $\vec{K}$, được gọi là véc tơ mômen động lượng của chất điểm đối với điểm O, kí hiệu :

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$$

Phương trình (1-43) có thể viết lại :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{/O(\vec{a})}$$

Định lý về mômen động lượng : Đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng đối với điểm O của chất điểm chuyển động bằng tổng mômen đối với điểm O của các lực tác dụng lên chất điểm.



Hình 1-18
Mômen động lượng của chất điểm chuyển động tròn

Trong trường hợp chất điểm chuyển động trên quỹ đạo tròn thì :

$$\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v} \rightarrow |\vec{L}| = Rmv = (mR^2)\omega = I\omega$$

Trong đó $I = mR^2$ được gọi là mômen quán tính của chất điểm đối với điểm O.

Từ hình vẽ (1-18) ta có :

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

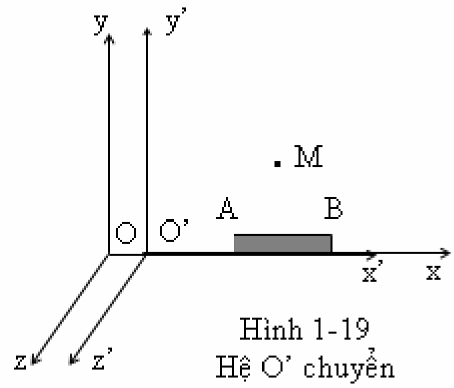
Vậy mômen động lượng của một chất điểm chuyển động tròn bằng tích của mômen quán tính của chất điểm với véc tơ vận tốc góc của chất điểm ấy.

1.5. Chuyển động tương đối và nguyên lý tương đối Galiléo

1. Không gian và thời gian theo cơ học cổ điển.

Ta xét hai hệ qui chiếu O và O' gắn với 2 hệ trục tọa độ *Oxyz* và *O'x'y'z'*. Hệ O đứng yên, hệ O'x' trượt dọc theo trục Ox sao cho *O'x'* $\nearrow\nearrow$ *Ox*, *O'y'* $\nearrow\nearrow$ *Oy*, *O'z'* $\nearrow\nearrow$ *Oz* (hình 1-19). Ta gắn vào mỗi hệ tọa độ một đồng hồ để chỉ thời gian . Ta xét một chất điểm chuyển động trong hệ O. Tại thời điểm *t* nó có các tọa độ *x,y,z*. Các tọa độ không gian và thời gian tương ứng của chất điểm đó trong hệ O' là *x',y',z', t'*.

Cơ học cổ điển được xây dựng trên cơ sở những quan điểm của cơ học Newton về không gian, thời gian và chuyển động. Các quan điểm của Newton như sau:



Hình 1-19
Hệ O' chuyển động đối với hệ O

a. Thời gian chỉ bởi các đồng hồ trong hai hệ O và O' là như nhau:

$$t' = t \qquad (1\text{-}44)$$

Nói cách khác, *thời gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc hệ qui chiếu.*

b. Vị trí M của chất điểm trong không gian được xác định tùy theo hệ qui chiếu, tức là tọa độ không gian của nó phụ thuộc hệ qui chiếu. Trong trường hợp cụ thể ở hình 1-19, ta có:

$$x = x' + \overline{OO'},\ \ y = y',\ \ z = z'. \qquad (1\text{-}45)$$

Vậy: *vị trí của không gian có tính chất tương đối, phụ thuộc hệ qui chiếu*. Do đó: *chuyển động có tính chất tương đối, phụ thuộc hệ qui chiếu.*

c. *Khoảng cách giữa 2 điểm của không gian có tính chất tuyệt đối, không phụ thuộc hệ qui chiếu.*

Thật vậy, giả sử có một cái thước *AB* đặt dọc theo trục *O'x'* gắn với hệ *O'*. Chiều dài của thước đo trong hệ *O'* là:

$$l_0 = x'_B - x'_A$$

Chiều dài của thước đó trong hệ O là:

$$l = x_B - x_A.$$

Theo (1-45) ta có:

$$x_A = x'_A + \overline{OO'},\quad x_B = x'_B + \overline{OO'},$$

Do đó: $x_B - x_A = x'_B - x'_A$

tức là: $l = l_0,$

chiều dài của thước bằng nhau trong hai hệ qui chiếu (không phụ thuộc hệ qui chiếu).

Ta xét chất điểm chuyển động trong hệ *O*. Coi rằng tại thời điểm đầu $t_0=0$ gốc *O* và *O'* trùng nhau, *O'* chuyển động thẳng đều dọc theo trục *Ox* với vận tốc V. Khi đó:

$$\overline{OO'} = Vt,$$

Theo (1-44) và (1-45)

$$x = x' + Vt,\ \ y = y',\ \ z = z',\ t = t' \qquad (1\text{-}46)$$

và ngược lại:

$$x' = x - Vt,\ \ y' = y,\ \ z' = z,\ \ t' = t \qquad (1\text{-}47)$$

Các công thức (1-46) và (1-47) được gọi là *phép biến đổi Galiléo*.

2. *Tổng hợp vận tốc và gia tốc*

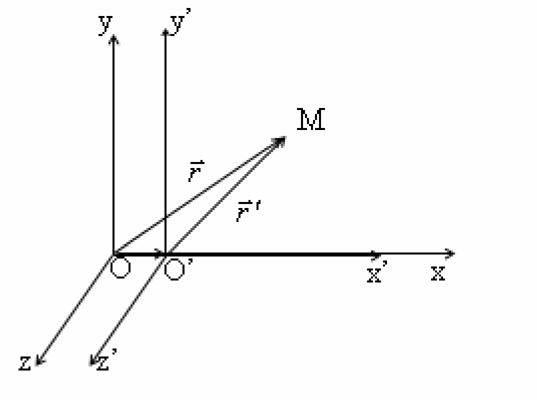
Ta hãy tìm mối liên hệ giữa vận tốc và gia tốc của cùng một chất điểm đối với hai hệ qui chiếu O và O' khác nhau.

Giả sử *O'x'y'z'* chuyển động đối với Oxyz sao cho luôn luôn có:

$O'x' \nearrow\nearrow Ox$, $O'y' \nearrow\nearrow Oy$, $O'z' \nearrow\nearrow Oz$ (hình 1-20).

