HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

BÀI GIẢNG

VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG (A1)

(Dùng cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa)

Lưu hành nội bộ

HÀ NỘI - 2005

CHƯƠNG I: ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

Động học nghiên cứu các đặc trưng của chuyển động cơ học (phương trình chuyển động, phương trình quỹ đạo, quãng đường dịch chuyển, vận tốc, gia tốc) nhưng không xét đến nguyên nhân gây ra sự thay đổi trạng thái chuyển động.

§1. SỰ CHUYỂN ĐỘNG CỦA MỘT VẬT

Trong thực tế ta thường nói máy bay bay trên trời, ôtô chạy trên đường...Trong vật lý, người ta gọi chung các hiện tượng đó là chuyển động.

1. Chuyển động.

Theo định nghĩa, *chuyển động của một vật là sự chuyển dời vị trí của vật đó đối với các vật khác trong không gian và thời gian.* Để xác định vị trí của một vật chuyển động, ta phải xác định khoảng cách từ vật đó đến một vật (hoặc một hệ vật) khác được qui ước là đứng yên.

Như vậy, vị trí của một vật chuyển động là vị trí tương đối của vật đó so với một vật hoặc một hệ vật được qui ước là đứng yên. Từ đó ngừơi ta đưa ra định nghĩa về hệ qui chiếu.

Vật được qui ước là đứng yên dùng làm mốc để xác định vị trí của các vật trong không gian được gọi là ***hệ qui chiếu****.*

Để xác định thời gian chuyển động của một vật, người ta gắn hệ qui chiếu với một *đồng hồ.* Khi một vật chuyển động thì vị trí của nó so với *hệ qui chiếu* thay đổi theo thời gian.

Vậy chuyển động của một vật chỉ có *tính chất tương đối* tùy theo hệ qui chiếu được chọn, đối với hệ qui chiếu này nó là chuyển động, nhưng đối với hệ qui chiếu khác nó có thể là đứng yên.

2. Chất điểm, hệ chất điểm, vật rắn.

Bất kỳ vật nào trong tự nhiên cũng có kích thước xác định. Tuy nhiên, trong nhiều bài toán có thể bỏ qua kích thước của vật được khảo sát. Khi đó ta có khái niệm về chất điểm: ***Chất điểm*** *là một vật mà kích thước của nó có thể bỏ qua trong bài toán được xét.*

Kích thước của một vật có thể bỏ qua được khi kích thước đó rất nhỏ so với kích thước của các vật khác hay rất nhỏ so với khoảng cách từ nó tới các vật khác. Vậy, cũng có thể định nghĩa:

Một vật có kích thước nhỏ không đáng kể so với những khoảng cách, những kích thước mà ta đang khảo sát được gọi là ***chất điểm****.*

Như vậy, tùy thuộc vào điều kiện bài toán ta nghiên cứu mà có thể xem một vật là chất điểm hay không. Ví dụ khi xét chuyển động của viên đạn trong không khí, chuyển động của quả đất chung quanh mặt trời, ta có thể coi viên đạn, quả đất là chất điểm nếu bỏ qua chuyển động quay của chúng.

Nhiều khi người ta còn gọi chất điểm là *hạt* hay *vật.*

Tập hợp các chất điểm được gọi là *hệ chất điểm*. Nếu khoảng cách tương đối giữa các chất điểm của hệ không thay đổi, thì hệ chất điểm đó được gọi là *vật rắn.*

3. Phương trình chuyển động của chất điểm

Để xác định chuyển động của một chất điểm, người ta thường gắn vào hệ qui chiếu một hệ tọa độ, chẳng hạn hệ tọa độ Descartes có ba trục *ox, oy, oz* vuông góc từng đôi một hợp thành tam diện thuận *Oxyz* có gốc tọa độ tại *O*. Hệ qui chiếu được gắn với gốc *O*. Như vậy việc xét chất điểm chuyển động trong không gian sẽ được xác định bằng việc xét chuyển động của chất điểm đó trong hệ tọa độ đã chọn. Vị trí *M* của chất điểm sẽ được xác định bởi các tọa độ của nó. Với hệ tọa độ Descartes *Oxyz*, các tọa độ này là *x,y,z*. Bán kính vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ cũng có các tọa độ *x,y,z* trên ba trục *ox, oy, oz* (hình 1-1), và có mối liên hệ: $\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$.

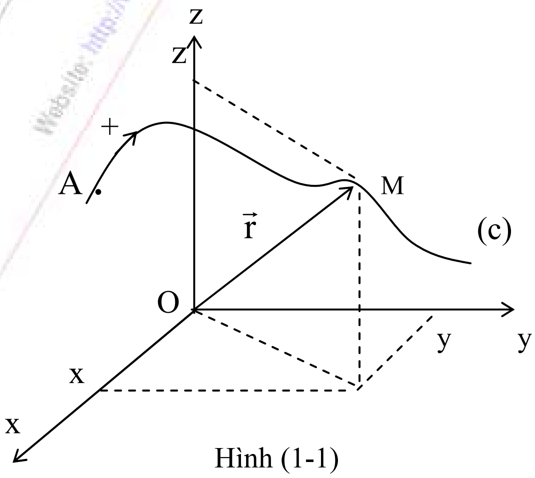
Khi chất điểm chuyển động, vị trí *M* thay đổi theo thời gian, các tọa độ *x, y, z* của *M* là những hàm của thời gian *t*:

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}1)$$

Do đó bán kính vectơ $\vec{r}$ của chất điểm chuyển động cũng là một hàm của thời gian *t*:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1\text{-}2)$$

Các phương trình (1-1) hay (1-2) xác định vị trí của chất điểm tại thời điểm *t* và được gọi là *phương trình chuyển động* của chất điểm. Vì ở mỗi thời điểm *t*, chất điểm có một vị trí xác định, và khi thời gian t thay đổi, vị trí M của chất điểm thay đổi liên tục nên các hàm *x(t), y(t), z(t)* hay $\vec{r}(t)$ là những hàm *xác định*, *đơn trị* và *liên tục* của thời gian *t*.



Hình (1-1)
Vị trí của chất điểm chuyển động

4. Qũy đạo

Quỹ đạo của chất điểm chuyển động là đường cong tạo bởi tập hợp tất cả các vị trí của chất điểm trong không gian trong suốt quá trình chuyển động.

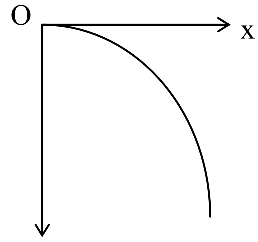
Tìm phương trình Quỹ đạo cũng có nghĩa là tìm mối liên hệ giữa các tọa độ *x,y,z* của chất điểm *M* trên quỹ đạo của nó. Muốn vậy ta có thể khử thời gian *t* trong các phương trình tham số (1-1) và (1-2).

Ví dụ.

Một chất điểm được ném từ một cái tháp theo phương ngang trong mặt phẳng xoy sẽ có phương trình chuyển động:

$$x = \upsilon_0 t,$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2, \quad z = 0 .$$



Hình 1-1’
Quỹ đạo của chất điểm

Ở đây υ_0 = const là vận tốc ban đầu của chất điểm, g = const là gia tốc trọng trường. Gốc toạ độ gắn với điểm xuất phát của chất điểm. Khử *t* trong các phương trình trên, ta tìm được phương trình quỹ đạo của chất điểm:

$$y = \frac{1}{2\upsilon_0^2} g x^2$$

Phương trình này mô tả quỹ đạo là một đường parabol nằm trong mặt phẳng Oxy. Vì t > 0 nên quĩ đạo thực của chất điểm chỉ là nửa đường parabol ứng với các giá trị x>0 (Hình 1-1').

5. Hoành độ cong

Giả sử ký hiệu quỹ đạo của chất điểm là (C) (Hình 1-1). Trên đường cong (C) ta chọn điểm A nào đó làm gốc (A đứng yên so với O) và chọn một chiều dương hướng theo chiều chuyển động của chất điểm (theo mũi tên có dấu cộng). Khi đó tại mỗi thời điểm *t* vị trí *M* của chất điểm trên đường cong (C) được xác định bởi trị đại số của cung $\overset{\frown}{AM}$, ký hiệu là:

$$\overset{\frown}{AM} = s$$

Người ta gọi s là hoành độ cong của chất điểm chuyển động. Khi chất điểm chuyển động, *s* là hàm của thời gian *t*, tức là:

$$s = s(t) \qquad (1\text{-}3)$$

Như vậy có thể xác định vị trí *M* của chất điểm bằng bán kính vectơ $\vec{r}$, hoặc bằng các tọa độ *x,y,z* của *M*, hoặc bằng hoành độ cong s của nó. Các đại lượng này có mối liên hệ chặt chẽ với nhau. Khi dùng hoành độ cong, thì quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian $\Delta t = t - t_o$ là $\Delta s = s - s_0$, trong đó s_0 là khoảng cách từ chất điểm đến gốc *A* tại thời điểm ban đầu ($t_o = 0$), s là khoảng cách từ chất điểm đến gốc *A* tại thời điểm *t*. Nếu tại thời điểm ban đầu chất điểm ở ngay tại gốc *A* thì $s_0 = 0$ và $\Delta s = s$, *đúng bằng quãng đường mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian chuyển động* Δt.

§2. VẬN TỐC

Để đặc trưng cho chuyển động về phương, chiều và độ nhanh chậm, người ta đưa ra đại lượng gọi là ***vận tốc***. Nói cách khác: *vận tốc là một đại lượng đặc trưng cho trạng thái chuyển động của chất điểm.*

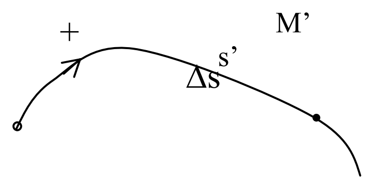
1. Khái niệm về vận tốc chuyển động

Giả sử ta xét chuyển động của chất điểm trên đường cong (C) (hình 1-2). Tại thời điểm *t*, chất điểm ở vị trí M, có hoành độ cong:

$$s = \overset{\frown}{AM}$$

Do chuyển động, tại thời điểm sau đó $t' = t + \Delta t$ chất điểm đã đi được một quãng đường Δs và ở vị trí M' xác định bởi: $s' = \overset{\frown}{AM'} = s + \Delta s$.

Quãng đường đi được của chất điểm trong khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$ là:



Hình 1-2
Để thành lập công thức vận tốc

$\overline{MM'} = s' - s = \Delta s$

Tỉ số $\Delta s/\Delta t$ biểu thị quãng đường trung bình mà chất điểm đi được trong một đơn vị thời gian từ M đến M', và được gọi là vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian Δt (hoặc trên quãng đường từ M đến M') ký hiệu là $\overline{\upsilon}$, tức là:

$$\overline{\upsilon} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1\text{-}4)$$

Vận tốc trung bình chỉ đặc trưng cho độ nhanh chậm trung bình của chuyển động trên quãng đường MM'. Trên quãng đường này, nói chung độ nhanh chậm của chất điểm thay đổi từ điểm này đến điểm khác, và không bằng $\overline{\upsilon}$. Vì thế để đặc trưng cho độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm, ta phải tính tỉ số $\Delta s/\Delta t$ trong những khoảng thời gian Δt vô cùng nhỏ, tức là cho $\Delta t \rightarrow 0$.

Theo định nghĩa, khi $\Delta t \rightarrow 0$, $M' \rightarrow M$, tỉ số $\Delta s/\Delta t$ sẽ tiến dần tới một giới hạn gọi là vận tốc tức thời (gọi tắt là *vận tốc*) của chất điểm tại thời điểm t và ký hiệu là υ:

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

hay theo định nghĩa của đạo hàm, ta có thể viết:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} \qquad (1\text{-}5)$$

Vậy: *Vận tốc của chất điểm chuyển động bằng đạo hàm hoành độ cong của chất điểm đó theo thời gian.*

Số gia Δs cũng chính là quãng đường mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian $\Delta t = t - t_o$. Do đó nói chung có thể phát biểu (1-5) như sau:

Vận tốc của chất điểm chuyển động bằng đạo hàm quãng đường đi được của chất điểm đó theo thời gian.

Biểu thức (1-5) biểu diễn vận tốc là một lượng đại số.

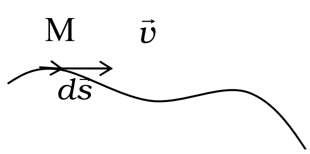
– Dấu của υ xác định chiều cuả chuyển động: Nếu $\upsilon > 0$, chất điểm chuyển động theo chiều dương của Quỹ đạo, nếu $\upsilon < 0$, chất điểm chuyển động theo chiều ngược lại.

– Trị tuyệt đối của υ đặc trưng cho độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm. Tóm lại *vận tốc xác định mức độ nhanh chậm và chiều của chuyển động*. Cũng có thể nói vận tốc *xác định trạng thái* của chất điểm.

Đơn vị đo của vận tốc trong hệ đơn vị SI là: $\frac{\text{mét}}{\text{giây}}$ (m/s).

2. Vectơ vận tốc

Để đặc trưng đầy đủ cả về phương chiều và độ nhanh chậm của chuyển động người ta đưa ra một vectơ gọi là *vectơ vận tốc.*

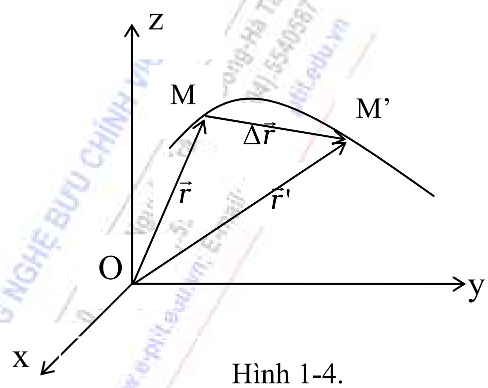


Hình.1-3
Để định nghĩa vectơ vận tốc

Định nghĩa: Vectơ vận tốc $\vec{v}$ tại vị trí *M* là vectơ có phương và chiều trùng với phương chiều của chuyển động, có độ lớn được xác định bởi công thức (1-5). Để có thể viết được biểu thức của vectơ vận tốc, người ta định nghĩa vectơ vi phân cung $d\vec{s}$ là vectơ nằm trên tiếp tuyến với quỹ đạo tại *M*, hướng theo chiều chuyển động và có độ lớn bằng trị số tuyệt đối của vi phân hoành độ cong *ds* đó. Do đó ta có thể viết lại (1-5) như sau:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \qquad (1\text{-}6)$$

và trị số của nó là $v = \dfrac{ds}{dt}$ như đã có ở (1-5).



Hình 1-4.
Xác định vectơ vận tốc trong hệ toạ độ Descartes

3. Vectơ vận tốc trong hệ toạ độ Descartes

Giả sử tại thời điểm *t*, vị trí của chất điểm chuyển động được xác định bởi bán kính vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ (hình1-4). Ở thời điểm sau đó $t' = t + \Delta t$, vị trí của nó được xác định bởi bán kính vectơ:

$$\overrightarrow{OM'} = \vec{r} + \Delta\vec{r}$$

và vectơ $\overrightarrow{MM'}$ được xác định bởi:

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM} = \Delta\vec{r}$$

Khi $\Delta t \to 0$, $M' \to M$, $\Delta\vec{r} \to d\vec{r}$, do đó $\overparen{MM'} \approx \overline{MM'}$, $d\vec{r} = d\vec{s}$.

Hai vectơ $d\vec{r}$, $d\vec{s}$ bằng nhau, do đó ta có thể viết lại biểu thức (1-6) của vận tốc như sau:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (1\text{-}7)$$

Tức là: *Vectơ vận tốc bằng đạo hàm bán kính vectơ vị trí chuyển động của chất điểm theo thời gian.*

Vì trong hệ toạ dộ Descartes $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, (trong đó $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên các trục tọa độ *ox,oy,oz*) cho nên theo (1-7), ta có thể viết:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

hay là: $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$

trong đó v_x, v_y, v_z là độ lớn của các thành phần của vectơ $\vec{v}$ trên ba trục tọa độ *ox, oy, oz* và bằng:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \qquad (1\text{-}8)$$

và độ lớn của $\vec{v}$ là:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \qquad (1\text{-}9)$$

Ví dụ

Vị trí của chất điểm chuyển động trong mặt phẳng *Oxy* có các phương trình như sau: $x=5t$, $y=7t-4t^2$.

Xác định quỹ đạo của chất điểm, vectơ vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=1s$. Coi thời điểm ban đầu $t_0= 0$. Đơn vị của x, và y là mét (m).

Lời giải

Chọn hệ toạ độ như hình 1-5. Hệ quy chiếu gắn với gốc toạ độ O. Khử thời gian t trong các phương trình chuyển động, ta được phương trình quỹ đạo của chất điểm:

$$y = \frac{7}{5}x - \frac{4}{25}x^2,$$

là một parapol có bề lõm hướng xuống. Tại thời điểm $t=1s$ độ cao cực đại có các toạ độ:

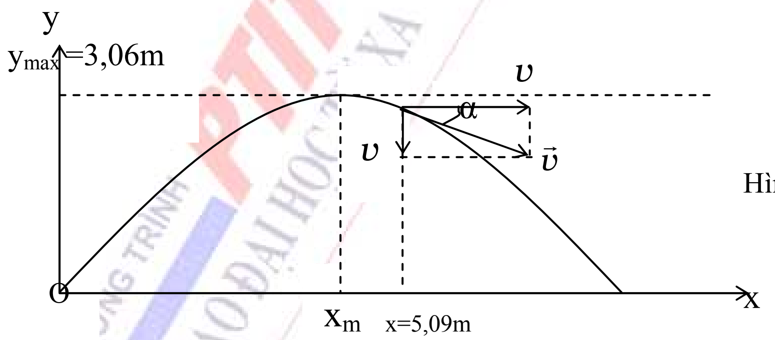
$$x=5m,\ y= 3m.\ \ y_{max} = 3{,}06m;\ \ x_m = 4{,}375m.$$

$$\upsilon_x= 5m/s, \quad \upsilon_y = (7\text{-}8t)\ m/s = -1m/s,$$

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x\vec{i} + \upsilon_y\vec{j} = 5\vec{i} - \vec{j},\ \upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{25+1} \approx 5{,}09\text{m/s}.$$

Vectơ $\vec{\upsilon}$ hợp với phương của trục Ox một góc α xác định bởi:

$tg\alpha = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = -1/5{,}09 = -0.196$. Suy ra $\alpha \approx -11{,}12^0$ (xem hình 1-5).



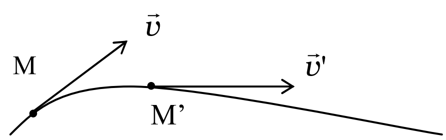
Hình 1-5

§3. GIA TỐC

Để đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc, người ta đưa ra một đại lượng gọi là vectơ gia tốc. Nói cách khác, *gia tốc là đại lượng đặc trưng cho sự biến đổi trạng thái chuyển động của chất điểm.*

1. Định nghĩa và biểu thức vectơ gia tốc

Khi chất điểm chuyển động, vectơ vận tốc của nó thay đổi cả về phương chiều và độ lớn. Giả sử tại thời điểm t chất điểm ở điểm M, có vận tốc là $\vec{\upsilon}$, tại thời điểm sau đó $t' = t+\Delta t$ chất điểm ở vị trí M' có vận tốc



Hình 1-6
Vận tốc tại những điểm khác nhau

$\vec{v}' = \vec{v} + \Delta\vec{v}$ (Hình 1-6). Trong khoảng thời gian *Δt=t'- t,* vectơ vận tốc của chất điểm biến thiên một lượng:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}\,.$$

Tỷ số $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ xác định độ biến thiên trung bình của vectơ vận tốc trong một đơn vị thời gian và được gọi là *vectơ gia tốc trung bình* của chất điểm chuyển động trong khoảng thời gian *Δt* và ký hiệu là $\vec{a}_{tb}$:

$$\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \tag{1-10}$$

Nhưng nói chung tại những thời điểm khác nhau trong khoảng thời gian *Δt* đã xét, độ biến thiên vectơ vận tốc $\vec{v}$ trong một đơn vị thời gian có khác nhau. Do đó, để đặc trưng cho độ biến thiên của vectơ vận tốc tại từng thời điểm, ta phải xác định tỷ số $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ trong khoảng thời gian vô cùng nhỏ, nghĩa là cho $\Delta t \to 0$, khi đó tỷ số $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ sẽ tiến dần tới giới hạn gọi là vectơ gia tốc tức thời (gọi tắt là *gia tốc*) của chất điểm tại thời điểm *t* và được ký hiệu là $\vec{a}$.

Như vậy,

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \tag{1-11}$$

Theo định nghĩa đạo hàm vectơ, giới hạn này chính là đạo hàm vectơ vận tốc theo thời gian:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{1-12}$$

Vậy: *"Vectơ gia tốc của chất điểm chuyển động bằng đạo hàm vectơ vận tốc theo thời gian".*

Nếu phân tích chuyển động của chất điểm thành ba thành phần chuyển động theo ba trục *ox, oy, oz* của hệ tọa độ Descartes, ta có:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

trong đó:

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y &= \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \\ a_z &= \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{aligned}\right\} \tag{1.13}$$

và độ lớn của vectơ $\vec{a}$ sẽ được tính như sau:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Trong đó, các thành phần a_x, a_y, a_z được xác định theo (1-13).

2. Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến

Trường hợp tổng quát, khi chất điểm chuyển động trên quỹ đạo cong, vectơ vận tốc thay đổi cả về phương chiều và độ lớn. Để đặc trưng riêng cho sự biến đổi về độ lớn phương và chiều của vectơ vận tốc $\vec{\upsilon}$ người ta phân tích $\vec{a}$ thành hai thành phần: gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến.

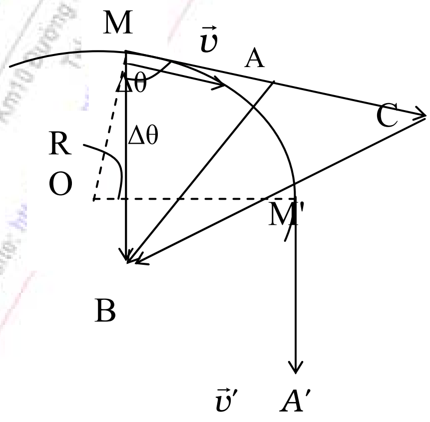
Xét chuyển động của chất điểm trên quỹ đạo cong (hình 1-7). Tại thời điểm t, chất điểm ở tại vị trí M có vận tốc $\vec{\upsilon}$; Tại thời điểm t' chất điểm ở vị trí M', có vận tốc $\vec{\upsilon}'$. Ta vẽ vectơ $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{M'A'} = \vec{\upsilon}'$ có gốc tại M.

Ta đặt trên phương *MA* một đoạn $\overline{MC}$ sao cho $\overline{MC} = |\vec{\upsilon}|$. Khi đó, như trên hình vẽ (1-7), độ biến thiên vectơ vận tốc trong khoảng thời gian *Δt* là:

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' - \vec{\upsilon} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

Theo định nghĩa (1-11) về gia tốc, ta có:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{AC}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{CB}}{\Delta t} \qquad (1\text{-}14)$$



Hình(1-7). Vận tốc của chất điểm tại các thời điểm t và t'

Theo (1-14), vectơ gia tốc $\vec{a}$ gồm hai thành phần. Sau đây ta sẽ lần lượt xét các thành phần này.

a. Gia tốc tiếp tuyến.

Ta ký hiệu thành phần thứ nhất của (1-14) là:

$$\vec{a}_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{AC}}{\Delta t}$$

Thành phần này luôn *cùng phương* với tiếp tuyến của quỹ đạo tại thời điểm *t*, vì vậy $\vec{a}_t$ được gọi là *gia tốc tiếp tuyến*.

Chiều của $\vec{a}_t$ trùng chiều với $\overrightarrow{AC}$. Vì vậy khi $\upsilon' > \upsilon$ thì $\vec{a}_t$ cùng chiều với $\vec{\upsilon}$, khi $\upsilon' < \upsilon$, thì $\vec{a}_t$ ngược chiều với $\vec{\upsilon}$.

Độ lớn được tính như sau:

$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\overrightarrow{AC}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{AC}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{MC} - \overline{MA}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\upsilon' - \upsilon}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$$

Ở đây chú ý $\Delta\upsilon$ là độ *biến thiên độ lớn* của vectơ vận tốc. Theo định nghĩa đạo hàm, ta có thể viết:

$$a_t = \frac{d\upsilon}{dt} \qquad (1\text{-}15)$$

Vậy: *Vectơ gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự biến đổi độ lớn của vectơ vận tốc, có:*

- *Phương trùng với tiếp tuyến của quỹ đạo,*
- *Chiều trùng với chiều chuyển động khi υ tăng và ngược chiều chuyển động khi υ giảm.*
- *Độ lớn bằng đạo hàm trị số vận tốc theo thời gian.*

b. Gia tốc pháp tuyến

Thành phần thứ hai của gia tốc, được ký hiệu là $\vec{a}_n$ và theo (1-14), ta có:

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{CB}}{\Delta t}$$

Khi $\Delta t \to 0$, $\vec{v}' \to \vec{v}$, $\overrightarrow{CB}$ dần tới vuông góc với $\overrightarrow{AC}$, tức vuông góc với tiếp tuyến của quĩ đạo tại M. Vì vậy $\vec{a}_n$ được gọi là *gia tốc pháp tuyến.*

Ta làm rõ điều này như sau.

Ta đặt $\widehat{MOM'} = \widehat{CMB} = \Delta\theta$. Trong tam giác cân Δ MCB có:

$$\widehat{MCB} = \frac{\pi - \widehat{CMB}}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta\theta}{2}$$

Khi $\Delta t \to 0$, $M' \to M$, $\Delta\theta \to 0$, $\widehat{MCB} \to \frac{\pi}{2}$. Vậy đến giới hạn, $\overrightarrow{CB} \perp \overrightarrow{AC}$ do đó phương của $\vec{a}_n \perp \overrightarrow{AC}$, tức là vuông góc với tiếp tuyến của Quỹ đạo tại *M.*

Chiều của $\vec{a}_n$ luôn hướng về tâm của quĩ đạo, do đó $\vec{a}_n$ cũng được gọi là *gia tốc hướng tâm.*

Độ lớn của $\vec{a}_n$ cho bởi: $a_n = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{CB}}{\Delta t}$

Chú ý rằng các góc: $\widehat{BMC} = \widehat{MOM'} = \Delta\alpha$. Khi $\Delta t \to 0$, $M' \to M$, $\vec{v}' \to \vec{v}$, góc $\Delta\alpha$ rất nhỏ, có thể coi gần đúng:

$$\Delta s = \widehat{MM'} \approx R\Delta\alpha,$$

trong đó R =OM là bán kính cong của đường tròn mật tiếp của quỹ đạo tại điểm M. Ta suy ra:

$$\overline{CB} = \upsilon'.\Delta\alpha = \upsilon'.\frac{\Delta s}{R}$$

Vậy ta có thể tìm độ lớn của $\vec{a}_n$ như sau:

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{CB}}{\Delta t} = \frac{1}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\upsilon' \Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \upsilon' . \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1\text{-}16)$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \upsilon' = \upsilon \qquad \text{và} \qquad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = \upsilon$$

Thay các kết qủa vừa tính được vào (1-16), cuối cùng ta sẽ được:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (1\text{-}17)$$

Công thức (1-17) chứng tỏ a_n càng lớn nếu chất điểm chuyển động càng nhanh (υ càng lớn) và quĩ đạo càng cong (R càng nhỏ). Với các điều kiện này, phương của vectơ vận tốc $\vec{\upsilon}$ thay đổi càng nhiều. Vì thế, *gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự thay đổi phương của vectơ vận tốc.*

Thật vậy, trong chuyển động thẳng, $R = \infty$, $a_n = 0$, vectơ vận tốc $\vec{v}$ có phương không đổi.

Trong chuyển động tròn đều, vectơ vận tốc có độ lớn không đổi ($R = const$, v = const) cho nên $a_t = 0$, nhưng $a_n = \dfrac{v^2}{R}$ = const, vectơ $\vec{v}$ có phương thay đổi đều.

Tóm lại *vectơ gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự thay đổi phương của vectơ vận tốc, nó có:*

– *Phương: trùng với phương pháp tuyến của quỹ đạo tại M;*

– *Chiều: luôn hướng về phía lõm của quỹ đạo;*

– *Có độ lớn bằng:* $a_n = \dfrac{v^2}{R}$

c. Kết luận

Trong chuyển động cong nói chung vectơ gia tốc $\vec{a}$ gồm hai thành phần: gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_t$ và gia tốc pháp tuyến $\vec{a}_n$, tức là:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \qquad (1\text{-}18)$$

– *Gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_t$ đặc trưng cho sự biến đổi về độ lớn của vectơ vận tốc.*

– *Gia tốc pháp tuyến $\vec{a}_n$ đặc trưng cho sự biến đổi về phương của vectơ vận tốc.*

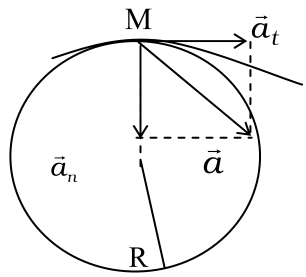
Ta cũng có thể phân tích vectơ gia tốc theo các thành phần trên các trục toạ độ *ox, oy, oz,* do đó kết hợp với (1-18) ta có:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \qquad (1\text{-}19)$$

Về trị số:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$



Hình 1-8
Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến

- Khi $a_n = 0$, vectơ vận tốc $\vec{v}$ không thay đổi phương, chất điểm *chuyển động thẳng* (quỹ đạo chuyển động là đường thẳng).

- Khi $a_t = 0$, vectơ vận tốc $\vec{v}$ không đổi về trị số và chiều, nó *chuyển động cong đều.*

- Khi $a = 0$ vectơ vận tốc $\vec{v}$=const, chất điểm chuyển *động thẳng đều.*

§4. MỘT SỐ DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CƠ HỌC THƯỜNG GẶP

Trong mục này ta sẽ áp dụng các kết qủa thu được ở các mục trên để khảo sát một số dạng chuyển động cơ học cụ thể thường gặp.

1. Chuyển động thẳng

Chuyển động thẳng là dạng chuyển động có gia tốc hướng tâm bằng không: $a_n = 0$. Khi đó, quỹ đạo của chuyển động là thẳng, gia tốc toàn phần bằng gia tốc tiếp tuyến, có phương trùng với phương của quỹ đạo, có chiều trùng với chiều biến đổi của vectơ vận tốc, có trị số bằng:

$$a = a_t = \frac{dv}{dt}$$

Nếu $a = const$ thì vận tốc chuyển động biến đổi đều, do đó gọi là chuyển động *thẳng biến đổi đều*. Sau những khoảng thời gian bằng nhau vận tốc của chuyển động thay đổi những lượng bằng nhau. Nếu chất điểm chuyển động từ thời điểm đầu $t_o = 0$ đến thời điểm t, vận tốc biến thiên từ v_o đến v thì:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_o}{t - t_o} = \frac{v - v_o}{t} \qquad (1\text{-}20)$$

Từ đó suy ra:

$$v = v_o + at \qquad (1\text{-}21)$$

và vì $$v = \frac{ds}{dt} = v_o + at$$

cho nên có thể viết:

$$ds = (v_o + at)\,dt \qquad (1\text{-}22)$$

Giả sử tại thời điểm ban đầu $t_0 = 0$, chất điểm ở tại gốc toạ độ $s_0 = 0$, tại thời điểm t chất điểm ở vị trí s. Tích phân hai vế của (1-22):

$$\int_0^t ds = \int_0^t (v_0 + at)dt$$

ta được: $$s = v_o t + \frac{at^2}{2} \qquad (1\text{-}23)$$

Từ (1-21) và (1-23), khử thông số t ta sẽ được

$$2as = v^2 - v_0^2 \qquad (1\text{-}24)$$

Trong chuyển động thẳng, nếu $a=0$, vận tốc chuyển động không thay đổi, do đó chuyển động này được gọi *là chuyển động thẳng đều*. Trong chuyển động thẳng đều:

$$v = const, \qquad s = vt$$

2. Chuyển động tròn

Trong chuyển động, nếu bán kính cong của quỹ đạo không thay đổi ($R = const$), chuyển động sẽ được gọi là *chuyển động tròn.*

Trong chuyển động tròn, do có sự thay đổi góc quay của bán kính vectơ $\overrightarrow{OM}$, ngoài các đại lượng v, a, a_t, a_n, người ta còn đưa ra các đại lượng *vận tốc góc* và *gia tốc góc.*

a.Vận tốc góc

Giả sử chất điểm *M* chuyển động trên quỹ đạo tròn tâm *O*, bán kính *R*. Trong khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$ chất điểm đi được quãng đường Δs bằng cung *MM'* ứng với góc quay $\Delta\theta$ = ~~*MOM'*~~ của bán kính *R* = ~~*MO*~~ (Hình 1-9). Đại lượng $\Delta\theta/\Delta t$ biểu thị góc quay trung bình trong một đơn vị thời gian, ký hiệu là $\overline{\omega}$ và được gọi là vận tốc góc trung bình trong khoảng thời gian Δt:

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (1\text{-}25)$$

$\overline{\omega}$ không đặc trưng cho độ nhanh chậm của chuyển động của bán kính R = OM tại mỗi thời điểm. Nếu cho $\Delta t \to 0$, tỉ số $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ sẽ tiến tới giới hạn, ký hiệu là ω, biểu thị vận tốc góc của chất điểm tại thời điểm t:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \qquad (1\text{-}26)$$

Vậy: "*Vận tốc góc bằng đạo hàm góc quay theo thời gian*"

Vận tốc góc có đơn vị là radian trên giây (*rad/s*).

Với chuyển động tròn đều (R= const, ω = const, υ = const) người ta còn đưa ra định nghĩa *chu kỳ* và *tần số*. ***Chu kỳ*** *là thời gian cần thiết để chất điểm đi được một vòng tròn.*

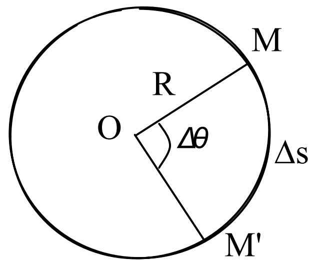
Do chuyển động tròn đều, góc quay trong khoảng thời gian Δt là:

$$\Delta\theta = \omega.\Delta t.$$

Trong một chu kỳ $\Delta t = T$, $\Delta\theta = 2\pi$.

Và ta suy ra: $T = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega}$.

Vậy: $$T = \frac{2\pi}{\omega}$$



Hình 1-9
Lập công thức vận tốc góc

Tần số (ký hiệu là f) *là số vòng (số chu kỳ) quay được của chất điểm trong một đơn vị thời gian.*

Trong khoảng thời gian một giây chất điểm đi được cung tròn ω, mỗi vòng tròn có độ dài 2π, do đó theo định nghĩa tần số, ta có:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$$

Đơn vị của chu kỳ là giây *(s),* của tần số là *1/s* hoặc còn gọi là Hertz (Hz).

b. Gia tốc góc

Giả sử trong khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$, vận tốc góc của chất điểm chuyển động tròn biến thiên một lượng $\Delta\omega = \omega' - \omega$. Theo định nghĩa, lượng $\Delta\omega/\Delta t$ gọi là gia tốc góc trung bình trong khoảng thời gian Δt, nó biểu thị độ biến thiên trung bình của vận tốc góc trong một đơn vị thời gian, ký hiệu $\overline{\beta}$:

$$\overline{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Nếu cho $\Delta t \to 0$, $\overline{\beta}$ tiến tới giới hạn gọi là gia tốc góc của chất điểm tại thời điểm *t*, ký hiệu là β. Do đó:

$$\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Theo định nghĩa về đạo hàm và theo (1-26), ta có:

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (1\text{-}27)$$

Vậy: *" Gia tốc góc bằng đạo hàm vận tốc góc theo thời gian và bằng đạo hàm bậc hai của góc quay theo thời gian".*

Gia tốc góc có đơn vị bằng *Radian trên giây bình phương* (*rad/s*^{2}).

Khi $\beta > 0$, ω tăng, chuyển động tròn nhanh dần,

Khi $\beta < 0$, ω giảm, chuyển động tròn chậm dần.

Khi $\beta = 0$, ω không đổi, chuyển động tròn đều.

Khi β = const, chuyển động tròn biến đổi đều (nhanh dần đều hoặc chậm dần đều). Tương tự như đã chứng minh cho trường hợp chuyển động thẳng biến đổi đều, ta cũng có thể chứng minh được:

$$\omega = \omega_0 + \beta t \qquad (1\text{-}28)$$

$$\theta = \frac{1}{2}\beta t^2 + \omega_0 t \qquad (1\text{-}29)$$

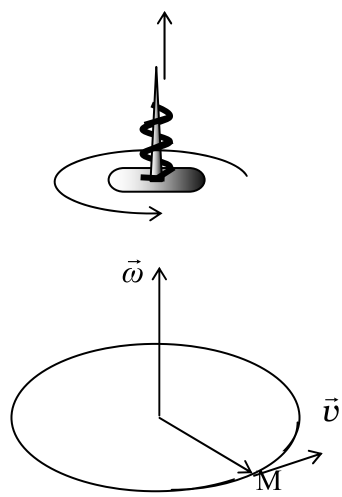
$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\Delta\theta \qquad (1\text{-}30)$$

Với chú ý là: tại thời điểm ban đầu $t_o = 0$, $\theta_o = 0$, vận tốc góc có giá trị ω_o.

c. Vectơ vận tốc góc và vectơ gia tốc góc

Trong nhiều bài toán, ta cần biểu diễn ω và β là đại lượng vectơ. Người ta định nghĩa vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ là vectơ có độ lớn bằng ω đã định nghĩa ở (1-26), nằm trên trục của quĩ đạo tròn, có chiều tuân theo qui tắc vặn nút chai: *"Nếu quay cái vặn nút chai theo chiều chuyển động của chất điểm thì chiều tiến của cái vặn nút chai chỉ chiều của vectơ $\vec{\omega}$ "* (Xem hình 1-10).

Vectơ gia tốc $\vec{\beta}$ là một vectơ có trị số xác định theo (1-27), nằm trên trục của quĩ đạo tròn, cùng chiều với $\vec{\omega}$ nếu $\vec{\omega}$ tăng và ngược chiều với $\vec{\omega}$ nếu $\vec{\omega}$ giảm (xem hình 1-11). Theo định nghĩa đó ta có thể viết:



Hình 1-10.
Minh hoạ qui tắc vặn nút chai.

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \qquad (1\text{-}31)$$

d. Các hệ quả

**** Liên hệ giữa các vectơ $\vec{\upsilon}$ và $\vec{\omega}$.*** Giữa bán kín R, cung $\overset{\frown}{MM'}$ và góc $\Delta\theta$ có mối liên hệ (xem hình 1-9): $MM' = \Delta s = R\,\Delta\theta$, do đó:

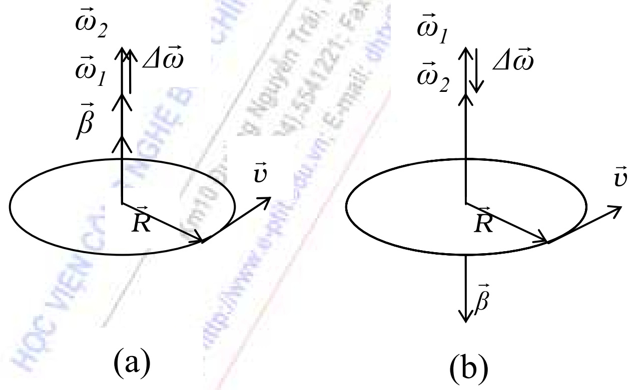
$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = R.\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Khi $\Delta t \to 0$, theo (1-5) và (1-26) ta được:

$$\upsilon = \omega R \qquad (1\text{-}32)$$

Nếu đặt $\overrightarrow{OM} = \vec{R}$ (hình 1-10) ta thấy ba vectơ $\vec{\omega}$, $\vec{R}$, $\vec{\upsilon}$ theo thứ tự đó tạo thành một tam diện thuận ba mặt vuông. Ngoài ra theo công thức (1-32) ta có thể viết:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\omega} \wedge \vec{R} \qquad (1\text{-}33)$$



Hình.1-11

Liên hệ giữa các vectơ $\vec{R}, \vec{\upsilon}, \vec{\omega}, \vec{\beta}$

a-quay nhanh dần, b-quay chậm dần

**** Liên hệ giữa a_n và ω***

Theo (1-17) và (1-32) $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, $\upsilon = \omega R$, ta suy ra: $a_n = \dfrac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$

$$a_n = \omega^2 R \qquad (1\text{-}34)$$

**** Liên hệ giữa a_t và β***

Thay $\upsilon = \omega.R$ vào $a_t = \dfrac{d\upsilon}{dt}$ ta được:

$$a_t = \frac{d\omega}{dt}R = \beta.R \qquad (1\text{-}35)$$

Theo định nghĩa của các vectơ $\vec{\beta}$, $\vec{R}$, $\vec{a}_t$, ta thấy ba vectơ $\vec{\beta}$, $\vec{R}$, $\vec{a}_t$ theo thứ tự đó luôn tạo thành tam diện thuận ba mặt vuông; Kết hợp với (1-35) ta có thể viết:

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{R} \qquad (1\text{-}36)$$

3. Chuyển động trong trường lực

Nhiều khi ta phải xét chuyển động của một vật trong trường lực. Chẳng hạn một electron bay vào điện trường $\vec{E}$ (hoặc từ trường $\vec{B}$) với vận tốc ban đầu v_o. Sau đây ta xét chuyển động của một vật trong trọng trường.

Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất với vận tốc ban đầu υ_o theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc α.

1. Viết phương trình chuyển động của viên đạn.

2. Tìm dạng quĩ đạo của viên đạn.

3. Tính thời gian kể từ lúc bắn đến lúc viên đạn chạm đất.

4. Xác định tầm bay xa của viên đạn.

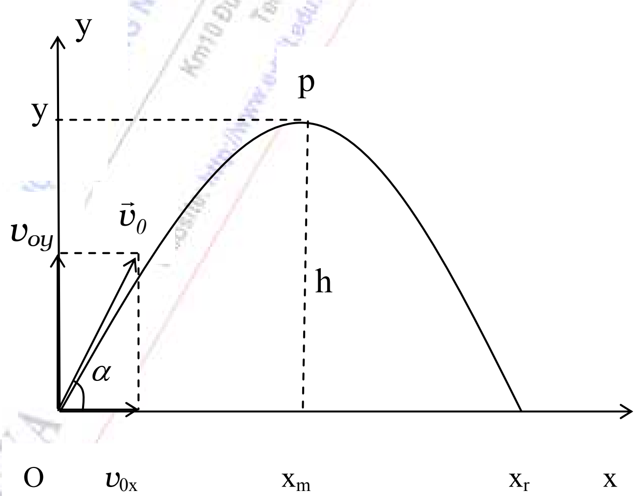
5. Tính độ cao lớn nhất mà viên đạn đạt được.

6. Xác định bán kính cong của viên đạn tại điểm cao nhất.

Bài giải

Khi viên đạn đã bay ra khỏi nòng súng nó tiếp tục chuyển động theo quán tính, mặt khác nó chịu sức hút của trọng trường gây cho nó gia tốc không đổi g = 9,81m/s^2 theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới đất. Do đó vật sẽ chuyển động theo quĩ đạo cong nằm trong một mặt phẳng.

Để khảo sát chuyển động của viên đạn, ta gắn điểm xuất phát của viên đạn với gốc O của hệ tọa độ *ox, oy*; trục *ox* theo phương ngang, trục oy theo phương thẳng đứng (hình 1-12). Quỹ đạo của viên đạn sẽ nằm trong mặt phẳng *Oxy*.



Hình 1-12. Quỹ đạo của viên đạn

a. Phương trình chuyển động

Ta phân tích vectơ vận tốc $\vec{\upsilon}_0$ thành 2 thành phần theo 2 trục ox, oy:

$$\upsilon_{ox} = \upsilon_o\cos\alpha, \qquad \upsilon_{oy} = \upsilon_o\sin\alpha$$

Coi chuyển động gồm hai thành phần: thành phần theo phương *ox*, có vận tốc ban đầu υ_{ox}, có gia tốc bằng không a_x= 0; thành phần *oy* có vận tốc ban đầu υ_{oy}, gia tốc bằng a_y=*g*, gia tốc này ngược chiều với trục *oy*. Vậy phương trình chuyển động của viên đạn là:

$$x = (\upsilon_o\cos\alpha)t \tag{1}$$

$$y = (\upsilon_o \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \tag{2}$$

b. Phương trình quỹ đạo

Khử *t* từ hai phương trình (1) và (2) ta được:

$$y = -\frac{gx^2}{2v_0 \cos^2 \alpha} + tg\alpha.x \qquad (3)$$

Vậy quỹ đạo của viên đạn là một parabol, bề lõm hướng xuống dưới (Hình 1-12).

c. Thời gian rơi

Khi viên đạn rơi chạm đất, y = 0, từ (2) ta được:

$$\left(v_o \sin\alpha - \frac{gt}{2}\right)t = 0$$

Phương trình này có 2 nghiệm:

Nghiệm $t_1=0$ ứng với thời điểm xuất phát, t_2 ứng với lúc chạm đất. Vậy thời gian cần thiết để viên đạn bay trong không khí là $\Delta t = t_2 - t_1 = t_2$.

$$t_2 = \Delta t = \frac{2v_o \sin\alpha}{g} \qquad (4)$$

d. Độ cao cực đại

Khi đạt đến điểm cao nhất *p*, vận tốc của viên đạn theo phương *oy* bằng không:

$$v_y = v_{0y} - gt_p = v_0 \sin\alpha - gt_p = 0$$

$$t_p = \frac{v_o \sin\alpha}{g} = \frac{1}{2}t_2.$$

$$y_{max} = (v_o \sin\alpha)t_p - g\frac{t_p^2}{2} = v_o \sin\alpha \frac{v_o \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_o \sin\alpha}{g}\right)^2$$

$$y_{max} = \frac{v_o^2 \sin^2\alpha}{2g} \qquad (5)$$

e. Bán kính cong của quĩ đạo tại điểm cao nhất

Ở điểm cao nhất, $a = a_n = g$, $v_y = 0, v = v_x$.

$$a_n = g = \frac{v_x^2}{R}$$

Từ đó suy ra: $$R = \frac{v_x^2}{g} = \frac{(v_o \cos\alpha)^2}{g} = \frac{v_o^2 \cos^2\alpha}{g} \qquad (6)$$

f. Tầm bay xa của viên đạn

Khi viên đạn chạm đất, nó cách gốc *O* một khoảng $OR = x_r$. Khi đó y=0.

Từ (3) ta được: $$x_r = \frac{2v_0^2 \cos\alpha.\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad (7)$$

Với giá trị xác định của vận tốc υ_o, x_r lớn nhất khi $sin2\alpha = 1$, tức khi $\alpha = 45^o$.

CHƯƠNG II
ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Động lực học nghiên cứu mối quan hệ giữa sự biến đổi trạng thái chuyển động của các vật với tương tác giữa các vật đó.Cơ sở của động lực học gồm ba định luật Newton và nguyên lý tương đối Galiléo.

§1. CÁC ĐỊNH LUẬT NEWTON

Các định luật Newton nêu lên mối quan hệ giữa chuyển động của một vật với tác dụng từ bên ngoài và quan hệ giữa các tác dụng lẫn nhau giữa các vật.

1. Định luật Newton thứ nhất

Chất điểm cô lập: *Là chất điểm không tác dụng lên chất điểm khác và cũng không chịu tác dụng nào từ chất điểm khác.*

Định luật Newton thứ nhất phát biểu như sau:

Một chất điểm cô lập nếu đang đứng yên, sẽ tiếp tục đứng yên, nếu đang chuyển động, chuyển động của nó là thẳng và đều.

Trong cả hai trường hợp, chất điểm đứng yên $(\vec{v} = 0)$ và chuyển động thẳng đều ($\vec{v} = const$) đều có vận tốc không đổi. Khi vận tốc của chất điểm không đổi, ta nói *trạng thái chuyển động của nó được bảo toàn*.

Như vậy theo định luật Newton I: *Một chất điểm cô lập luôn bảo toàn trạng thái chuyển động của nó.*

Tính chất bảo toàn trạng thái chuyển động được gọi là *quán tính*. Vì vậy định luật thứ nhất của Newton còn được gọi là *định luật quán tính.*

Có thể vận dụng định luật quán tính để giải thích nhiều hiện tượng thực tế. Ví dụ, đoàn tàu đang đứng yên bỗng chuyển động đột ngột. Khi đó, hành khách đang đứng yên hoặc ngồi trên tàu sẽ bị ngã người về phía sau do quán tính. Tương tự, khi đoàn tàu đang chuyển động thẳng đều bị dừng đột ngột, hành khách sẽ bị chúi người về phía trước.

2. Định luật Newton thứ hai

Định luật thứ hai của Newton xét chất điểm ở trạng thái không cô lập, nghĩa là chịu tác dụng của những vật khác. Tác dụng từ vật này lên vật khác được đặc trưng bởi một đại lượng là *lực*, thường ký hiệu bằng vectơ $\vec{F}$.

Khi một vật chịu tác dụng đồng thời của nhiều lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$ thì ta có thể thay tất cả các lực đó bằng một lực tổng hợp: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$.

Do đó khi nói đến lực tác dụng lên một vật, ta hiểu trong trường hợp tổng quát, đó là lực tổng hợp của các lực. Trường hợp riêng, chỉ có một lực.

Lực tác dụng lên một vật làm thay đổi trạng thái chuyển động của vật. Vì trạng thái của một vật được xác định bởi vận tốc và vị trí của nó, do đó khi chịu tác dụng của một lực, vận tốc của vật bị biến đổi, tức là vật thu được gia tốc. Lực tác dụng càng lớn, gia tốc mà vật thu được sẽ càng lớn. Thí nghiệm chứng tỏ rằng gia tốc của một vật còn phụ thuộc vào quán tính của vật. Quán tính của một vật được đặc trưng bởi khối lượng của vật, ký hiệu là *m*.

Ba đại lượng là *lực*, *khối lượng* và *gia tốc* liên hệ với nhau theo một định luật thực nghiệm do Newton nêu ra, gọi là định luật Newton thứ II và được phát biểu như sau:

– *Chuyển động của một chất điểm chịu tác dụng của lực* $\vec{F}$ *là một chuyển động có gia tốc* $\vec{a}$ *,*

– *Gia tốc chuyển động của một chất điểm tỷ lệ thuận với lực tác dụng* $\vec{F}$ *và tỷ lệ nghịch với khối lượng m của chất điểm ấy,* từ đó có thể viết:

$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m} \qquad (2\text{-}1)$$

Trong đó, *k* là một hệ số tỷ lệ phụ thuộc vào cách chọn đơn vị các đại lượng trong công thức (2-1). Trong hệ đơn vị quốc tế *SI*, người ta chọn $k = 1$, do đó:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Hoặc có thể viết:

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (2\text{-}2)$$

Rõ ràng cùng một lực tác dụng lên vật nếu khối lượng *m* của vật càng lớn thì gia tốc của vật càng nhỏ, nghĩa là trạng thái chuyển động của vật càng ít thay đổi. Như vậy khối lượng *m* của vật đặc trưng cho *quán tính của vật.*

Thực nghiệm chứng tỏ định luật Newton 2 chỉ nghiệm đúng đối với hệ qui chiếu quán tinh (sẽ được nêu rõ dưới đây).

Biểu thức (2-2) bao gồm cả định luật Newton I và II, được gọi là *phương trình cơ bản của động lực học chất điểm*.

Trong trường hợp tổng quát, chất điểm có thể đồng thời chịu tác dụng của nhiều lực, khi đó $\vec{F}$ *là tổng hợp của nhiều lực tác dụng lên chất điểm:*

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Ghi chú: Gia tốc $\vec{a}$ và lực $\vec{F}$ có thể phân tích thành các thành phần theo các trục *ox, oy, oz*:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}.$$

lực $\vec{F}$ có các thành phần:

$$F_x = m\frac{dv_x}{dt} = ma_x, \quad F_y = m\frac{dv_y}{dt} = ma_y, \quad F_z = m\frac{dv_z}{dt} = ma_z.$$

Nếu lực $\vec{F} = 0$, thì $\vec{a} = 0$, do đó $\vec{v} = const$, điều này phù hợp với định luật Newton thứ nhất.

Nếu vật chịu nhiều tác dụng nhưng lực tổng hợp bằng không $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$, thì $\vec{a} = 0$, vật không cô lập sẽ đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

Nếu $\vec{F} \neq 0$ nhưng hình chiếu $F_x = 0$ hoặc $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$ thì $a_x = 0$. Trường hợp này chuyển động của vật theo phương x cũng là thẳng đều.

Một chất điểm khối lượng *m* ở gần mặt quả đất sẽ chịu tác dụng của sức hút của quả đất. Lực này được gọi là *trọng lực* (sẽ nói rõ hơn trong phần định luật hấp dẫn), ký hiệu là $\vec{P}$, gây cho vật gia tốc rơi tự do $\vec{g}$. Theo định luật Newton II: $\vec{P} = m\vec{g}$.

Khi vận tốc chuyển động của vật rất nhỏ so với vận tốc của ánh sáng trong chân không, có thể coi khối lượng của nó không đổi.

3. Hệ qui chiếu quán tính

Định nghĩa: *Hệ qui chiếu trong đó một vật cô lập nếu đang đứng yên sẽ đứng yên mãi mãi còn nếu đang chuyển động sẽ chuyển động thẳng đều được gọi là hệ qui chiếu quán tính.*

Nói cách khác, *hệ qui chiếu trong đó định luật quán tính được nghiệm đúng là hệ qui chiếu quán tính.*

Thực nghiệm cũng chứng tỏ định luật Newton II chỉ nghiệm đúng đối với hệ qui chiếu quán tính.

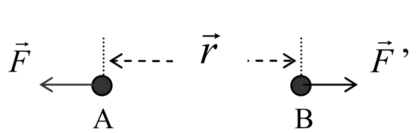
4. Định luật Newton thứ ba

Trong tự nhiên không bao giờ có tác động một phía. Newton đã chứng minh rằng khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B thì ngược lại chất điểm B cũng tác dụng lên chất điểm A. Newton đã đưa ra định luật Newton III phát biểu như sau:

Khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B một lực $\vec{F}$ thì đồng thời chất điểm B cũng tác dụng lên chất điểm A một lực $\vec{F}'$. Hai lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ đồng thời tồn tại, cùng phương, ngược chiều, cùng cường độ và đặt lên hai chất điểm A và B khác nhau (hình 2-1):

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

Người ta gọi $\vec{F}'$ là lực phản tác dụng, thường gọi tắt là *phản lực*. Hai vectơ lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ có điểm đặt khác nhau nên chúng kông phải là lực trực đối, tức không triệt tiêu nhau. Hai vật A và B tác dụng lẫn nhau như vậy được gọi là *tương tác với nhau.*



Hình 2-1
Lực hấp dẫn giữa hai vật

Nếu một hệ gồm hai chất điểm A và B tương tác nhau thì các lực tương tác giữa A và B ($\vec{F}$ và $\vec{F}'$) khi đó được gọi là *nội lực tương tác trong hệ,* tổng hợp hai vectơ nội lực này của hệ bằng không: $\vec{F} + \vec{F}' = 0$.

Trường hợp tổng quát, nếu hệ có *n* chất điểm, trong hệ chỉ có các nội lực tương tác giữa các chất điểm của hệ (không tương tác với các chất điểm khác ở ngoài hệ) thì hệ được gọi là *hệ cô lập* (hay còn gọi là *hệ kín*). Khi đó nếu xét từng đôi chất điểm của hệ thì tổng hai lực tương tác giữa chúng bằng không. Do đó nếu xét cả hệ thì: *Tổng hợp các nội lực của một hệ cô lập luôn bằng không.*

§2. CÁC LỰC LIÊN KẾT

Từ định luật Newton thứ 3 ta suy ra rằng: tương tác là hiện tượng phổ biến của tự nhiên. Do đó giữa vật chuyển động và vật liên kết với nó luôn có các lực tương tác gọi là các *lực liên kết*. Dưới đây ta sẽ xét một số loại lực liên kết thường gặp.

1. Lực ma sát

a. Ma sát trượt

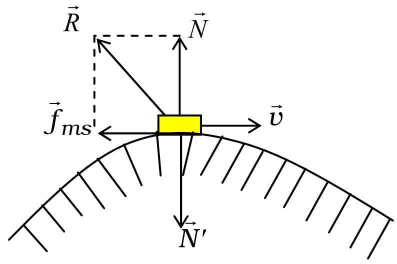
Thực nghiệm chứng tỏ khi một vật rắn *m* trượt trên giá đỡ *S*, nó tác dụng một lực nén lên mặt giá đỡ *S*. Theo định luật Newton III, mặt này lại tác dụng lên vật m một phản lực $\vec{R}$ gồm hai thành phần $\vec{f}_{ms}$ và $\vec{N}$ (hình 2-2) sao cho:

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}_{ms}$$

- Thành phần $\vec{N}$ gọi là phản lực pháp tuyến, nó hướng vuông góc với giá đỡ S tại điểm tiếp xúc và luôn trực đối với áp lực $\vec{N}'$ (lực nén vuông góc với mặt tiếp xúc) của vật *m* tác dụng lên mặt giá đỡ S sao cho điều kiện sau đây được thoả mãn:

$$\vec{N}' = -\vec{N}.$$

- Thành phần $\vec{f}_{ms}$ gọi là *lực ma sát trượt*, nó có phương trùng với tiếp tuyến với mặt giá đỡ S tại điểm tiếp xúc, ngược chiều vận tốc $\vec{v}$ và cản trở chuyển động của vật. Nếu vận tốc của vật không quá lớn thì lực ma sát trượt có độ lớn tỷ lệ với phản lực pháp tuyến:



Hình 2-2
Để xác định lực ma sát trượt

$$f_{ms} = kN$$

Trong đó, *k* là hệ số tỷ lệ, gọi là *hệ số ma sát trượt*, luôn có giá trị nhỏ hơn đơn vị (k<1), nó phụ thuộc vào bản chất và tính chất của các mặt tiếp xúc giữa các vật liên kết. Bảng sau đây cho ví dụ về hệ số ma sát của một số mặt tiếp xúc:

Tên vật liệu	**k**	**Tên vật liệu**	**k**
Gỗ rắn trên gỗ rắn	0,25	Thép trên thép	0,17
Lốp cao su trên đất cứng	0,4÷0,6	Thép trên đất cứng	0,2÷0,4

b. Ma sát lăn

Đó là lực ma sát xuất hiện ở mặt tiếp xúc giữa một vật lăn trên mặt của một vật khác. Độ lớn của lực ma sát lăn cũng tỷ lệ với độ lớn của phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ và được tính theo công thức:

$$f_{ms} = \mu \frac{N}{r}$$

trong đó r là bán kính của vật lăn, μ là hệ số ma sát lăn.

Thực nghiệm chứng tỏ lực ma sát lăn nhỏ hơn lực ma sát trượt. Vì vậy trong kỹ thuật, người ta thường sử dụng các ổ bi để chuyển ma sát trượt thành ma sát lăn của các viên bi hay thanh trụ trong các ổ bi.

c. Ma sát nhớt

Đó là lực ma sát xuất hiện ở mặt hai lớp chất lưu (chất lỏng hay chất khí) chuyển động đối với nhau. Nếu một vật chuyển động trong chất lưu với vận tốc không lớn lắm, thì lực ma sát nhớt (giữa lớp chất lưu bám dính vào mặt ngoài của vật với lớp chất lưu nằm sát nó) tỷ lệ và ngược chiều với vận tốc:

$$\vec{f}_{ms} = -r\vec{v}$$

ở đây r là *hệ số ma sát nhớt* của chất lưu. Trị số của r phụ thuộc vào bản chất và nhiệt độ của chất lưu, nó nhỏ hơn nhiều so với hệ số ma sát trượt và ma sát lăn. Vì vậy người ta thường dùng dầu nhớt bôi trơn mặt tiếp xúc giữa các vật chuyển động để giảm lực ma sát. Nếu vật có dạng hình cầu đường kính d thì lực ma sát nhớt tính theo công thức Stokes:

$$f_{ms} = 3\pi\eta dV$$

trong đó, η được gọi là *hệ số nhớt* của chất lưu.

2. Lực căng

Giả sử có một vật nào đó bị buộc vào một sợi dây không dãn, dưới tác dụng của một ngoại lực $\vec{F}$ vật có một trạng thái động lực học nào đó (đứng yên hay chuyển động với gia tốc xác định). Sợi dây sẽ bị kéo căng. Tại mỗi điểm của dây sẽ xuất hiện những lực $\vec{T}$ và phản lực $\vec{T}'$. Các lực này là các lực tương tác giữa hai nhánh ở hai phía của sợi dây và được gọi là *lực căng* của sợi dây. Theo định luật Newton III ta có:

$$\vec{T} = -\vec{T}'$$

Độ lớn của các lực căng phụ thuộc vào trạng thái động lực học của sợi dây.

Muốn tính lực căng cuả sợi dây, ta tưởng tượng cắt sợi dây tại một điểm M bất kỳ thành hai phần. Đặt vào mỗi đầu (bị cắt) của sợi dây các lực căng $\vec{T}$ và $\vec{T}'$ sao cho trạng thái động lực học của mỗi nhánh dây (và của cả hệ) vẫn giữ nguyên như không cắt dây. Sau đó áp dụng phương trình cơ bản của động lực học cho mỗi phần của hệ vật chuyển động (mỗi phần gắn với một bên dây).

3. Lực tác dụng trong chuyển động cong

Trong chuyển động cong, gia tốc của chất điểm gồm hai thành phần gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_t$ và gia tốc pháp tuyến $\vec{a}_n$. Gia tốc tổng hợp của chất điểm là $\vec{a}$ (xem 1-18):

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Nhân 2 vế của phương trình này với khối lượng của chất điểm, ta được:

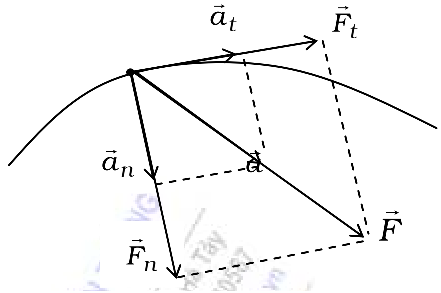
$$m\vec{a} = m\vec{a}_t + m\vec{a}_n$$

Theo định luật Newton II:

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad \vec{F}_t = m\vec{a}_t, \quad \vec{F}_n = m\vec{a}_n$$

ta được:

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n \qquad (2\text{-}3)$$



Hình 2-3
Lực hướng tâm và lực ly tâm

Thành phần $\vec{F}_t = m\vec{a}_t$ được gọi là *lực tiếp tuyến*, lực tiếp tuyến gây ra gia tốc tiếp tuyến, tức làm thay đổi độ lớn và chiều của vận tốc; còn thành phần $\vec{F} = m\vec{a}_n$ được gọi là *lực pháp tuyến* hay là *lực hướng tâm*, lực hướng tâm gây ra gia tốc hướng tâm, làm thay đổi phương của vectơ vận tốc.

Như vậy *điều kiện cần thiết để cho chất điểm chuyển động cong là phải tác dụng lên nó một lực hướng tâm, có độ lớn:*

$$F_n = ma_n = m\frac{v^2}{R} \qquad (2\text{-}4)$$

Bất kỳ vật nào chuyển động cong cũng luôn chịu tác dụng của lực hướng tâm và có liên kết với các vật khác, do đó theo định luật Newton III, vật chuyển động cong sẽ tác dụng một phản lực lên vật liên kết với nó. Phản lực này được gọi là *lực ly tâm,* cùng phương ngược chiều và cùng cường độ với lực hướng tâm:

$$\vec{F}_{lt} = -\vec{F}_{ht}$$

4.Ví dụ

a. Khảo sát chuyển động và lực liên kết

Phương trình cơ bản của động lực học $\vec{F} = m\vec{a}$ áp dụng đối với chất điểm cũng áp dụng cho các vật rắn chuyển động tịnh tiến (như sẽ chứng minh trong chương sau).

Ta hãy xác định gia tốc chuyển động của hệ hai vật *A* và *B* và sức căng của sợi dây kéo hai vật đó (hình 2-4). Hai vật lần lượt có khối lượng m_A và m_B. Vật *A* trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng một góc α so với phương nằm ngang. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và của sợi dây. Tác dụng lên vật *A* có:

* Sức căng $\vec{T}$,

* Trọng lực $\vec{P}$,

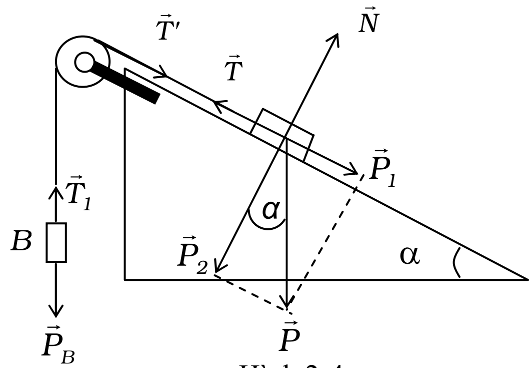
* Phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ của mặt phẳng nghiêng.

Trọng lực $\vec{P}$ tác dụng lên vật A được phân tích thành hai thành phần:

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

Trong đó $\vec{P}_2$ vuông góc với mặt phẳng nghiêng và triệt tiêu với $\vec{N}$:

$$\vec{P}_2 + \vec{N} = 0$$



Hình 2-4
Chuyển động của hệ vật trên mặt phẳng nghiêng

P_2=P$\cos\alpha$ =$m_A g\cos\alpha$, còn $\vec{P}_1$ (P_1=$m_A g\sin\alpha$) song song với mặt phẳng nghiêng.

Vậy các ngoại lực tác dụng lên A còn lại là: $\vec{P}_1$, $\vec{T}$. Hai lực này cùng phương nhưng ngược chiều nhau.

Giả sử P_1>T, vật A bị kéo xuống dốc, vật B bị kéo lên. Chọn chiều chuyển động là chiều dương, phương trình chuyển động của A là:

$$P_1 - T = m_A g\sin\alpha - T = m_A a \qquad (*)$$

Tác dụng lên vật B có trọng lượng của vật B ($\vec{P}_B$), sức căng của sợi dây ($\vec{T}_1$), T_1 = T' =T. Lấy chiều chuyển động của hệ làm chuẩn, ta có phương trình chuyển động của B là:

$$T - P_B = m_B a \qquad (**)$$

Từ phương trình này ta được:

$$T = m_B a + m_B g = m_B(a+g).$$

Thay T từ phương trình này vào (*) ta được:

$$a = \frac{(m_A \sin\alpha - m_B)}{m_A + m_B}\, g.$$

gia tốc a hướng theo $\vec{P}_1$, sức căng của sợi dây là:

$$T = m_B(a+g) = m_B\left(\frac{m_A \sin\alpha - m_B}{m_A + m_B}\, g + g\right)$$

Rút gọn kết quả trên, ta được:

$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}(1 + \sin\alpha)\, g$$

Nếu P_1< T thì $$a = \frac{(m_B - m_A \sin\alpha)}{m_A + m_B}\, g$$ hướng theo $\vec{P}_B$

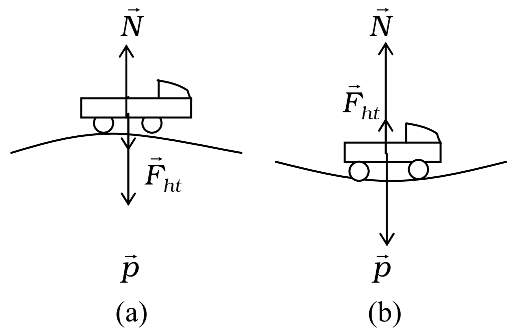
Và sức căng T: $$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}(1 + \sin\alpha)\, g$$

b. Lực trong chuyển động cong

Một ôtô chuyển động trên mặt một chiếc cầu cong bán kính R. Tại đỉnh cầu nó có vận tốc v. Xác định áp lực của ôtô lên mặt cầu, bỏ qua masát.

Tại đỉnh cầu, ôtô chịu tác dụng của lực hướng tâm bằng tổng hợp trọng lực $\vec{p}$ và phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ của mặt cầu tác dụng lên ôtô:

$$\vec{F}_{ht} = \vec{P} + \vec{N} \qquad (b1)$$



Hình 2-5
Áp lực của ôtô chuyển động trên cầu cong

Gọi $\vec{N}'$ là áp lực của ôtô tác dụng lên mặt cầu. Theo định luật Newton thứ ba:

$\vec{N}' = -\vec{N}$

Chiếu biểu thức (b1) lên phương pháp tuyến và lấy chiều hướng vào tâm cong của mặt chiếc cầu làm chiều dương, ta sẽ tìm được áp lực N'. Có hai trường hợp khác nhau.

* Mặt cầu cong lên (hình 2-5a):

$$F_{ht} = P - N, \text{ suy ra } N' = N = P - F_{ht} = P - \frac{mv^2}{R} < P$$

* Mặt cầu lõm xuống (hình 2-5b):

$$F_{ht} = P + N, \text{ suy ra } N' = N = P + F_{ht} = P + \frac{mv^2}{R} > P.$$

§3. CÁC ĐỊNH LÝ VỀ ĐỘNG LƯỢNG

Từ định luật Newton II ta có thể suy ra một số phát biểu khác, đó là các định lý về động lượng.

1. Định lý 1

Giả sử chất điểm có khối lượng *m* chịu tác dụng của lực $\vec{F}$, theo định luật Newton *II,* chất điểm đó sẽ chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ sao cho:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Hay
$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

Giả thiết khối lượng *m* không đổi, ta có thể viết:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \tag{2-5}$$

Ta đặt: $\vec{K} = m\vec{v}$, và gọi $\vec{K}$ là vectơ động lượng của chất điểm, do đó có thể viết lại (2-5) như sau:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F} \tag{2-6}$$

Người ta phát biểu (2-6) thành định lý 1 như sau:

Đạo hàm động lượng của một chất điểm theo thời gian bằng tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên chất điểm đó.

2. Định lý 2

Từ (2-6) ta suy ra:

$$d\vec{K} = \vec{F}.dt \tag{2-7}$$

Độ biến thiên của vectơ $\vec{K}$ từ thời điểm t_1 có $\vec{K}_1$ đến thời điểm t_2 có vectơ động lượng $\vec{K}_2$ có thể tính được như sau:

$$\Delta\vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \int_{\vec{K}_1}^{\vec{K}_2} d\vec{K} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.dt \tag{2-8}$$

Người ta gọi $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.dt$ là xung lượng của lực $\vec{F}$ trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2. Biểu thức (2-8) được phát biểu thành định lý 2 như sau:

Độ biến thiên động lượng của một chất điểm trong một khoảng thời gian nào đó bằng xung lượng của lực tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

Trường hợp riêng khi $\vec{F}$ không đổi theo thời gian, (2-8) trở thành:

$$\Delta\vec{K} = \vec{F}\Delta t \tag{2-9}$$

hay:

$$\frac{\Delta\vec{K}}{\Delta t} = \vec{F} \tag{2-10}$$

Tức là*: Độ biến thiên động lượng của chất điểm trong một đơn vị thời gian bằng lực tác dụng lên chất điểm đó:*

Chú ý:

Các định lý 1 và 2 về động lượng là những phát biểu tương đương của định luật Newtơn II. Tuy nhiên khi ra khỏi phạm vi của cơ học Newton, các công thức (2-6) và (2-8) vẫn đúng. Vì vậy có thể nói rằng về một mặt nào đó, các định lý về động lượng tổng quát hơn định luật Newton II.

3. Ý nghĩa của động lượng và xung lượng

a.Ý nghĩa của động lượng

Đến đây ta có hai đại lượng đặc trưng cho trạng thái chuyển động là vận tốc và động lượng. Vận tốc đặc trưng cho chuyển động về mặt *động học*. Còn động lượng đặc trưng cho chuyển động về mặt *động lực học*, vì động lượng không chỉ liên quan đến vận tốc mà còn liên quan đến khối lượng của chất điểm.

Hơn nữa *động lượng còn đặc trưng cho khả năng truyền chuyển động của chất điểm*.

Để minh hoạ, ta lấy ví dụ sau. Một quả cầu khối lượng m_1 chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1$ đến đập thẳng vào một quả cầu khối lượng m_2 đang đứng yên. Sau va chạm, quả cầu m_2 sẽ chuyển động với vận tốc $\vec{v}_2$. Thực nghiệm chứng tỏ $\vec{v}_2$ không những phụ thuộc vào $\vec{v}_1$ mà còn phụ thuộc vào m_1, nghĩa là phụ thuộc vào $\vec{K}_1 = m\vec{v}_1$ (động lượng của qủa cầu thứ nhất). Vận tốc $\vec{v}_2$ càng lớn nếu $m\vec{v}_1$ càng lớn, chứ không phải chỉ riêng do $\vec{v}_1$ lớn.

Vậy khả năng truyền chuyển động phụ thuộc vào động lượng của vật *b. Ý nghĩa của xung lượng*

Xung lượng của một lực tác dụng trong khoảng thời gian Δt đặc trưng cho tác dụng của lực trong khoảng thời gian đó. Thực vậy, các công thức (2-8) và (2-9) chứng tỏ tác dụng của lực không những phụ thuộc vào cường độ của lực mà còn phụ thuộc vào khoảng thời gian tác dụng. Cùng một lực tác dụng, độ biến thiên động lượng tỉ lệ thuận với khoảng thời gian tác dụng.

§4. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

1. Định luật bảo toàn động lượng

Đối với một hệ chất điểm chuyển động, áp dụng định luật Newton *II* cho các chất điểm, ta có: $m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1$, $m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2, ..., m_n\vec{a}_n = \vec{F}_n$. Từ các phương trình đó, ta suy ra phương trình của cả hệ:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{a}_i = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = \vec{F}$$

Từ (2-5) đối với chất điểm thứ *i* ta có thể viết: $\dfrac{d(m_i\vec{v}_i)}{dt} = \vec{F}_i$ và với cả hệ ta có:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}$$

Trong đó $\vec{F}$ là tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên hệ (tổng hợp các nội lực tương tác giữa các chất điểm của hệ bằng không). Nếu hệ là cô lập, $\vec{F} = 0$, thì:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n) = 0$$

Từ đó ta suy ra:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n = const \qquad (2\text{-}11)$$

Biểu thức (2-11) được phát biểu thành định luật bảo toàn động lượng:

Động lượng tổng hợp của một hệ cô lập luôn luôn được bảo toàn.

2. Bảo toàn động lượng theo một phương

Trong trường hợp một hệ chất điểm không cô lập nhưng hình chiếu của $\vec{F}$ lên một phương *x* nào đó luôn luôn bằng không thì nếu chiếu phương trình vectơ:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}$$

lên phương *x*, ta được:

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} + ... + m_nv_{nx} = const$$

Khi đó hình chiếu của vectơ động lượng tổng hợp của hệ lên phương Ox luôn luôn được bảo toàn.

Nếu tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm triệt tiêu thì vectơ động lượng tổng hợp của hệ cũng được bảo toàn.