Đặt $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$, $\overrightarrow{O'M} = \vec{r}\,'$ theo hình (1-20)

có: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$ hay $\vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \vec{r}\,'$ (1-48)



Hình 1-20
Tổng hợp vận tốc và gia tốc

Đạo hàm hai vế của (1-48) theo thời gian ta được:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}\,'}{dt} + \frac{d\left(\overrightarrow{OO'}\right)}{DT} \qquad (1\text{-}49)$$

Chú ý rằng: $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ là vận tốc của chất điểm đối với hệ *O*, $\frac{d\vec{r}\,'}{dt} = \vec{v}\,'$ là vận tốc của chất điểm đối với hệ *O'*, $\frac{d\left(\overrightarrow{OO'}\right)}{dt} = \vec{V}$ là vận tốc chuyển động của *O'* đối với *O*. Như vậy:

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{V} \qquad (1\text{-}50)$$

Để có gia tốc, ta lấy đạo hàm hai vế của (1-50) theo thời gian:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}\,'}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Ta được: $$\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{A} \qquad (1\text{-}51)$$

Trong đó, $\vec{a}$ là gia tốc của chất điểm đối với hệ *O*

$\vec{a}\,'$ là gia tốc của chất điểm đối với hệ *O'*

$\vec{A}$ là gia tốc chuyển động của hệ *O'* đối với hệ *O*.

Hai công thức (1-50) và (1-51) là các công thức tổng hợp vận tốc và gia tốc.

3. Nguyên lý tương đối Galiléo

Ta hãy xét chuyển động của chất điểm trong hai hệ qui chiếu khác nhau O và O' như đã nêu trên. Ta giả sử O là hệ quán tính, các định luật Newton được thỏa mãn. Như vậy phương trình cơ bản của động lực học của chất điểm sẽ là:

$$m\vec{a} = \vec{F} \qquad (1\text{-}52)$$

$\vec{a}$ là gia tốc của chất điểm đối với hệ O

$\vec{F}$ là tổng hợp các lực tác dụng lên chất điểm xét trong hệ O.

Gọi $\vec{a}'$ là gia tốc của chất điểm đối với hệ O', $\vec{A}$ là gia tốc chuyển động của hệ O' đối với hệ O, theo (1-51), ta có:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

Nếu hệ O' chuyển động thẳng đều đối với hệ O thì $\vec{A} = 0$ do đó

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Vậy $m\vec{a}' = m\vec{a} = \vec{F}$

$$m\vec{a}' = \vec{F} \qquad (1\text{-}53)$$

Như vậy định luật Newton cũng được thỏ a mãn trong hệ *O'*, vậy hệ *O'* cũng là hệ qui chiếu quán tính và ta có thể phát biểu như sau:

Mọi hệ qui chiếu chuyển động thẳng đều đối với hệ qui chiếu quán tính cũng là hệ qui chiếu quán tính.

Vì các định luật Newt on được nghiệm đúng trong các hệ qui chiếu quán tính cho nên cũng có thể phát biểu:

Các phương trình động lực học có dạng như nhau trong các hệ qui chiếu quán tính khác nhau. Đó là *nguyên lý tương đối Galiléo.*

Vì các phương trình động lực học là cơ sở để mô tả và khảo sát các hiện tượng cơ học cho nên ta có thể phát biểu:

Các hiện tượng (các định luật) cơ học xảy ra giống nhau trong các hệ qui chiếu quán tính khác nhau.

Vậy các phương trình cơ học bất biến qua phép biến đổi Galiléo.

Để có một hệ qui chiếu quán tính , ta phải chọn một hệ qui chiếu sao cho không gian trong nó đồng nhất và đẳng hướng , còn thời gian trong nó là đồng nhất . Điều này bảo đảm cho định luật I của Newton được nghiệm đúng tại bất kỳ thời điểm nào và tại bất kỳ vị trí nào trong hệ qui chiếu đó. Trong thực tế không thể có một vật cô lập tuyệt đối và một không gian thỏa mãn điều kiện trên. Do đó chỉ có thể chọn một hệ qui chiếu quán tính một cách gần đúng bằng cách gắn khối tâm của thái dương hệ với gốc của một hệ trục tọa độ , các trục hướng đến các vì sao đứng yên đối với khối tâm . Vì khối lượng của mặt trời rất lớn nên có thể coi khối tâm của thái dương hệ trùng với tâm của mặt trời . Hệ qui chiếu quán tính này có tên là *hệ Nhật tâm*. Trong một số trường hợp người ta gắn gốc của hệ trục tọa độ với tâm của quả đất nhưng bỏ qua chuyển động quay quanh mặt trời va sự quay quanh trục riêng của nó . Hệ này được gọi là hệ *Địa tâm*. Tuy độ chính xác của nó không cao như hệ Nhật tâm nhưng cũng có thể coi nó là hệ qui chiếu quán tính trong nhiều bài toán thực tế.

4. Lực quán tính

Bây giờ ta giả sử hệ qui chiếu O' chuyển động có gia tốc $\vec{A}$ đối với hệ O. Khi đó nếu chất điểm chuyển động trong hệ O thì theo (1-51):

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

nhân hai vế với m ta được:

$$m\vec{a} = m\vec{a}' + m\vec{A}$$

Vì O là hệ qui chiếu quán tính nên trong hệ này định luật Newton được nghiệm đúng cho nên:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Do đó : $\vec{F} = m\vec{a}' + m\vec{A}$

Hay $$m\vec{a}' = \vec{F} + \left(-m\vec{A}\right) \quad (1\text{-}54)$$

Như vậy trong hệ O' chuyển động *có gia tốc đối với hệ O*, các định luật chuyển động của chất điểm có dạng không giống như t rong hệ O. Trong hệ O', ngoài các lực tác dụng lên chất điểm còn phải kể thêm lực $\vec{F}_{qt} = \left(-m\vec{A}\right)$. Lực $\vec{F}_{qt} = \left(-m\vec{A}\right)$ được gọi là *lực quán tính,* nó luôn cùng phương ngược chiều với gia tốc $\vec{A}$ của chuyển động của hệ O' đối với hệ O . Hệ qui chiếu O' như vậy được gọi là *hệ qui chiếu không quán tính* . Phương trình động lực học của chất điểm trong hệ O' là:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{qt} \quad (1\text{-}55)$$

Nhờ khái niệm lực Quán tính ta có thể giải thích sự tăng giảm trọng lượng và không trọng lượng trong con tàu vũ trụ và nhiều hiện tượng khác xảy ra trong thực tế, như các hiện tượng do chuyển động quay của quả đất xung quanh trục của nó gây ra (sự giảm dần của gia tốc trọng trường về phía xích đạo , sự lở dần của một bên bờ của các con sông chảy theo hướng bắc nam…).