3.Ứng dụng định luật bảo toàn động lượng

a.Giải thích hiện tượng súng giật lùi khi bắn

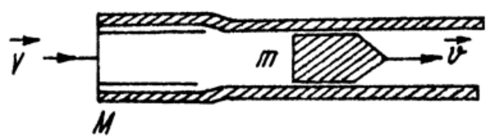
Giả sử có một khẩu súng khối lượng M đặt trên giá nằm ngang. Trong nòng có một viên đạn khối lượng m. Nếu bỏ qua lực ma sát thì tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên hệ (gồm súng và đạn) theo phương ngang bằng không. Do đó *tổng động lượng của hệ theo phương ngang được bảo toàn.*

Trước khi bắn, động lượng của hệ bằng không. Khi bắn, đạn bay về phía trước với vận tốc $\vec{v}$, súng giật lùi về phía sau với vận tốc $\vec{V}$. Vì động lượng bảo toàn nên động lượng của hệ sau khi bắn sẽ là sẽ là:

$$m\vec{v} + M\vec{V} = 0$$

Do đó $\vec{V} = -\dfrac{m\vec{v}}{M}$,

dấu trừ chứng tỏ $\vec{V}$ ngược chiều với $\vec{v}$. Nếu khối lượng M của súng càng lớn thì vận tốc giật lùi của nó càng nhỏ.



Hình.2-6

Súng giật lùi khi bắn

b. Chuyển động phản lực

Ta có thể vận dụng định luật Newton III và định luật bảo toàn động lượng để giải thích chuyển động phản lực của tên lửa.

Giả sử có một vật chứa một hỗn hợp khí nóng, ban đầu đứng yên. Nếu hỗn hợp khí phụt ra phía sau thì theo định luật bảo toàn động lượng, vật sẽ tiến về phía trước. Đó là nguyên tắc chuyển động của tên lửa.

Ta gọi khối lượng tổng cộng ban đầu của hệ tên lửa là M_o, đứng yên đối với hệ qui chiếu đã chọn. Trong quá trình chuyển động, tên lửa luôn phụt khí nóng ra phía sau, do đó khối lượng của nó giảm dần, vận tốc tăng dần. Ta gọi khối lượng của tên lửa tại thời điểm t là M, vận tốc của nó là $\vec{v}$. Động lượng của tên lửa lúc đó là $\vec{k}_1 = M\vec{v}$. Qua một khoảng thời gian dt, tên lửa phụt ra sau một khối lượng khí là dM_1.

Nếu vận tốc phụt khí đối với tên lửa luôn luôn không đổi và bằng $\vec{u}$ thì vận tốc phụt khí đối với hệ qui chiếu đang quan sát bằng ($\vec{u} + \vec{v}$) và động lượng của khối khí phụt ra là dM_1 ($\vec{u} + \vec{v}$). Sau khi phụt khí một lượng dM_1, khối lượng của hệ tên lửa còn bằng $M\text{-}dM_1$, vận tốc của nó tăng lên thành $\vec{v} + d\vec{v}$. Đặt $dM_1 = -dM$ là độ giảm khối lượng hệ tên lửa. Vậy động lượng của tên lửa sau khi phụt khí là $(M+dM)(\vec{v} + d\vec{v})$. Động lượng của hệ sau khi phụt khí (ở thời điểm $t' = t + dt$) là:

$$\vec{K}_2 = -dM(\vec{u} + \vec{v}) + (M + dM)(\vec{v} + d\vec{v}), \qquad \text{(với } dM_1 = -dM\text{)}$$

Bỏ qua lực cản tác dụng lên phương chuyển động của tên lửa, theo định luật bảo toàn động lượng:

$$\vec{K}_1 = \vec{K}_2,$$

ta suy ra: $$-dM(\vec{u}+\vec{v}) + (M+dM)(\vec{v}+d\vec{v}) = M\vec{v}$$

Khai triển các phép tính, bỏ qua số hạng vô cùng nhỏ bậc hai $dM.d\vec{v}$, ta được:

$$Md\vec{v} = -dM\vec{u}\ .$$

Chọn chiều chuyển động làm chiều dương, chiếu các vectơ lên phương chuyển động, ta được:

$$Mdv = -udM \quad (d\vec{v} \text{ và } \vec{u} \text{ ngược chiều nhau})$$

Ta suy ra:

$$dv = -u\frac{dM}{M}$$

Tích phân hai vế của phương trình trên từ lúc đầu có vận tốc bằng không, khối lượng M_o đến lúc có vận tốc v, khối lượng M, ta được:

$$v = u\ln\frac{M_O}{M} \qquad (2\text{-}12)$$

Công thức (2-12) được gọi là công thức Xiôncôpxki. Theo công thức này, muốn cho vận tốc của tên lửa lớn thì vận tốc phụt khói *u* phải lớn và tỷ số M_o/M cũng phải lớn.

§5. ĐỊNH LUẬT NEWTON VỀ LỰC HẤP DẪN VŨ TRỤ

Nhiều hiện tượng trong tự nhiên chứng tỏ rằng các vật có khối lượng luôn luôn tác dụng lên nhau những *lực hút*. Ví dụ: quả đất quay xung quanh mặt trời là do lực hút của mặt trời, mặt trăng quay xung quanh quả đất là do sức hút của quả đất… Các lực hút đó gọi là *lực hấp dẫn vũ trụ*. Giữa các vật xung quanh ta cũng có lực hấp dẫn vũ trụ nhưng quá nhỏ, ta không phát hiện được bằng cách quan sát trực quan thông thường.

Newton là người đầu tiên nêu lên định luật cơ bản về lực hấp dẫn vũ trụ.

1. Định luật hấp dẫn vũ trụ

Định luật này được phát biểu như sau:

Hai chất điểm m và m' đặt cách nhau một khoảng r sẽ hút nhau bằng những lực có phương trùng với đường thẳng nối hai chất điểm đó, có cường độ tỉ lệ thuận với hai khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách r giữa chúng. Phát biểu đó được biểu diễn bằng công thức:

$$F = F' = G\frac{mm'}{r^2}\ . \qquad (2\text{-}13)$$

Trong đó G là một hệ số tỉ lệ, phụ thuộc vào cách chọn đơn vị của các đại lượng trong công thức (2-13), được gọi là *hằng số hấp dẫn vũ trụ*.

Trong hệ SI, thực nghiệm cho giá trị của G là:

$$G = 6,67.10^{-11} N\frac{m^2}{kg^2} \approx \frac{1}{15}.10^{-9} Nm^2/kg^2$$

Ví dụ: Cho *m = m' = 1kg*, *r = 0,1 m, F = F' =6,67.10*$^{-9}$*N*. Lực này quá nhỏ, không thể phát hiện được bằng cách quan sát bình thường.

Ghi chú:

a. Công thức (2-13) chỉ áp dụng cho các chất điểm. Muốn tính lực hấp dẫn giữa các vật có kích thước lớn ta phải dùng phương pháp tích phân.

b. Có thể chứng minh rằng do tính đối xứng cầu, công thức (2-13) cũng thể áp dụng cho trường hợp 2 quả cầu đồng chất, khi đó r là khoảng cách giữa hai tâm của 2 quả cầu đó.

c. Các khối lượng *m* và *m'* trong định luật (2-13) còn gọi là khối lượng hấp dẫn để phân biệt với khối lượng quán tính nêu trong mục §1 của chương này. Thực nghiệm chứng tỏ khối lượng hấp dẫn và khối lượng quán tính của cùng một vật là như nhau và được gọi chung là khối lượng, ký hiệu là *m.*

2. Sự thay đổi của gia tốc trọng trường theo độ cao.

Do có lực hấp dẫn, bất kỳ vật nào ở gần quả đất cũng chịu tác dụng của lực hút lên nó, do khối lượng của quả đất rất lớn (≈6.10^{24}kg) so với các vật đó, nên các vật đó bị hút về phía quả đất. Các lực hút đó chính là lực hấp dẫn vũ trụ, ta thường gọi là trọng lực $\vec{P}$, trọng lực gây ra gia tốc trọng trường $\vec{g}$ cho vật.

Nếu chất điểm ở ngay trên mặt đất, áp dụng định luật hấp dẫn (2-13) ta được:

$$P_o = G\frac{mM}{R^2} \qquad (2\text{-}14)$$

Trong đó *M* là khối lượng quả đất, *m* là khối lượng của chất điểm, *R* là bán kính của quả đất.

Trọng lực $\vec{P}_0$ gây ra gia tốc g_o cho chất điểm *m* ở trên mặt đất. Theo định luật Newton II, ta có:

$$P_o = mg_o \qquad (2\text{-}15)$$

So sánh hai biểu thức (2-14) và (2-15) ta được:

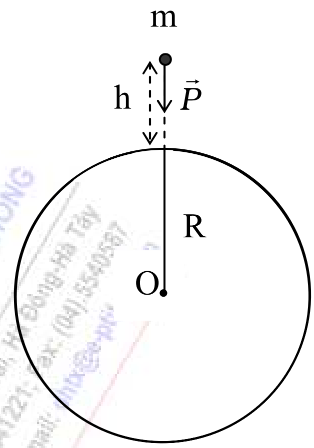
$$g_o = G\frac{M}{R^2} \qquad (2\text{-}16)$$

Nếu chất điểm ở độ cao h so với mặt đất, trọng lực tác dụng lên chất điểm khối lượng *m* được tính theo (2-13) là:

$$P = G\frac{Mm}{(R+h)^2} \qquad (2.17)$$

Mặt khác, theo định luật Newton II, ta có:

$$P = mg$$



Hình 2-7
Sự phụ thuộc của gia tốc trọng trường vào độ cao h

Từ đó ta suy ra giá trị của gia tốc trọng trường ở độ cao *h* là:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

Từ (2-16) và (2-17) ta suy ra được:

$$g = g_o\frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = g_o\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} \qquad (2\text{-}18)$$

Các vật ở gần mặt đất có độ cao $h << R$, do đó $\frac{h}{R} << 1$ và có thể tính gần đúng:

$$\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} \cong \left(1-2\frac{h}{R}\right).$$

Do đó ta tìm được gia tốc trọng trường ở độ cao h:

$$g = g_o\left(1-2\frac{h}{R}\right) \qquad (2\text{-}19)$$

Các công thức (2-18) và (2-19) cho thấy càng lên cao gia tốc trọng trường của chất điểm *m* càng giảm.

3. Tính khối lượng của các thiên thể

a. Khối lượng của quả đất

Từ (2-16) ta tính được khối lượng *M* của quả đất:

$$M = \frac{g_oR^2}{G}$$

Biết bán kính *R* của quả đất có giá trị trung bình là 6378Km= $6{,}378.10^6$m, gia tốc trọng trường g_o có giá trị trung bình là 9,8m/s^2. Vậy:

$$M = \frac{9{,}8.(6{,}37.10^6)^2}{6{,}67.10^{-11}} \cong 6.10^{24}\ Kg.$$

b. Khối lượng của mặt trời

Quả đất quay xung quanh mặt trời là do lực hấp dẫn của mặt trời đối với quả đất. Lực này bằng:

$$F = G\frac{MM'}{R'^2} \qquad (2\text{-}20)$$

trong đó: M’ là khối lượng của mặt trời, M là khối lượng của quả đất, R’ là khoảng cách trung bình từ tâm quả đất đến tâm mặt trời.

Lực này làm cho quả đất quay xung quanh mặt trời nên nó đóng vai trò của lực hướng tâm. Nếu coi quỹ đạo chuyển động của quả đất quay xung quanh mặt trời là tròn với bán kính R’, vận tốc chuyển động là *v* thì lực hướng tâm F_n cho bởi công thức:

$$F_n = M.\frac{\upsilon^2}{R'} \qquad (2\text{-}21)$$

Vận tốc *v* của quả đất liên hệ với vận tốc góc ω theo công thức:

$$\upsilon = R'\,\omega = R'\,\frac{2\pi}{T} \qquad (2\text{-}22)$$

Trong đó T là chu kỳ quay quả đất xung quanh mặt trời .

Thay giá trị của *v* ở (2-22) vào (2-21) ta được:

$$F_n = \frac{M}{R'}\left(\frac{2\pi}{T}R'\right)^2 = \frac{4\pi^2 MR'}{T^2} \qquad (2\text{-}23)$$

So sánh (2-23) với (2-20), $F=F_n$, ta được:

$$\frac{4\pi^2 MR'}{T^2} = G\,\frac{MM'}{R'^2}$$

Từ đó suy ra khối lượng của mặt trời:

$$M' = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\frac{R'^3}{G}.$$

Khoảng cách trung bình từ tâm quả đất đến tâm mặt trời là $R' = 149.10^6$km, thời gian quả đất quay một vòng xung quanh mặt tời là 365 ngày, thay vào công thức vừa tìm được, ta tính được: $M' \approx 2.10^{30}$ kg.

Để giải thích lực hấp dẫn, người ta cho rằng: chung quanh một vật có khối lượng luôn tồn tại một dạng vật chất đặc biệt gọi là *trường hấp dẫn.* Biểu hiện của trường hấp dẫn là: bất kỳ vật nào có khối lượng đặt trong trường này đều chịu tác dụng của lực hấp dẫn. Trong chương sau ta sẽ xét kỹ hơn tính chất của trường hấp dẫn.

§6. CHUYỂN ĐỘNG TƯƠNG ĐỐI VÀ NGUYÊN LÝ TƯƠNG ĐỐI

Ta đã biết rằng chuyển động có tính chất tương đối, vậy tính chất tương đối ảnh hưởng như thế nào đến các định luật vật lý xét trong các hệ qui chiếu khác nhau. Mục này sẽ xét vấn đề đó.

1. Không gian và thời gian theo cơ học cổ điển.

Ta xét hai hệ qui chiếu O và O' gắn với 2 hệ trục tọa độ *Oxyz* và *O'x'y'z'*. Hệ O đứng yên, hệ O' trượt dọc trục Ox đối với O sao cho *O'x'* ↗↗*Ox*, *O'y'* ↗↗*Oy*, *O'z'* ↗↗*Oz* (hình 2-7). Ta gắn vào mỗi hệ tọa độ một đồng hồ để chỉ thời gian. Ta xét một chất điểm chuyển động trong hệ O. Tại thời điểm *t* nó có các tọa độ *x,y,z*. Các tọa độ không gian và thời gian tương ứng của chất điểm đó trong hệ O' là *x',y',z', t'*.

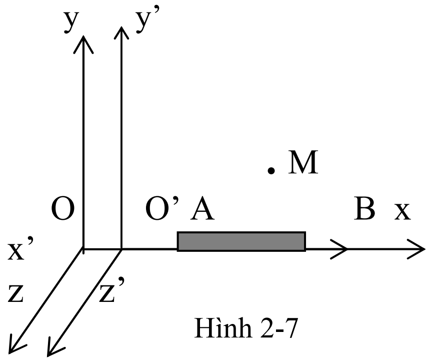
Cơ học cổ điển được xây dựng trên cơ sở những quan điểm của cơ học Newton về không gian, thời gian và chuyển động. Các quan điểm của Newton như sau:

a. Thời gian chỉ bởi các đồng hồ trong hai hệ O và O' là như nhau:

$$t' = t \qquad (2\text{-}24)$$

Nói cách khác, *thời gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc hệ qui chiếu.*

b. Vị trí M của chất điểm trong không gian được xác định tùy theo hệ qui chiếu, tức là tọa độ không gian của nó phụ thuộc hệ qui chiếu. Trong trường hợp cụ thể ở hình 2-7, ta có:



Hình 2-7

$$x = x' + \overline{OO'},\ \ y = y',\ \ z = z'. \qquad (2\text{-}25)$$

Vậy: *vị trí của không gian có tính chất tương đối, phụ thuộc hệ qui chiếu.* Do đó: *chuyển động có tính chất tương đối, phụ thuộc hệ qui chiếu.*

c. *Khoảng cách giữa 2 điểm của không gian có tính chất tuyệt đối, không phụ thuộc hệ qui chiếu.*

Thật vậy, giả sử có một cái thước *AB* đặt dọc theo trục *O'x'* gắn với hệ *O'*. Chiều dài của thước đo trong hệ *O'* là:

$$l_0 = x'_B - x'_A$$

Chiều dài của thước đó trong hệ O là:

$$l = x_B - x_A.$$

Theo (2-25) ta có:

$$x_A = x'_A + \overline{OO'},\qquad x_B = x'_B + \overline{OO'},$$

Do đó: $x_B - x_A = x'_B - x'_A$

tức là: $l = l_0,$

chiều dài của thước bằng nhau trong hai hệ qui chiếu (không phụ thuộc hệ qui chiếu).

d. Phép biến đổi Galiéo

Ta xét chất điểm chuyển động trong hệ *O*. Coi rằng tại thời điểm đầu $t_0=0$ gốc *O* và *O'* trùng nhau, *O'* chuyển động thẳng đều dọc theo trục *Ox* với vận tốc V. Khi đó:

$$\overline{OO'} = Vt,$$

Theo (2-24) và (2-25)

$$x = x' + Vt,\ \ y = y',\ \ z = z',\ t = t' \qquad (2\text{-}26)$$

và ngược lại:

$$x' = x - Vt,\ \ y' = y,\ \ z' = z,\ \ t' = t \qquad (2\text{-}27)$$

Các công thức (2-26) và (2-27) được gọi là *phép biến đổi Galiléo.*

2. Tổng hợp vận tốc và gia tốc

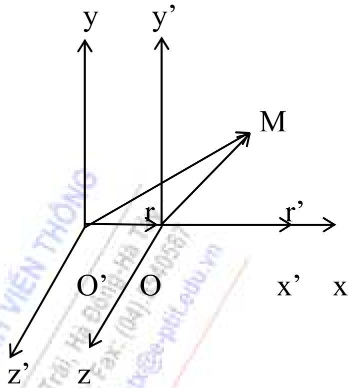
Ta hãy tìm mối liên hệ giữa vận tốc và gia tốc của cùng một chất điểm đối với hai hệ qui chiếu O và O' khác nhau.

Giả sử *O'x'y'z'* chuyển động đối với Oxyz sao cho luôn luôn có:

O'x' $\upuparrows$ *Ox, O'y'* $\upuparrows$ *Oy, O'z'* $\upuparrows$ *Oz* (hình 2-8)

Đặt $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$, $\overrightarrow{O'M} = \vec{r}'$ theo hình (2-8) ta có: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$

hay $\vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \vec{r}'$ (2-28)



Hình 2-8
Để tổng hợp vận tốc và gia tốc

Đạo hàm hai vế của (2-28) theo thời gian ta được:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d(\overrightarrow{OO'})}{dt} \qquad (2\text{-}29)$$

Chú ý rằng: $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ là vận tốc của chất điểm đối với hệ *O*, $\frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{v}'$ là vận tốc của chất điểm đối với hệ *O'*, $\frac{d(\overrightarrow{OO'})}{dt} = \vec{V}$ là vận tốc chuyển động của *O'* đối với *O*. Như vậy:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \qquad (2\text{-}30)$$

Để có gia tốc, ta lấy đạo hàm hai vế của (2-30) theo thời gian:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Ta được: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$ (2-31)

Trong đó, $\vec{a}$ là gia tốc của chất điểm đối với hệ *O*

$\vec{a}'$ là gia tốc của chất điểm đối với hệ *O'*

$\vec{A}$ là gia tốc chuyển động của hệ *O'* đối với hệ *O*.

Hai công thức (2-30) và (2-31) là các công thức tổng hợp vận tốc và gia tốc.

3. Nguyên lý tương đối Galiléo

Ta hãy xét chuyển động của chất điểm trong hai hệ qui chiếu khác nhau O và O' như đã nêu trên. Ta giả sử O là hệ quán tính, các định luật Newton được thỏa mãn. Như vậy phương trình cơ bản của động lực học của chất điểm sẽ là:

$$m\vec{a} = \vec{F} \qquad (2\text{-}32)$$

$\vec{a}$ là gia tốc của chất điểm đối với hệ O

$\vec{F}$ là tổng hợp các lực tác dụng lên chất điểm xét trong hệ O.

Gọi $\vec{a}'$ là gia tốc của chất điểm đối với hệ O', $\vec{A}$ là gia tốc chuyển động của hệ O' đối với hệ O, theo (2-31), ta có:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

Nếu hệ O' chuyển động thẳng đều đối với hệ O thì $\vec{A} = 0$ do đó

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Vậy $$m\vec{a}' = m\vec{a} = \vec{F}$$

$$m\vec{a}' = \vec{F} \qquad (2\text{-}33)$$

Có thể suy ra kết quả này nhờ phép biến đổi Galilê (2-26) và (2-27). Như vậy định luật Newton cũng được thỏa mãn trong hệ *O'*, vậy hệ *O'* cũng là hệ qui chiếu quán tính và ta có thể phát biểu như sau:

Mọi hệ qui chiếu chuyển động thẳng đều đối với hệ qui chiếu quán tính cũng là hệ qui chiếu quán tính.

Vì các định luật Newton được nghiệm đúng trong các hệ qui chiếu quán tính cho nên cũng có thể phát biểu:

Các phương trình động lực học có dạng như nhau trong các hệ qui chiếu quán tính khác nhau. Đó là *nguyên lý tương đối Galiléo.*

Vì các phương trình động lực học là cơ sở để mô tả và khảo sát các hiện tượng cơ học cho nên ta có thể phát biểu:

Các hiện tượng (các định luật) cơ học xảy ra giống nhau trong các hệ qui chiếu quán tính khác nhau.

Vì có thể suy từ phép biến đổi Galiléo ra (2-33) cho nên cũng có thể phát biểu nguyên lý này như sau: *Các phương trình cơ học bất biến qua phép biế đổi Galiléo.*

Để có một hệ qui chiếu quán tính, ta phải chọn một hệ qui chiếu sao cho không gian trong nó đồng nhất và đẳng hướng, còn thời gian trong nó là đồng nhất. Điều này bảo đảm cho định luật I của Newton được nghiệm đúng tại bất kỳ thời điểm nào và tại bất kỳ vị trí nào trong hệ qui chiếu đó. Trong thực tế không thể có một vật cô lập tuyệt đối và một không gian thỏa mãn điều kiện trên. Do đó chỉ có thể chọn một hệ qui chiếu quán tính một cách gần đúng bằng cách gắn khối tâm của thái dương hệ với gốc của một hệ trục tọa độ, các trục hướng đến các vì sao đứng yên đối với khối tâm. Vì khối lượng của mặt trời rất lớn nên có thể coi khối tâm của thái dương hệ trùng với tâm của mặt trời. Hệ qui chiếu quán tính này có tên là *hệ Nhật tâm*. Trong một số trường hợp người ta gắn gốc của hệ trục tọa độ với tâm của quả đất nhưng bỏ qua chuyển động quay quanh mặt trời va sự quay quanh trục riêng của nó. Hệ này được gọi là hệ *Địa tâm*. Tuy độ chính xác của nó không cao như hệ Nhật tâm nhưng cũng có thể coi nó là hệ qui chiếu quán tính trong nhiều bài toán thực tế.

4. Lực quán tính

Bây giờ ta giả sử hệ qui chiếu O' chuyển động có gia tốc $\vec{A}$ đối đối với hệ O. Khi đó nếu chất điểm chuyển động trong hệ O thì theo (2-31):

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

nhân hai vế với m ta được:

$$m\vec{a} = m\vec{a}' + m\vec{A};$$

Vì O là hệ qui chiếu quán tính nên trong hệ này định luật Newton được nghiệm đúng cho nên:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Thay $\vec{a}$ ở (2-31) ta được: $m\vec{a} = m\vec{a}' + m\vec{A}$

hay $$m\vec{a}' = \vec{F} + (-m\vec{A}) \qquad (2\text{-}34)$$

Như vậy trong hệ O' chuyển động *có gia tốc đối với hệ O,* các định luật chuyển động của chất điểm có dạng không giống như trong hệ O. Trong hệ O', ngoài các lực tác dụng lên chất điểm còn phải kể thêm lực $\vec{F}_{qt} = (-m\vec{A})$. Lực $\vec{F}_{qt} = (-m\vec{A})$ được gọi là *lực quán tính,* nó luôn cùng phương ngược chiều với gia tốc $\vec{A}$ của chuyển động của hệ O' đối với hệ O. Hệ qui chiếu O' như vậy được gọi là *hệ qui chiếu không quán tính*. Phương trình động lực học của chất điểm trong hệ O' là:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{qt} \qquad (2\text{-}35)$$

Nhờ khái niệm lực Quán tính ta có thể giải thích sự tăng giảm trọng lượng và không trọng lượng trong con tàu vũ trụ và nhiều hiện tượng khác xảy ra trong thực tế, như các hiện tượng do chuyển động quay của quả đất xung quanh trục của nó gây ra (sự giảm dần của gia tốc trọng trường về phía xích đạo, sự lở dần của một bên bờ của các con sông chảy theo hướng bắc nam…).

CHƯƠNG III:
CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG

§1. CÔNG VÀ CÔNG SUẤT

1. Công

Trong vật lý, khi một lực tác dụng lên một vật (hoặc một hệ vật), làm cho vật di chuyển (điểm đặt lực di chuyển), người ta nói rằng lực đó thực hiện một công. Cường độ lực theo phương dịch chuyển càng lớn, quãng đường di chuyển càng dài thì công đó càng lớn. Từ đó người ta đưa ra định nghĩa công như sau.

a. Trường hợp lực không đổi. Giả sử vật chịu tác dụng của lực không đổi $\vec{F} = const$ và điểm đặt lực di chuyển theo một đoạn thẳng $\overrightarrow{MM'} = \vec{s}$ (hình 3-1). Theo định nghĩa, *công A do lực $\vec{F}$ thực hiện trên đoạn chuyển dời $\overrightarrow{MM'}$ là một đại lượng được xác định bởi tích sau đây:*

$$A = F.s.\cos\alpha \qquad (3\text{-}1)$$

Trong đó α là góc tạo bởi $\vec{F}$ và $\vec{s}$. Vì $F.\cos\alpha = F_s$ là hình chiếu của vectơ $\vec{F}$ lên phương của $\vec{s}$ nên có thể viết:

$$A = F_s \,.\, s \qquad (3\text{-}2)$$

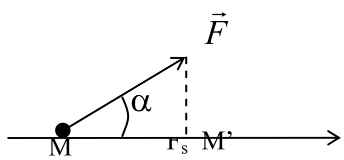
Hay có thể viết lại thành tích vô hướng như sau:

$$A = \vec{F}.\vec{s} \qquad (3\text{-}3)$$

Nhận xét:

Công *A* là đại lượng vô hướng, có thể có giá trị dương hoặc âm.

*$A > 0$ khi $\alpha < \dfrac{\pi}{2}$, khi đó ta nói $\vec{F}$ là lực phát động, và *A* là công phát động.



Hình 3-1
Minh hoạ tính công của lực

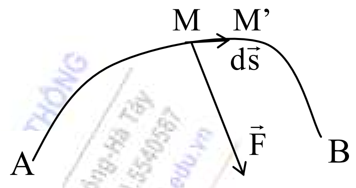
*$A < 0$ khi $\alpha > \dfrac{\pi}{2}$, khi đó ta nói $\vec{F}$ là lực cản, và *A* là công cản.

*$A = 0$ khi $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$, lực $\vec{F}$ vuông góc với phương dịch chuyển, thực hiện công bằng không.

b. Trường hợp tổng quát

Lực làm cho vật chuyển dời trên đường cong AB và trong quá trình đó lực $\vec{F}$ thay đổi cả về phương, chiều và độ lớn, do đó để áp dụng định nghĩa (3-2) và (3-3), ta chia đường cong AB thành những đoạn chuyển dời vi phân $ds \approx MM'$ sao cho mỗi đoạn này có thể coi như thẳng và có thể viết $d\vec{s} = \overrightarrow{MM'}$, trên đó lực $\vec{F}$ không đổi. Công của lực $\vec{F}$ thực hiện được trên đoạn chuyển dời vô cùng nhỏ $d\vec{s}$ được gọi là *công nguyên tố dA*. Theo theo định nghĩa (3-3), *dA* công này bằng:

$$dA = \vec{F}.d\vec{s} \qquad (3\text{-}4)$$



Hình 3-2
Minh hoạ tính công của lực $\vec{F}$ thay đổi

Toàn bộ công của lực $\vec{F}$ thực hiện trên quãng đường AB bằng tổng tất cả các công nguyên tố thực hiện bởi lực $\vec{F}$ trên tất cả các quãng đường nguyên tố *ds* chia được từ đường cong *AB*. Công này bằng tích phân *dA* lấy từ *A* đến *B*:

$$A = \int_{(AB)} dA = \int_{(AB)} \vec{F}.d\vec{s} \qquad (3\text{-}5)$$

2. Công suất của lực

Trong thực tế, lực $\vec{F}$ được tạo ra bởi một máy nào đó. Nếu lực $\vec{F}$ thực hiện được công *A* trong khoảng thời gian càng ngắn thì máy đó càng mạnh. Do đó, để đặc trưng cho sức mạnh của máy, người ta đưa ra khái niệm *công suất*.

Giả sử trong khoảng thời gian Δ*t*, một lực $\vec{F}$ nào đó thực hiện công Δ*A*, tỷ số $P_{tb} = \dfrac{\Delta A}{\Delta t}$ xác định công trung bình của lực thực hiện trong một đơn vị thời gian và được gọi là *công suất trung bình* của lực thực hiện trong khoảng thời gian *Δt*.

Để tính công suất tại từng thời điểm, ta lấy *Δt* rất nhỏ, tức là cho $\Delta t \to 0$. Giới hạn của $\dfrac{\Delta A}{\Delta t}$ khi $\Delta t \to 0$ được gọi là công suất tức thời (gọi tắt là công suất) của lực, ký hiệu là *P* và bằng:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \qquad (3\text{-}6)$$

Vậy: *công suất* (của máy tạo ra lực) *là một đại lượng bằng đạo hàm của công theo thời gian.*

Giữa công suất, lực, và vận tốc có mối liên hệ sau: $P = \dfrac{dA}{dt} = \vec{F}\dfrac{d\vec{s}}{dt}$

Tức là
$$p = \vec{F}.\vec{v} \qquad (3\text{-}7)$$

Công thức (3-7) cho thấy nếu góc giữa $\vec{F}$ và $\vec{\upsilon}$ là $\alpha < \dfrac{\pi}{2}$, thì $p > 0$, p là công suất của lực phát động, ngược lại nếu $\alpha > \dfrac{\pi}{2}$, thì $p < 0$, khi đó p là công suất của lực cản.

3. Đơn vị của công và công suất

Trong hệ đơn vị *SI*, đơn vị của công là *Jun* viết tắt là *J*:

1J = 1N.1m

Ngoài ra, người ta còn dùng các đơn vị là bội của *Jun*:

1Kilô Jun = 10^3Jun (1KJ = 10^3J)

Công suất có đơn vị là Watt (W):

$$1W = \frac{1J}{1s} \qquad (3\text{-}8)$$

Đơn vị lớn hơn thường là Kilô watt (1kW= 10^3 W).

Mêga watt (1MW = 10^6 W).

Trong thực tế người ta còn dùng đơn vị công suất là mã lực (sức ngựa),

$$1\text{mã lực} \approx 746W \qquad (3\text{-}9)$$

§2. NĂNG LƯỢNG

1. Năng lượng và công

Năng lượng là một đại lượng đặc trưng cho mức độ vận động của vật chất. Trong tự nhiên có nhiều dạng vận động vật chất khác nhau. Mỗi dạng vận động vật chất cụ thể có một dạng năng lượng cụ thể.

Vận động cơ học (chuyển động cơ học) là sự thay đổi vị trí trong không gian, có dạng năng lượng gọi là *cơ năng*. Vận động nhiệt là sự chuyển động hỗn loạn của các phân tử cấu tạo nên một vật, có dạng năng lượng tương ứng là *nội năng*, vận động điện từ có dạng năng lượng tương ứng là năng lượng điện từ …

Vật lý học khẳng định rằng một vật ở trạng thái xác định thì có một năng lượng xác định. Ta suy ra, khi trạng thái của vật thay đổi thì năng lượng của nó thay đổi. Do đó có thể nói *năng lượng là hàm của trạng thái.*

Khi xét đến các quá trình vận động cơ học, ta thấy sự thay đổi trạng thái chuyển động có nghĩa là vật chuyển động có gia tốc, điều này liên quan đến lực tương tác giữa vật với các vật khác.

Lực tương tác lên vật làm cho vật di chuyển, tức là lực tương tác đã thực hiện một công lên vật. *Như vậy sự thay đổi năng lượng của một vật là kết quả của việc trao đổi công giữa vật với bên ngoài*. Nếu xét các dạng vận động khác ta cũng có kết luận như vậy.

Người ta cũng chứng minh được rằng khi vật (hoặc hệ vật) thực sự nhận công (A > 0) thì năng lượng của vật tăng, còn khi vật thực sự truyền công lên ngoại vật (A < 0) thì năng lượng của hệ giảm. Thực nghiệm chứng tỏ rằng: độ biến thiên năng lượng của hệ $\Delta W = W_2 - W_1$ bằng công A mà hệ nhận được, tức là:

$$A = W_2 - W_1 \qquad (3\text{-}10)$$

Biểu thức (3-10) được phát biểu như sau:

Độ biến thiên năng lượng của một hệ trong quá trình nào đó bằng công mà hệ nhận được từ bên ngoài trong quá trình đó.

Từ (3-10) ta suy ra đơn vị của năng lượng giống đơn vị của công. Ngoài ra, trong thực tế người ta thường hay dùng đơn vị năng lượng là kilô-Woat-giờ *(kWh):*

$$1kWh = 10^3 Wh = 3{,}6.10^6 J.$$

2. Định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng.

Ở trên ta đã biết, khi hệ tương tác với bên ngoài thì năng lượng của hệ thay đổi; trường hợp riêng, khi hệ không tương tác với bên ngoài (hệ cô lập) thì $A = 0$. Khi đó (3-10) cho ta:

$$W_2 = W_1 = const \qquad (3\text{-}11)$$

Tức là: *Năng lượng của một hệ cô lập luôn được bảo toàn.*

Từ (3-10) và (3-11) nếu xét các quá trình có thể có $A > 0$, $A < 0$, và $A = 0$ ta có thể phát biểu như sau:

Năng lượng không tự nhiên sinh ra mà cũng không tự nhiên mất đi, nó chỉ chuyển từ hệ này sang hệ khác.

Phát biểu đó chính là *định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng.*

Vì năng lượng đặc trưng cho mức độ vận động của vật chất, cho nên định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng là sự phản ánh về mặt khoa học tự nhiên tính không thể tiêu diệt được sự vận động của vật chất.

Từ định luật này, ta suy ra rằng khi hệ thực sự thực hiện công lên vật khác (tức là hệ nhận công âm, $A < 0$) thì năng lượng của hệ giảm. Vì năng lượng của hệ có hạn nên bản thân hệ không thể thực hiện công mãi được. Muốn tiếp tục thực hiện công, hệ phải nhận năng lượng từ một nguồn khác để bù vào phần năng lượng bị giảm trong quá trình làm việc. Tóm lại, theo định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng: *không thể có một hệ thực hiện công mãi mãi mà không nhận thêm năng lượng từ một nguồn bên ngoài.*

Một hệ sinh công mãi mãi mà không nhận năng lượng từ một nguồn bên ngoài được gọi là một *động cơ vĩnh cửu*. Định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng khẳng định *sự không tồn tại của động cơ vĩnh cửu.*

§3. ĐỘNG NĂNG

Trong mục này ta xét một dạng năng lượng cụ thể, đó là động năng. Động năng là một phần của cơ năng.

1. Định nghĩa:

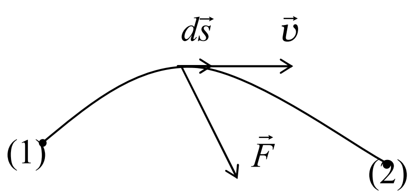
Động năng là phần cơ năng ứng với sự chuyển dời vị trí của các vật.

2. Biểu thức của động năng, định lý về động năng

Giả sử xét chất điểm khối lượng m chịu tác dụng của một lực $\vec{F}$ làm cho nó di chuyển từ vị trí *(1)* đến vị trí (2) trên đường cong (c) (hình 3-3).

Công của lực $\vec{F}$ thực hiện trong quá trình này là:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F}.d\vec{s}$$



Hình 3-3
Để định nghĩa động năng

Theo định luật Newton II:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Ta cũng biết $\quad \vec{v} = \dfrac{d\vec{s}}{dt}$

Từ đó, thay vào biểu thức tính công *A*, ta được:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F}.d\vec{s} = \int_{(1)}^{(2)} m\vec{a}.d\vec{s} = \int_{(1)}^{(2)} m.\frac{d\vec{v}}{dt}.d\vec{s} = \int_{(1)}^{(2)} m\vec{v}.d\vec{v}$$

Nếu *m* không đổi, ta có thể viết:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} md\left(\frac{\vec{v}^2}{2}\right) = \int_{(1)}^{(2)} d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

Tại các vị trí *(1)* và *(2)* chất điểm có vận tốc tương ứng là v_1, v_2. Thực hiện phép tích phân, ta được:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \qquad (3\text{-}12)$$

Theo (3-10), công này bằng độ biến thiên động năng của chất điểm khi chuyển từ trạng thái có v_1 sang trạng thái có v_2 cho nên ta suy ra:

$$A = W_{d2} - W_{d1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \qquad (3\text{-}13)$$

- Động năng của chất điểm tại vị trí *1:* $\quad W_{d1} = \dfrac{mv_1^2}{2}$
- Động năng của chất điểm tại vị trí *2*: $\quad W_{d2} = \dfrac{mv_2^2}{2}$

Tổng quát: Động năng của chất điểm khối lượng *m* có vận tốc v là:

$$W_d = \frac{mv^2}{2} \qquad (3\text{-}14)$$

Từ (3-12) - (3-14) ta phát biểu định lý về động năng như sau:

Độ biến thiên động năng của một chất điểm trong một quãng đường nào đó bằng công của ngoại lực tác dụng lên chất điểm trên quãng đường đó.

§4. TRƯỜNG LỰC THẾ

1. Định nghĩa

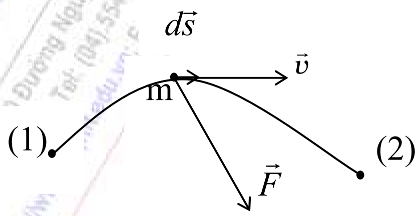
Nếu một chất điểm chuyển động trong một không gian nào đó luôn luôn chịu tác dụng của một lực, thì khoảng không gian đó được gọi *là trường lực*.