HƯỚNG DẪN HỌC CHƯƠNG 1

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

Sau khi nghiên cứu chương 1, yêu cầu sinh viên:

1. Nắm được các khái niệm và đặc trưng cơ bản như chuyển động, hệ quy chiếu, vận tốc, gia tốc trong chuyển động thẳng và chuyển động cong.

2. Nắm được các khái niệm phương trình chuyển động, phương trình quỹ đạo của chất điểm. Phân biệt được các dạng chuyển động và vận dụng được các công thức cho từng dạng chuyển động.

3. Nắm được các định luật Newton I,II,III, các định lý về động lượng và mmômen động lượng.

4. Hiểu được nguyên lý tương đối Galiléo, vận dụng được lực quán tính trong hệ qui chiếu có gia tốc để giải thích các hiện tượng thực tế.

II. TÓM TẮT NỘI DUNG

1. Vị trí của một chất điểm chuyển động được xác định bởi tọa độ của nó trong một hệ tọa độ, thường là hệ tọa độ Descartes Oxyz, có các trục Ox, Oy, Oz vuông góc nhau, gốc O trùng với hệ qui chiếu. Khi chất điểm chuyển động, vị trí của nó thay đổi theo thời gian. Nghĩa là vị trí của chất điểm là một hàm của thời gian:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \text{ hay } x=x(t),\ y=y(t),\ z=z(t).$$

Vị trí của chất điểm còn được xác định bởi hoành độ cong s, nó cũng là một hàm của thời gian s=s(t). Các hàm nói trên là các *phương trình chuyển động của chất điểm*.

Phương trình liên hệ giữa các tọa độ không gian của chất điểm là phương trình quỹ đạo của nó. Khử thời gian t trong các phương trình chuyển động, ta sẽ thu được phương trình quỹ đạo.

2. Vectơ vận tốc $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{s}}{dt}$ đặc trưng cho độ nhanh chậm, phương chiều của chuyển động, có chiều trùng với chiều chuyển động.

3.Vectơ gia tốc $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ đặc trưng cho sự biến đổi của véctơ vận tốc theo thời gian. Nó gồm hai thành phần: gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến.

Gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự thay đổi về độ lớn của vectơ vận tốc, có độ lớn:

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

có phương tiếp tuyến với quỹ đạo, có chiều cùng chiều với véctơ vận tốc nếu chuyển động nhanh dần, ngược chiều với véctơ vận tốc nếu chuyển động chậm dần.

Gia tốc pháp tuyến $\vec{a}_n$ đặc trưng cho sự biến đổi về phương của vectơ vận tốc, có độ lớn

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

có phương vuông góc với tiếp tuyến của quỹ đạo, luôn hướng về tâm của quỹ đạo.

Như vậy gia tốc tổng hợp bằng: $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$

4. Trường hợp riêng khi R = ∞, quĩ đạo chuyển động là thẳng. Trong chuyển động thẳng, $a_n = 0$, $a = a_t$.

Nếu a_t= const, chuyển động thẳng biến đổi đều. Nếu t_0= 0, ta có các biểu thức:

$$v = v_0 + at$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$2as = v^2 - v_0^2$$

a >0 nhanh dần đều, *a* <0 chậm dần đều

5. Khi R = const, quỹ đạo chuyển động là tròn. Trong chuyển động tròn, thay quãng đường s trong các công thức bằng góc quay θ của bán kính R = OM, ta cũng thu được các công thức tương ứng:

Vận tốc góc: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Gia tốc góc: $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

và các mối liên hệ: $\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{R}$, $a_n = \omega^2 R$, $\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{R}$

Nếu β =const, chuyển động là tròn, biến đổi đều (β>0 nhanh dần đều, β<0 chậm dần đều)

$$\omega = \omega_0 + \beta t$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$$

$$2\beta\theta = \omega^2 - \omega_0^2$$

6. Theo định luật Newton thứ nhất, trạng thái chuyển động của một vật cô lập luôn luôn được bảo toàn. Tức là nếu nó đang đứng yên thì sẽ tiếp tục đứng yên, còn nếu nó đang chuyển động thì nó tiếp tục chuyển động thẳng đều.

Theo định luật Newton thứ 2, khi tương tác với các vật khác thì trạng thái chuyển động của vật sẽ thay đổi, tức là nó chuyển động có gia tốc được xác định bởi công thức:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

trong đó, $\vec{F}$ là tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên v ật, gây ra sự biến đổi trang thái chuyển động, gia tốc $\vec{a}$ đặc trưng cho sự biến đổi trạng thái chuyển động, m là khối lượng của vật, đặc trưng cho quán tính của vật.

Nếu biết các điều kiện của bài toán , ta có thể dựa vào định luật Newton II để xác định được hoàn toàn trạng thai chuyển động của vật . Vì thế, phương trình trên được gọi là phương trình cơ bản của động lực học.

Định luật Newton thứ 3 nêu mối liên hệ giữa lực và phản lực tác dụng giũa hai vật bất kỳ. Đó là hiện tượng phổ biến trong tự nhiên . Nhờ định luật này, ta tính được các lực liên kết như phản lực, lực masát của mặt bàn, lực căng của sợi dây, lực Hướng tâm và lực ly tâm trong chuyển động cong…

Ta đặt: $\vec{K} = m\vec{v}$, và gọi $\vec{K}$ là vectơ động lượng của chất điểm, do đó có thể viết lại biểu thức định luật Newton thứ hai như sau:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}$$

Định lý : Đạo hàm động lượng của một chất điểm theo thời gian bằng tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên chất điểm đó.

Ta gọi $\vec{r} \wedge \vec{K}$ gọi là mômen đối với điểm O của véc tơ động lượng $\vec{K}$, được gọi là véc tơ mômen động lượng của chất điểm đối với điểm O, kí hiệu :

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$$

Khi đó ta có : $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{/O(\vec{a})}$

Định lý về mômen động lượng : Đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng đối với điểm O của chất điểm chuyển động bằng tổng mômen đối với điểm O của các lực tác dụng lên chất điểm.