Trường hợp tổng quát lực $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm phụ thuộc vào vị trí của chất điểm trong trường lực. Do đó, lực $\vec{F}$ là một hàm của các tọa độ và cũng có thể là hàm của thời gian. Trong phạm vi chương trình này, ta chỉ xét trường hợp $\vec{F}$ là một hàm của các tọa độ không gian, tức là:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z) \quad (3\text{-}15)$$

Nếu lực $\vec{F}$ của trường lực tác dụng lên chất điểm di chuyển từ điểm (1) đến điểm (2) trong trường lực thì công của lực $\vec{F}$ trong quá trình đó bằng:

$$A_{12} = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F}.d\vec{s}$$



Hình 3-4. Minh hoạ xác định công của trường lực thế

Nếu công A_{12} của lực $\vec{F}$ không phụ thuộc vào dạng của quãng đường dịch chuyển mà chỉ phụ thuộc vào vị trí của điểm đầu và điểm cuối của quãng đường thì người ta nói *$\vec{F}(\vec{r})$ là một lực thế, trường lực $\vec{F}(\vec{r})$ là một trường lực thế*. Ví dụ: trường hấp dẫn, trường tĩnh điện là những trường lực thế.

2. Thế năng

Giả sử một chất điểm di chuyển từ điểm *(1)* sang điểm *(2)* trong trường lực thế. Khi đó, lực $\vec{F}$ thực hiện một công A_{12}. Ở vị trí *(1)* nó có năng lượng W_{t1}, ở vị trí *(2)* nó có năng lượng W_{t2}. Dạng năng lượng này chỉ phụ thuộc vào vị trí của chất điểm trong trường thế và được gọi là *thế năng*. Người ta đã chứng minh rằng công A_{12} liên hệ với thế năng W_{t1}, W_{t2} theo hệ thức:

$$A_{12} = W_{t1} - W_{t2} = -\Delta W_t$$

Từ đó có định nghĩa thế năng: *Thế năng W_t của một chất điểm trong trường lực thế là một hàm của vị trí của chất điểm sao cho*:

$$A_{12} = W_{t1} - W_{t2} \quad (3\text{-}16)$$

Từ (3-16), ta thấy rằng nếu đồng thời cộng W_{t1} và W_{t2} cùng với một hằng số C thì hệ thức (3-16) vẫn đúng. Nói cách khác, *thế năng của chất điểm tại một vị trí của trường lực thế được xác định sai khác một hằng số cộng tuỳ thuộc gốc thế năng được chọn.*

3. Tính chất của trường lực thế

Sau đây ta tóm tắt một số tính chất của trường lực thế.

a. Từ (3-16), mặc dù thế năng tại một vị trí được xác định sai khác một hằng số cộng nhưng hiệu thế năng giữa hai điểm xác định thì hoàn toàn xác định.

b. Giữa trường lực thế $\vec{F}$ và thế năng có hệ thức sau:

$$A_{12} = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F}.d\vec{s} = W_{t1} - W_{t2} \qquad (3\text{-}17)$$

Ta suy ra thế năng của một vật tại một vị trí M nào đó trong trương thế:

$$W_M = \int_{(M)}^{(G)} \vec{F}.d\vec{s}\,, \qquad (3\text{-}17b)$$

trong đó "G" là điểm gốc, nơi chọn thế năng bằng không.

Nếu chất điểm dịch chuyển theo đường cong kín thì $A = 0$. Từ đó, ta suy ra:

$$\oint_{(C)} \vec{F}d\vec{s} = 0\,.$$

c. Nếu xét chuyển dời vi phân ds, từ (3-16) ta có thể viết:

$$-dW_t = dA = F.ds.\cos\alpha$$

hay $$-dW_t = F_s.ds$$

(với $F_s = F.\cos\alpha$ là hình chiếu của $\vec{F}$ lên phương dịch chuyển $d\vec{s}$).

Từ đó ta có:

$$F_s = -\frac{dW_t}{ds} \qquad (3\text{-}18)$$

Như vậy, *hình chiếu của* $\vec{F}$ *lên một phương nào đó bằng độ giảm thế năng trên một đơn vị dài dọc theo phương đó.*

Nếu xét trong hệ tọa độ Descartes *Oxyz,* ta có thể phân tích lực $\vec{F}$ thành ba thành phần:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} \qquad (3\text{-}19)$$

Trong đó $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là 3 vectơ đơn vị trên 3 trục *Ox, Oy, Oz.*

Áp dụng (3-18) cho từng thành phần F_x, F_y, F_z, ta được:

$$F_x = -\frac{\partial W_t}{\partial x},\; F_y = -\frac{\partial W_t}{\partial y},\; F_z = -\frac{\partial W_t}{\partial z}\,.$$

Từ đó ta có thể viết lại (3-19) như sau:

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial W_t}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_t}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_t}{\partial z}\vec{k}\right) = -grad(W_t)$$

$$\vec{F} = -grad(W_t) \qquad (3\text{-}20)$$

Trong đó, theo giải tích vectơ, vectơ gradient của thế năng W_t được xác định bởi:

$$grad(W_t) = \frac{\partial W_t}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_t}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_t}{\partial z}\vec{k}$$

Theo (3-20) và theo giải tích vectơ, thế năng giảm nhanh nhất theo hướng của lực $\vec{F}$.

Thế năng là dạng năng lượng đặc trưng cho tương tác. Ví dụ, thế năng của chất điểm có khối lượng *m* là năng lượng đặc trưng cho tương tác giữa quả đất và chất điểm….

4. Định luật bảo toàn cơ năng trong trường lực thế

Ta gọi cơ năng của chất điểm là dạng năng lượng của chất điểm chuyển động cơ học. Trong trường lực thế, năng lượng này gồm động năng và thế năng. Khi chất điểm khối lượng *m* chuyển động từ vị trí *(1)* sang vị trí *(2)* trong một trường lực thế thì công của lực thế được xác định bởi:

$$A_{12} = W_{t1} - W_{t2}$$

Theo định lý về động năng thì nếu chất điểm chỉ chịu tác dụng của lực thế, ta có:

$$A_{12} = W_{đ2} - W_{đ1}$$

Từ hai biểu thức này ta suy ra:

$$W_{t1} - W_{t2} = W_{đ2} - W_{đ1}$$

Chuyển các số hạng có cùng chỉ số sang cùng một vế, ta sẽ được:

$$W_{t1} + W_{đ1} = W_{đ2} + W_{t2} = const \qquad (3\text{-}21)$$

Tổng động năng và thế năng của chất điểm ở cùng một vị trí được gọi là *cơ năng*.

Từ (3-21) ta suy ra: cơ năng của chất điểm không đổi, không phụ thuộc vào vị trí của chất điểm, tức là *cơ năng của chất điểm được bảo toàn*. Từ đó, ta có thể phát biểu thành định luật *bảo toàn cơ năng trong trường lực thế* như sau:

Khi chất điểm chuyển động trong một trường lực thế thì cơ năng của nó được bảo toàn.

Chú ý: Định luật bảo toàn cơ năng chỉ áp dụng đối với chất điểm chuyển động trong trường lực thế và chỉ chịu tác dụng của lực thế, ngoài ra không có lực nào khác tác dụng lên nó. Nếu ngoài lực thế, chất điểm còn chịu tác dụng của các lực khác (lực ma sát chẳng hạn) thì cơ năng của chất điểm không bảo toàn, độ biến thiên cơ năng của chất điểm sẽ bằng công của lực đó.

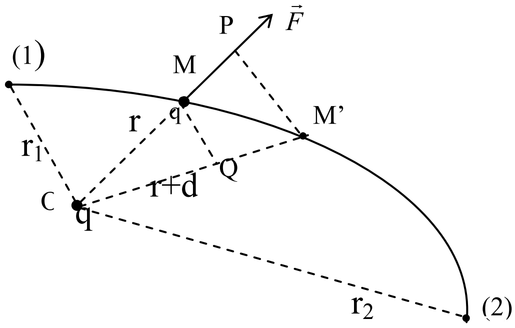
§5. THÍ DỤ VỀ TRƯỜNG LỰC THẾ

1. Trường tĩnh điện

Giả sử xét chuyển động của điện tích điểm *q'* từ điểm (1) đến điểm (2) trong trường lực $\vec{F}$ của điện tích điểm *q* đứng yên (hình 3-5). Trường lực $\vec{F}$ do *q* tác dụng lên *q'* được gọi là trường tĩnh điện.

Theo định nghĩa, công nguyên tố do lực tĩnh điện $\vec{F}$ thực hiện trên quãng đường ds là:

$$dA = \vec{F}d\vec{s} = Fds.\cos\alpha$$



Hình 3-5
Minh hoạ cách tính công của lực thế

Từ hình (3-5) ta thấy:

$$r = \overline{OM}, \quad r' = \overline{OQ} + \overline{QM'} \approx r + dr, \quad d\vec{s} = \overrightarrow{MM'}$$
$$ds.\cos\alpha \approx \overline{MP} \approx r' - r \approx (dr + r) - r = dr$$

Do đó công do lực $\vec{F}$ thực hiện được trên cả quãng đường từ (1) đến (2) là:

$$A_{12} = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F} d\vec{s} = \int_{(r_1)}^{(r_2)} F.dr$$

Lực Coulomb do *q* tác dụng lên *q'* tại điểm cách nó một khoảng *r* có trị số:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{\varepsilon r^2}$$

Thay công thức đó của lực vào biểu thức tính A_{12}, ta tính được:

$$A_{12} = \int_{(r_1)}^{(r_2)} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{\varepsilon r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{\varepsilon r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{\varepsilon r_2}$$

Kết quả cho thấy, công này không phụ thuộc vào dạng quãng đường di chuyển mà chỉ phụ thuộc vào vị trí của điểm đầu và điểm cuối của quãng đường di chuyển.

Vậy: *trường tĩnh điện là trường thế.*

Từ kết quả tìm được và theo biểu thức (3-20), ta có thể viết:

$$W_{t1} - W_{t2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{\varepsilon r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{\varepsilon r_2}$$

Ta suy ra thế năng của *q'* tại điểm cách *q* một khoảng *r* là:

$$W_t = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{qq'}{r} + C$$

Hằng số C phụ thuộc vào việc chọn vị trí có thế năng bằng không. Nếu coi ở vô cực ($r = \infty$), thế năng của *q'* bằng không ($W_t(\infty)=0$), thì $C = 0$. Do đó thế năng của *q'* tại điểm cách *q* một khoảng *r* bằng:

$$W_t = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{qq'}{r}$$

2. Trường hấp dẫn

Để giải thích lực hấp dẫn giữa các vật, người ta cho rằng xung quanh một vật có khối lượng tồn tại một trường lực gọi là trường hấp dẫn. Biểu hiện cụ thể của trường hấp dẫn là nó tác dụng lên bất kỳ vật nào có khối lượng đặt trong nó.

Ta giả sử xét chất điểm có khối lượng *m'* chuyển động từ điểm (1) sang điểm (2) trong trường hấp dẫn của chất điểm có khối lượng *m* theo đường cong (C) (Hình 3-6).

Công nguyên tố của lực $\overrightarrow{F}$ do *m* tác dụng lên *m'* trong chuyển dời vi phân $d\vec{s} \approx \overrightarrow{PQ}$ là:

$$dA = \vec{F}d\vec{s} = F.ds.\cos\alpha$$

$ds.\cos\alpha = \overline{PH}$, $\overline{PH}$ là hình chiếu của $d\vec{s}$ *lên phương của lực* $\overrightarrow{F}$. Với lực hấp dẫn $\vec{F}$ hướng từ *m'* đến *m,* thì α là góc tù, do đó

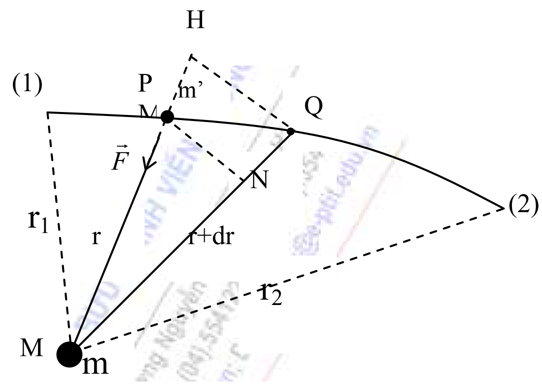
$ds.\cos\alpha < 0$, nên: $\vec{F}.d\vec{s} = -F.\overline{PH}$

Do đó $\overline{NQ} \approx \overline{PH} \approx \overline{MQ} - \overline{MN}$

$\approx (dr + r) - r = dr$

Mặt khác lực hấp dẫn có cường độ:

$$F = G\frac{m.m'}{r^2},$$



Hình 3-6
Minh hoạ tính công của lực hấp dẫn

với G là hằng số hấp dẫn.

Công A_{12} do lực hấp dẫn thực hiện được trên cả quãng đường từ điểm (1) đến điểm (2) là:

$$A_{12} = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F}d\vec{s} = -\int_{(r_1)}^{(r_2)} F.dr$$

$$A_{12} = -\int_{(r_1)}^{(r_2)} G\frac{mm'}{r^2}dr = \left(-G\frac{mm'}{r_1}\right) - \left(-G\frac{mm'}{r_2}\right) \qquad (3\text{-}22)$$

Công này không phụ thuộc vào hình dạng của quãng đường di chuyển của chất điểm *m'*, chỉ phụ thuộc vào vị trí của điểm đầu (r_1) và điểm cuối (r_2) của quãng đường dịch chuyển. Vậy, *trường hấp dẫn của chất điển có khối lượng m là một trường lực thế.*

Tổng quát: *Trường hấp dẫn Newton là một trường thế.*

Hệ quả

a. Theo (3-16) và (3-22) thế năng của chất điểm *m*' trong trường của chất điểm *m* tại vị trí *(1)*:

$$W_{t1} = -G\frac{mm'}{r_1} + C$$

tại vị trí *(2)*:

$$W_{t2} = -G\frac{mm'}{r_2} + C$$

Tổng quát, thế năng của *m'* tại vị trí cách *m* một khoảng *r* là:

$$W_t = -G\frac{mm'}{r} + C \qquad (3\text{-}23)$$

Với *C* là một hằng số tùy ý, phụ thuộc vào cách chọn gốc thế năng.

b. Nếu coi thế năng ở vô cực bằng không, ta suy ra:

$$W_t(\infty) = 0 = 0 + C \text{ nên } C = 0$$

Do đó: $$W_t = -G\frac{mm'}{r} \quad (3\text{-}24)$$

c. Ta xét cụ thể thế năng của một vật trong trọng trường của quả đất Gọi M là khối lượng của quả đất, m là khối lượng của vật được xét. Khi đó thế năng của vật có m ở điểm cách tâm quả đất một khoảng r theo (3-23) là:

$$W_t = -G\frac{Mm}{r} + C$$

Trong thực tế, ta thường lấy thế năng ở mặt đất bằng không. Khi đó:

$$W_t(R) = 0 = -G\frac{Mm}{R} + C,$$

từ đó rút ra $C = G\frac{Mm}{R}$, R là bán kính của quả đất.

Do đó, thế năng ở điểm cách mặt đất một khoảng h là:

$$W_t = -G\frac{Mm}{r} + G\frac{Mm}{R} = G\frac{Mm(r-R)}{rR}$$

Vì $r = h + R$, nên $r - R = h$. Do đó:

$$W_t = GMm\frac{h}{(R+h)R}.$$

chú ý là gia tốc trọng trường của vật ở độ cao h bằng: $g = \dfrac{GM}{(h+R)^2}$.

Ta suy ra $$W_t = mgh\frac{h+R}{R}$$

Thông thường, các vật ở gần mặt đất. Trong phạm vi nhỏ gần mặt đất, có thể coi trọng trường là đều, $h << R$, $\dfrac{h+R}{R} \approx 1$, do đó thế năng của nó bằng:

$$W_t = mgh$$

Nếu chất điểm chuyển động trong trọng trường đều không chịu tác dụng của lực nào khác trọng lực, thì theo định luật bảo toàn cơ năng, cơ năng của nó được bảo toàn, khi đó:

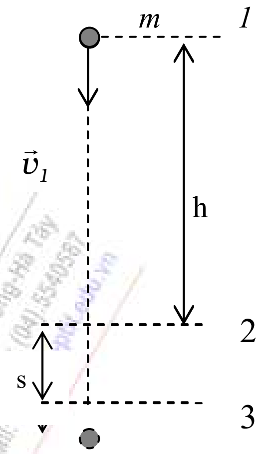
$$\frac{mv^2}{2} + mgh = const$$

Như vậy khi động năng của vật tăng thì thế năng của nó giảm và ngược lại.

Ví dụ

Một vật nhỏ khối lượng m rơi từ độ cao h so với mặt đất, với vận tốc ban đầu v_1, xuyên sâu vào đất một đoạn s (hình 3-7). Tính vận tốc của vật khi chạm đất và lực cản trung bình của đất tác dụng lên vật. Bỏ qua lực cản của không khí.

Lời giải



Hình 3-7

Xét hệ gồm vật và quả đất. Trong quá trình vật rơi từ vị trí 1 có vận tốc v_1 đến vị trí 2 có vận tốc v_2 trong trọng trường, nếu bỏ qua lực cản của không khí, thì ngoại lực tác dụng lên hệ vật bằng không. Vì vậy có thể áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hệ này:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh$$

Từ đó suy ra vận tốc của vật khi chạm đất bằng:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh}$$

Trong quá trình vật xuyên sâu vào đất từ vị trí 2 đến vị trí 3 (có $v_3 = 0$) nó chịu tác dụng lực cản F_c của đất. Lực này ngược chiều chuyển động của vật và thực hiện công cản: $A_c = -F_c.s$.

Áp dụng định lý động năng đối với vật *m* ta có:

$$\frac{mv_3^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = A_c = -F_c.s$$

Vì $v_3 = 0$, nên lực cản của đất tác dụng lên vật bằng:

$$F_c = \frac{mv_2^2}{2s} = \frac{m}{s}\left(\frac{v_1^2}{2} + gh\right)$$

Chú ý: Nếu không phải tính v_2, ta có thể tính F_c dựa trên lập luận sau đây: độ giảm cơ năng của hệ từ vị trí 1 đến vị trí 2 bằng công mà hệ đó thực hiện để thắng công cản của đất từ vị trí 2 đến vị trí 3:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh = F_C.s$$

Suy ra $$F_c = \frac{m}{s}\left(\frac{v_1^2}{2} + gh\right)$$

§6. VA CHẠM GIỮA CÁC VẬT

Thực nghiệm chứng tỏ khi va chạm với nhau, các vật rắn sẽ biến dạng. Nếu biến dạng của các vật tự hồi phục sau khi va chạm thì va chạm được gọi là *va chạm đàn hồi*. Trong quá trình này, tổng động năng của hệ không thay đổi và cơ năng của hệ không chuyển thành các dạng năng lượng khác. Nếu biến dạng của các vật không tự hồi phục thì va chạm được gọi là va *chạm không đàn hồi* hay *va chạm mềm.* Trong quá trình này, tổng động năng của hệ vật sau va chạm bị giảm do một phần năng lượng của hệ biến thành công làm biến dạng các vật và một phần biến thành nhiệt làm nóng các vật.

Để cụ thể, ta xét một hệ vật cô lập gồm hai quả cầu khối lượng m_1, m_2 chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ dọc theo đường thẳng nối tâm của chúng đến va chạm xuyên tâm với nhau. Giả sử sau va chạm hai quả cầu vẫn giữ nguyên phương chuyển động như ban đầu. Ta sẽ xác định vận tốc của hai quả cầu sau va chạm.

a. Va chạm đàn hồi

Trong va chạm đàn hồi, sau va chạm, hai quả cầu chuyển động với vận tốc v_1' *và* v_2' khác nhau. Khi đó, tổng động lượng của hệ theo phương chuyển động được bảo toàn:

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

và động năng của hệ cũng được bảo toàn:

$$\frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

Từ hai phương trình trên ta rút ra hệ phương trình sau đây:

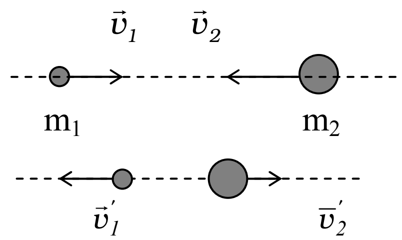
$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2)$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2)$$

Chia hai phương trình này cho nhau với giả thiết $v_1 - v_1' \neq 0$ *và* $v_2' - v_2 \neq 0$, cuối cùng ta được:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$



Hình 3-8
Va chạm đàn hồi giữa hai vật

Ta suy ra các trường hợp riêng:

* Nếu $m_1 = m_2$ thì $v_1' = v_2$ và $v_2' = v_1$ tức là hai quả cầu va chạm trao đổi vận tốc cho nhau.

*Nếu $m_1 << m_2$ và $\vec{v}_2 = 0$ thì $v_1' = -v_1$ tức là sau va chạm, quả cầu m_1 đổi chiều chuyển động, quay ngược trở lại và có vận tốc giữ nguyên độ lớn ban đầu.

b.Va chạm mềm

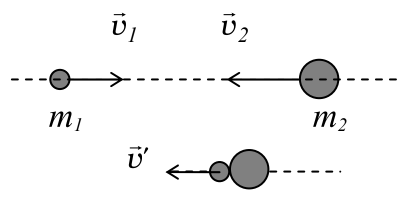
Sau va chạm, hai quả cầu dính vào nhau và chuyển động với cùng vận tốc v'. Khi đó, tổng động lượng của hệ theo phương va chạm vẫn bảo toàn:

$$(m_1 + m_2)v' = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

và động năng của hệ cũng được bảo toàn.

Ta suy ra $$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Nhưng tổng động năng của hệ sau va chạm giảm một lượng:



Hình 3-9
Va chạm mềm giữa hai vật

$$-\Delta W_d = \left(\frac{m_1 \upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2 \upsilon_2^2}{2}\right) - \frac{(m_1 + m_2)\upsilon'^2}{2}$$

Hay
$$-\Delta W_d = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2$$

Độ giảm động năng này một phần bằng công làm biến dạng 2 quả cầu và một phần biến thành nhiệt làm nóng hai quả cầu va chạm.

§7. CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG HẤP DẪN CỦA QUẢ ĐẤT

Nếu từ một điểm *A* nào đó trong trường hấp dẫn của quả đất ta bắn một viên đạn khối lượng *m* với vận tốc ban đầu υ_o thì lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng tùy theo trị số của υ_o, có thể xảy ra một trong ba trường hợp sau (hình 3-10):

* Viên đạn rơi trở về quả đất.

* Viên đạn bay vòng quanh quả đất theo một quỹ đạo kín (tròn hoặc elip).

* Viên đạn bay ngày càng xa quả đất.

a.Vận tốc vũ trụ cấp 1

Trị số vận tốc ban đầu υ_0 cần thiết để viên đạn được bắn lên bay vòng quanh quả đất theo quỹ đạo tròn gọi là *vận tốc vũ trụ cấp 1*.

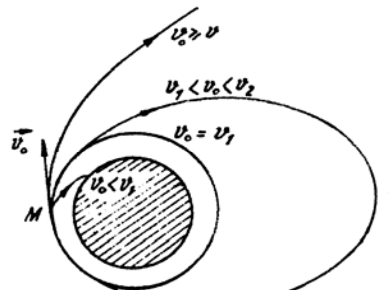
Ta hãy tính giá trị đó. Giả sử viên đạn bay xung quanh quả đất, cách mặt đất không xa lắm. Khi đó, bán kính quỹ đạo của nó gần bằng bán kính quả đất. Gia tốc hướng tâm của viên đạn ở đây bằng gia tốc trọng trường:

$$a_n = g_0 = \frac{\upsilon_0{}^2}{R}$$

Từ đó suy ra:

$$\upsilon_1 = \sqrt{Rg_0} = \sqrt{6370000.9,8} = 7901m/s = 7,9km/s$$

Như vậy, nếu viên đạn bắn lên có υ_0 < 7,9 Km/s thì nó sẽ bị hút trở về mặt đất, nếu viên đạn bắn lên có υ_0 >7,9 Km/s (nhưng nhỏ hơn υ_2) thì nó sẽ chuyển động với quỹ đạo êlip xung quanh quả đất. Nếu υ_0=υ_1, viên đạn chuyển động xung quanh quả đất với quỹ đạo tròn.



Hình 3-10. Chuyển động trong trường hấp dẫn của quả đất

b. Vận tốc vũ trụ cấp 2

Giả sử viên đạn xuất phát từ *A* cách tâm quả đất một khoảng bằng bán kính R của quả đất, vận tốc ban đầu υ_0 và bay ngày càng xa quả đất. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng đối với viên đạn ta có:

$$\frac{mv_0^{\ 2}}{2}+\left(-G\frac{Mm}{R}\right)=\frac{mv_\infty^{\ 2}}{2}+\left(-G\frac{Mm}{\infty}\right)$$

Vì $\frac{mv_\infty^{\ 2}}{2}\geq 0$ và $\left(-G\frac{Mm}{\infty}\right)=0$ nên $\frac{mv_0^{\ 2}}{2}\geq G\frac{Mm}{R}$

Ta suy ra: $v_0 \geq \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Tại mặt đất, gia tốc trọng trường $g_0 = \frac{GM}{R^2}$. Do đó:

$$v_0 \geq \sqrt{2\left(\frac{GM}{R^2}\right)R}=\sqrt{2g_0R}$$

Giá trị tối thiểu của v_0 chính là vận tốc vũ trụ cấp 2.

$$v_2 = \sqrt{2g_0R} = \sqrt{2.9{,}8.6370000} = 11173{,}7m/s \approx 11{,}2km/s.$$

§8. GIỚI HẠN CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG LỰC THẾ

Thế năng của chất điểm trong trường lực thế là một hàm của tọa độ *x, y, z* của chất điểm đó

$$W_t = W_t\,(x,y,z)$$

Trường hợp thế năng chỉ phụ thuộc vào một tọa độ (*x* chẳng hạn), W_t là hàm của một toạ độ *x*:

$$W_t = W_t\,(x)$$

Đồ thị của hàm W_t theo *x* gọi là sơ đồ thế năng. Khảo sát sơ đồ thế năng của chất điểm trong trường lực thế, ta có thể suy ra một số kết luận định tính về chuyển động của chất điểm trong trường lực thế.

Ta hãy xét vấn đề giới hạn của chuyển động. Giả sử cơ năng của chất điểm trong trường lực thế có một gía trị xác định bằng *W*. Nghĩa là tổng động năng và thế năng của chất điểm luôn có giá trị bằng *W* và được bảo toàn:

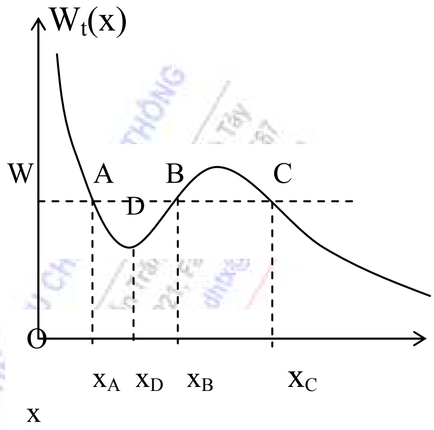
$$\frac{mv^2}{2}+W_t(x)=W=const \qquad (3\text{-}25)$$

Vì $\frac{mv^2}{2}\geq 0$ nên ta suy ra điều kiện:

$$W_t\,(x) \leq W \qquad (3\text{-}26)$$

Bất đẳng thức (3-26) có nghĩa là, chất điểm chỉ có thể chuyển động trong phạm vi sao cho nó có thế năng không vượt quá cơ năng của nó. Nói cách khác tọa độ *x* của chất điểm chỉ biến thiên trong một phạm vi nào đó. Ta nói (3-26) xác định giới hạn chuyển động của chất điểm.

Xét trường hợp đường cong thế $W_t = W_t(x)$ có dạng như hình (3-11). Trên hình đó ta thấy thế năng có một cực đại và một cực tiểu. Giả thiết cơ năng toàn phần của chất điểm có trị số *W*, đường thẳng W=const cắt đường cong thế năng tại ba điểm *A, B, C*.



Theo đó, để thỏa mãn điều kiện (3-26), tọa độ *x* của chất điểm phải nằm trong phạm vi sau:

$$x_A \le x \le x_B \text{ và } x \ge x_C \qquad (3\text{-}27)$$

Các điều kiện (3-27) xác định giới hạn chuyển động của chất điểm.

Khi $x_A \le x \le x_B$: chất điểm chuyển động

trong phạm vi từ x_A đến x_B và đi qua x_D. Tại x_D nó có thế năng cực tiểu.

Khi $x \ge x_C$, chất điểm chuyển động ra vô cực.

Tại các điểm x_A, x_B, x_C chất điểm có thế năng cực đại và bằng cơ năng toàn phần *W* của chất điểm. Ở các điểm đó, động năng của chất điểm bằng không, vận tốc bằng không và đổi chiều.

Ta giải thích điều này như sau.

Khi chất điểm chuyển động trong khoảng *D* đến *A*, $\frac{dW_t}{dx} = -F < 0$, $F > 0$, tức là $\vec{F}$ hướng về chiều dương của trục *Ox*. Lực $\vec{F}$ kéo chất điểm theo chiều từ *A* đến *D*. Trong khoảng *D* đến *B*, $\frac{dW_t}{dx} = -F > 0$, $F < 0$, lực $\vec{F}$ hướng ngược chiều trục *x,* nó kéo chất điểm theo chiều *B* đến *D*. Kết quả là lực $\vec{F}$ làm cho chất điểm chuyển động qua lại trong khoảng từ x_A đến x_B đi qua *D*, khi đến *A* và *B* vận tốc của nó đổi chiều.

Khi $x > x_C$, $\frac{dW_t}{dx} = -F < 0$, $F > 0$, lực $\vec{F}$ hướng về chiều dương của trục *Ox* kéo chất điểm chuyển động ra xa vô cùng.

Tại điểm x_D thế năng của chất điểm cực tiểu, động năng cực đại. Nếu không có hao tốn năng lượng, chất điểm sẽ chuyển động không ngừng trong phạm vi từ x_A đến x_B. Nếu bị hao tốn năng lượng (do sức cản chẳng hạn), cơ năng của chất điểm giảm dần, sau một thời gian nào đó, chất điểm sẽ có cơ năng bằng thế năng cực tiểu của chất điểm tại x_D, tại đó nó có động năng bằng không và vận tốc bằng không. Điểm x_D là *điểm cân bằng bền* của chất điểm.

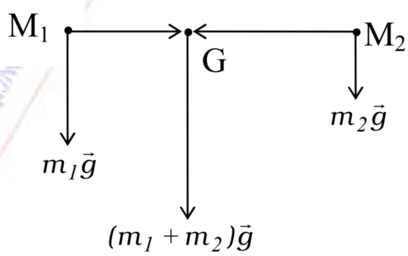
CHƯƠNG IV. CHUYỂN ĐỘNG CỦA HỆ CHẤT ĐIỂM VÀ VẬT RẮN

Trong chương này ta sẽ xét chuyển động của hệ các chất điểm vật rắn. Trước hết ta xét chuyển động của hệ chất điểm nói chung.

§1. CHUYỂN ĐỘNG CỦA HỆ CHẤT ĐIỂM

1. Khối tâm của hệ chất điểm

Giả sử có hệ gồm 2 chất điểm có khối lượng m_1, m_2 đặt tại các điểm tương ứng M_1, M_2 trong trọng trường. Trọng lực tác dụng lên các chất điểm m_1 và m_2 là 2 véctơ: $m_1\vec{g}$ và $m_2\vec{g}$ song song cùng chiều với nhau. Tổng hợp 2 lực này có điểm đặt tại G nằm trên phương M_1M_2 thoả mãn điều kiện:



Hình 4-1. Khối tâm của hệ hai chất điểm

$$\frac{\overline{M_1G}}{\overline{M_2G}} = -\frac{m_2 g}{m_1 g} = -\frac{m_2}{m_1}$$

Từ đó ta suy ra:

$$m_1\overline{M_1G} + m_2\overline{M_2G} = 0$$

Ta đưa ra các vectơ nối từ các chất điểm M_1, M_2 đến điểm G: $\overrightarrow{M_1G}$, $\overrightarrow{M_2G}$.

Khi đó có thể viết lại đẳng thức trên dưới dạng sau:

$$m_1\overrightarrow{M_1G} + m_2\overrightarrow{M_2G} = 0 \qquad (4\text{-}1)$$

Điểm G thoả mãn (4-1) được gọi là *khối tâm* của hệ 2 chất điểm có khối lượng m_1, m_2.

Trường hợp tổng quát, người ta định nghĩa khối tâm của một hệ n chất điểm như sau:

Khối tâm của một hệ n chất điểm có khối lượng m_1, m_2 ...m_n là một điểm G được xác định bởi đẳng thức vectơ:

$$m_1\overrightarrow{M_1G} + m_2\overrightarrow{M_2G} + \ldots.. + m_n\overrightarrow{M_nG} = 0$$

Hay có thể viết:

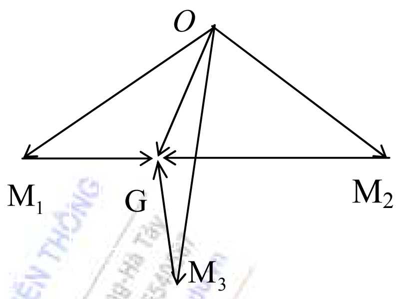
$$\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{M_iG} = 0 \qquad (4\text{-}2)$$

Ta có thể xác định toạ độ của khối tâm G đối với một gốc toạ độ O nào đó. Toạ độ này có thể xác định theo cách sau đây đối với chất điểm thứ i (hình 4-2):

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OM_i} + \overrightarrow{M_iG} \qquad (4\text{-}3)$$

Nhân 2 vế của (4-3) với m_i rồi cộng các phương trình nhận được theo vế với vế từ *1* đến *n*, ta được:

$$(\sum_{i=1}^{n} m_i)\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OM_i} + \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{M_i G}$$



Hình 4-2
Để xác định khối tâm của hệ chất điểm

Chú ý đến (4-2), đẳng thức này trở thành:

$$(\sum_{i=1}^{n} m_i)\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OM_i} \qquad (4\text{-}4)$$

Từ đó, ta suy ra:

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.\overrightarrow{OM_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \qquad (4.5)$$

Đặt $\overrightarrow{OG} = \vec{R}$ có 3 toạ độ X,Y,Z; $\overrightarrow{OM_i} = \vec{r}_i$ có 3 toạ độ x_i, y_i, z_i, đẳng thức (4-5) trở thành:

$$\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \qquad (4\text{-}6)$$

Chiếu $\vec{R}$ lên 3 trục toạ độ, sẽ được:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \quad Y = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \quad Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \qquad (4\text{-}7)$$

Các đẳng thức (4-6), (4-7) cho phép xác định được tọa độ khối tâm của một hệ chất điểm. Nhờ đó ta có thể khảo sát các tính chất của khối tâm về mặt động học và động lực học.

Trong các công thức trên, $\sum_{i=1}^{n} m_i = m$ là tổng khối lượng của hệ.

2. Vận tốc của khối tâm

Khi hệ chất điểm chuyển động, khối tâm có vận tốc: $\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt}$ và theo (4-6) vận tốc này có biểu thức:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Trong đó $\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i$ là vectơ vận tốc của chất điểm thứ *i*. Do đó vận tốc của khối tâm của hệ chất điểm có biểu thức:

$$\vec{V} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \qquad (4\text{-}8)$$

Trong (4-8), $\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \vec{P}$ là động lượng tổng hợp của hệ. Do đó theo (4-8) vận tốc của khối tâm có biểu thức:

$$\vec{V} = \frac{\vec{P}}{m} \qquad (4\text{-}9)$$

hay $$\vec{P} = m\vec{V} \qquad (4\text{-}10)$$

Vậy: *Động lượng tổng hợp của một hệ chất điểm bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm của hệ có khối lượng bằng khối lượng của cả hệ, có vận tốc bằng vận tốc khối tâm của hệ.*

3. Phương trình chuyển động của khối tâm

Giả sử hệ có *n* chất điểm, các chất điểm lần lượt chịu tác dụng của những lực: $\vec{F}_1, \vec{F}_2 ... \vec{F}_n$ và chuyển động với gia tốc tương ứng: $\vec{a}_1, \vec{a}_2 ... \vec{a}_n$ sao cho $m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_1$, $m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_2, ..., m_n \vec{a}_n = \vec{F}_n$. Từ (4-8) ta tìm được gia tốc của khối tâm:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \qquad (4\text{-}11)$$

Chú ý là $\vec{a}_i = \frac{d\vec{v}_i}{dt}$ là gia tốc của chất điểm thứ *i* tuân theo định luật Newton *II*: $m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i$. Từ (4-11) ta được:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Ta có $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}$ là tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên tất cả các chất điểm của hệ, $\sum_{i=1}^{n} m_i = m$ là tổng khối lượng của cả hệ, còn *tổng hợp các nội lực tương tác giữa các chất điểm của hệ bằng không*. Do đó có thể viết lại biểu thức trên như sau:

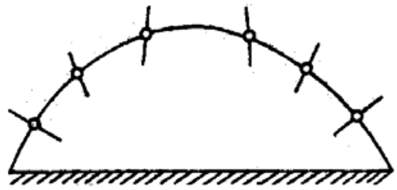
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (4\text{-}12)$$

hay $$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (4\text{-}13)$$

Phương trình (4-13) giống như phương trình chuyển động của một chất điểm. Từ đó ta kết luận:

Chuyển động của khối tâm của một hệ chất điểm giống như chuyển động của một chất điểm mang khối lượng bằng tổng khối lượng của cả hệ và chịu tác dụng của một lực bằng tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên hệ.

Chuyển động khối tâm của một hệ được gọi là *chuyển động toàn thể* của hệ. Ví dụ ném một cái thước lên cao, khối tâm của nó sẽ chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng của thước chịu tác dụng của lực bằng tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên thước (ở đây là trọng lực). Đó chính là chuyển động của chất điểm trong trọng trường đều. Quỹ đạo là một parabol (xem hình 4-3).