7. Các định luật Newton I và II chỉ nghiệm đúng trong các *hệ qui chiếu quán tính*, là hệ qui chiếu trong đó định luật quán tính được nghiệm đúng.

Nguyên lý tươn g đối Galiléo phát biểu : " *Mọi hệ qui chiếu chuyển động thẳng đều đối với hệ qui chiếu quán tính cũng là hệ qui chiếu quán tính* ", nói cách khác, "các hiện tượng cơ học xảy ra giống nhau trong các hệ qui chiếu quán tính k hác nhau", do đó "dạng của các phương trình cơ học không đổi khi chuyển từ hệ qui chiếu quán tính này sang hệ qui chiếu quán tính khác".

Cơ học cổ điển (cơ học Newton) được xây dựng dựa trên 3 định luật Newton và nguyên lý tương đối Galiléo. Theo cơ học cổ điển, thời gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc vào hệ qui chiếu. Nhờ đó, rút ra mối liên hệ giữa các tọa độ không gian và thời gian *x,y,z,t* trong hệ qui chiếu quán tính *O* và các tọa độ *x',y',z',t'* trong hệ qui chiếu quán tính *O'* chuyển động thẳng đều đối với *O*. Từ đó ta rút ra kết quả:

$$t' = t, \qquad l = l_0$$

8. Ta cũng thu được qui tắc cộng vận tốc:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

và qui tắc cộng gia tốc: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$

trong đó $\vec{v}$ và $\vec{a}$ là vận tốc và gia tốc của chất điểm xét trong hệ *O*, còn $\vec{v}'$ và $\vec{a}'$ là vận tốc và gia tốc cũng của chất điểm đó xét trong hệ *O'* chuyển động với vận tốc $\vec{V}$ so với *O*. $\vec{A}$ là gia tốc của hệ *O'* chuyển động so với *O*.

Nếu hệ *O'* chuyển động thẳng đều đối với *O* (khi đó *O'* cũng là hệ qui chiếu quán tính) thì $\vec{A} = 0$, $\vec{a}'$, do đó:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}' = \vec{F}'$$

Nghĩa là các định luật cơ học giữ nguyên trong các hệ qui chiếu quán tính.

Nếu hệ *O'* chuyển động có gia tốc so với hệ *O* thì $\vec{A} \neq 0$, $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$. Trong hệ *O'*, định luật Newton II có dạng: $\vec{F}' = m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{A} = m\vec{a} + \vec{F}_{qt}$

lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}$ cùng phương, ngược chiều với gia tốc $\vec{A}$ của hệ qui chiếu *O'*chuyển động so với *O*.

III. CÂU HỎI LÍ THUYẾT

1. Hệ qui chiếu là gì ? Tại sao có thể nói chuyển động hay đứng yên có tính chất tương đối. Cho ví dụ.

2. Phương trình chuyển động là gì ? Quỹ đạo chuyển động là gì ? Nêu cách tìm phương trình qũy đạo. Phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo khác nhau như thế nào?

3. Phân biệt vận tốc trung bình và vận tốc tức thời? Nêu ý nghĩa vật lý của chúng.

4. Định nghĩa và nêu ý nghĩa vật lý của gia tốc? Tại sao phải đưa thêm khái niệm gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến ? Trong trường hợp tổng quát viết $|\vec{a}| = \dfrac{dv}{dt}$ có đúng không? Tại sao?

5. Từ định nghĩa gia tốc hãy suy ra các dạng chuyển động có thể có.

6. Tìm các biểu thức vận tốc góc , gia tốc góc trong chuyển động tròn , phương trình chuyển động trong chuyển động tròn đều và tròn biến đổi đều.

7. Tìm mối liên hệ giữa các đại lượng a, v, R, ω, β, a_t, a_n trong chuyển động tròn.

8. Nói gia tốc trong chuyển động tròn đều bằng không có đúng không ? Viết biểu thức của gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến trong chuyển động này.

9. Chuyển động thẳng thay đổi đều là gì ? Phân biệt các trường hợp:a = 0, a >0, a< 0.

10. Thiết lập các công thức cho toạ độ , vận tốc của chất điểm trong chuyển động thẳng đều, chuyển động thay đổi đều, chuyển động rơi tự do.

11. Thiết lập công thức liên hệ giữa góc quay, vận tốc góc và gia tốc góc trong chuyển động tròn đều.

12. Định nghĩa hệ cô lập . Phát biểu định luật Newton thứ nhất và định luật Newton thứ hai. Hai định luật này áp dụng cho hệ qui chiếu nào? Tại sao?

13. Phân biệt sự khác nhau giữa hai hệ : "hệ không chịu tác dụng" và "hệ chịu tác dụng của các lực cân bằng nhau". Hệ nào được coi là cô lập.

14. Chứng minh các định lý về động lượng và xun g lượng của lực . Nêu ý nghĩa của các đại lượng này.

15. Phát biểu định luật Newton thứ ba. Nêu ý nghĩa của nó.

16. Hệ qui chiếu quán tính là gì? Hệ qui chiếu quán tính trong thực tế?

17. Lực quán tính là gi ? Nêu vài ví dụ về lực này. Phân biệt lực quán tính ly tâm và lực ly tâm. Nêu ví dụ minh họa về trạng thái tăng trọng lượng , giảm trọng lượng và không trọng lượng.

18. Cơ học cổ điển quan niệm như thế nào về không gian, thời gian?

19. Trình bày phép tổng hợp vận tốc và gia tốc trong cơ học Newton.

20. Trình bày phép biến đổi Galiléo và nguyên lý tương đối Galiléo.

IV. BÀI TẬP

Thí dụ 1. Một ôtô chuyển động nhanh dần đều, đi qua hai điểm A, B cách nhau 20m trong thời gian 2s. Vận tốc của ôtô khi đi qua B là 12m/s. Tìm:

a. Gia tốc của chuyển động và vận tốc của ôtô khi đi qua điểm A.

b. Quãng đường mà ôtô đi được từ điểm khởi hành đến điểm A.

Bài giải:

a. $a = \dfrac{v_B - v_A}{t} \rightarrow v_A = v_B - at$ (1)

$$\overline{AB} = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$a = \frac{2\left(v_B.t - \overline{AB}\right)}{t^2} = 2m/s^2$$

$$v_A = v_B - at = 8m/s$$

b. Vì vận tốc ôtô lúc khởi hành $v_0 = 0$ nên ta có:

$$v_A = at'$$

$$s_A = \frac{1}{2}at'^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v_A}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_A^2}{a} = 16m$$

Thí dụ 2. Một vật được ném lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu v_o = 20 m/s. Bỏ qua sức cản của không khí, lấy gia tốc trọng trường g = 10 m/s^2.

a.Tính độ cao cực đại của vật đó và thời gian để đi lên được độ cao đó.

b.Từ độ cao cực đại vật rơi tới mặt đất hết bao lâu ? Tính vận tốc của vật khi vật chạm đất.

Bài giải

a. Khi vật đi lên theo phương thẳng đứng , chịu sức hút của trọng trường nên chuyển động chậm dần đều với gia tốc g ≈ 10m/s^2; vận tốc của nó giảm dần, khi đạt tới độ cao cực đại thì vận tốc đó bằng không.

$$v_y = v_{oy} - gt_1 = 0$$

với t_1 là thời gian cần thiết để vật đi từ mặt đất lên đến độ cao cực đại.

Từ đó ta suy ra: $t_1 = \dfrac{v_0}{g} = 2s$

Ta suy ra: độ cao cực đại: $h_{\max} = v_{0y}t_1 - \dfrac{gt_1^2}{2} = \dfrac{v_0^2}{2g} = 20m$

b.Từ độ cao cực đại vật rơi xuống với vận tốc tăng dần đều *v=gt* và *h=gt²/2=20m*. Từ đó ta tính được thời gian rơi từ độ cao cực đại tới đất t_2:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_{\max}}{g}} = \sqrt{\frac{20.2}{10}} = 2s$$

Lúc chạm đất nó có vận tốc

$$v = gt_2 = 20m/s$$

Thí dụ 3. Một vôlăng đang quay với vận tốc 300vòng/phút thì bị hãm lại. Sau một phút vận tốc của vô lăng còn là 180 vòng/phút.

a.Tính gia tốc gốc của vôlăng lúc bị hãm.

b.Tính số vòng vôlăng quay được trong một phút bị hãm đó.

Bài giải

$$\omega_1 = \frac{300}{60}.2\pi(rad/s) = 10\pi \text{ (rad/s)},\ \omega_2 = \frac{180}{60}.2\pi = 6\pi \text{ (rad/s)}$$

a.Sau khi bị hãm p hanh, vôlăng quay chậm dần đều . Gọi ω_1, ω_2 là vận tốc lúc hãm và sau đó một phút. Khi đó $\omega_2 = \omega_1 + \beta t$

$$\beta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = -\frac{4\pi}{60} rad/s^2 = -0{,}209 rad/s^2$$

$$\beta = -0{,}21 rad/s^2$$

b.Góc quay của chuyển động chậm dần đều trong một phút đó:

$$\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\beta t^2 = 10\pi.60 + 0,5(-\frac{4\pi}{60}).60^2 = 480\pi(rad)$$

Số vòng quay được trong thời gian một phút đó là:

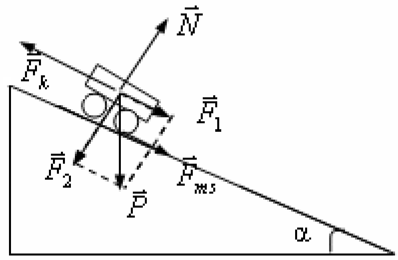
$$n = \frac{\theta}{2\pi} = 240 \text{ vòng}$$

Thí dụ 4. Một ô tô khối lượng m = 1000kg chạy trên đoạn đường phẳng. Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường bằng k = 0,10. Lấy gia tốc trọng trường g = 10m/s^2. Hãy xác định lực kéo của động cơ ôtô khi:

a. Ôtô chạy thẳng nhanh dần đều với gia tốc 2m/s^2 trên đường phẳng ngang.

b. Ôtô chạy thẳng đều lên dốc trên đường phẳng nghiêng có độ dốc 4% (góc nghiên α của mặt đường có sin α = 0,04).

Bài giải:



a. Khi vật chuyển động trên mặt đường phẳng ngang tác dụng vào vật có $\vec{F}_k, \vec{F}_{ms}, \vec{P}, \vec{N}$, áp dụng định luật II Newton ta có: $m\vec{a} = \vec{F}_k + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N}$, chiếu phương trình lên trục ox cùng phương chiều chuyển động của vật ta có:

$ma = F_k - F_{ms}$

$F_k = m(a + kg) = 3000N$

b. Khi vật chuyển động trên mặt đường phẳng nghiêng tác dụng vào vật có $\vec{F}_k, \vec{F}_{ms}, \vec{P}, \vec{N}$, phân tích $\vec{P}$ thành 2 thành phần: $\vec{F}_1$ cùng phương với mặt nghiêng, $\vec{F}_2$ có phương vuông góc với mặt nghiêng. áp dụng định luật II Newton ta có: $m\vec{a} = \vec{F}_k + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N}$, chiếu phương trình xuống trục tọa độ cùng chiều chuyển động:

$$ma = F_k - F_1 - F_{ms} = 0 \rightarrow F_k = F_1 + F_{ms} = mg(\sin\alpha + k\cos\alpha) \approx 1375N$$

Thí dụ 5. Người ta gắn vào mép bàn (nằm ngang) một ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Hai vật A, B có khối lượng bằng mA= mB = 1kg được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc. Hệ số ma sát giữa vật B và mặt bàn k = 0,1. tìm:

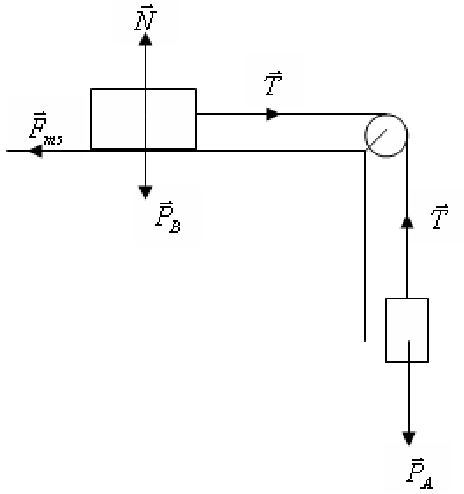
a. Gia tốc chuyển động của hệ.

b. Sức căng sợi dây. Coi ma sát ở ròng rọc không đáng kể.