Hình 4-3
Chuyển động toàn thể của cây thước trong trọng trường

§2. CHUYỂN ĐỘNG TỊNH TIẾN CỦA VẬT RẮN

Như đã định nghĩa, vật rắn là một hệ chất điểm mà trong đó khoảng cách giữa các chất điểm luôn luôn không đổi. Chuyển động của vật rắn nói chung phức tạp, nhưng người ta chứng minh được rằng mọi chuyển động của vật rắn bao giờ cũng có thể qui về tổng hợp của hai dạng chuyển động cơ bản: chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay. Sau đây ta sẽ xét riêng các dạng chuyển động đó.

Trước hết ta xét chuyển động tịnh tiến.

1. Định nghĩa

Chuyển động tịnh tiến của vật rắn *là chuyển động sao cho bất kỳ đoạn thẳng nào vẽ trong vật rắn cũng luôn luôn song song với chính nó.* Ví dụ: Chuyển động của ngăn kéo của bàn giấy, chuyển động của bàn đạp xe đạp….

2. Tính chất

Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, mọi chất điểm của nó có quĩ đạo giống nhau. Do đó, chúng có cùng quãng đường di chuyển s, cùng vận tốc $\vec{v}$ và cùng gia tốc $\vec{a}$.

3. Phương trình động lực học của vật rắn tịnh tiến

Giả sử các chất điểm có khối lượng $m_1, m_2, ..., m_n$ chịu tác dụng bởi các ngoại lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$, và các nội lực $\vec{F}_1', \vec{F}_2', ..., \vec{F}_3'$. Khi đó các chất điểm của vật rắn sẽ có gia tốc $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_n$ tuân theo định luật Newton II:

$$m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_1',$$

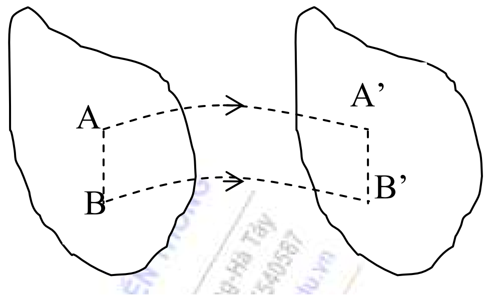
$$m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_2^{'}$$

……………………………

$$m_n\vec{a}_n = \vec{F}_n + \vec{F}_n^{'}$$

Trong chuyển động tịnh tiến, mọi chất điểm có cùng gia tốc:

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = ... = \vec{a}_n = \vec{a}.$$



Hình 4-4
Chuyển động tịnh tiến của vật rắn

Cộng vế với vế các phương trình trên ta được:

$$(\sum_{i=1}^{n} m_i)\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \quad \rightarrow \quad m\vec{a} = \vec{F} \qquad (4\text{-}14)$$

Trong đó, $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}$ là tổng hợp tất cả các ngoại lực tác dụng lên vật rắn.Tổng hợp tất cả các nội lực triệt tiêu nhau: $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{'} = 0$; $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ là khối lượng của cả vật rắn.

Phương trình (4-14) là phương trình động lực học của *vật rắn chuyển động tịnh tiến*; nó giống như phương trình chuyển động của một chất điểm có khối lượng *m* bằng khối lượng của cả vật rắn và chịu tác dụng một lực bằng tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên vật rắn. Như vậy, các kết quả nghiên cứu chuyển động của chất điểm có thể áp dụng cho vật rắn chuyển động tịnh tiến.

§3. CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

Khi một vật rắn chuyển động quay xung quanh một trục Δ thì:

- Mọi điểm của vật rắn sẽ có quỹ đạo tròn, các đường tròn quỹ đạo của chúng có cùng trục, trục này trùng với trục quay Δ và có tâm nằm trên trục quay Δ, có bán kính r khác nhau
- Trong cùng một khoảng thời gian Δt, bán kính của mọi điểm của vật rắn đều quay được một góc $\Delta\varphi$ như nhau.
- Mọi điểm của vật rắn có cùng vận tốc góc $\vec{\omega}$ ($\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$) và gia tốc góc $\vec{\beta}$ ($\vec{\beta} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$).
- Tại mỗi thời điểm, vectơ vận tốc dài và gia tốc tiếp tuyến của một chất điểm bất kỳ của vật rắn cách trục quay một đoạn *r* liên hệ với vận tốc góc và gia tốc góc bởi các hệ thức như đã xét trong mục *§4* của chương I:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{r}$$

Từ đó có thể suy ra các phương trình động học:

$$\omega = \omega_o + \beta t$$

$$\varphi = \omega_o t + \frac{1}{2}\beta t^2$$

Các phương trình này cho phép suy ra được:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\Delta$$

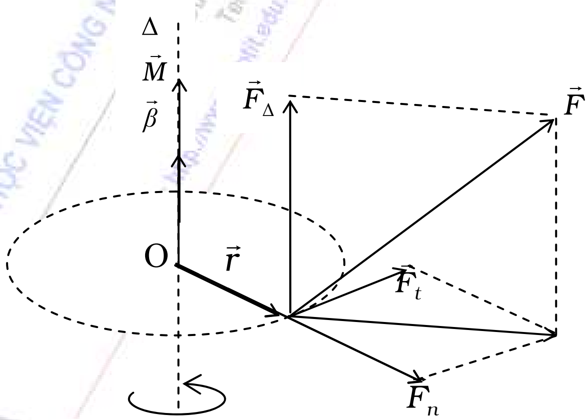
Trên đây là các tính chất *động học* của vật rắn quay quanh một trục cố định.

Sau đây ta sẽ xét chuyển động quay của vật rắn về mặt *động lực học* và thiết lập phương trình động lực học cơ bản của vật rắn quay quanh một trục cố định. Các đại lượng đặc trưng cho chuyển động quay của vật rắn về mặt động lực học là: *mômen lực, mômen động lượng và mômen quán tính.*

1. Mômen lực tác dụng lên vật rắn quay

Giả sử có một vật rắn quay xung quanh một trục cố định Δ dưới tác dụng của lực $\vec{F}$. Khi đó điểm đặt M của lực $\vec{F}$ vạch một quỹ đạo tròn bán kính r nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục Δ, có tâm nằm trên trục này, và có thể phân tích lực $\vec{F}$ thành 3 thành phần (hình 4-5) $\vec{F}_t, \vec{F}_n, \vec{F}_\Delta$ sao cho:

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n + \vec{F}_\Delta$$



Hình 4-5

Phân tích lực $\vec{F}$ thành 3 thành phần

trong đó:

$\vec{F}_t$: thành phần tiếp tuyến vuông góc với bán kính $\vec{r}$ tức là cùng phương với tiếp tuyến của quỹ đạo, và cùng phương với vectơ vận tốc $\vec{v}$ tại điểm đó, nằm trong mặt phẳng quỹ đạo vuông góc với trục quay Δ. Lực này có tác dụng làm cho vật quay quanh trục quay Δ.

$\vec{F}_n$: thành phần xuyên trục cùng phương với bán kính $\vec{r}$ tại điểm đặt lực, nằm trong mặt phẳng quỹ đạo. Thành phần này chỉ có tác dụng kéo vật rắn dời khỏi trục Δ.

$\vec{F}_\Delta$: Thành phần song song với trục quay Δ không gây ra chuyển động quay, chỉ làm cho vật trượt dọc theo trục quay.

Như vậy: *Tác dụng của lực $\vec{F}$ làm cho vật rắn quay quanh trục cố định Δ chỉ tương đương với tác dụng của thành phần tiếp tuyến $\vec{F}_t$ của lực này.*

Mặt khác, thực nghiệm chứng tỏ rằng tác dụng của lực $\vec{F}$ làm vật rắn quay quanh trục Δ còn phụ thuộc vào khoảng cách r = OM từ điểm đặt M của lực đến trục Δ. Do đó, để đặc trưng cho tác dụng của lực $\vec{F}$, trong chuyển động quay của vật rắn quanh trục Δ, người ta đưa ra đại lượng vật lý gọi là mômen lực $\vec{M}$ đối với trục quay Δ. Vectơ mômen lực $\vec{M}$ được định nghĩa:

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t \qquad (4\text{-}15)$$

Mômen lực $\vec{M}$ có:

- trị số: $\left|\vec{M}\right| = r.F_t.\sin(\vec{F},\vec{r}) = r.F_t$ (4-16)

(Hai vectơ $\vec{r}, \vec{F}_t$ vuông góc nhau).

- phương vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{r}, \vec{F}_t$,
- chiều sao cho ba vectơ $\vec{r}, \vec{F}_t, \vec{M}$ theo thứ tự đó hợp thành tam diện thuận.

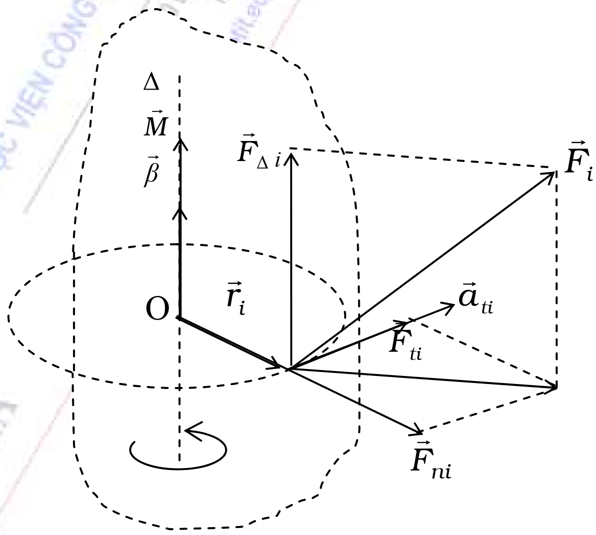
Chú ý: $\vec{M} = 0$ khi $\vec{F} = 0$ hoặc khi $\vec{F}$ đồng phẳng với trục quay Δ, nghĩa là khi $\vec{F} \parallel \Delta$ ($\vec{F}_t = 0$), hoặc $\vec{F}$ cắt trục Δ (r=0). Điều này phù hợp với kết quả phân tích tác dụng của lực $\vec{F}$ đã nêu ở trên.

Đơn vị đo của mômen lực là *Newton.met (N.m).*

2. Phương trình cơ bản của động lực học vật rắn quay quanh một trục cố định

Ta xét một vật rắn chịu tác dụng của mômen lực $\vec{M}$, quay quanh trục cố định Δ với gia tốc góc $\vec{\beta}$ (Hình 4-6). Ta tìm mối liên hệ giữa $\vec{\beta}$ và $\vec{M}$.

Ta tưởng tượng chia vật rắn thành nhiều phần tử, mỗi phần tử có khối lượng Δm_i, cách trục quay một khoảng r_i, chịu tác dụng của ngoại lực tiếp tuyến $\vec{F}_{ti}$ và nội lực tiếp tuyến $\vec{F}'_{ti}$. *Khi đó có thể coi mỗi phần tử là một chất điểm,* khoảng cách giữa các chất điểm luôn luôn không đổi. Mỗi chất điểm sẽ vạch nên một quĩ đạo tròn bán kính r_i nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay Δ, có gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_{ti}$. Theo định luật Newton II, ta viết được:



Hình 4-6
Minh hoạ việc lập phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn

$$\Delta m_i.\vec{a}_{ti} = \vec{F}_i + \vec{F}'_{ti} \quad (4\text{-}17)$$

Nhân hữu hướng bên trái của (4-17) với $\vec{r}_i$ và thay $\vec{a}_{ti} = \vec{\beta} \wedge \vec{r}_i$, ta được:

$$\Delta m_i.\vec{r}_i \wedge (\vec{\beta} \wedge \vec{r}_i) = \vec{r}_i \wedge (\vec{F}_{ti} + \vec{F}'_{ti}) \quad (4\text{-}18)$$

Với chú ý là tích vô hướng $\vec{r}_i.\vec{\beta} = 0$ vì $\vec{r}_i$ và $\vec{\beta}$ vuông góc nhau, vế trái của (4-18) sẽ bằng:

$$\Delta m_i.\vec{r}_i \wedge (\vec{\beta} \wedge \vec{r}_i) = \Delta m_i \left\{\vec{\beta}(\vec{r}_i.\vec{r}) - \vec{r}_i(\vec{r}_i.\vec{\beta})\right\} = \Delta m_i r_i^2.\vec{\beta}$$

Vế phải của (4-18) sẽ bằng:

$$\vec{r}_i \wedge \vec{F}_{ti} + \vec{r}_i \wedge \vec{F}'_{ti} = \vec{M}_i + \vec{M}'_i$$

trong đó, $\vec{M}_i + \vec{M}_i^{'}$ tổng hợp các mômen ngoại lực và mômen nội lực tác dụng lên phần tử thứ i.

Như vậy, (4-18) trở thành:

$$\Delta m_i r_i^2 .\vec{\beta} = \vec{M}_i + \vec{M}_i^{'} \qquad (4\text{-}19)$$

Tổng hợp các vectơ này cho tất cả các phần tử của vật rắn, và chú ý là tổng hợp các mômen nội lực triệt tiêu nhau, $\sum_i \vec{M}_i^{'} = 0$ ta sẽ được:

$$\sum_i (\Delta m_i r_i^2)\vec{\beta} = \sum_i \vec{M}$$

hay:

$$I\vec{\beta} = \vec{M} \qquad (4\text{-}20)$$

Trong đó, $\sum_i \vec{M}_i = \vec{M}$ là mômen tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên vật rắn. Và đại lượng

$$I = \sum \Delta m_i r_i^2 \qquad (4\text{-}21)$$

là tổng mômen quán tính của mọi phần tử Δm_i đối với trục quay Δ và được gọi là *mômen* quán tính của vật rắn đối với trục quay Δ.

Trong hệ SI, đơn vị đo mômen quán tính I là kg.m^{2}.

Phương trình (4-20) được gọi là *phương trình cơ bản của động lực học vật rắn quay quanh một trục cố định. Từ* (4-20) ta suy ra:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I} \qquad (4\text{-}22)$$

Phương trình (4-20) có dạng tương tự phương trình cơ bản của động lực học vật rắn chuyển động tịnh tiến $m\vec{a} = \vec{F}$, trong đó:

- Mômen lực $\vec{M}$, đặc trưng cho tác dụng của ngoại lực lên vật rắn chuyển động quay, có vai trò giống như lực $\vec{F}$,
- Gia tốc góc $\vec{\beta}$ đặc trưng cho biến thiên trạng thái của vật rắn chuyển động quay, có vai trò giống như gia tốc $\vec{a}$,
- Mômen quán tính *I* đặc trưng cho quán tính của vật rắn chuyển động quay, đóng vai trò như khối lượng *m*. Thật vậy, cùng mômen lực $\vec{M}$ tác dụng, nếu mômen quán tính I càng lớn thì gia tốc góc $\vec{\beta}$ càng nhỏ, vận tốc góc $\vec{\omega}$ càng ít biến đổi, nghĩa là trạng thái chuyển động quay của vật rắn càng ít thay đổi.

3. Tính mômen quán tính của vật rắn quay

a. Trường hợp chung

Mômen quán tính *I* của vật rắn quay quanh trục cố định Δ được tính theo công thức (4-21): $I = \sum_i \Delta m_i r_i^2$.

Trong đó $\Delta m_i r_i^2$ là mômen quán tính của chất điểm thứ *i* đối với trục *Δ*, phép cộng lấy cho các chất điểm của vật rắn. Theo (4-21), mômen quán tính của vật rắn quay không những phụ thuộc vào khối lượng của vật rắn mà còn phụ thuộc vào khoảng cách từ các chất điểm của nó đến trục quay. Hai vật cùng khối lượng nhưng khối lượng của vật nào phân bố càng xa trục quay thì mômen quán tính của vật đó càng lớn, do đó quán tính của nó càng lớn. Điều này đã được thực nghiệm xác nhận.

Nếu khối lượng của vật phân bố liên tục trong toàn thể tích của nó, ta chia vật thành những phần tử có khối lượng vô cùng nhỏ *dm*, khi đó phép cộng trong tổng (4-21) trở thành phép lấy tích phân cho toàn vật rắn:

$$I = \int_{\text{cả vật}} r^2 dm \qquad (4\text{-}23)$$

b. Mômen quán tính của vật rắn đối với trục đối xứng

Trường hợp vật rắn quay quanh trục đối xứng, ta có thể tính mômen quán tính của nó một cách thuận lợi.

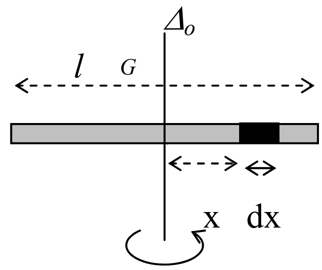
Ví dụ 1. Vật rắn gồm ba chất điểm cùng khối lượng *m*, nằm ở ba đỉnh của tam giác đều cạnh *a* quay xung quanh trục đối xứng của tam giác. Tính mômen quán tính của vật đó.

Áp dụng công thức (4-21) ta được:

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Ta được: $I = 3mr^2 = 3m\dfrac{a^2}{(\sqrt{3})^2} = ma^2$



Hình 4-7. Minh hoạ việc tính mômen quán tính của thanh thẳng

Ví dụ 2. Một thanh đồng chất dài *l*, khối lượng *m*, quay quanh trục Δ_o qua trung điểm *G* của thanh và vuông góc với nó (Hình 4-7).

Ta xét một phần tử của thanh khối lượng *dm*, dài *dx*, cách *G* một đoạn *x*. Khi đó mômen quán tính của *dm* đối với trục Δ_o là

$$dI = x^2.dm$$

Vì thanh đồng chất nên khối lượng của một đơn vị dài là $\dfrac{m}{l}$. Khối lượng của *dm* là:

$$dm = \frac{m}{l}dx. \qquad \text{Do đó} \qquad dI = \frac{m}{l}x^2dx$$

Để có I_o của cả thanh, ta lấy tích phân:

$$I_0 = \int_{\text{cả vật}} \mathrm{dI} = \int_{\text{cả vật}} \frac{\mathrm{m}}{l}x^2dx$$

$$I_0 = \frac{ml^2}{12} \qquad (4\text{-}24)$$

Ví dụ 3. Tính mômen quán tính của khối trụ đặc đồng chất khối lượng *m*, bán kính *R,* quay quanh trục đối xứng Δ_o của khối trụ đó.

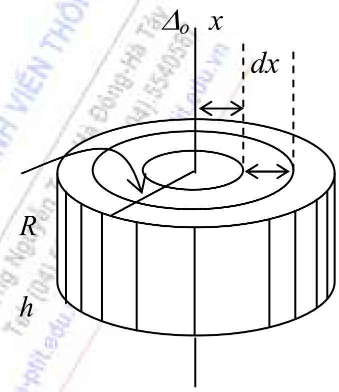
Ta chia khối trụ đặc thành nhiều phần tử có đáy *dS* là hình vành khăn bán kính *x* rộng *dx,* cao *h*. Mỗi phần tử có thể tích *dV* và có khối lượng *dm* (hình 4-8):

$$dm = \rho dV = \rho h 2\pi x dx.$$

Thay kết quả này vào (4-23) và thực hiện tích phân, ta được:

$$I_0 = \int_0^R \rho h 2\pi x^3 dx = \rho h \frac{\pi R^4}{2}$$

$$I_0 = \frac{mR^2}{2}, \qquad (4\text{-}25)$$

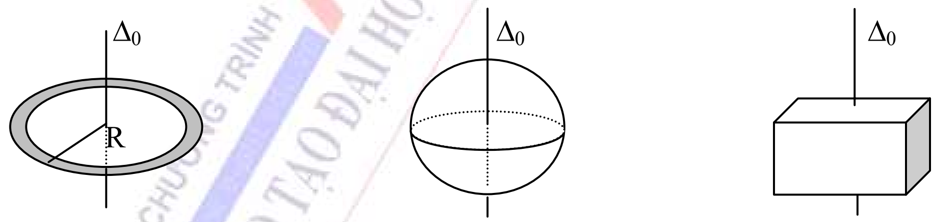


Hình 4-8
Để tính mômen quán tính của khối trụ đặc

Trong đó, $m = \rho V = \rho h\pi R^2$ là khối lượng của hình trụ đặc. Kết quả cho thấy mômen quán tính của hình trụ đặc không phụ thuộc vào chiều cao *h* của khối trụ. Do đó, công thức (4-25) cũng áp dụng được cho đĩa tròn mỏng đồng chất có khối lượng *m,* bán kính *R*.

Bằng cách tương tự, ta tính được I_o cho các trường hợp khác.Cụ thể là:

- Vành tròn rỗng, trụ rỗng $\quad I_o = mR^2 \quad$ (hình 4-9a)
- Khối cầu $\quad I_o = \frac{2}{5}mR^2 \quad$ (hình 4-9b)
- Tấm phẳng chữ nhật, $\quad I_o = \frac{1}{12}m.(a^2 + b^2) \quad$ (hình 4-9c).



a) vành tròn rỗng   b) khối cầu   c) mặt chữ nhật

Hình 4-9

3. Định lý Steiner-Huyghens

Nhiều trường hợp ta phải tìm mômen quán tính *I* đối với một trục quay bất kỳ, không trùng với trục đối xứng. Trong trường hợp trục quay Δ song song với trục đối xứng ta có thể áp dụng định lý Steiner- Huyghens như sau: *Mômen quán tính I của vật rắn đối với một trục Δ song song với trục đối xứng Δ_o bằng mômen quán tính của vật đối với trục đối xứng Δ_o cộng với tích khối lượng m của vật với bình phương khoảng cách d giữa hai trục đó:*

$$I = I_o + md^2 \qquad (4\text{-}26)$$

Thí dụ. Mômen quán tính của một đĩa tròn đối với trục Δ đi qua mép đĩa và song song với trục đối xứng Δ_o đi qua khối tâm là:

$$I = \frac{mR^2}{2} + mR^2$$

Định lý trên có thể chứng minh được, nhưng ta chỉ công nhận mà không chứng minh.

§4. CÁC ĐỊNH LÝ VỀ MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG

1.Các định lý về mômen động lượng

Nếu ta thay $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ vào phương trình cơ bản của động lực học vật rắn quay quanh một trục cố định $I\vec{\beta} = \vec{M}$ và nếu $I = const$ thì ta sẽ thu được:

$$\frac{Id\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

tức là
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \qquad (4\text{-}27)$$

Trong đó $\vec{L} = I\vec{\omega}$ được gọi là mômen động lượng của vật rắn đối với trục quay Δ.Vectơ $\vec{L}$ cùng phương chiều với vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ và nằm trên cùng trục quay

Công thức (4-27) là định lý thứ nhất về mômen động lượng:

"Đạo hàm theo thời gian vectơ mômen động lượng của vật rắn quay quanh một trục cố định bằng mômen tổng hợp của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn đó".

Từ (4-27) ta suy ra: $$d\vec{L} = \vec{M}dt \qquad (4\text{-}28)$$

Trong đó $d\vec{L}$ là độ biến thiên mômen động lượng của vật rắn trong khoảng thời gian *dt,* còn đại lượng $\vec{M}dt$ được gọi là *xung lượng của mômen tổng hợp của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn trong khoảng thời gian dt.*

Để tìm độ biến thiên mômen động lượng $\Delta\vec{L} = \vec{L} - \vec{L}$ trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 ta thực hiện phép tích phân đối với (4-28), và được:

$$\Delta\vec{L} = \int_{\vec{L}_1}^{\vec{L}_2} d\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}dt \qquad (4\text{-}29)$$

Biểu thức (4-29) được gọi *là định lý thứ hai* về mômen động lượng:

"Độ biến thiên mômen động lượng của vât rắn quay quanh một trục cố định trong khoảng thời gian $\Delta t=t_2-t_1$ bằng xung lượng của vectơ mômen động lượng tổng hợp của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn trong cùng khoảng thời gian đó".

Nếu $\vec{M}$ = *const* thì từ (4-27) và (4-29) ta được:

$$\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \vec{M} \quad \text{và} \quad \Delta\vec{L} = \vec{M}\,\Delta t \qquad (4\text{-}30)$$

2. Định luật bảo toàn mômen động lượng

Giả sử có vật rắn cô lập (không chịu tác dụng của ngoại lực) $\vec{M}$ =0, khi đó theo định lý về mômen động lượng (4-27), $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, ta suy ra:

$$\vec{L} = const \qquad (4\text{-}31)$$

Biểu thức (4-31) là định luật bảo toàn mômen động lượng:

"Mômen động lượng của vật rắn cô lập được bảo toàn"

Trong thực tế, vật rắn luôn chịu tác dụng của các ngoại lực nhưng nếu mômen lực đối với trục quay bằng không $\vec{M} = 0$ do $\vec{F} = 0$ hoặc do $\vec{F}$ đồng phẳng với trục quay Δ, nghĩa là khi $\vec{F} /\!/ \Delta$ ($\vec{F}_t$=0), hoặc $\vec{F}$ cắt trục Δ ($\vec{r}$ =0), thì khi đó *mômen động lượng của vật rắn cũng được bảo toàn.*

Trường hợp $\vec{M} \neq 0$ nhưng hình chiếu của nó lên phương nào đó bằng không, thì mômen động lượng của vật rắn được bảo toàn (theo một phương).

Định luật này cũng được nghiệm đúng đối với vật rắn không tuyệt đối hoặc hệ vật rắn gồm nhiều phần quay quanh cùng một trục cố định.

3. Thí dụ về bảo toàn mômen động lượng

a. Vật rắn quay xung quanh một trục có mômen I thay đổi

Trong một số trường hợp, một số phần của vật rắn dịch chuyển đối với nhau nên mômen quán tính của vật thay đổi, nhưng nếu mômen ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay quanh một trục bằng không ($\vec{M} = 0$) thì dù *I* thay đổi, vectơ mômen động lượng của vật rắn cũng được bảo toàn:

$$\vec{L} = I.\vec{\omega} = const.$$

Từ đó nếu *I* tăng thì $\vec{\omega}$ giảm và ngược lại nếu *I* giảm thì $\vec{\omega}$ tăng.

Ví dụ 1. Khi diễn viên múa balê quay người trên đầu mũi giày, nếu bỏ qua ma sát thì trọng lực và phản lực của sàn diễn tác dụng lên người đều có phương hoặc cắt hoặc trùng với trục quay đi qua khối tâm của người nên mômen tổng hợp của chúng đối với trục quay bằng không do đó mômen động lượng của người được bảo toàn. Vì thế khi diễn viên hạ tay xuống thì *I* giảm nên vận tốc quay ω tăng (diễn viên quay nhanh), nếu giang tay ra thì *I* tăng nên vận tốc quay giảm (diễn viên quay chậm lại)... Tương tự như vậy diễn viên xiếc nhào lộn người trên không, vận động viên nhảy cầu bơi … muốn quay nhanh hơn thì phải cuộn người lại, còn nếu muốn quay chậm lại thì phải duỗi thẳng người.

Ví dụ 2. Một người cầm ở mỗi tay một quả tạ đứng trên ghế Giucôxki đang quay (Hình 4-10a). Nếu người đó hạ tay xuống (I giảm), ghế quay nhanh lên (ω tăng); nếu người đó giang ngang tay ra (I tăng), ghế sẽ quay chậm lại (ω giảm).

b. Hệ gồm nhiều phần quay

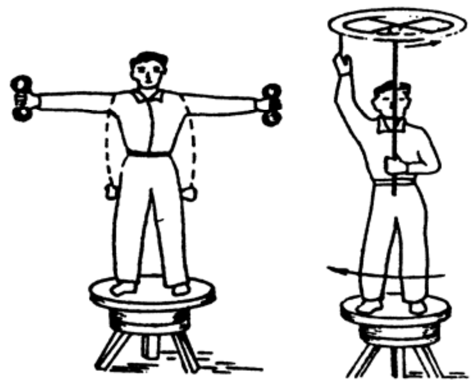
Xét hệ gồm hai vật quay có momen quán tính I_1, I_2 và vận tốc góc $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2$. Nếu mômen ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không, thì mômen động lượng của hệ được bảo toàn:

$$\vec{L} = I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = const.$$

Nếu lúc đầu hệ đứng yên, $\vec{L}_0 = 0$, thì mômen động lượng của hệ sẽ bằng không tại thời điểm t bất kỳ sau đó.

$$\vec{L} = \vec{L}_o = I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = 0$$

hay $\quad I_1\vec{\omega}_1 = -I_2\vec{\omega}_2$



(a) (b)

Hình 4-10

(a) Hình ví dụ 2, (b) Hệ gồm nhiều phần quay

Ta suy ra $\vec{\omega}_2 = -\dfrac{I_1}{I_2}\vec{\omega}_1$, tức là hai phần của hệ sẽ quay ngược chiều nhau.

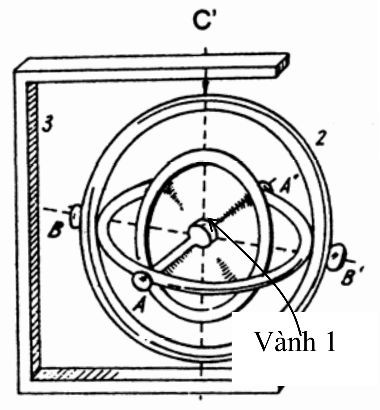
Có thể quan sát hiện tượng này nhờ thí nghiệm trên ghế Giucôpxki ở hình (4-10b). Một người đứng trên ghế Giucôpxki, một tay giữ trục thẳng đứng của một bánh xe. Lúc đầu, hệ (gồm người, bánh xe, ghế) đứng yên, nên mômen động lượng của hệ bằng không. Sau đó, người này cho bánh xe quay với vận tốc góc $\vec{\omega}_1$ thì ghế sẽ quay với vận tốc góc $\vec{\omega}_2$ ngược chiều $\vec{\omega}_1$.

4. Chuyển động của con quay

Con quay là một vật rắn có hình dạng đối xứng tròn xoay và có thể quay quanh trục đối xứng của nó. Thông thường, con quay có dạng một đĩa tròn đặc (gọi là vôlăng). Tùy theo mục đích, người ta sử dụng con quay có *trục quay tự do* hoặc *trục quay có một điểm tựa cố định*. Chuyển động của con quay dựa trên cơ sở ứng dụng các định lý về mômen động lượng và định luật bảo toàn mômen động lượng.

a. Con quay có trục quay tự do

Trong trường hợp con quay có trục *hoàn toàn tự do* (hình 4-11), trục con quay được treo trong một cái khung đặc biệt gồm nhiều vành lồng vào nhau. Trục AA' của nó gắn vào vành 1, vành 1 có thể quay xung quanh trục BB' vuông góc với trục AA', trục BB' gắn liền với vành 2, vành 2 có thể quay xung quanh trục CC' vuông góc với trục BB', trục CC' gắn liền với vành 3 cố định. Cách treo này gọi là cách treo cácđăng.



Hình 4-11

Con quay có trục quay tự do

Người ta chế tạo con quay và các vành treo sao cho khối tâm của cả hệ trùng với tâm của con quay. Do đó, trục của con quay có thể nằm theo mọi phương. Trong điều kiện đó, trọng lực tác dụng lên hệ và phản lực của giá đỡ triệt tiêu nhau, nên tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên con quay bằng không. Do đó, mômen động lượng của con quay được bảo toàn

$$\vec{L} = I.\vec{\omega} = const.$$

Đối với con quay, mômen quán tính

I = const, nên vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ = const và trục quay CC' chứa vectơ $\vec{\omega}$ sẽ có phương không đổi. Như vậy, *trục tự do của con quay sẽ giữ nguyên phương của nó trong không gian chừng nào chưa có ngoại lực tác dụng làm thay đổi phương của trục đó.*

Tính chất này của con quay có trục tự do được ứng dụng làm la bàn để xác định phương hướng chuyển động trong các tàu biển, các con tàu vũ trụ… Nếu lúc đầu cho con quay quay nhanh và đặt trục của nó theo hướng bắc-nam chẳng hạn thì trục của con quay sẽ giữ nguyên hướng này trong suốt quá trình con tàu chuyển động.

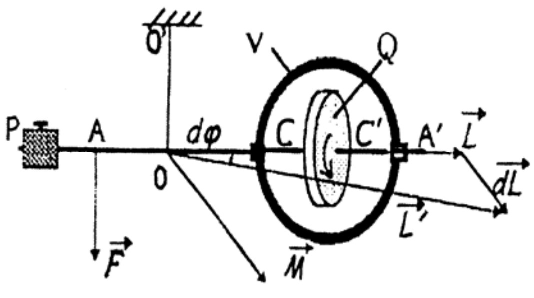
b. Con quay có trục tựa trên một điểm cố định

Con quay Q có trục tựa trên một điểm cố định được lược tả trên hình (4-12). Con quay có thể quay nhanh với vận tốc góc $\vec{\omega}$ khá lớn quanh trục CC' của nó và có mômen quán tính khá lớn. Trục CC' tựa trên vành tròn V gắn với một thanh cứng AA' cùng phương với trục CC' (hình 4-12). Điểm cố định O của thanh AA' được treo vào giá đỡ tại điểm O'.

Lúc đầu người ta điều chỉnh đối trọng P để sao cho trục CC' nằm ngang. Vì *I* và $\vec{\omega}$ của con quay khá lớn nên mômen động lượng $\vec{L} = I.\vec{\omega}$ của con quay rất lớn và hướng dọc trục CC' theo phương ngang. Sau đó, tác dụng vào điểm A của thanh cứng AA' một lực $\vec{F}$ vuông góc với trục CC' và hướng thẳng đứng xuống dưới. Với những điều kiện đó, mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O là vectơ $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. Vectơ $\vec{M}$ vuông góc với mặt phẳng thẳng đứng chứa $\vec{F}$ và $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$, tức là $\vec{M}$ vuông góc với trục CC', nằm trong mặt phẳng ngang, chứa trục CC' và vectơ $\vec{M}$. Dưới tác dụng của mômen lực $\vec{M}$, theo (4-28), vectơ mômen động lượng biến thiên một lượng $d\vec{L} = \vec{M}dt$ và trở thành vectơ $\vec{L}' = \vec{L} + d\vec{L}$. Vì vectơ $d\vec{L}$ cùng phương với vectơ $\vec{M}$ nên $d\vec{L}$ cũng nằm trong cùng mặt phẳng ngang và vuông góc với trục CC'.

Như vậy, lúc đầu trục CC' nằm theo phương của $\vec{L}$, nhưng sau khoảng thời gian *dt* đầu C' của nó dịch chuyển trong mặt phẳng ngang song song với vectơ $d\vec{L}$ để trục CC' tới trùng với vectơ $\vec{L}'$.

Kết quả là, khi con quay đang quay nhanh thì trục quay của nó không dịch chuyển theo phương tác dụng của lực $\vec{F}$ mà dịch chuyển trong mặt phẳng vuông góc với lực $\vec{F}$. Tính chất này gọi là *hiệu ứng hồi chuyển (hay hiệu ứng con quay).* Chuyển động của trục con quay trong mặt phẳng vuông góc với phương tác dụng của lực $\vec{F}$ được gọi là *chuyển động tuế sai.*



Hình 4-12
Con quay có trục tựa trên điểm cố định

Nếu lúc đầu trục quay CC' của con quay nghiêng một góc θ so với phương ngang, thì chuyển động tuế sai của trục CC' sẽ vạch ra một mặt nón có đỉnh ở O, trục OO'.

Con quay và hiệu ứng hồi chuyển được ứng dụng trên các tàu biển để biến chuyển động lắc ngang của thân tàu (khi bị sóng và gió va đập mạnh vào sườn tàu) thành chuyển động dập dềnh dọc theo thân tàu, giữ cho thân tàu không bị lật nghiêng. Vận dụng hiệu ứng con quay và chuyển động tuế sai, người ta tạo ra trong nòng súng trường các rãnh xoắn (khương tuyến) để tạo ra chuyển động quay quanh trục của viên đạn. Vì thế, khi có gió cản, do hiệu ứng hồi chuyển, đầu đạn không bị hất ngược lên mà vẫn bay tới trúng đích.

Người ta còn ứng dụng con quay và hiệu ứng con quay vào việc định hướng mìn, thuỷ lôi..và giải thích các hiện tượng thực tế khác (như giải thích chuyển động của con cù...).

§5. CÔNG CỦA LỰC VÀ ĐỘNG NĂNG CỦA VẬT RẮN QUAY

1. Công và công suất của lực trong chuyển động quay của vật rắn

Nếu vật rắn quay xung quanh trục cố định Δ, lực tiếp tuyến $\vec{F_t}$ nằm trong mặt phẳng quỹ đạo làm cho vật rắn quay (xem hình 4-13) thì khi đó, công vi phân của lực tiếp tuyến $\vec{F_t}$ là: $dA = F_t.ds$.

Mặt khác $ds = r.d\theta$, với $d\theta$ là góc quay ứng với chuyển dời ds. Vậy

$$dA = r.F_t.d\theta.$$

Với chú ý $M = r.F_t$ là mômen của lực F_t đối với trục quay Δ (hai vectơ $\vec{r}$, $\vec{F_t}$ vuông góc nhau) ta có thể viết: $dA=M.d\theta$ (4-32)

Ta suy ra công của mômen lực thực hiện được khi làm cho vật quay từ góc θ_1 đến θ_2 là:

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} Md\theta$$

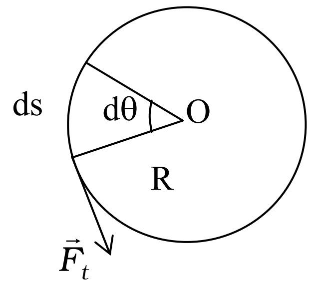
Công suất của mômen lực là:

$$P = \frac{dA}{dt} = M\frac{d\theta}{dt} = M\omega$$

Vì hai vectơ $\vec{M}$ và $\vec{\omega}$ cùng chiều nên có thể viết:

$$p = \vec{M}.\vec{\omega} \qquad (4\text{-}33)$$

Công thức (4-33) có dạng tương tự như công thức (3-7) đối với chuyển động của chất điểm.



Hình 4-13. Minh hoạ tính công của mômen lực

2. Động năng của vật rắn quay

Giả sử dưới tác dụng của lực tiếp tuyến $\vec{F_t}$ điểm đặt lực lên vật rắn quay được một cung ds. Theo (4-32), công nguyên tố trên ds là: $dA=M.d\theta$.