Bài giải:

Lực tổng hợp tác dụng lên hệ: $\vec{F} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$

Chiếu phương trình trên phương chuyển động của từng vật và chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật ta có:



$$F = P_A - F_{ms} = ma \rightarrow a = \frac{g(m_A - km_B)}{m_A + m_B} = 4{,}5 m/s^2$$

b. Để tính lực căng sợi dây, ta viết định luật II Newton cho vật A:

$$m_A\vec{a} = \vec{P}_A + \vec{T}$$

Về trị số:

$$m_A a = P_A - T \rightarrow T = m_A(g - a) = 5{,}5N$$

BÀI TẬP TỰ GIẢI

1.Phương trình chuyển động của chất điểm có dạng: $x = a\cos\omega t;\ y = b\sin\omega t$

Cho biết a = b = 20cm; $\omega = 31{,}4 rad/s$. Tìm:

1. Qũy đạo chuyển động của chất điểm.

2. Vận tốc và chu kỳ của chuyển động.

3. Gia tốc của chuyển động.

Đáp số: 1. Qũy đạo chuyển động của chất điểm: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Nếu a = b thì $x^2 + y^2 = a^2$, vậy quỹ đạo là đường tròn.

2. $v = \omega R = 2\pi\ (m/s)$; T = 0,2 (s)

3. $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \omega^2 aos\omega t;\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \omega^2 b\sin\omega t;\ a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 282 m/s$

2. Hai ô tô cùng chạy trên một đoạn đường từ A đến B . Chiếc ô tô thứ nhất chạy nửa đầu đoạn đường với vận tốc v_1 và nửa sau của đoạn đường với vận tốc v_2. Chiếc ô tô thứ hai chạy nửa thời gian đầu với vận tốc v_1 và nửa thời gian sau với vận tốc v_2. Tìm vận tốc trung bình của mỗi ô tô trên đoạn đường AB. Cho biết v_1 = 60km/h và v_2 = 40km/h

HD: $\bar{v} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 48 km/h$;

$$\bar{v} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{\frac{t}{2}v_1 + \frac{t}{2}v_2}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 50\text{km/h}$$

Đáp số: 1. $\bar{v} = 48km/h$: 2. $\bar{v} = 50km/h$

3. Một người chèo một con thuyền qua bờ sông theo hướng vuông góc với bờ sông với vận tốc 7,2km/h. Nước chảy đã mang con thuyền về phía xuôi dòng một khoảng 150m. Tìm:

1. Thời gian cần thiết để thuyền qua được sông. Cho biết chiều rộng của sông bằng 0,5km.

2. Vận tốc của dòng nước với bờ sông.

Đáp số: t = 250(s); v_{23} = 0,6m/s

4. Một xe lửa bắt đầu chuyển động giữa hai điểm (nằm trên một đường thẳng) cách nhau 1,5km. Trong nửa đoạn đường đầu xe lửa chuyển động nhanh dần đều, còn nửa đoạn đường sau xe lửa chuyển động chậm dần đều. Vận tốc lớn nhất của xe lửa giữa hai điểm đó bằng 50km/h. Biết rằng trị số tuyệt đối của các gia tốc trên hai đoạn đường bằng nhau. Tính:

1. Gia tốc của xe l

2. Thời gian để xe lửa đi hết quãng đường giữa hai điểm đó.

HD:

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_1} = 13{,}9$$

$$s_2 = \frac{a_2 t_2}{2} = 0{,}75$$

$$a_1 = a_2 = a = 0{,}13m/s^2$$

$$s_1 = \frac{v_1^2 - v_o^2}{2a} = \frac{13{,}9^2}{2a} = 743{,}15 \rightarrow t_1 = 213{,}84(J)$$

Đáp số: a ≈ 0,13m/s^2; t ≈ 213,84 (s)

5. Một vật đang đứng yên bắt đầu chuyển động nhanh dần đều, biết rằng trong giây thứ 5 nó đi được một quãng đường 18 m. Hỏi trong giây thứ 10, vật đó đi được quãng đường bằng bao nhiêu ?

HD:

$$s_5 = \frac{at^2}{2} = \frac{25a}{2}$$

$$s_4 = \frac{at^2}{2} = \frac{16a}{2} \rightarrow a = 4m/s^2$$

$$s_{10} = \frac{at^2}{2} = \frac{100a}{2}$$

$$s_9 = \frac{at^2}{2} = \frac{81a}{2} \rightarrow s_{10} - s_9 = \frac{19a}{2} = 38m$$

Đáp số: s = 38 (m)

6. Một người đứng ở sân ga nhìn một đoàn tàu đang bắt đầu chuyển bánh, biết rằng toa thứ nhất chạy ngang qua trước mặt người đó trong 6s. Coi chuyển động của đoàn tàu là nhanh dần lên. Hỏi toa thứ n đi qua trước mặt người quan sát trong bao lâu? Áp dụng với trường hợp

n = 7.

HD:

$$l = \frac{at_1^2}{2} = 18a$$
$$nl = \frac{at^2}{2} \to t^2 = \frac{2nl}{a} = 36n$$

Tương tự $t^2_{n-1} = 36(n-1)$ suy ra $\Delta t = t(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$

Đáp số: $6\left(\sqrt{7} - \sqrt{6}\right)(s)$

7. Thả vật rơi tự do từ độ cao h = 20m. Tính:

1. Quãng đường mà vật rơi được trong 0,1s đầu và 0,1s cuối.

2. Thời gian cần thiết để vật đi được 1m đầu và 1m cuối của độ cao h. Cho $g = 10m/s^2$.

HD:

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2} = 0,05m$$

Thời gian rơi 2s

Quãng đường đi trong 0,1 s cuối = $h_{(2s)} - h_{(1,9s)}$ = 1.95m

Thời gian để đi 1m đầu: 0,45s

Thời gian để đi hết 1m cuối $t = t - t_{(18,6\ m)}$= 0,05s

Đáp số: 1. h_1 = 0,05 (m) ; h' = 1,95 (m)

2. t_1 = 0,45 (s) ; t' = 0,05 (s)

8. Phải ném một vật theo phương thẳng đứng từ độ cao h = 45m với vận tốc ban đầu v_0 bằng bao nhiêu để nó rơi tới mặt đất:

1. Trước 1 giây so với trường hợp vật rơi tự do?

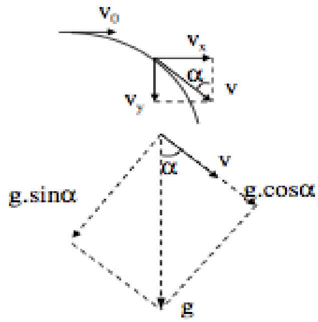
2. Sau 1 giây so với trường hợp vật rơi tự do. Cho $g = 10m/s^2$.

Đáp số: 1. Ném xuống với vận tốc v_0 = 12,5 (m/s)

2. Ném lên với vận tốc v_0 = 8,75 (m/s)

9. Một hòn đá được ném theo phương nằm ngang với vận tốc ban đầu v_0 = 15m/s. Tìm gia tốc pháp tuyến và gia tốc tiếp tuyến của hòn đá sau khi ném 1 giây. Cho $g = 10m/s^2$. Bỏ qua mọi lực cản.

HD:



$$v_x = v_{\tilde{o}x}; v_y = gt$$

$$a_n = g\sin a = \frac{gv_x}{\sqrt{v_x + v_y}} = 8,2(m/s^2)$$

$$a_n = g\cos a = \sqrt{g - a_n^2} = 5,4(m/s^2)$$

Đáp số: $a_t = 5,4$ m/s^2; $a_n = 8,2$m/s^2

10. Người ta ném một quả bóng với vận tốc ban đầu v_0 = 10m/s theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^0$. Gỉa sử quả bóng được ném đi từ mặt đất. Hỏi:

1. Độ cao lớn nhất mà quả bóng có thể đạt được.

2. Tầm bay xa của quả bóng.

3. Thời gian từ lúc ném quả bóng tới lúc bóng chạm đất. Cho g = 10m/s^2. Bỏ qua mọi lực cản.

Đáp số: $y_{\max} = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$; $x = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{9}$

11. Từ độ cao H = 25m người ta ném một hòn đá lên phía trên với vận tốc ban đầu v_0 = 15m/s theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^0$. Xác định:

1. Thời gian chuyển động của hòn đá.

2. Vận tốc của hòn đá lúc chạm đất.

Cho g = 10m/s^2. Bỏ qua mọi lực cản.

HD: Từ đỉnh tháp viên đá còn lên cao thêm một đoạn:

$$h = \frac{v_{oy}}{2g} = \frac{(v_o \sin a)^2}{2g} = 2,87(m)$$

Thời gian chuyển động của hòn đá

$$t = \frac{v_{oy}}{g} + \sqrt{\frac{2(H+h)}{g}} = 3,1(s)$$

Vận tốc lúc chạm đất:

$$v_y = \sqrt{2g(H+h)} = \frac{v_{oy}}{2g} = 23,3(s)$$

$$v = \sqrt{v_X + v_y} = \sqrt{v\cos a + v_y} = 26,7(m/s)$$

Đáp số: 1. t = 3,1 (s), 2. v = 26,7 (m/s)

12. Từ một đỉnh tháp cao h = 30m, người ta ném một hòn đá xuống đất với vận tốc ban đầu v_0 = 10m/s theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^0$. Tìm:

1. Thời gian chuyển động của hòn đá.

2. Khoảng cách từ chân tháp đến chỗ rơi của hòn đá.

3. Dạng quỹ đạo của hòn đá.

Cho g = 10m/s^2. Bỏ qua mọi lực cản.

HD: Chọn hệ trục tọa độ Oxy với O nằm tại chân tháp

Phương trình chuyển động của vật

$$x = v_X t = v_0 \cos a.t$$

$$y = H - v_y t - \frac{1}{2}gt^2 = H - v_o \sin a.t - \frac{1}{2}gt^2$$

Giải phương trình y = 0 suy ra thời gian rơi.

Thay thời gian rơi vào phương trình x để tính tầm xa.

Đáp số: 1. t = 2(s)

2. x = 17,3(m)

3. $y = h - x.tg\alpha - \dfrac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$

13. Một vô lăng sau khi bắt đầu quay được một phút thì thu được vận tốc 700vòng/phút. Tính gia tốc góc của vôlăng và số vòng mà vôlăng quay được trong phút ấy nếu chuyển động của vô lăng là chuyển động nhanh dần đều.

HD:

$$v = b.t \rightarrow b = 1,22(rad/s^2)$$

$$j = \frac{1}{2}b.t^2 = 700p(rad)$$

$$n = \frac{j}{2p} = 350$$

Đáp số: 1. β = 1,22 (rad/s2), 2. n = 350 vòng

14. Một đoàn tàu bắt đầu chạy vào một đoạn đường tròn, bán kính 1km, dài 600m với vận tốc 54km/h. Đoàn tàu chạy hết quãng đường đó trong 30s. Tìm vận tốc dài, gia tốc pháp tuyến, gia tốc tiếp tuyến, gia tốc toàn phần và gia tốc góc của đoàn tàu ở cuối quãng đường đó. Coi chuyển động của đoàn tàu là chuyển động nhanh dần đều.

Đáp số: v = 25 (m/s); a_n = 0,625(m/s^2); a = 0,7(m/s^2)

15. Một người di chuyển một chiếc xe với vận tốc không đổi. Lúc đầu người ấy kéo xe về phía trước, sau đó người ấy đẩy xe về phía sau. Trong cả hai trường hợp, càng xe hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc α. Hỏi trong trường hợp nào người ấy phải đặt lên xe một lực lớn hơn? Biết rằng trọng lượng của xe là P, hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là k.

Đáp số: Kéo xe về phía trước : f_{ms} = k(P - F.sinα)

Đẩy xe về phía sau: $f_{ms} = k(P + F.\sin\alpha)$

16. Một bản gỗ phẳng A có khối lượng 5kg bị ép giữa hai mặt phẳng thẳng đứng song song. Lực ép vuông góc với mỗi mặt của bản gỗ bằng 150N. Hệ số ma sát tại mặt tiếp xúc là 0,20. Lấy $g = 10m/s^2$. Hãy xác định lực kéo nhỏ nhất cần để dịch chuyển bản gỗ A khi nâng nó lên hoặc hạ nó xuống.