Ta đã có phương trình động lực học của vật rắn quay và định nghĩa vận tốc góc và gia tốc góc: $M = I\beta,\quad \omega = \dfrac{d\theta}{dt},\ \beta = \dfrac{d\omega}{dt};$

do đó ta có thể viết lại (4-32) như sau:

$$dA = I\beta.d\theta \quad = I.\frac{d\omega}{dt}d\theta \quad = Id\omega.\frac{d\theta}{dt} = I\omega d\omega$$

Khi $I = const$, ta có thể viết lại: $dA = d(\frac{I\omega^2}{2})$.

Công toàn phần của mômen ngoại lực tác dụng làm cho vật rắn quay từ lúc có vận tốc góc ω_1 đến lúc có vận tốc góc ω_2 bằng:

$$A = \int_0^A dA = \int_{\omega_1}^{\omega_2} d(\frac{I\omega^2}{2}) = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2} \qquad (4\text{-}34)$$

Từ đó suy ra biểu thức động năng của vật rắn quay ở thời điểm có vận tốc góc ω là: $W_{đq} = \frac{I\omega^2}{2}$ (4-35)

Nếu vật rắn vừa quay vừa tịnh tiến, động năng toàn phần của vật rắn bằng tổng động năng quay và động năng tịnh tiến:

$$W_đ = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (4\text{-}36)$$

Đặc biệt nếu vật rắn tròn xoay lăn không trượt trên mặt phẳng thì vận tốc tịnh tiến v và vận tốc góc quay ω liên hệ với nhau theo công thức: $v = \omega R$, trong đó R là bán kính tiết diện của vật rắn.

CHƯƠNG V: CÁC ĐỊNH LUẬT THỰC NGHIỆM VỀ CHẤT KHÍ

BÀI MỞ ĐẦU

Nhiệt học nghiên cứu các hiện tượng liên quan đến những quá trình xảy ra bên trong vật như vật nóng chảy, vật bay hơi,vật nóng lên khi ma sát… những hiện tượng này liên quan đến một dạng chuyển động khác của vật chất đó là chuyển động nhiệt. Chuyển động nhiệt là đối tượng nghiên cứu của nhiệt học.

Để nghiên cứu chuyển động nhiệt người ta dùng hai phương pháp:

1. Phương pháp thống kê (ứng dụng trong vật lý phân tử)

Dựa vào cấu tạo phân tử của các chất và sự chuyển động hỗn loạn của chúng; Người ta sử dụng các quy luật của xác suất thống kê để tính giá trị trung bình của các đại lượng trên cơ sở nghiên cứu các quá trình xảy ra cho từng phân tử. Phương pháp này cho ta biết một cách sâu sắc bản chất của hiện tượng .

Tuy nhiên trong một số trường hợp việc ứng dụng phương pháp này tương đối phức tạp.

2. Phương pháp nhiệt động (ứng dụng trong phần nhiệt động lực học)

Nghiên cứu quá trình trao đổi và biến hoá năng lượng dựa trên hai nguyên lý cơ bản được rút ra từ thực nghiệm gọi là nguyên lý thứ nhất và nguyên lý thứ hai nhiệt động học. Phương pháp nhiệt động học không giải thích được sâu sắc bản chất của hiện tượng nhưng nó lại có phạm vi ứng dụng sâu rộng hơn và đơn giản hơn phương pháp thống kê .

§1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1. Áp suất

Áp suất là một đại lượng vật lý có giá trị bằng lực nén vuông góc lên một đơn vị diện tích.

Gọi F là lực nén lên diện tích ΔS thì áp suất là:

$$P = \frac{F}{\Delta S}$$

Trong hệ SI đơn vị áp suất là *N/m²* hay *pascal* (Pa). Người ta còn dùng các đơn vị: Atmophe kỹ thuật, Milimet thuỷ ngân (còn gọi là *tor*)

1 at = 736 milimet thuỷ ngân = $9{,}81 \cdot 10^4$ N/m^2= 736Pa

2. Nhiệt độ

Nhiệt độ là đại lượng vật lý đặc trưng cho mức độ chuyển động hỗn loạn phân tử của các vật. Nhiệt độ liên quan đến năng lượng chuyển động nhiệt của các phân tử. Tuy nhiên không thể dùng năng lượng để đo nhiệt độ vì không thể đo trực tiếp năng lượng chuyển động nhiệt, hơn nữa năng lượng này lại rất nhỏ. Do dó người ta đo nhiệt độ bằng đơn vị là độ.

3. Nhiệt giai

Tuỳ theo cách chia độ người ta sử dụng các nhiệt giai khác nhau.

a. Nhiệt giai Celsius (nhiệt giai bách phân)

Ký hiệu: ^{O}C.

Người ta chọn điểm tan của nước đá và điểm sôi của nước tinh khiết ở 1at là $0\,^{0}$C và $100\,^{O}$C rồi chia 100 phần bằng nhau, mỗi phần là 1^{O}C.

b. Nhiệt giai Fahrenheit

Ký hiệu: ^{O}F.

Người ta chọn điểm tan của nước đá và điểm sôi của nước tinh khiết ở 1 at là 32^{o}F và $212\,^{O}$F rồi chia 180 phần bằng nhau, mỗi phần là $1\,^{O}$F.

Hệ thức liên hệ giữa nhiệt giai Celsius và nhiệt giai Fahrenheit

$$\frac{t^{O}C}{100} = \frac{t^{O}F - 32}{180} \Rightarrow t^{O}C = \frac{5}{9}(t^{O}F - 32)$$

c. Nhiệt giai Kelvin (nhiệt giai tuyệt đối), ký hiệu là K

Gọi T là nhiệt độ tuyệt đối, thì nó liên hệ với độ bách phân t:

$$T = t^{O}C + 273,15$$

Khi không cần chính xác cao và để tính toán đơn giản ta lấy: $T = t^{O}C + 273$.

§2. CÁC ĐỊNH LUẬT THỰC NGHIỆM KHÍ LÝ TƯỞNG

1. Khí lý tưởng

Khí lý tưởng là chất khí có đặc điểm sau:

- Khối khí gồm vô số các phân tử khí. Các phân tử có kích thước rất nhỏ so với khoảng cách giũa chúng .
- Các phân tử khí chuyển động hỗn loạn không ngừng, chúng tương tác với nhau và va chạm vào thành bình.
- Sự tương tác hay va chạm cuả chúng là hoàn toàn đàn hồi.

2. Phương trình trạng thái khí lý tưởng

Trạng thái của một khối khí lý tưởng được mô tả bởi các thông số: nhiệt độ T, áp suất P và thể tích V.

Merdeleev-Clapeyron đã tìm ra phương trình

$$PV=RT$$

P,V,T là áp suất, thể tích và nhiệt độ của 1 *Kilomol* khí ở một trạng thái bất kỳ.

R là hằng số, gọi là hằng số khí lý tưởng R= $8{,}31\left(\frac{J}{mol.K}\right)$

Đối với khối khí có khối lượng m, thể tích v thì

$$V=\frac{\mu}{m}v \qquad (\mu \text{ là khối lượng phân tử})$$

Suy ra $$Pv=\frac{m}{\mu}RT$$

Đối với khối khí xác định (m= const) thì:

$$\frac{PV}{T}=\text{const} \;\; \text{hay} \;\; \frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$$

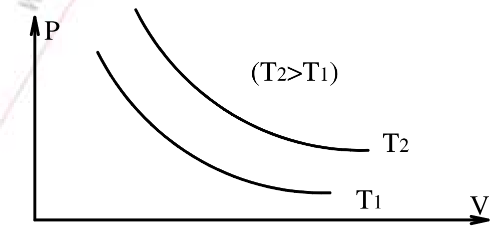
3. Định luật Boyle-Mariotte

Ở nhiệt độ nhất định, áp suất và thể tích một khối khí xác định tỷ lệ nghịch với nhau.

Thật vậy, khi T= const

PV = const hay $P_1V_1=P_2V_2$

Đường biểu diễn áp suất biến thiên theo thể tích V khi nhiệt độ không đổi gọi là ***đường đẳng nhiệt***, đó là đường Hyperbol.



Hình 5-1. Đường đăng nhiệt

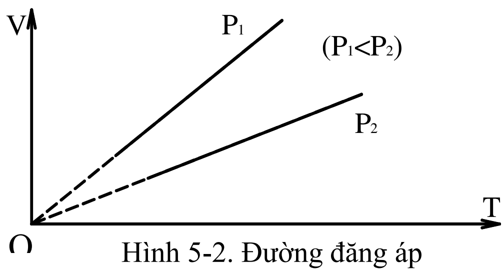
4. Định luật Gay-Lussac

Ở áp suất nhất định, thể tích của một khối khí xác định tỷ lệ với nhiệt độ tuyệt đối của nó.

Thật vậy, khi P= const

$$\frac{V}{T}=\text{const} \;\; \text{hay} \;\; \frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$$

Đường biểu diễn thể tích V biến thiên theo nhiệt độ T khi áp suất không đổi gọi là ***đường đẳng áp***, đó là đường thẳng.



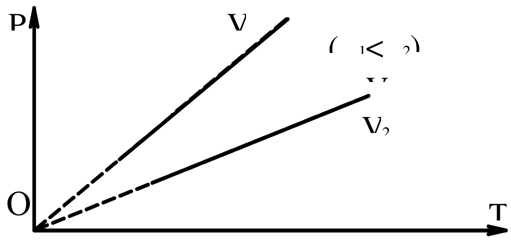
Hình 5-2. Đường đăng áp

5. Định luật Charles

Ở thể tích nhất định, áp suất của một khối khí xác định tỷ lệ thuận với nhiệt độ tuyệt đối của nó.

Thật vậy, khi V= const

$$\frac{P}{V}=\text{const} \;\; \text{hay} \;\; \frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}$$



H ình 5-3.

Đường biểu diễn áp suất P là đường biến thiên theo nhiệt độ T khi thể tích không đổi gọi là đường đẳng tích, đó là đường thẳng.

Các phương trình trên có thể viết:

$$\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0} \quad ; \quad \frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

Trong đó T_0 là nhiệt độ xác định, P_0, V_0 là áp suất và thể tích của khối khí ở nhiệt độ T_0.

Thông thường ta chọn $T_0 = 273K = \frac{1}{a}$

Khi đó ta có $P = P_0 aT$

$V = V_0 aT$

a:gọi là hệ số dãn nở nhiệt của chất khí.

CHƯƠNG VI: CÁC NGUYÊN LÝ CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

Nhiệt động lực học nghiên cứu các điều kiện và quan hệ biến đổi định lượng của năng lượng từ dạng này sang dạng khác.

§1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1. Năng lượng của chuyển động nhiệt: là năng lượng do chuyển động hỗn loạn của các phân tử tạo nên và đó chính là động năng của các phân tử. Năng lượng này phụ thuộc vào nhiệt độ của các phân tử vật chất và được gọi là nhiệt năng.

Đối với các phân tử chất khí có một nguyên tử, động năng trung bình của chúng là:

$$\overline{W_d} = \frac{3}{2}KT$$

với $$K = \frac{R}{N_A} = 1{,}38.10^{-23}\ \text{J/K}$$

Người ta chứng minh rằng biểu thức động năng trung bình của phân tử trong trường hợp tổng quát có dạng:

$$\bar{W}_d = \frac{i}{2}KT$$

trong đó, i được gọi là số bậc tự do của phân tử, là đại lượng có liên quan đến cấu tạo phân tử, với phân tử một nguyên tử: i=3, vói phân tử hai nguyên tử: i=5, phân tử có ba nguyên tử trở lên: i=6.

Năng lượng chuyển động của một mol khí

$$W = N_A.\mathrm{W_d} = \frac{i}{2}N_A KT = \frac{i}{2}RT$$

Năng lượng chuyển động của một mol khí có khối lượng m

$$W = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT$$

2. Nội năng

Năng lượng của hệ gồm động năng ứng với chuyển động có hướng của cả hệ, thế năng của cả hệ và phần năng lượng ứng với chuyển động bên trong của hệ tức là nội năng của hệ: $W = W_đ + W_t + U$

Đối với khối khí lý tưởng nội năng là tổng năng lượng chuyển động nhiệt của các phân tử cấu tạo nên hệ.

Trong nhiệt động học ta giả thiết rằng chuyển động có hướng của hệ không đáng kể và hệ không đặt trong một trường lực nào, do đó năng lượng của hệ đúng bằng nội năng của hệ.

3. Công và nhiệt

Khi các hệ khác nhau tương tác với nhau thì chúng trao đổi với nhau một năng lượng nào đó, phần năng lượng trao đổi đó được thể hiện dưới hai dạng: công và nhiệt.

Thí dụ: khí dãn nở trong xylanh làm pittông chuyển động. Như vậy khí đã truyền năng lượng cho pittông dưới dạng công. Nhưng đồng thời nó cũng làm nóng pittông, phần năng lượng truyền cho pittông làm pittông nóng lên được gọi là nhiệt.

Quy ước dấu của công (A)và nhiệt (Q)

$A>0$; $Q>0$: khi hệ nhận chúng từ bên ngoài.

$A<0$; $Q<0$: khi hệ cung cấp chúng ra ngoài.

Xét một khối khí trong xylanh. Khi áp suất khí đẩy pit-tông chuyển động một đoạn dx thì khối khí sinh một công

$$dA = Fdx = PSdx = PdV$$

với dV là độ biến thiên thể tích của khí.

Khi khối dãn nở $dV>0$, theo quy ước dấu: khi sinh công $A<0$, nên $dA=-PdV$.

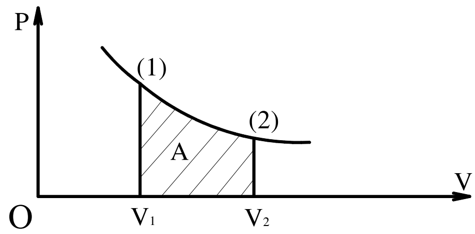
Trường hợp khí bị nén $dV<0$, khối khí nhận công, $A>0$, nên $dA= -PdV$.

Vậy công của khí trong toàn bộ quá trình biến đổi từ trạng thái (1) đến trạng thái (2) là:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} -pdV$$

Nếu quá trình là đẳng áp, ta có

$$A = -P\int_{(1)}^{(2)} dV = P(V_1 - V_2)$$



Hình 6-1

V_1,V_2 là thể tích khí ở trạng thái đầu và cuối.

Trên đồ thị, ta thấy độ lớn của công này bằng trị số diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường đẳng nhiệt và trục hoành ứng với quá trình biến đổi từ trạng thái (1) đến trạng thái (2).

§2. NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG HỌC

1. Nội dung

Độ biến thiên nội năng của hệ trong một quá trình biến đổi bất kỳ luôn luôn bằng tổng công và nhiệt mà hệ đã trao đổi với bên ngoài trong quá trình đó

$$\Delta U = A + Q$$

Các đại lượng ΔU,A,Q có thể dương hay âm.

- Nếu A>0, Q>0 thì $\Delta U>0$ nghĩa là hệ thực sự nhận công và nhiệt từ bên ngoài thì nội năng của hệ tăng
- Nếu A<0, Q<0 thì $\Delta U<0$ nghĩa là hệ thực sự sinh công và toả nhiệt ra bên ngoài thì nội năng của hệ giảm.

2. Hệ quả

a. Đối với hệ cô lập, tức là không trao đổi công và nhiệt với bên ngoài:

$$A=0;\ Q=0,\quad \text{khi đó } \Delta U=0 \quad \text{hay} \quad U=\text{const.}$$

Vậy nội năng của hệ cô lập được bảo toàn.

Nếu hệ cô lập gồm hai vật chỉ trao đổi nhiệt với nhau và giả sử Q_1,Q_2 là nhiệt lượng mà chúng nhận được thì:

$$Q = Q_1+Q_2= 0$$

$$\Rightarrow \quad Q_1 = -Q_2$$

Vậy trong hệ cô lập gồm hai vật chỉ trao đổi nhiệt thì nhiệt lượng do vật này toả ra bằng nhiệt lượng do vật kia thu vào.

b. Trường hợp hệ là một máy làm việc tuần hoàn, nghĩa là nó biến đổi theo một quá trình kín hay chu trình. Sau một dãy các biến đổi hệ trở về trạng thái ban đầu. Như vậy sau một chu trình: $\Delta U=0$.

$$\text{Từ} \quad \Delta U= A+Q \;\Rightarrow\; A=- Q$$

nếu A>0 thì Q<0 và ngược lại A<0 thì Q>0 về giá trị $|A| = |Q|$.

Vậy trong một chu trình, công mà hệ nhận được có giá trị bằng nhiệt do hệ toả ra bên ngoài hay công do hệ sinh ra có giá trị bằng nhiệt mà hệ nhận vào từ bên ngoài.

c. Ý nghĩa

Từ hệ quả thứ hai của nguyên lý ta thấy không thể có một máy nào làm việc tuần hoàn sinh công mà lại không nhận thêm năng lượng từ bên ngoài hoặc sinh công lớn hơn năng lượng truyền cho nó. Những máy này gọi là động cơ vĩnh cửu loại một.

Vậy *không thể nào chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại một.*

§3. NGUYÊN LÝ THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG HỌC

1. Những hạn chế của nguyên lý thứ nhất

Các hiện tượng xảy ra trong tự nhiên đều tuân theo nguyên lý thứ nhất. Tuy nhiên có một số hiện tượng về mặt lý thuyết có vẻ thoả mãn nguyên lý một nhưng lại không xảy ra trong thực tế.

Ví dụ 1. Trong một hệ, xảy ra quá trình truyền nhiệt từ vật nóng sang vật lạnh hoặc từ vật lạnh sang vật nóng; Nguyên lý thứ nhất không bị vi phạm nhưng thực tế quá trình truyền nhiệt từ vật lạnh sang vật nóng không thể tự động xảy ra.

Ví dụ 2. Một hòn đá khối lượng m được nâng lên độ cao h thì thế năng là *mgh*, thế năng này giảm dần khi rơi xuống, còn động năng thì tăng dần. Khi hòn đá chạm đất, động năng của nó có giá trị *mgh*. Sau va chạm động năng này biến đi nhưng làm đất nóng lên. Hiện tượng xảy ra đúng theo nguyên lý một . Nếu ta hình dung ngược lại: hòn đá đang nằm yên trên mặt đất, tự thu lấy một nhiệt lượng đúng bằng nhiệt lượng nói trên để đưa nó lên độ cao h. Trong quá trình này nguyên lý một không bị vi phạm. Tuy nhiên trong thực tế không xảy ra. Như vậy nguyên lý một không cho ta biết chiều diễn biến của một quá trình thực tế xảy ra.

Nguyên lý một nêu lên sự khác nhau trong quá trình chuyển hoá giữa công và nhiệt. Theo nguyên lý một công và nhiệt tương đương nhau và có thể chuyển hoá lẫn nhau nhưng thực tế công có thể biến hoàn toàn thành nhiệt nhưng ngược lại nhiệt chỉ có thể biến một phần thành công.

Nguyên lý một cũng không đề cập đến vấn đề hiệu suất truyền nhiệt. Trong thực tế quá trình truyền nhiệt từ môi trường có nhiệt độ cao sang môi trường có nhiệt độ thấp có hiệu suất cao hơn hiệu suất của quá trình ngược lại.

Nguyên lý hai sẽ bổ sung và khắc phục những hạn chế trên.

2. Nội dung nguyên lý hai

- Phát biểu của Clausius: Nhiệt không thể tự động truyền từ vật lạnh sang vật nóng hơn.
- Phát biểu của Thomson và Carnot: không thể chế tạo được động cơ nhiệt hoạt động tuần hoàn, liên tục biến nhiệt thành công mà môi trường xung quanh không chịu sự biến đổi nào.

3. Quá trình thuận nghịch và quá trình bất thuận nghịch

Một quá trình biến đổi của hệ nhiệt động từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) được gọi là thuận nghịch nếu nó có thể tiến hành theo chiều ngược lại và ở lượt về hệ đi qua mọi trạng thái trung gian như ở lượt đi. Quá trình ngược lại là quá trình bất thuận nghịch.

Đối với quá trình thuận nghịch, nếu ở lượt đi hệ nhận công A thì ở lượt về hệ trả đúng công A cho môi trường.

Như vậy $A=0$, $\Delta U=0$, $Q=0$.

Vậy: Đối với quá trình thuận nghịch, sau khi thực hiện quá trình thuận và quá trình nghịch môi trường không bị thay đổi.

Quá trình thuận nghịch là quá trình lý tưởng (thực tế không xảy ra).

4. Hiệu suất cuả động cơ nhiệt. Định lý Carnot

Động cơ nhiệt là máy biến nhiệt thành công, gồm hai nguồn nhiệt (nguồn nóng T_1 và nguồn lạnh $T_2<T_1$) và một môi trường nhiệt động làm nhiệm vụ biến nhiệt thành công gọi là tác nhân (chất môi). Khi động cơ hoạt động, nguồn nóng T_1 truyền cho chất môi nhiệt lượng Q_1. Chất môi sẽ giãn nở và sinh công A rồi trả cho nguồn lạnh nhiệt lượng Q_2. Hiệu suất của động cơ nhiệt là:

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \qquad \text{hay } \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

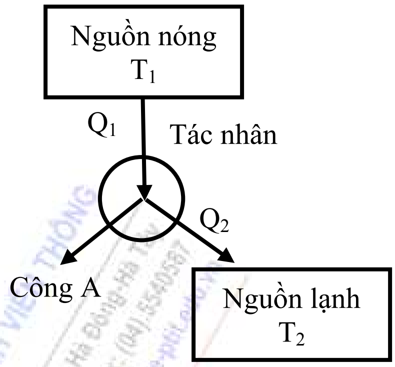
Động cơ nhiệt hoạt động tuần hoàn theo các chu trình. Chu trình thuận nghịch có lợi nhất là chu trình Carnot gồm hai quá trình đẳng nhiệt và quá trình đoạn nhiệt:

1. Quá trình biến đổi đẳng nhiệt: hệ nhận nhiệt Q_1 của nguồn nóng T_1 để giãn khí từ trạng thái (1) đến trạng thái (2) đồng thời cung cấp công A_1 cho môi trường.

2. Quá trình giãn khí đoạn nhiệt: Hệ tiếp tục biến đổi đoạn nhiệt từ trạng thái có nhiệt độ T_1 sang T_2 và cung cấp công A_2 cho môi trường ngoài.

3. Quá trình nén khí đẳng nhiệt: Hệ nhận công A_3 nén khí từ trạng thái (3) về trạng thái (4) và trả nhiệt Q_2 cho nguồn lạnh T_2.

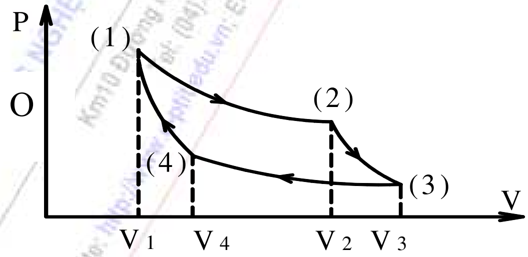
4. Quá trình nén khí đoạn nhiệt: hệ tiếp tục nhận công A_4 nén khí từ trạng thái (4) về (1).



Hình 6-2

Với chu trình Carnot người ta chứng minh được: $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{V_3}{V_4}$

Định lý Carnot



Hình 6-3

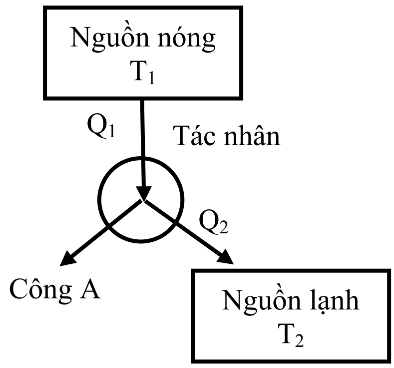
Hiệu suất của các động cơ nhiệt chạy theo chu trình không thuận nghịch thì luôn luôn nhỏ hơn hiệu suất của động cơ nhiệt chạy theo chu trình thuận nghịch.

Hiệu suất động cơ nhiệt không phụ thuộc vào tác nhân, chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của các nguồn nhiệt theo biểu thức:

5. Hiệu suất máy làm lạnh

Máy làm lạnh là máy biến công thành nhiệt.

Đầu tiên tác nhân nhận một công A của môi trường ngoài để lấy đi một lượng nhiệt Q_2 từ nguồn lạnh, sau đó toả lượng nhiệt Q_1 cho nguồn nóng.



Hình 6-4

Hiệu suất làm lạnh:

$$\eta = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_1 - A}{A} = \frac{Q_1}{A} - 1$$

Động cơ nhiệt tuân theo chu trình carnot thuận, thì máy lạnh cũng tuân theo chu trình ấy. Chu trình Carnot thuận nghịch cũng gồm 4 giai đoạn:

1. Hệ nhận công A_1 để nén khí đoạn nhiệt từ trạng thái (1) sang (2)

2. Hệ tiếp tục nhận công A_2 để nén khí đẳng nhiệt từ trạng thái (2) sang trạng thái (3) đồng thời trả nhiệt Q_1 cho nguồn nóng

3. Giãn khí đoạn nhiệt từ trạng thái (3) sang trạng thái (4).

4. Giãn khí đẳng nhiệt từ trạng thái (4) sang trạng thái (1)

Đối với máy lạnh chạy theo chu trình Carnot hiệu suất của máy lạnh không phụ thuộc vào tác nhân mà chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ nguồn nóng T_1 và nguồn lạnh T_2.

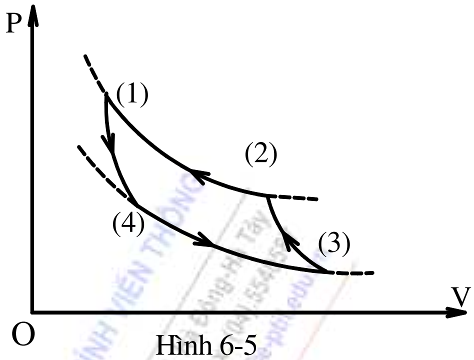
6. Biểu thức định lượng của nguyên lý hai

Hiệu suất của động cơ nhiệt

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$$

hay $$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$



Hình 6-5

Gọi $\frac{Q}{T}$ là nhiệt lượng rút gọn, ta có: $\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0$

Đối với động cơ bất thuận nghịch thì hiệu suất luôn nhỏ hơn động cơ thuận nghịch, tức là:

$$1 + \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Q_2}{Q_1} < -\frac{T_2}{T_1} \quad \text{hay} \quad \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0 \quad \text{hay} \quad \sum \frac{Q_i}{T_i} < 0.$$

Đối với một chu trình bất kỳ ta có thể coi hệ tiếp xúc với vô số nguồn nhiệt có nhiệt độ T biến thiên liên tục. Mỗi quá trình tiếp xúc với một nguồn nhiệt là một quá trình vi phân, hệ nhận nhiệt δQ ta có:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \le 0$$

Đây là bất đẳng thức Clausius là biểu thức định lượng của nguyên lý hai, trong đó dấu " = "ứng với chu trình thuận nghịch.

CHƯƠNG VII: TRƯỜNG TĨNH ĐIỆN

Ở các chương trước ta đã khảo sát hai dạng vận động của vật chất là vận động cơ học và vận động nhiệt. Trong chương này và các chương tiếp theo ta sẽ nghiên cứu một dạng vận động khác của vật chất: vận động điện từ.

Các điện tích đứng yên tạo ra xung quanh chúng một môi trường vật chất đặc biệt, được gọi là ***trường tĩnh điện***. Mục đích của chúng ta là khảo sát tương tác tĩnh điện giữa các điện tích; Xây dựng các khái niệm cơ bản của trường tĩnh điện như điện trường, điện thế, hiệu điện thế; Chứng minh trường tĩnh điện là trường lực thế.

Yêu cầu đối với người học là phải nắm vững định nghĩa và hiểu được ý nghĩa vật lý cùng đơn vị đo của các đại lượng: véctơ cường độ điện trường, điện thế, hiệu điện thế, điện thông; hiểu và vận dụng được định luật Coulomb, định lý Ôxtrôgratxki – Gauss, nguyên lý chồng chất điện trường để giải các bài toán tĩnh điện; hiểu định nghĩa và tính chất của lưỡng cực điện; nhớ và vận dụng được biểu thức mô tả mối quan hệ giữa véctơ cường độ điện trường và điện thế.

§1. TƯƠNG TÁC ĐIỆN - ĐỊNH LUẬT COULOMB

1. Tương tác điện

Trong quá trình hình thành, tồn tại và phát triển con người đã tìm hiểu tự nhiên, chinh phục và cải tạo nó. Các hiện tượng tự nhiên như sự nhiễm điện do ma sát của một số vật đã được con người phát hiện từ xa xưa và quan tâm nghiên cứu chúng. Khi các vật nhiễm điện thì chúng mang điện dương hoặc âm và ta bảo rằng chúng chứa các điện tích. Thực nghiệm xác nhận rằng giữa các điện tích có tồn tại tương tác, được gọi là *tương tác điện*.

2. Thuyết điện tử - Định luật bảo toàn điện tích

Điện tích là một thuộc tính của vật chất. Điện tích trên một vật bất kỳ có cấu tạo gián đoạn, độ lớn của nó luôn bằng một số nguyên lần điện tích nguyên tố. Điện tích nguyên tố là điện tích nhỏ nhất trong tự nhiên. Điện tích nguyên tố âm là điện tích của electron (điện tử) có giá trị bằng $-e = -1{,}6.10^{-19}$C, khối lượng của electron bằng $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg.

Bình thường nguyên tử là trung hoà về điện vì điện tích dương của hạt nhân và điện tích âm của các electron luôn cân bằng nhau về độ lớn. Khi nguyên tử mất đi một hoặc nhiều electron thì nó trở thành ion mang điện dương (gọi ngắn gọn là ion dương), còn khi nguyên tử nhận thêm một hay nhiều electron thì sẽ biến thành ion âm.

Thuyết dựa vào sự chuyển dời của electron để giải thích các hiện tượng điện được gọi là *thuyết điện tử*. Theo thuyết này, quá trình nhiễm điện của thanh thủy tinh khi xát vào lụa chính là quá trình electron chuyển dời từ thủy tinh sang lụa: thủy tinh mất electron, do đó mang điện dương; ngược lại lụa nhận thêm electron từ thủy tinh chuyển sang nên lụa mang điện âm, độ lớn của điện tích trên hai vật luôn bằng nhau nếu trước đó cả hai vật đều chưa mang điện.

Đơn vị đo điện tích là Coulomb, kí hiệu là C. Trị tuyệt đối của điện tích được gọi là điện lượng.

Từ nhận xét trên đây và các sự kiện thực nghiệm khác, định luật bảo toàn điện tích đã được phát hiện và được phát biểu như sau: *"Các điện tích không tự sinh ra mà cũng không tự mất đi, chúng chỉ có thể truyền từ vật này sang vật khác hoặc dịch chuyển bên trong một vật mà thôi"*. Nói một cách khác: "Tổng đại số các điện tích trong một hệ cô lập là không đổi".

3. Định luật Coulomb

Khi khảo sát tương tác giữa các điện tích có kích thước nhỏ không đáng kể so với khoảng cách giữa chúng (được gọi là các điện tích điểm), bằng thực nghiệm nhà vật lý Coulomb đã thiết lập nên định luật mang tên ông vào năm 1785. Định luật đó được phát biểu như sau:

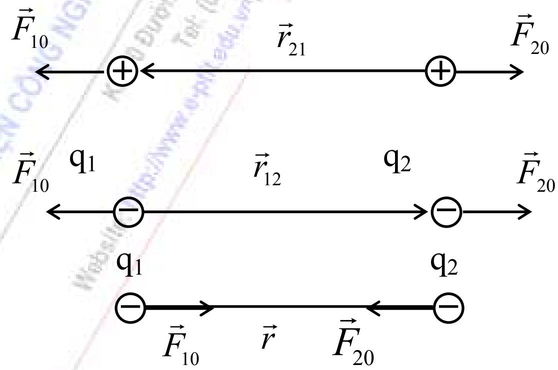
"*Lực tương tác giữa hai điện tích điểm đứng yên trong chân không có phương nằm trên đường thẳng nối hai điện tích, có chiều đẩy nhau nếu hai điện tích cùng dấu và hút nhau nếu hai điện tích trái dấu, có độ lớn tỉ lệ thuận với tích độ lớn của hai điện tích và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng*".

$$F_0 = \frac{|q_1|.|q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = k\,\frac{|q_1|.|q_2|}{r^2} \qquad (7\text{-}1)$$

Trong đó: hằng số điện

$\varepsilon_0 = 8{,}86.10^{-12} C^2/Nm^2$ (hay F/m).

hệ số tỉ lệ $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9.10^9\ Nm^2/C^2$.



Hình 7-1. Lực tương tác giữa các điện tích điểm

Để biểu diễn định luật này dưới dạng véctơ, ta qui ước gọi véctơ khoảng cách giữa hai điện tích là $\vec{r}$ có phương nằm trên đường thẳng nối hai điện tích đó, có chiều hướng về điện tích mà ta muốn xác định lực tác dụng lên điện tích ấy và có độ lớn bằng khoảng cách giữa hai điện tích điểm. Khi đó lực tương tác giữa hai điện tích q_1, q_2 được biểu diễn trên hình 7.1 và công thức véctơ sau đây:

$$\vec{F}_0 = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r} \qquad (7\text{-}2)$$

Nếu hai điện tích điểm q_1, q_2 được đặt trong một môi trường bất kỳ thì lực tương tác giữa chúng giảm đi ε lần so với lực tương tác giữa chúng trong chân không:

$$\vec{F} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^3}\vec{r} \qquad (7\text{-}3)$$

trong đó ε là một đại lượng không thứ nguyên đặc trong cho tính chất điện của môi trường và được gọi là độ thẩm điện môi tỉ đối (hay hằng số điện môi) của môi trường. Trị số ε của các môi trường được cho trong các số tra cứu về điện (đối với chân không ε = 1, còn đối với không khí ε ≈ 1).

4. Nguyên lý chồng chất các lực điện

Xét một hệ điện tích điểm q_1, q_2, ... q_n được phân bố rời rạc trong không gian và một điện tích điểm q_0 đặt trong không gian đó. Gọi $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, ..., $\vec{F_n}$ lần lượt là các lực tác dụng của q_1, q_2,.... q_n lên điện tích q_0 thì tổng hợp các lực tác dụng lên q_0 là:

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n} = \sum_{i=i}^{n} \vec{F_i} \qquad (7\text{-}4)$$

trong đó, các lực $\vec{F_i}$ được xác định theo (7-3).

Áp dụng nguyên lý trên ta có thể xác định lực tương tác tĩnh điện giữa hai vật mang điện bất kỳ bằng cách xem mỗi vật mang điện như một hệ vô số các điện tích điểm được phân bố rời rạc. Nếu điện tích được phân bố liên tục trong vật thì việc lấy tổng trong (7-4) được thay bằng phép tích phân theo toàn bộ vật. Với hai quả cầu mang điện đều hoặc hai mặt cầu tích điện đều, sau khi áp dụng nguyên lý trên, ta thấy rằng lực tương tác giữa chúng cũng được xác định bởi định luật Coulomb (7-3), song phải coi điện tích trên mỗi khối (mặt) cầu như một điện tích điểm tập trung ở tâm của nó.

<u>Bài toán 1</u>: Hai điện tích điểm dương có điện lượng $q_2 = 9q_1$ đặt cố định cách nhau một khoảng a trong môi trường bất kì. Hỏi phải đặt một điện tích điểm Q ở đâu, có dấu và độ lớn như thế nào để Q ở trạng thái cân bằng? Q phải mang dấu gì để trạng thái cân bằng là bền?

<u>Giải:</u> Lực do q_1 tác dụng lên Q là: $\vec{F_1} = k\frac{q_1Q}{\varepsilon r_1^3}\vec{r_1}$

Lực do q_2 tác dụng lên Q là: $\vec{F_2} = k\frac{q_2Q}{\varepsilon r_2^3}\vec{r_2}$

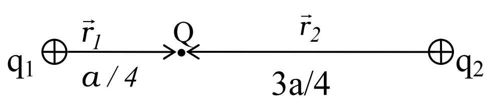
Hợp lực tác dụng lên Q là: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = k\frac{q_1Q}{\varepsilon r_1^3}\vec{r_1} + k\frac{q_2Q}{\varepsilon r_2^3}\vec{r_2}$

Điều kiện để Q đứng yên (cân bằng) là $\vec{F} = 0$ hay $\vec{F_1} + \vec{F_2} = 0$, tức là

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2} \quad \text{hay} \quad k\frac{q_1Q}{\varepsilon r_1^3}\vec{r_1} = -k\frac{q_2Q}{\varepsilon r_2^3}\vec{r_2}$$

Ta thấy vì q_1 và q_2 cùng dấu nên $\vec{r_1}$ và $\vec{r_2}$ phải ngược chiều nhau (với mọi Q), nghĩa là điện tích điểm Q phải đặt tại điểm M nằm trên đoạn thẳng nối q_1 và q_2 và nằm ở giữa hai điện tích ấy.

- Nếu Q > 0: nó cùng bị q_1, q_2 đẩy.
- Nếu Q < 0: nó cùng bị q_1, q_2 hút.



Hình 7-1'. Hình bài toán 1

Từ điều kiện cân bằng ta có:

$$k\frac{q_1Q}{\varepsilon r_1^2} = k\frac{q_2Q}{\varepsilon r_2^2}$$

Suy ra: $\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{q_2}{q_1} \rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} = \sqrt{9} = 3$

Từ $r_1 + r_2 = a$ và $\frac{r_2}{r_1} = 3$ dễ dàng tìm được $r_1 = \frac{a}{4}$ và $r_2 = \frac{3a}{4}$

<u>Kết luận</u>: Điện tích Q có thể dương, âm và có độ lớn tùy ý

- Nếu Q < 0: Khi lệch khỏi M, hợp lực kéo nó trở lại (trạng thái cân bằng bền).