Đáp số: Kéo gỗ lên phía trên: $F_{min} = mg + 2kN$

Kéo gỗ xuống dưới: $F_{min} = 2kN – mg$

17. Một tàu điện, sau khi xuất phát, chuyển động với gia tốc không đổi $0,5m/s^2$. Sau khi bắt đầu chuyển động được 12s, người ta tắt động cơ của tàu và tàu chuyển động chậm dần đều cho tới khi dừng hẳn. Trên toàn bộ quãng đường hệ số ma sát bằng k = 0,01. Tìm:

1. Vận tốc lớn nhất của tàu.

2. Thời gian toàn bộ kể từ khi tàu xuất phát cho tới khi tàu dừng hẳn.

3. Gia tốc của tàu trong chuyển động chậm dần đều.

4. Quãng đường toàn bộ mà tàu đã đi được. Cho $g = 10m/s^2$.

HD: Vận tốc lớn nhất của đoàn toàn vmax= $a_1.t_1$ = 6m/s

Thời gian tàu chuyển động chậm dần $t' = \dfrac{v_{max}}{a_2} = 61,2s$

Thời gian từ lúc xuất phát đến lúc dừng 73,2 s

Gia tốc chuyển động chậm dần a_2= -kg = $0,1m/s^2$; $t_2=v_{max}/a$=60 s

$$s_2 = v_{max}t_2 - \frac{a_2t_2^2}{2} = 216m$$

Đáp số: 1. v = 6m/s; 2. t = 73,2s; 3. s = 216m.

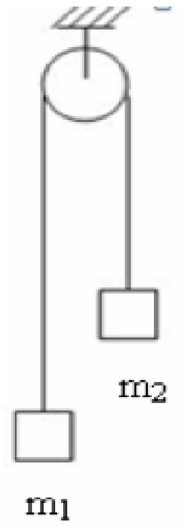
18. Môt ôtô có khối lượng 5 tấn đang chạy bị hãm phanh chuyển động chậm dần đều. Sau 2,5s xe dừng lại. Từ lúc bắt đầu hãm phanh cho đến khi dừng hẳn nó đi được 12m. Tìm:

1. Vận tốc của ôtô lúc bắt đầu hãm phanh.

2. Lực hãm trung bình. Cho $g = 10m/s^2$.

Đáp số: v = 9,6m/s; $F = -19,2.10^3N$

19. Hai vật nặng có khối lượng m_1 = 300g, m_2 = 500g được buộc vào hai đầu sợi dây vắt qua ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Vật m_1 ở dưới vật m_2 một khoảng h = 2m (hình 1-1bt). Xác định:



1. Gia tốc chuyển động của hệ vật và sức căng sợi dây.

2. Sau bao lâu hai vật m_1 và m_2 ở cùng độ cao. Cho g = 10m/s^2, bỏ qua khối lượng của dây, sợi dây không giãn, bỏ qua ma sát ở ổ trục của ròng rọc.

HD: Chọn chiều dương của trục toạ độ cùng chiều chuyển động

Phương trình định luật II Niuton

$$P_1 - T = m_1 a$$
$$T - P_2 = m_2 a$$

Giải hệ phương trình suy ra gia tốc và lực căng.

Đáp số: a = 2,5m/s^2; T = 3,75N

20. Một toa xe khối lượng 20 tấn chuyển động với vận tốc ban đầu 54km/h. Xác định lực trung bình tác dụng lên xe, nếu toa xe dừng lại sau thời gian:

1. 1 phút 40 giây.

2. 10 giây.

Đáp số: 1. $F_1 = 3.10^3$N; 2. $F_2 = 3.10^4$N

21. Một viên đạn khối lượng 10g chuyển động với vận tốc v_0 = 200m/s đập vào một tấm gỗ và xuyên sâu vào tấm gỗ một đoạn s. Biết thời gian chuyển động của viên đạn trong tấm gỗ t = 4.10^{-4}s. Xác định lực cản trung bình của tấm gỗ lên viên đạn và độ xuyên của viên đạn.

Đáp số: F = $-0,5.10^4$N; s = 4.10^{-2}m

22. Một người khối lượng 50kg đứng trong thang máy đang đi xuống nhanh dần đều với gia tốc 5m/s^2. Hỏi người đó có cảm giác như thế nào và trọng lượng biểu kiến của người đó trong thang máy. Cho g = 10m/s^2.

Đáp số: P'= P – F_{qt} = 250N

23. Một thang máy được treo ở đầu một dây cáp đang chuyển động lên phía trên. Lúc đầu thang máy chuyển động nhanh dần đều sau đó chuyển động đều và trước khi dừng lại chuyển động chậm dần đều. Hỏi trong quá trình đó, lực căng của dây cáp thay đổi như thế nào? Cảm giác của người trên thang máy ra sao?

Đáp số: Nhanh dần đều: T = m(g + a)

Chuyển động đều T = mg

Chuyển động chậm dần đều: T = m(g – a)

24. Một ôtô khối lượng 2,5 tấn chuyển động với vận tốc không đổi 54km/h qua một chiếc cầu. Xác định lực nén của ôtô lên cầu, nếu:

1. Cầu nằm ngang.

2. Cầu vồng lên với bán kính cong là 50m.

3. Cầu lõm xuống dưới với bán kính cong là 50m (tương ứng với vị trí ôtô ở giữa cầu). Cho g = 10m/s^2.

Đáp số: Cầu vồng lên: N = 13750N

Cầu võng xuống: N = 36250N

25. Một phi công lái máy bay thực hiện vòng nhào lộn với bán kính 200m trong mặt phẳng thẳng đứng. Khối lượng của phi công bằng 75kg. Xác định:

1. Lực nén của phi công tác dụng lên ghế ngồi tại điểm cao nhất và thấp nhất của vòng nhào lộn khi vận tốc của máy bay trong vòng nhào lộn luôn không đổi và bằng 360km/h.

2. Với vận tốc nào của máy bay khi thực hiện vòng nhào lộn, người phi công bắt đầu bị rơi khỏi ghế ngồi? Cho g = 10m/s^2.

HD: Chọn hệ trục tọa độ chiều dương hướng tâm

Tại điểm cao nhất $mg + N_1 = m\dfrac{v^2}{R} \rightarrow N_1 = 3000(N)$

Tại điểm thấp nhất $-mg + N_2 = m\dfrac{v^2}{R} \rightarrow N_2 = 4500(N)$

Điều kiện người phi công rơi khỏi ghế N = 0

Đáp số: Thấp nhất: N = 4,5.10^{3}N; Cao nhất N = 3.10^{3}N

v $\geq$ 44,72m/s