- Nếu Q > 0: Khi lệch khỏi M, hợp lực đẩy nó đi tiếp (trạng thái cân bằng không bền).

<u>Nhận xét</u>:

+ Nếu $q_1 < 0$, $q_2 < 0$ muốn có trạng thái cân bằng bền thì Q phải là điện tích dương.

+ Nếu $q_1 = q_2$ thì $r_1 = r_2$.

§2. ĐIỆN TRƯỜNG

1. Khái niệm điện trường

Sở dĩ các điện tích tuy ở cách xa nhau, không tiếp xúc với nhau nhưng vẫn tương tác được với nhau là vì không gian xung quanh mỗi điện tích tồn tại một môi trường vật chất đặc biệt gọi là điện trường. Thể hiện sự tồn tại của điện trường là ở chỗ khi đặt bất kì một điện tích nào vào điện trường thì điện tích đó đều bị tác dụng của một lực điện. Điện trường là môi trường truyền tương tác điện từ điện tích này sang điện tích khác.

2. Véctơ cường độ điện trường

a. Định nghĩa

Tại một điểm M nào đó trong điện trường ta lần lượt đặt các điện tích q_1, q_2... q_n có giá trị đủ nhỏ (để không làm biến đổi đáng kể điện trường đó) rồi đo các lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, ...,$\vec{F_n}$ do điện trường tác dụng lần lượt lên chúng. Thực nghiệm cho thấy tỉ số giữa lực tác dụng lên mỗi điện tích và trị đại số của điện tích đó là một hằng số:

$$\frac{\vec{F_1}}{q_1} = \frac{\vec{F_2}}{q_2} = ... = \frac{\vec{F_n}}{q_n} = \overrightarrow{const}$$

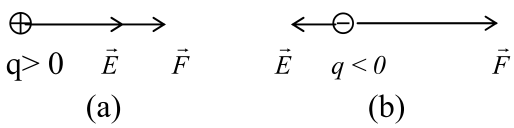
Véctơ hằng số này đặc trưng cho điện trường tại điểm M cả về độ lớn, phương và chiều; nó được gọi là véctơ cường độ điện trường tại điểm M, kí hiệu là $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad (7\text{-}5)$$

Từ biểu thức (7-5) ta thấy nếu chọn q = + 1 thì $\vec{E} = \vec{F}$. Vậy: "Véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm là đại lượng đặc trưng cho điện trường tại điểm đó về phương diện tác dụng lực, có trị véctơ bằng lực tác dụng của điện trường lên một đơn vị điện tích dương đặt tại điểm đó.

Trong hệ đơn vị SI, cường độ điện trường có đơn vị đo là *Vôn/mét: V/m.*

b. Lực điện trường tác dụng lên điện tích điểm



Hình 7-2

Lực điện trường tác dụng lên điện tích q

Nếu biết cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm M trong điện trường thì khi đặt một điện tích q vào điểm đó, nó bị điện trường tác dụng một lực

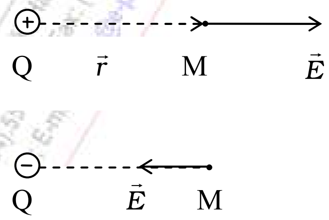
$$\vec{F} = q\vec{E}. \qquad (7\text{-}5a)$$

– Nếu $q > 0$ thì $\vec{F}$ cùng chiều với $\vec{E}$ (hình 7-2a);

– Nếu $q < 0$ thì $\vec{F}$ ngược chiều với $\vec{E}$ (hình 7-2b).

3. Véctơ cường độ điện trường gây ra bởi một điện tích điểm

Xét một điện tích điểm có trị đại số Q. Trong không gian bao quanh nó sẽ xuất hiện điện trường. Ta hãy xác định véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm M cách điện tích Q một khoảng r. Muốn vậy tại điểm M ta đặt một điện tích điểm q có trị số đủ nhỏ. Khi đó theo định luật Coulomb, lực tác dụng của điện tích Q lên điện tích q bằng:



Hình 7-3. Cường độ điện trường gây bởi một điện tích điểm

$$\vec{F} = k\frac{Qq}{\varepsilon r^3}\vec{r}$$

So sánh với biểu thức định nghĩa (7-5), ta thấy véctơ cường độ điện trường do điện tích điểm Q gây ra tại điểm M là:

$$\vec{E} = k\frac{Q}{\varepsilon r^3}\vec{r} \qquad (7\text{-}6)$$

trong đó bán kính véctơ $\vec{r}$ hướng từ điện tích Q đến điểm M.

Nhận xét:

- Nếu $Q > 0$ thì $\vec{E} \nearrow\nearrow \vec{r}$: $\vec{E}$ hướng ra xa khỏi điện tích Q.

- Nếu $Q < 0$ thì $\vec{E} \nearrow\swarrow \vec{r}$: $\vec{E}$ hướng vào điện tích Q.

- Về độ lớn $E = k\frac{|Q|}{\varepsilon r^2}$: Cường độ điện trường tại điểm M tỉ lệ thuận với độ lớn của điện tích Q và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách từ điểm đang xét đến điện tích Q.

4. Véctơ cường độ điện trường gây ra bởi một hệ vật mang điện - Nguyên lý chồng chất điện trường

a. Cường độ điện trường gây ra bởi hệ điện tích điểm phân bố rời rạc

Xét hệ điện tích điểm Q_1, Q_2, ..., Q_n được phân bố rời rạc trong không gian. Để xác định véctơ cường độ điện trường tổng hợp $\vec{E}$ tại một điểm M nào đó của không gian, ta đặt tại M một điện tích q. Khi đó theo (7-4) lực tổng hợp tác dụng lên điện tích q bằng:

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \dots + \vec{F_n} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F_i}$$

Trong đó $\vec{F_i}$ là lực tác dụng của điện tích Q_i lên điện tích q. Áp dụng biểu thức định nghĩa (7-5), véctơ cường độ điện trường tổng hợp tại M bằng:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{q}\sum_{i=1}^{n}\vec{F_i} = \sum_{i=1}^{n}\frac{\vec{F_i}}{q}$$

Cũng theo (7-5) thì mỗi số hạng $\frac{\vec{F}_i}{q} = \vec{E}_i$ chính là véctơ cường độ điện trường do điện tích Q_i gây ra tại M nên:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E_i} \tag{7-7}$$

Biểu thức (7-7) là biểu thức toán học của ***nguyên lý chồng chất điện trường*** được phát biểu như sau:

"Véctơ cường độ điện trường gây ra bởi một hệ điện tích điểm bằng tổng các véctơ cường độ điện trường gây ra bởi từng điện tích điểm của hệ".

b. Cường độ điện trường gây bởi hệ điện tích điểm phân bố liên tục

Xét một vật mang điện có kích thước bất kỳ và điện tích phân bố liên tục trên vật này. Rõ ràng ta có thể xem vật như một hệ điện tích điểm được phân bố liên tục trong không gian. Do đó để tính cường độ điện trường gây bởi vật này ta tưởng tượng chia vật thành nhiều phần nhỏ sao cho điện tích dQ trên mỗi phần đó có thể xem là điện tích điểm. Nếu gọi $d\vec{E}$ là véctơ cường độ điện trường gây ra bởi điện tích dQ tại điểm M cách dQ một khoảng r thì véctơ cường độ điện trường do vật mang điện gây ra tại điểm M được xác định tương tự theo công thức (7-7).

$$\vec{E} = \int_{ca\,vat} d\vec{E} = \int_{ca\,vat} k\frac{\vec{r}}{\varepsilon r^3}dQ \tag{7-8}$$

Ta xét một số trường hợp cụ thể sau đây:

+ Nếu vật là sợi dây (L) với mật độ điện tích dài λ (C/m) thì điện tích trên một vi phân độ dài *dl* là dQ = *λdl*.

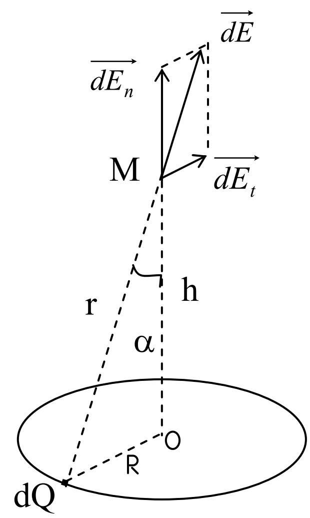
Khi đó $\vec{E} = \int_L d\vec{E} = \int_L k\frac{\lambda dl}{\varepsilon r^3}\vec{r}$ (7-9)

+ Nếu vật mang điện là một mặt S với mật độ điện tích mặt σ (C/m^2) thì điện tích trên một vi phân diện tích dS là dQ = σdS. Khi đó:

$$\vec{E} = \int_S d\vec{E} = \int_S k\frac{\sigma.dS}{\varepsilon r^3}\vec{r} \tag{7-10}$$

+ Nếu vật mang điện là một khối có thể tích V với mật độ điện tích khối ρ(C/m^3) thì điện tích trong một thể tích vi phân dV là dQ = ρdV. Khi đó:

$$\vec{E} = \int_V d\vec{E} = \int_V k\frac{\rho dV}{\varepsilon r^3}\vec{r} \tag{7-11}$$



Hình 7-4
Điện trường gây bởi vòng dây tròn tích điện đều

Bài toán 2: Một vòng tròn làm bằng một dây dẫn mảnh bán kính R mang điện tích dương Q phân bố đều trên dây. Hãy xác định cường độ điện trường tại điểm M nằm trên trục của vòng dây, cách tâm một đoạn h.

Giải: Cường độ điện trường do vòng dây gây ra tại một điểm nào đó bằng tổng các cường độ điện trường $\overrightarrow{dE}$ do các phân tử điện tích dQ nằm trên vòng dây gây ra. Tại điểm M cường độ điện trường do phần tử điện tích dQ gây ra là:

$$\overrightarrow{dE} = k\frac{dQ}{\varepsilon r^3}\vec{r}$$

với độ lớn $dE = k\frac{dQ}{\varepsilon r^2}$, phương và chiều như hình vẽ 7-4.

Theo nguyên lý chồng chất, cường độ điện trường tại M bằng:

$$\vec{E}_M = \int_{vong} d\vec{E} = \int_{(vong)} k\frac{dQ}{\varepsilon r^3}\vec{r}$$

Trước tiên ta phân tích véctơ $\overrightarrow{dE}$ thành hai thành phần $\overrightarrow{dE_t}$ và $\overrightarrow{dE_n}$. Vì các điện tích dQ phân bố đối xứng qua điểm O nên tổng các thành phần $d\vec{E}_t$ bằng không. Còn lại

$$\vec{E}_M = \int_{vong} d\vec{E}_n$$

Vì các véctơ $\overrightarrow{dE_n}$ cùng phương, chiều nên $\vec{E}_M$ có điểm đặt tại M, có phương của trục vòng dây và chiều hướng ra xa vòng dây. Về độ lớn thì $E_M = \int_{vong} dE_n$.

Theo hình 7-4 ta có $dE_n = dE\cos\alpha$ (α là góc giữa $\overrightarrow{dE}$ và $\overrightarrow{OM}$). Điện trường gây bởi dQ tại M bằng:

$$dE = k\frac{dQ}{\varepsilon r^2}$$

Vì $\cos\alpha = \frac{h}{r}$ và $r^2 = R^2 + h^2$ nên $dE_n = k\frac{hdQ}{\varepsilon r^3}$

$$dE_n = k\frac{hdQ}{\varepsilon}(R^2 + h^2)^{-3/2}$$

Vậy: $$E_M = \int_{vong} dE_n = k\frac{hQ}{\varepsilon}(R^2 + h^2)^{-3/2}\int_{vong} dQ$$

hay: $$E_M = k\frac{hQ}{\varepsilon}(R^2 + h^2)^{-3/2}$$

Nhận xét:

– Tại tâm vòng dây: h = 0, do đó $E_0 = 0$

– Ở nơi khá xa vòng dây: h >> R: $r \approx h$, $E_M = \dfrac{kQ}{\varepsilon h^2}$

– Nếu vòng dây tích điện âm (Q < 0) thì $\overrightarrow{E_M}$ có chiều hướng vào tâm O của vòng dây và có độ lớn.

$$E_M = k\frac{hQ}{\varepsilon}\,(R^2 + h^2)^{-3/2}$$

§3. LƯỠNG CỰC ĐIỆN

1. Định nghĩa

Lưỡng cực điện là một hệ hai điện tích điểm có độ lớn bằng nhau nhưng trái dấu +q và –q, cách nhau một đoạn *l* rất nhỏ so với khoảng cách từ lưỡng cực điện tới những điểm đang xét của trường.

2. Mômen lưỡng cực điện

Véctơ mômen lưỡng cực điện được định nghĩa là:

$$\overrightarrow{p_e} = q\vec{l} \qquad (7\text{-}12)$$

trong đó $\vec{l}$ là véctơ khoảng cách giữa hai điện tích đó, hướng từ điện tích (-q) đến (+q). Đường thẳng nối hai điện tích gọi là trục của lưỡng cực điện.

3. Điện trường gây ra bởi lưỡng cực điện

a. Cường độ điện trường tại điểm M nằm trên mặt phẳng trung trực của lưỡng cực

Theo nguyên lý chồng chất điện trường thì cường độ điện trường tại M là:

$$\vec{E}_M = \vec{E}_{(+)} + \vec{E}_{(-)}$$

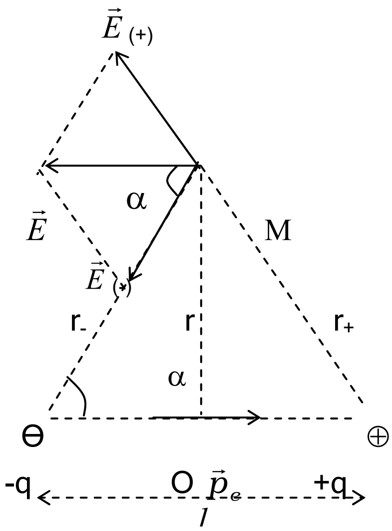
Theo (7-6) $\vec{E}_{(-)}$ và $\vec{E}_{(+)}$ có hướng như ở hình 7-5 và có độ lớn bằng nhau (vì $r_- = r_+$) hình (7-5a).

Theo định nghĩa lưỡng cực điện, vì $l << r$ nên có thể $r_- = r_+ \approx r$, do đó

$$\vec{E}_M = \frac{k(+q)}{\varepsilon r_+^3}\vec{r}_+ + \frac{k(-q)}{\varepsilon r_-^3}\vec{r}_- = \frac{kq}{\varepsilon r^3}$$

$$(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) = k\frac{q}{\varepsilon r^3}(-\vec{l}\,)$$

Hay $$\vec{E}_M = -k\frac{\vec{p}_e}{\varepsilon r^3} \qquad (7\text{-}13)$$

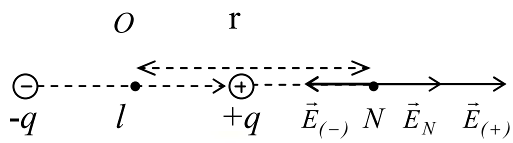


Hình 7-5.
Cường độ điện trường được mô tả bởi (7-13)

b. Cường độ điện trường tại một điểm trên trục của lưỡng cực

Xét điểm N nằm trên trục lưỡng cực. Điện tích (-q) gây ra $\vec{E}_{(-)} \swarrow\nearrow \vec{l}$ có độ lớn:

$$E_{(-)} = \frac{kq}{\varepsilon(r + l/2)^2}$$



Hình 7-5a: Cường độ điện trường tại một điểm N trên trục của lưỡng cực

Điện tích (+q) gây ra $\vec{E}_{(+)} \nearrow\nearrow \vec{l}$ và có độ lớn

$$E_{(+)} = \frac{kq}{\varepsilon(r - l/2)^2} > E_{(-)}.$$

Vậy điện trường tổng hợp tại N là $\vec{E}_N \nearrow\nearrow \vec{l}$ và có độ lớn bằng

$$E_N = E_{(+)} - E_{(-)}$$

$$= \frac{kq}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r^2 - rl} - \frac{1}{r^2 + rl}\right) = \frac{kq}{\varepsilon r^2}\left(\frac{1}{1 - l/r} - \frac{1}{1 + l/r}\right)$$

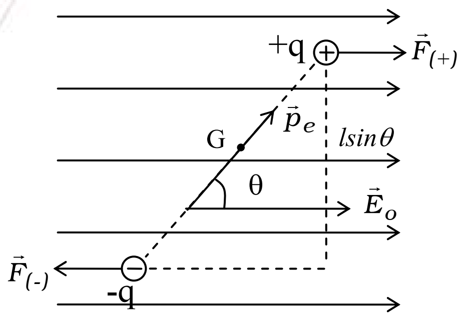
vì $l << r$ nên $\frac{l}{r} << 1$, do đó $E_N \approx \frac{kq}{\varepsilon r^2}\left(1 + \frac{l}{r} - 1 + \frac{l}{r}\right)$

Hay $$E_N = \frac{2kql}{\varepsilon . r^3}$$

Cuối cùng ta được: $$\vec{E}_N = \vec{E}_{(+)} + \vec{E}_{(-)} = \frac{2k\vec{p_e}}{\varepsilon r^3} \qquad (7\text{-}14)$$

4. Lưỡng cực điện đặt trong điện trường

Giả sử lưỡng cực điện $\vec{p_e}$ được đặt trong điện trường đều $\vec{E}_0$ và nghiêng với $\vec{E}_0$ một góc θ (hình 7-6). Khi đó điện trường $\vec{E}_0$ tác dụng lên điện tích +q một lực là $\vec{F}_{(+)} = +q\vec{E_0}$ và lên điện tích (-q) một lực là $\vec{F}_{(-)} = -q\vec{E_0}$. Hai lực này cùng phương, ngược chiều nhau và có cùng độ lớn. Chúng tạo thành một ngẫu lực làm quay lưỡng cực điện xung quanh một trục đi qua khối tâm G của hệ hai điện tích +q và –q (khối tâm này nằm trên trục của lưỡng cực) đồng thời vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{p_e}$ và $\vec{E_0}$.



Hình 7-6. Lưỡng cực điện trong điện trường đều

Mômen của ngẫu lực này bằng $\vec{\mu} = \vec{l} \wedge \vec{F_{(+)}} = \vec{l} \wedge q\vec{E_0} = q\vec{l} \wedge \vec{E}_O$,

$$\vec{\mu} = \vec{p}_e \wedge \vec{E_0} \qquad (17\text{-}5)$$

Vectơ $\vec{\mu}$ có độ lớn $\mu = qE_0 l\sin\theta = p_e E_0 \sin\theta$, theo thứ tự $\vec{p_e}$, $\vec{E_0}$ và $\vec{\mu}$ tạo thành một tam diện thuận.

Mômen $\vec{\mu}$ có tác dụng làm quay lưỡng cực điện theo chiều (trong hình 7-6 là theo chiều kim đồng hồ) sao cho $\vec{p_e}$ trùng với hướng của điện trường $\vec{E_0}$. Đến vị trí mà $\vec{p_e} \nearrow\nearrow \vec{E_0}$ thì các lực $\vec{F_{(+)}}$ và $\vec{F_{(-)}}$ trực đối nhau. Nếu lưỡng cực điện là cứng

(l không đổi) nó sẽ nằm cân bằng. Nếu lưỡng cực là đàn hồi, nó sẽ bị biến dạng.

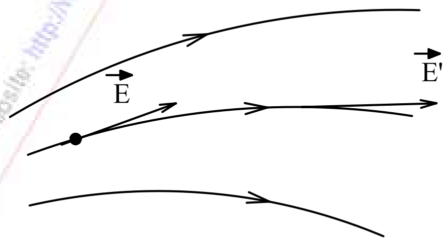
Khi quay lưỡng cực điện từ vị trí ứng với θ ≠ 0 về vị trí θ = 0 điện trường $\vec{E_0}$ đã sinh công. Độ lớn của công này đúng bằng độ giảm thế năng ΔU của lưỡng cực điện ứng với hai vị trí này trong điện trường $\vec{E_0}$. Dễ dàng tìm được công thức tính thế năng của lưỡng cực điện trong điện trường $\vec{E_0}$ như sau:

$$U = -\vec{p_e} \cdot \vec{E_0} . \qquad (7\text{-}16)$$

§4. ĐIỆN THÔNG

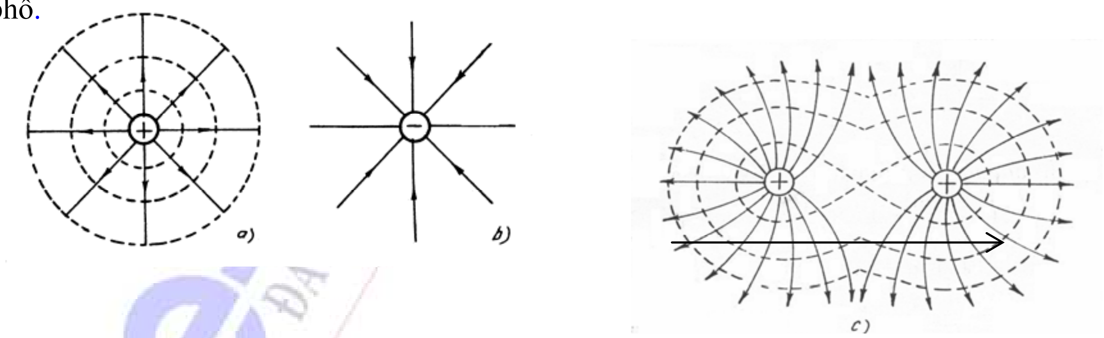
1. Đường sức điện trường

Để mô tả dạng hình học của điện trường người ta dùng đường sức điện trường. Theo định nghĩa, đường sức điện trường là một đường cong mà tiếp tuyến tại mỗi điểm của nó trùng với phương của véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ tại điểm đó, còn chiều của nó là chiều của véctơ cường độ điện trường (xem hình 7-7).

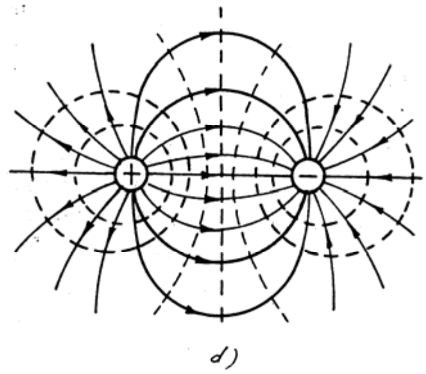


Hình 7-7. Đường sức điện trường

Người ta qui ước vẽ số đường sức điện trường qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với đường sức tỉ lệ với độ lớn của cường độ điện trường tại điểm đang xét. Tập hợp các đường sức điện trường được gọi là phổ đường sức điện trường hay điện phổ.



Từ qui ước trên, qua điện phổ nếu chỗ nào mật độ đường sức lớn (dày) thì nơi đó điện trường mạnh, còn nơi nào mật độ đường sức nhỏ (thưa) thì nơi ấy điện trường yếu. Với điện trường đều ($\vec{E} = \overrightarrow{const}$) điện phổ là những đường thẳng song song cách đều nhau. Trên hình 7-8 biểu diễn điện phổ của một điện tích điểm dương (hình a), điện phổ của một điện tích điểm âm (hình b), điện phổ của một



Hình 7-8. Điện phổ

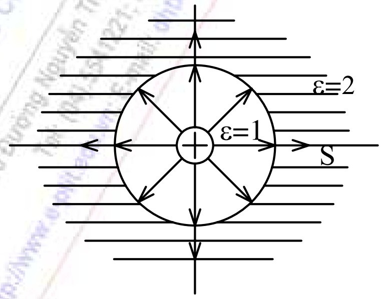
hệ hai điện tích điểm dương bằng nhau (hình c) và điện phổ của một hệ hai điện tích điểm bằng nhau nhưng trái dấu (hình d).

Nhận xét

- Đường sức điện trường xuất phát từ điện tính dương, tận cùng trên điện tích âm.
- Đường sức của điện trường tĩnh là những đường cong hở.
- Các đường sức điện trường không cắt nhau vì tại mỗi điểm trong điện trường véctơ $\vec{E}$ chỉ có một hướng xác định.

2. Véctơ cảm ứng điện

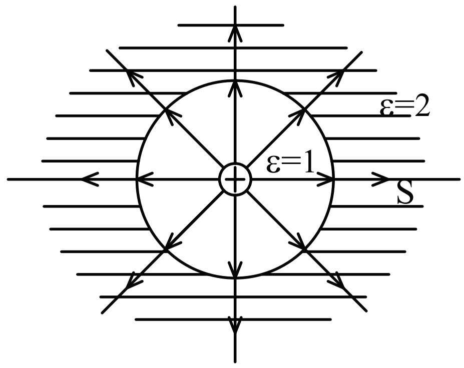
a. Sự gián đoạn của đường sức điện trường



Hình 7-9. Sự gián đoạn của điện phổ

Khi ta biểu diễn điện trường bằng điện phổ qua các môi trường khác nhau thì gặp phải khó khăn vì cường độ điện trường E phụ thuộc vào môi trường (tỉ lệ nghịch với hằng số điện môi ε). Khi đi qua mặt phân cách của hai môi trường, hằng số điện môi ε và do đó, cường độ điện trường E biến thiên đột ngột. Vì vậy điện phổ bị gián đoạn ở bề mặt phân cách hai môi trường. Trên hình (7-9) là điện phổ của một điện tích điểm +q đặt ở tâm một mặt cầu S, bên trong S là chân không (ε = 1), còn bên ngoài S là môi trường có hằng số điện môi ε = 2. Ta nhận thấy rằng, qua mặt phân cách S, số đường sức giảm đi 2 lần, tức là điện phổ bị gián đoạn trên mặt S. Sự gián đoạn này không thuận lợi cho các phép tính về điện trường. Để khắc phục, người ta khử sự gián đoạn đó bằng cách đưa vào một đại lượng vật lý khác không phụ thuộc vào tính chất của môi trường được gọi là véctơ cảm ứng điện $\vec{D}$ (còn gọi là véctơ điện cảm). Trong trường hợp môi trường là đồng nhất, người ta định nghĩa:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} \qquad (7\text{-}17)$$



Hình 7-10. Sự liên tục của phổ đường cảm ứng điện

Ví dụ: véctơ điện cảm $\vec{D}$ do điện tích điểm q gây ra tại một điểm cách q một khoảng r được xác định bởi:

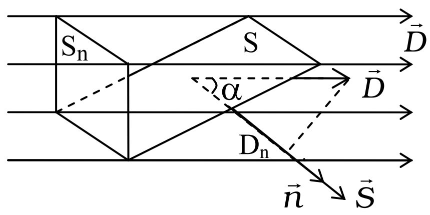
$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^3}\vec{r}$$

có độ lớn D = $\frac{|q|}{4\pi r^2}$. Như vậy tại mỗi điểm trong điện trường D chỉ phụ thuộc vào q, tức là nguồn sinh ra điện trường mà không phụ thuộc vào tính chất của môi trường. Trong hệ SI, cảm ứng điện có đơn vị đo là C/m^2.

Tương tự như đường sức điện trường, người ta định nghĩa và mô tả điện trường bằng đường cảm ứng điện. Khi đó, phổ các đường cảm ứng điện là liên tục trên mặt phân cách giữa các môi trường (hình 7-10).

3. Điện thông

a. Định nghĩa



Hình 7-11.
Điện thông của điện trường đều

Điện thông qua một điện tích S đặt trong điện trường chính là thông lượng của véctơ cảm ứng điện gởi qua diện tích S đó.

b. Biểu thức tính điện thông

Xét diện tích phẳng S đặt trong điện trường đều có các đường cảm ứng điện thẳng song song cách đều nhau (hình 7-11).

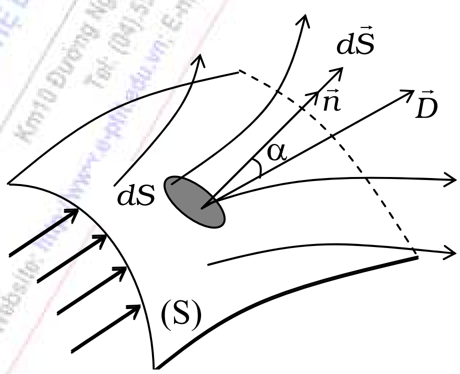
Gọi $\vec{n}$ là véctơ pháp tuyến của mặt S, $\vec{n}$ hợp với véctơ cảm ứng điện một góc α. Theo định nghĩa, điện thông ϕ_e gởi qua mặt S là đại lượng có trị số bằng số đường cảm ứng điện gửi qua mặt S đó.

Gọi S_n là hình chiếu của S lên phương vuông góc với các đường cảm ứng điện. Từ hình 7-11 ta nhận thấy số đường cảm ứng điện gửi qua hai mặt S và S_n là như nhau, nên điện thông gửi qua S cũng chính là điện thông gởi qua S_n. Vậy nên $\phi_e = DS_n$. Gọi hình chiếu của $\vec{D}$ lên phương $\vec{n}$ là D_n, còn $S_n = S\cos\alpha$ nên:

$$\phi_e = SD\cos\alpha = D_nS = \vec{D}\,\vec{S} \qquad (7\text{-}18)$$

trong đó $\vec{S}$ là véctơ diện tích hướng theo pháp tuyến $\vec{n}$ của S và có độ lớn bằng chính diện tích S đó.

Nếu điện trường là bất kỳ và mặt S có hình dạng tùy ý (hình 7-12). Khi đó ta chia diện tích S thành những diện tích vô cùng nhỏ dS sao cho véctơ cảm ứng điện $\vec{D}$ tại mọi điểm trên diện tích dS có thể xem là bằng nhau (đều). Khi đó điện thông vi phân gởi qua dS được tính theo (7-18) là:



Hình 7-12.
Điện thông qua diện tích dS

$$d\phi_e = \vec{D}\,\overrightarrow{dS}$$

và điện thông gởi qua toàn mặt S sẽ là:

$$\phi_e = \int_S d\phi_e = \int_S \vec{D}\,\overrightarrow{dS} \qquad (17\text{-}9)$$

<u>**Chú ý:**</u> Điện thông là một đại lượng đại số, dấu của nó phụ thuộc vào trị số của góc α (nhọn hay tù).

§5. ĐỊNH LÝ ÔXTRÔGRATXKI - GAUSS (O - G)

Mục đích của tiết này là thiết lập mối quan hệ giữa véctơ cảm ứng điện $\vec{D}$ và điện tích gây ra nó. Đó chính là nội dung của định lý O – G.

1. Thiết lập định lý

Xét một điện tích điểm dương q đặt cố định tại điểm O. Điện tích q tạo ra một trường tĩnh điện xung quanh nó. Tưởng tượng một mặt cầu S (tâm O, bao quanh q) có bán kính r. Qui ước chiều dương của pháp tuyến $\vec{n}$ trên mặt cầu hướng ra ngoài. Vì lý do đối xứng nên:

– Véctơ $\vec{D}$ có độ lớn như nhau tại mọi điểm trên mặt cầu S.

– $\vec{D} \nearrow\nearrow \vec{n}$, cho nên $D_n = D$ (điện trường có tính đối xứng cầu).

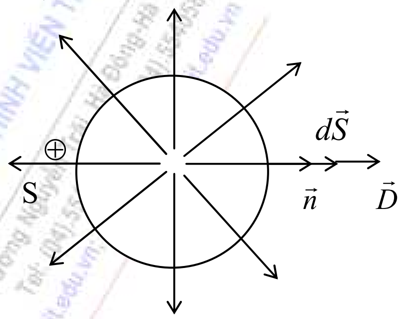
Ta dễ dàng tính được điện thông qua mặt cầu S, cụ thể là:

$$\phi_e = \oint_{(S)} \vec{D}\vec{dS} = \oint_{(S)} D_n.dS = D\oint_{(S)} dS = D.S.$$

trong đó: $S = 4\pi r^2$; $D = \dfrac{|q|}{4\pi r^2}$

Do đó $\phi_e = \dfrac{|q|}{4\pi r^2}.4\pi r^2 = q > 0$

(điện thông dương vì đi ra khỏi mặt kín S).



Hình 7-13
Điện thông qua mặt kín S.
Định lý O-G

Khi q<0 thì $\vec{D} \nearrow\swarrow \vec{dS}$ nên $\phi_e = -D.S = -\dfrac{|q|}{4\pi r^2}4\pi r^2 = -|q| = q < 0$

(điện thông âm vì đường sức đi vào mặt kín S).

<u>**Nhận xét**</u>**:**

– ϕ_e không phụ thuộc vào r, nghĩa là ϕ_e là như nhau đối với các mặt cầu có bán kính khác nhau.

– Nếu S là mặt kín bất kỳ (vẫn bao quanh điện tích q) thì kết quả thu được cũng như vậy vì phổ các đường cảm ứng điện là liên tục.

– Nếu S không bao quanh q thì có bao nhiêu đường cảm ứng điện đi vào S cũng có bấy nhiêu đường cảm ứng điện đi ra khỏi S, nên ta có

$$\phi_e = \phi_e(\text{vào}) + \phi_e(\text{ra}) = 0.$$

– Nếu bên trong mặt kín S có nhiều điện tích thì từ nguyên lý chồng chất điện trường suy ra: điện thông qua S bằng tổng đại số các điện thông thành phần, tức là:

$$\oint_{(S)} \vec{D}\vec{dS} = \sum_i \vec{q_i}.$$

2. Phát biểu định lý

Điện thông qua một mặt kín bằng tổng đại số các điện tích nằm trong mặt kín đó:

$$\phi_e = \oint_{(S)} \vec{D}\vec{dS} = \sum_i \vec{q_i} \qquad (7\text{-}20)$$

3. Phương pháp sử dụng định lý O - G

Khi điện trường có tính chất đối xứng (đối xứng cầu, đối xứng trụ, đối xứng phẳng), để xác định véctơ $\vec{E}$ hay véctơ $\vec{D}$ của điện trường đó thì áp dụng định lý O-G là phương pháp đơn giản, ngắn gọn hơn phương pháp tính theo nguyên lý chồng chất điện trường. Ta thực hiện tuần tự các bước sau đây:

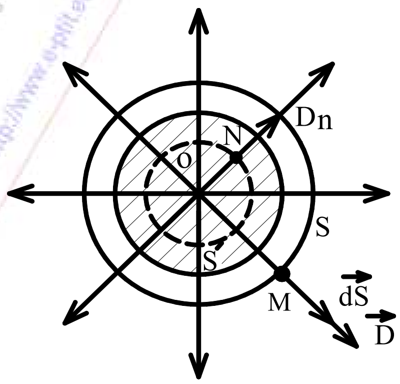
– **Bước 1:** Nhận xét về sự đối xứng trong sự phân bố của hệ điện tích.

– **Bước 2:** Xác định dạng đối xứng của hệ đường sức và xác định quỹ tích những điểm mà các véctơ $\vec{D}$ (hoặc véctơ $\vec{E}$) có cùng độ lớn và bằng với $|\vec{D}|$ hoặc $|\vec{E}|$ tại điểm ta cần khảo sát.

– **Bước 3:** Xây dựng mặt kín S (gọi là mặt Gauss) là quỹ tích nói trên. Nếu quỹ tích đó chưa tạo thành mặt kín thì ta làm kín lại bằng các mặt khác tùy ý sao cho việc tính toán là đơn giản nhất.

– **Bước 4:** Tính từng vế của biểu thức (7-20) để rút ra đại lượng cần xác định.

Bài toán 3: Xác định cường độ điện trường $\vec{E}$ gây bởi một khối cầu tâm O, bán kính R, tích điện đều với mật độ điện khối $\rho > 0$ tại một điểm ở bên ngoài và tại một điểm ở bên trong lòng khối cầu đó.



Hình 7-14 (bài toán 3)

Giải: Đối với điểm M ở ngoài khối cầu, cách tâm O một khoảng $r > R$.

+ Bước 1: Vì khối cầu tích điện đều nên hệ đường sức có tính chất đối xứng cầu.

+ Bước 2: Hệ đường sức trùng với các bán kính, hướng ra ngoài. Do đó quỹ tích của những điểm có độ lớn $|\vec{D}|$ bằng nhau và bằng $|\vec{D_M}|$ là mặt cầu S tâm O, bán kính r đi qua điểm M. Trên mặt cầu S ta có $D = D_M = \text{const}$.

+ Bước 3: Mặt kín S chính là mặt cầu S.

+ Bước 4: Áp dụng định lý O – G.

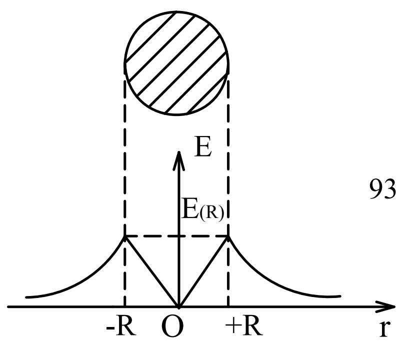
$$\oint_{(S)} \vec{D}\vec{dS} = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

Triển khai vế trái: Tại mọi điểm trên mặt S ta có $\vec{D} \nearrow\nearrow \vec{dS}$ và $D = D_n = \text{const}$, nên:

$$\oint_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = \oint_{(S)} D.dS = D\oint_{(S)} dS = D.4\pi r^2$$

Triển khai vế phải: $\sum_i q_i$ là tổng điện tích của khối cầu (bán kính R) nằm trong S và bằng

$$\sum_i q_i = Q = \rho\frac{4}{3}\pi R^3.$$



Hình 7-15.

Ghép hai vế lại ta có: D. $4\pi r^2 = \dfrac{4\pi\rho R^3}{3}$

Rút ra: $D = \dfrac{\rho R^3}{3r^2}$, $r > R$,

và dạng vectơ $\vec{D} = \dfrac{\rho R^3}{3r^3}\vec{r}$

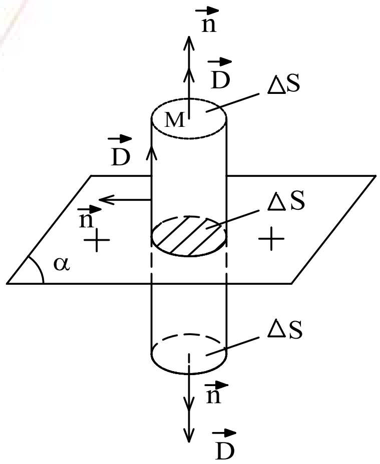
hay $\vec{D} = \dfrac{Q}{4\pi r^2}\dfrac{\vec{r}}{r}$, $r>R$ (7-21)

Do đó $\vec{E} = \dfrac{\vec{D}}{\varepsilon\varepsilon_0} = \dfrac{kQ}{\varepsilon r^2}\dfrac{\vec{r}}{r}$. Kết quả này giống với biểu thức tính cường độ điện trường của một điện tích điểm Q đặt tại O.

Bây giờ ta lại tính đối với điểm N nằm trong lòng khối cầu (r < R). Vẽ mặt cầu S' tâm O, đi qua điểm N. Lập lại các lí luận như trên ta thu được kết quả sau:

$$\vec{D} = \frac{1}{3}\rho\vec{r} = \frac{Q}{4\pi R^3}\vec{r};\quad r < R \qquad (7\text{-}22)$$

Do vậy $\vec{E} = \dfrac{1}{3\varepsilon_0\varepsilon}\rho\vec{r} = \dfrac{kQ}{\varepsilon R^3}\vec{r}$



Hình 7-16.

<u>Nhận xét</u>: Ta thấy cường độ điện trường ở trong lòng và ở ngoài quả cầu biến thiên theo hai quy luật.

- Ở trong (r<R): điện trường tăng theo r với quy luật tuyến tính.
- Ở ngoài (r>R): điện trường giảm theo r với quy luật tỉ lệ nghịch với r^2.
- Tại bề mặt khối cầu: $E(R) = \dfrac{\rho R}{3\varepsilon_0\varepsilon} = \dfrac{kQ}{\varepsilon R^2}$

<u>Mở rộng</u>: Nếu khối cầu tích điện âm (ρ < 0) thì các kết quả thu được vẫn giống như (7-21) và (7-22), chỉ có khác là $\overrightarrow{E_N}, \overrightarrow{E_M}$ và hệ đường sức điện cảm ngược chiều với véctơ bán kính $\vec{r}$, tức là chúng hướng vào tâm O.

Nếu đây là một mặt cầu (rỗng) tích điện đều thì:

- Ở ngoài (r>R) kết quả (7-21) vẫn đúng vì $\sum_i q_i = Q$
- Ở trong (r<R): vì $\sum_i q_i = 0$ nên $\vec{E}_{trong} = 0$.

Bài toán 4: Xác định điện trường của một mặt phẳng vô hạn tích điện đều với mật độ điện mặt $\sigma>0$.

Giải: Vì điện tích phân bố đối xứng phẳng nên véctơ cảm ứng điện $\overrightarrow{D}$ tại một điểm bất kỳ trong điện trường sẽ có phương vuông góc với mặt phẳng mang điện, hướng ra xa khỏi mặt phẳng và độ lớn của $\left|\overrightarrow{D}\right|$ chỉ có thể phụ thuộc vào khoảng cách từ điểm đang xét tới mặt phẳng. Dễ dàng nhận thấy quỹ tích những điểm có cùng độ lớn của cường độ điện trường là hai mặt phẳng cùng song song và cách đều mặt phẳng tích điện.

Do đó, để xác định véctơ cảm ứng điện $\overrightarrow{D}$ tại một điểm M, ta vẽ mặt kín S (mặt Gauss) như sau: Vẽ qua M một mặt trụ kín mà điểm M thuộc vào một trong hai mặt đáy có diện tích là ΔS, cả hai mặt đáy cùng song song và cách đều mặt phẳng tích điện, còn các đường sinh thì vuông góc với mặt phẳng (Hình 7-16). Chú ý là tại mọi điểm trên hai mặt đáy ta thấy $\overrightarrow{D} \nearrow\nearrow \overrightarrow{n}$, còn ở những điểm trên mặt bên thì $\overrightarrow{D} \perp \overrightarrow{n}$. Khi đó vế trái của (7-20) được triển khai thành:

$$\oint_{(s)} \overrightarrow{D}\overrightarrow{dS} = \oint_{\text{mặt bên}} D_n dS + \oint_{\text{hai đáy}} D_n dS$$

Mọi điểm trên hai trên hai đáy $D_n = D = \text{const}$, ta thấy $\overrightarrow{D} \nearrow\nearrow \overrightarrow{n}$, còn ở mọi điểm trên mặt bên thì $\overrightarrow{D} \perp \overrightarrow{n}$, $D_n = 0$, do đó:

$$\oint_{(S)} \overrightarrow{D}\overrightarrow{dS} = \oint_{\text{hai đáy}} D_n dS = D.2\Delta S.$$

Ở vế phải của (7-20), $\sum_i q_i$ là tổng điện tích có trong mặt trụ kín này; đó chính là điện tích của phần mặt phẳng được cắt bởi mặt trên của hình trụ (là phần diện tích bị gạch trong hình (7-16) cho nên ở đây $\sum_i q_i = \sigma.\,\Delta S$.

Ghép hai vế lại, ta có: $D.2\Delta S = \sigma.\Delta S$, rút ra $D = \frac{\sigma}{2}$

Hay $$\overrightarrow{D} = \frac{\sigma}{2}\overrightarrow{n} \qquad (7\text{-}23)$$

Và $$\overrightarrow{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\overrightarrow{n} \qquad (7\text{-}24)$$

trong đó $\overrightarrow{n}$ là véctơ pháp tuyến đơn vị của mặt phẳng tích điện đang khảo sát.

Nhận xét:

- Các véctơ $\overrightarrow{D}$ (và $\overrightarrow{E}$) không phụ thuộc vào khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng nên điện trường ở đây là điện trường đều: $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{const}$

– Điện trường do mặt phẳng hữu hạn tích điện đều tạo ra ở những vị trí rất gần mặt đó cũng được xem như là đều.

– Nếu mặt phẳng tích điện âm thì kết quả thu được cũng như vậy song các véctơ $\vec{D}$, $\vec{E}$ lại hướng vào mặt phẳng tích điện.

4. Dạng vi phân của định lý O – G

Định lý O-G được biểu diễn theo công thức (7-20) nêu lên mối quan hệ giữa cảm ứng điện $\vec{D}$ tại những điểm trên mặt kín S với các điện tích q_i phân bố rời rạc trong thể tích V giới hạn bởi mặt kín S đó.

Nếu điện tích trong thể tích V được phân bố liên tục với mật độ điện tích khối ρ(x,y,z) thì mối liên hệ giữa véctơ $\vec{D}$ tại một điểm bất kỳ (x,y,z) trong điện trường với mật độ điện tích khối ρ cũng tại điểm đó được mô tả bằng định lý O – G dạng vi phân như sau:

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho \qquad (7\text{-}25)$$

(trong hệ toạ độ Đềcác ta có: $\mathrm{div}\,\vec{D} = \dfrac{\partial D_x}{\partial x} + \dfrac{\partial D_y}{\partial y} + \dfrac{\partial D_Z}{\partial z}$).

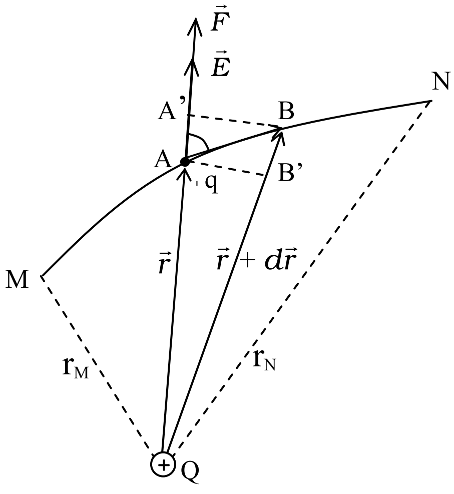
§6. CÔNG CỦA LỰC TĨNH ĐIỆN - ĐIỆN THẾ

1. Công của lực tĩnh điện

Xét điện tích điểm +q đặt trong điện trường tĩnh gây bởi điện tích điểm +Q đứng yên. Dưới tác dụng của lực tĩnh điện (lực Coulomb) điện tích +q di chuyển theo một đường cong MN (hình 7-17). Ta hãy tính công của lực tĩnh điện sinh ra trong quá trình dịch chuyển này.

Giả sử ở thời điểm t điện tích +q có vị trí là điểm A trên quỹ đạo MN. Tại đó véctơ cường độ điện trường của trường tĩnh điện (do điện tích + Q tạo ra) xác định bởi $\vec{E} = \dfrac{kQ}{\varepsilon r^3}\vec{r}$, còn lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích +q sẽ là

$$\vec{F} = +q\,\vec{E} = \frac{kqQ}{\varepsilon . r^3}\vec{r}$$



Hình 7-17

Sau thời gian *dt*, điện tích q thực hiện chuyển dời vô cùng nhỏ tới điểm B trên quỹ đạo. Véctơ dịch chuyển $\vec{ds} \approx \vec{AB}$. Trên chuyển dời vô cùng nhỏ này có thể xem như $\vec{E} = \overrightarrow{const}$, do đó công nguyên tố của lực tĩnh điện $\vec{F}$ trong chuyển dời vi phân này được tính là:

$$dA = \vec{F}.\vec{ds} = q\vec{E}\,\vec{ds}$$

$$= qEds.\cos\alpha = \frac{kQq}{\varepsilon r^2} ds.\cos\alpha;$$

trong đó $\alpha = (\vec{r}, \overrightarrow{ds})$.

Theo hình vẽ 7-17, có thể xem

B'B = dr ≈ AA' = ds.cosα; nên $dA = \frac{kqQ}{\varepsilon r^2} dr$. Vậy công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển của điện tích q từ M đến N sẽ bằng:

$$A_{MN} = \int_M^N dA = \frac{kQq}{\varepsilon} \int_{r_M}^{r_N} \frac{dr}{r^2}$$

$$A_{MN} = k\frac{Qq}{\varepsilon r_M} - k\frac{Qq}{\varepsilon r_N} \qquad (7\text{-}26)$$

Thay vì điện tích Q, bây giờ tạo ra trường tĩnh điện là một hệ điện tích điểm đứng yên Q_1, Q_2,..., Q_n. Bằng cách áp dụng nguyên lý chồng chất điện trường và cách tính tương tự như trên, ta sẽ thu được kết quả:

$$A_{MN} = \sum_{i=1}^{n} k\frac{qQ_i}{\varepsilon r_{iM}} - \sum_{i=1}^{n} k\frac{qQ_i}{\varepsilon r_{iN}} \qquad (7\text{-}27)$$

trong đó r_{iM} và r_{iN} lần lượt là khoảng cách từ điện tích Q_i đến các điểm M và N.

Ta thấy công của lực tĩnh điện trong quá trình dịch chuyển điện tích q trong điện trường có hai đặc điểm là:

- Không phụ thuộc vào dạng đường cong dịch chuyển mà chỉ phụ thuộc vào vị trí điểm đầu và điểm cuối của dịch chuyển.
- Nếu q dịch chuyển theo một đường cong kín ($r_M = r_N$) thì công của lực tĩnh điện $A = q\oint \vec{E}\overrightarrow{ds} = 0$ hay $\oint \vec{E}\overrightarrow{ds} = 0$.

Vậy:

+ Trường tĩnh điện là ***trường thế*** lực tĩnh điện là ***lực thế***.

+ Lưu số của véctơ cường độ điện trường (tĩnh) dọc theo một đường cong kín bằng không.

2. Thế năng của điện tích trong điện trường

Trong cơ học ta đã biết khi di chuyển một chất điểm giữa hai vị trí trong trường thế, công của lực thế có độ lớn bằng hiệu thế năng của chất điểm đó tại hai vị trí đó trong trường thế. Đối chiếu với trường tĩnh điện, ta suy ra thế năng của điện tích q tại một điểm trong điện trường được tính theo các biểu thức sau:

$$W = \frac{kqQ}{\varepsilon r} \qquad (7\text{-}28)$$

Hoặc

$$W = \sum_i k\frac{qQ_i}{\varepsilon . r_i} \qquad (7\text{-}29)$$

Công thức (7-28) dùng cho điện trường do một điện tích điểm Q tạo ra, còn (7-29) dùng cho điện trường do hệ điện tích điểm $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ tạo ra với quy ước chọn thế năng ở vô cùng là bằng không ($W_\infty = 0$).

3. Điện thế - Hiệu điện thế

a. Điện thế

Từ biểu thức (7-28) và (7-29) ta suy ra rằng tỉ số W/q không phụ thuộc vào độ lớn của điện tích q mà chỉ phụ thuộc vào các điện tích gây ra điện trường và vào vị trí của điểm đang xét trong điện trường. Từ đó ta định nghĩa:

$$V = \frac{W}{q} \qquad (7\text{-}30)$$

gọi là điện thế của điện trường tại điểm đang xét.

Từ định nghĩa trên, ta suy ra biểu thức tính điện thế của điện trường cho một số trường hợp:

– Điện trường do một điện tích điểm Q tạo ra:

$$V = k\frac{Q}{\varepsilon r} \qquad (7\text{-}31)$$

– Điện trường do một hệ điện tích điểm tạo ra:

$$V = \sum_i V_i = \sum_i k\frac{Q_i}{\varepsilon r_i} \qquad (7\text{-}32)$$

– Điện trường bất kỳ: $V_M = \int_{(M)}^{(g)} \vec{E}.d\vec{s}$, (7-33)

trong đó *g* là điểm gốc, chọn thế năng ở đó bằng không.

Chú ý: *Điện thế là đại lượng đại số, vô hướng.*

b. Hiệu điện thế

Thay các biểu thức (7-28) và (7-30) vào (7-26), ta có:

$$A_{MN} = W_M - W_N = q\,(V_M - V_N) \qquad (7\text{-}34)$$

Vậy: *Công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích điểm q từ điểm M tới điểm N trong điện trường bằng tích số của điện tích q với hiệu điện thế giữa hai điểm M và N đó.*

Từ biểu thức (7-34) suy ra $V_M - V_N = \frac{A_{MN}}{q}$. Nếu lấy q = +1 đơn vị điện tích thì $V_M - V_N = A_{MN}$. Có nghĩa là hiệu điện thế giữa hai điểm M và N trong điện trường là một đại lượng bằng công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển một đơn vị điện tích dương từ điểm M đến điểm N.

Mặt khác, nếu lấy q = +1 đơn vị điện tích và chọn điểm N ở xa vô cùng thì $V_M - V_\infty = A_{M\infty}$, mà ta đã qui ước $W_\infty = 0 \Leftrightarrow V_\infty = 0$ nên $V_M = A_{M\infty}$, tức là "Điện thế tại một điểm trong điện trường là một đại lượng về trị số bằng công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển một đơn vị điện tích dương từ điểm đó ra xa vô cùng.

<u>Chú ý</u>:

- Đơn vị đo điện thế và hiệu điện thế trong hệ SI là *Vôn*, kí hiệu là *V*.
- Trong kỹ thuật, đại lượng hiệu điện thế được sử dụng nhiều hơn đại lượng điện thế. Vì giá trị của hiệu điện thế không phụ thuộc vào cách chọn gốc tính điện thế (hoặc thế năng). Do vậy người ta thường chọn điện thế của đất hoặc của những vật nối đất bằng không. Khi đó nói điện thế của một điểm nào đó chính là nói về hiệu điện thế giữa điểm đó với đất.
- Một vật tích điện Q được phân bố liên tục, khi đó muốn tính điện thế tại một điểm nào đó trong điện trường do Q tạo ra thì thay cho công thức (7-32) ta sẽ dùng công thức sau đây:

$$V = \frac{k}{\varepsilon}\int_{\text{toàn bộ vật}} \frac{dQ}{r} \qquad (7\text{-}35)$$

- Một dạng khác của công thức (7-34) là:

$$V_M - V_N = \int_M^N \vec{E}\,\vec{ds} \qquad (7\text{-}36)$$

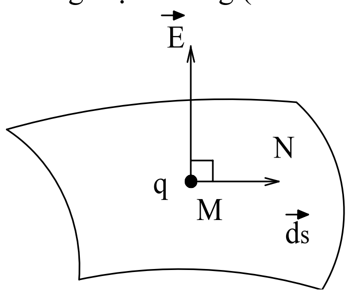
§7. LIÊN HỆ GIỮA VÉCTƠ CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG VÀ ĐIỆN THẾ

1. Mặt đẳng thế

a. Định nghĩa

Mặt đẳng thế là quỹ tích của những điểm có cùng điện thế ở trong điện trường (V = const).

b. Tính chất của mặt đẳng thế



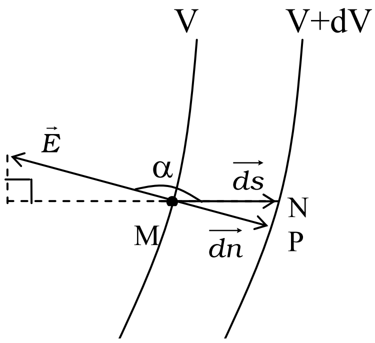
Hình 7-18. Minh hoạ tính chất β

α. Công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển một điện tích bất kỳ trên một mặt đẳng thế bằng không.

Thực vậy, với hai điểm M và N bất kỳ trên mặt đẳng thế ($V_M = V_N$) thì công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích q giữa hai điểm này tính theo biểu thức (7-34) sẽ bằng:

$$A_{MN} = q\,(V_M - V_N) = 0$$

β. Tại mọi điểm trên mặt đẳng thế, véctơ cường độ điện trường có phương vuông góc với mặt đẳng thế.



Hình 7-19.
Liên hệ giữa $\vec{E}$ và V

Giả sử dưới tác dụng của lực tĩnh điện, điện tích q trên mặt đẳng thế dịch chuyển từ điểm M đến một điểm N rất gần đó, tức là véctơ dịch chuyển $\vec{ds} \approx \overrightarrow{MN}$. Khi đó theo tính chất α, công của lực tĩnh điện bằng $dA = \vec{F}\,.\,\vec{ds} = q\vec{E}\,\vec{ds} = 0$.

Ta suy ra $\vec{F} \perp \vec{ds}$. Vì $\vec{ds}$ là vét tơ bất kỳ trên mặt đẳng thế nên véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ vuông góc với mặt đẳng thế tại mọi điểm của mặt đó.

<u>Chú ý:</u> Theo tính chất β ta cũng suy ra các đường sức điện trường luôn vuông góc với các mặt đẳng thế.

2. Mối liên hệ giữa $\vec{E}$ và V

Véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ và điện thế V tại một điểm nào đó là hai đại lượng đặc trưng cho điện trường về hai phương diện khác nhau: véctơ $\vec{E}$ đặc trưng về phương diện tác dụng lực ($\vec{F} = q\vec{E}$), còn điện thế V đặc trưng về phương diện công – năng lượng ($V_M = A_{M\infty} = q\int_M^\infty \vec{E}\vec{ds}$). Do đó giữa hai đại lượng này, phải có mối liên hệ với nhau. Ta sẽ thiết lập mối quan hệ đó.

Xét hai điểm M và N rất gần nhau trong điện trường: điểm M thuộc mặt đẳng thế có điện thế V, còn điểm N thuộc mặt đẳng thế có điện thế V + dV (với dV > 0). Giả sử dưới tác dụng của lực tĩnh điện, một điện tích q < 0 dịch chuyển từ điểm M đến điểm N nói trên. Khi đó công của lực tĩnh điện trong dịch chuyển này bằng:

$$dA = q\vec{E}\,\vec{ds} \qquad \text{với} \qquad \vec{ds} = \overrightarrow{MN}$$

Mặt khác, theo (7-34) thì:

$$dA = q(V_M - V_N) = q\,[V-(V+dV)] = -qdV$$

Do đó ta có:

$$\vec{E}\,\vec{ds} = -\,dV \qquad (7\text{-}37)$$

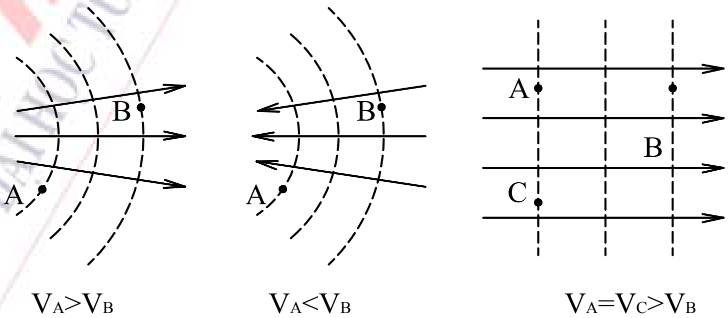
Gọi $\alpha = (\vec{E}, \vec{ds})$ khi đó $\vec{E}\,\vec{ds} = Eds\cos\alpha = E_s ds = -dV < 0$, tức là $\cos\alpha < 0$. \

Ta suy ra các kết luận sau:

a. Véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ luôn luôn hướng theo chiều giảm của điện thế (góc α tù).

b. Hình chiếu của $\vec{E}$ lên một phương nào đó về trị số bằng độ giảm điện thế trên một đơn vị dài của phương đó:

$$E_s = -\frac{dV}{ds} \qquad (7\text{-}38)$$



Hình 7-20.Mô tả điện trường bằng đường sức (liền nét) và đường đẳng thế (nét đứt).

Trong hệ tọa độ Descartes, biểu thức (7-38) được tổng quát hoá như sau:

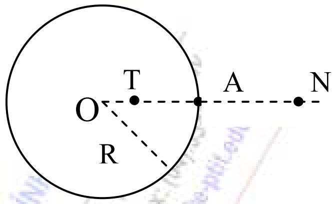
$$\vec{E} = -\,\text{grad}V = -\left(\vec{i}\frac{\partial V}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right) \qquad (7\text{-}39)$$

c. Lân cận một điểm trong điện trường, điện thế biến thiên nhiều (nhanh) nhất theo phương pháp tuyến với mặt đẳng thế (hay theo phương của đường sức điện trường vẽ qua điểm đó).

$$\left|\frac{dV}{dn}\right| \geq \left|\frac{dV}{ds}\right|$$

Hình 7-20 là một thí dụ minh hoạ mối quan hệ giữa $\vec{E}$ và V trong một vài trường hợp đơn giản.

Bài toán 4: Một khối cầu tâm O bán kính R tích điện dương với điện tích Q được phân bố đều theo thể tích. Chọn gốc tính điện thế ở vô cực, hãy xác định:



Hình 7-21. Bài toán

a. Điện thế tại điểm A ở trên mặt cầu.

b. Điện thế tại tâm O .

c. Điện thế tại điểm T ở trong khối cầu.

d. Điện thế tại điểm N ở ngoài khối cầu.

Giải: Trong bài toán 3, dùng định lý O - G ta đã xác định được điện trường trong lòng và bên ngoài khối cầu với kết quả như sau:

$$\vec{E}_{tr}\,(\text{trong}) = \frac{\rho}{3\varepsilon\varepsilon_0}\vec{r}, \qquad r < R, \qquad \rho = \frac{3Q}{4\pi R^3}$$

$$\vec{E}_{ng}\,(\text{ngoài}) = k\frac{Q}{\varepsilon r^3}\vec{r}, \qquad r > R$$

a. Tính V_A:

+ Xét dọc theo một phương bán kính, áp dụng biểu thức (7-38) cho A là một điểm trên mặt khối cầu, ta có:

$$-dV = E_r dr = E_{tr} dr = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0\varepsilon}dr$$

Từ đó $\quad -\int_0^A dV = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon}\int_0^R r\,dr \quad$ hay $\quad V_0 - V_A = \frac{\rho R^2}{6\varepsilon\varepsilon_0}$

Suy ra $\quad V_A = V_0 - \frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0\varepsilon} \qquad (7\text{-}40)$

Vì $\quad Q = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$, nên $\rho R^2 = \frac{3Q}{4\pi R}$ và ta sẽ có:

$$V_A = V_0 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2\varepsilon R} = V_0 - \frac{kQ}{2\varepsilon R} \qquad (7\text{-}41)$$

+ Nếu xem A là thuộc ngoài khối cầu thì tương tự cách tính trên, ta có:

$$V_A - V_\infty = \int_A^\infty E_{ng}\,dr = \frac{kQ}{\varepsilon}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{kQ}{\varepsilon R}$$

Vì ở vô cùng $V_\infty = 0$ nên suy ra

$$V_A = \frac{kQ}{\varepsilon R} \qquad (7\text{-}42)$$

Vậy khối cầu tích điện đều với điện tích tổng cộng Q gây ra điện thế tại bề mặt có giá trị như điện thế gây bởi một điện tích điểm Q đặt tại tâm O.

b. Tính V_0: Từ (7-41) và (7-42) rút ra:

$$V_0 = \frac{3kQ}{2\varepsilon R} \qquad (7\text{-}43)$$

c. Tính V_T: Tương tự như trên, ta có:

$$V_0 - V_T = \int_A^{\infty} E_{tr} dr = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon} \int_0^{r_T} r dr = \frac{\rho . r_T^2}{6\varepsilon\varepsilon_0}$$

Từ đó

$$V_T = V_0 - \frac{\rho . r_T^2}{6\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{3kQ}{2\varepsilon R} - \frac{\rho . r_T^2}{6\varepsilon\varepsilon_0} \qquad (7\text{-}44)$$

Vậy khi đi từ tâm O ra đến bề mặt của khối cầu tích điện đều, điện thế giảm dần theo hàm mũ.

d. Tính V_N: Ta có $V_N - V_\infty = \int_{r_N}^{\infty} E_{ng} dr = \frac{kQ}{\varepsilon} \int_{r_N}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{kQ}{\varepsilon r_N}$

Do đó: $$V_n = \frac{kQ}{\varepsilon r_N} \qquad (7\text{-}45)$$

Nhận xét: Trong trường hợp điện tích Q>0, điện thế V_0 tại tâm O là cực đại rồi giảm dần theo hàm mũ ra đến bề mặt. Điện thế bề mặt là một hằng số; ra ngoài khối cầu điện thế giảm theo quy luật tỉ lệ nghịch với khoảng cách. Ở vô cực $V_\infty = 0$ (V cực tiểu).

Trong trường hợp điện tích khối cầu Q < 0 thì V_0 cực tiểu, còn V_∞ cực đại.

CHƯƠNG VIII: VẬT DẪN

Trong tự nhiên vật chất chia làm ba loại: Vật dẫn, điện môi và bán dẫn. Vật dẫn là vật có chứa các hạt mang điện tự do, có thể chuyển động trong toàn bộ vật. Khái niệm vật dẫn bao gồm nhiều chất như kim loại, dung dịch điện phân, chất khí ion hoá.

Ở đây ta chỉ nghiên cứu kim loại, có các điện tích tự do là các electron tự do chuyển động trong toàn mạng tinh thể của nó. Do đó khi nói về vật dẫn, ta hiểu theo nghĩa hẹp là vật dẫn kim loại mà thôi.

§1. VẬT DẪN CÂN BẰNG TĨNH ĐIỆN

1. Định nghĩa

Một vật dẫn được tích điện mà các hạt mang điện của nó ở trạng thái đứng yên, được gọi là vật dẫn cân bằng tĩnh điện.

Trong kỹ thuật, vật dẫn cân bằng tĩnh điện là vật dẫn được nạp điện tích (thừa hoặc thiếu electron) hoặc vật dẫn được đặt trong điện trường khi tất cả điện tích trong nó đã đứng yên.

2. Tính chất của vật dẫn cân bằng tĩnh điện

a) Véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ tại mọi điểm trong vật dẫn cân bằng tĩnh điện bằng không.

Thật vậy, xét một điện tích q bất kỳ trong vật dẫn cân bằng tĩnh điện, vì nó nằm yên nên lực tác dụng lên nó $\vec{F} = q\vec{E} = 0$. Suy ra $\vec{E} = 0$.

b) Tại mọi điểm trên bề mặt của vật dẫn cân bằng tĩnh điện, véctơ $\vec{E}$ (do đó cả đường sức điện trường nữa) phải vuông góc với bề mặt vật dẫn.

Thật vậy, nếu tại một điểm nào đó trên bề mặt vật dẫn cân bằng tĩnh điện có véctơ $\vec{E}$ không vuông góc với bề mặt, khi đó ta phân tích $\vec{E} = \vec{E}_n + \vec{E}_t$ và chắc chắn thành phần tiếp tuyến với bề mặt $\vec{E}_t \neq 0$. Do vậy một điện tích bất kỳ nằm ở đó sẽ chịu tác dụng của lực tiếp tuyến với bề mặt $\vec{F}_t = q\vec{E}_t \neq 0$ khiến q bị dịch chuyển và như vậy vật dẫn không còn ở trạng thái cân bằng tĩnh điện nữa.

c) Vật dẫn cân bằng tĩnh điện là một khối đẳng thế, bề mặt vật dẫn là một mặt đẳng thế.

Thật vậy, với hai điểm M, N bất kỳ trong lòng vật dẫn và L là đường cong bất kỳ nối hai điểm đó, áp dụng công thức (7-37) ta có: $V_M - V_N = \int_{MN} \vec{E}d\vec{s}$ Theo tính chất a) vì $\vec{E} = 0$ nên $V_M = V_N$, tức là V = const bên trong lòng vật dẫn. Ngoài ra vì trên bề mặt vật dẫn $\vec{E}_t = 0$ nên điện thế tại mọi điểm trên bề mặt vật dẫn cũng bằng nhau (nên mặt vật dẫn là một mặt đẳng thế). Cuối cùng vì điện thế là hàm liên tục của khoảng cách nên toàn bộ vật là một khối đẳng thế.

d) Điện tích chỉ phân bố trên bề mặt của vật dẫn cân bằng tĩnh điện.

Thật vậy, nếu chọn S là một mặt kín nằm trọn trong lòng vật dẫn và rất sát với bề mặt vật dẫn, khi đó áp dụng định lý O-G cho mặt kín S này ta có $\sum_i q_i = \oint_S \vec{D}.d\vec{S} = 0$ vì trong lòng vật dẫn $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} = 0$. Do đó trong lòng mặt kín S này không có điện tích nào cả và điện tích của vật dẫn cân bằng tĩnh điện chỉ được phân bố trong một lớp rất mỏng trên bề mặt vật dẫn.

3. Một số hiện tượng ở vật dẫn cân bằng tĩnh điện

a) Hiện tượng điện ở mũi nhọn

Từ thực nghiệm người ta thấy rằng điện tích phân bố không đều trên mặt vật dẫn cân bằng tĩnh điện. Cụ thể, điện tích tập trung dày đặc tại những chỗ lồi ra và thưa thớt ở những chỗ phẳng hoặc lõm vào ở bề mặt. Do đó ở những chỗ lồi ra, nhất là ở mũi nhọn, điện trường rất mạnh; còn ở những chỗ lõm vào điện trường rất yếu. Đối với các vật dẫn cân bằng tĩnh điện có bề mặt đối xứng (mặt cầu, mặt trụ, mặt phẳng rộng vô hạn) thì điện tích phân bố đều trên bề mặt của chúng.

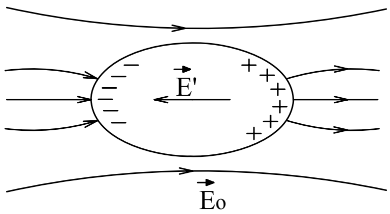
b) Hiện tượng nối đất

Khi vật A nhiễm điện được nối với vật B chưa nhiễm điện thì điện tích được truyền từ A sang B và phân bố lại trên cả hai vật. Khi đó mật độ điện tích trung bình trên mỗi vật sẽ nhỏ hơn trên vật A lúc ban đầu. Quả đất được xem là một vật dẫn cực kỳ lớn. Vì vậy khi vật nhiễm điện được nối đất thì điện tích coi như được truyền hết xuống vỏ quả đất. Trong kỹ thuật, vỏ các cỗ máy điện, xe bồn chở xăng, cột thu lôi đều được nối đất để đảm bảo an toàn và không gây nguy hiểm.

c) Hiện tượng điện hưởng (còn gọi là hưởng ứng tĩnh điện)

Là hiện tượng xuất hiện các điện tích cảm ứng trên bề mặt vật dẫn (lúc đầu ở trạng thái trung hoà về điện) khi được đặt trong điện trường.

Khi ta đặt một khối kim loại vào điện trường $\vec{E}_0$ thì tất cả các electron tự do trong nó bị điện trường tác dụng lực $\vec{F} = -e\vec{E}_0$ khiến chúng chuyển động ngược chiều $\vec{E}_0$. Kết quả là ở bề mặt, nơi đường sức điện trường đi vào, xuất hiện lớp điện tích âm; còn ở mặt đối diện (nơi đường sức đi ra) xuất hiện lớp điện tích dương (Hình 8-1). Chúng được gọi là các điện tích hưởng ứng, có độ lớn bằng nhau.



Hình 8-1.
Hiện tượng điện hưởng

Trong lòng khối kim loại sẽ xuất hiện điện trường phụ $\vec{E}'$ ngược chiều với điện trường $\vec{E}_0$. Điện trường $\vec{E}'$ sẽ tác dụng lên các electron lực $\vec{F}' = -e\vec{E}'$ ngược chiều với lực $\vec{F}_0$, tức là lực $\vec{F}'$ cản trở việc tạo thành các điện tích hưởng ứng. Trạng thái cân bằng được thiết lập khi $\vec{F}' = -\vec{F}_0$, tức là $\vec{E}' = -\vec{E}_0$. Khi vật đã ở trạng thái cân bằng tĩnh điện (các electron tự do không di chuyển nữa) thì trong lòng nó có: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 = 0$, V = const, ρ = 0.

Hiện tượng này cũng xảy ra đối với khối kim loại rỗng hoặc một vỏ hộp kim loại hình dạng bất kỳ được đặt trong điện trường.

Người ta phân biệt hai loại hiện tượng điện hưởng: điện hưởng toàn phần và điện hưởng một phần.

- ***Điện hưởng toàn phần:*** trường hợp mọi đường sức điện trường được xuất phát và kết thúc trong các vật tích điện của hệ kín; không có đường sức ra khỏi hệ hoặc từ ngoài đi vào hệ. Ví dụ: Hiện tượng điện hưởng giữa hai bản của một tụ điện.
- ***Điện hưởng một phần:*** trường hợp hệ hở, có đường sức đi ra khỏi hệ hoặc từ bên ngoài đi vào hệ.

d) Màn chắn tĩnh điện

Dựa vào hiện tượng điện hưởng, người ta dùng màn chắn tĩnh điện (là hộp hoặc lưới kim loại) để bảo vệ thiết bị điện (đặc biệt là thiết bị vô tuyến) khỏi tác động của điện trường bên ngoài, nếu không dùng sẽ bị nhiễu rất mạnh. Trường hợp điện trường ngoài không quá mạnh, màn chắn chỉ cần có dạng lưới (ví dụ lớp lưới kim loại ở vỏ cáp điện) cũng đủ làm triệt tiêu ảnh hưởng của điện trường gây nhiễu.

Chú ý rằng màn chắn tĩnh điện chỉ ngăn cản không cho điện trường từ bên ngoài xâm nhập vào trong. Nếu đặt điện tích Q bên trong màn chắn thì do hiện tượng điện hưởng, mặt trong của màn chắn sẽ tích điện trái dấu với Q, còn mặt ngoài sẽ tích điện cùng dấu với Q. Khi đó phía ngoài màn chắn vẫn có điện trường (tức là màn mất tác dụng "chắn").

§2. ĐIỆN DUNG - TỤ ĐIỆN - NĂNG LƯỢNG ĐIỆN TRƯỜNG

1. Điện dung của vật dẫn cô lập

Một vật dẫn được gọi là cô lập về điện (*hay vật dẫn cô lập*) nếu gần nó không có một vật nào khác có thể gây ảnh hưởng đến sự phân bố điện tích trên vật dẫn đang xét.

Khi ta truyền cho vật dẫn A một điện tích Q nào đó. Theo tính chất của vật dẫn mang điện (đã ở trạng thái cân bằng tĩnh điện), điện tích Q được phân bố trên bề mặt vật dẫn sao cho điện trường trong lòng vật dẫn bằng không. Thực nghiệm cho thấy: nếu ta thay đổi giá trị điện tích Q của vật dẫn cô lập và đo điện thế V của nó thì tỉ số giữa Q và V luôn luôn không thay đổi ($\frac{Q}{V}$ = const). Nghĩa là độ lớn điện tích Q của vật tăng hay giảm bao nhiêu lần thì điện thế V của nó cũng tăng hay giảm bấy nhiêu lần. Hằng số này đặc trưng cho khả năng tích điện của vật ở điện thế V nhất định nào đó, được gọi là điện dung C của vật:

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (8\text{-}1)$$

Vậy: Điện dung của vật dẫn cô lập là đại lượng có trị số bằng điện tích cần truyền cho vật dẫn để điện thế của nó tăng lên một vôn.

Trong hệ đơn vị SI, điện dung được đo bằng fara (kí hiệu: *F*)

1 fara = 1 culông/1vôn

Bài toán 1: Tính điện dung của một khối cầu kim loại bán kính R đặt trong môi trường đồng nhất có hằng số điện môi ε_0.

Giải: Giả sử ta tích điện cho quả cầu với điện tích Q. Khi vật dẫn ở trạng thái cân bằng tĩnh điện, điện tích Q được phân bố đều trên mặt khối cầu. Khi đó điện thế V của (bề mặt) quả cầu được xác định theo công thức (7-42): $V = k\dfrac{Q}{\varepsilon R}$.

Suy ra điện dung của quả cầu kim loại bằng:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon R}{k} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \qquad (8\text{-}2)$$

Từ công thức (8-2) ta thấy fara là đơn vị điện dung rất lớn (vì đó là điện dung của một quả cầu kim loại có bán kính $R \approx 9.10^9$m !). Vì vậy trong kỹ thuật người ta thường dùng các đơn vị ước của fara, đó là μF, nF và pF với quan hệ như sau:

$$1F = 10^6\mu F = 10^9 nF = 10^{12} pF.$$

2. Tụ điện

a. Định nghĩa

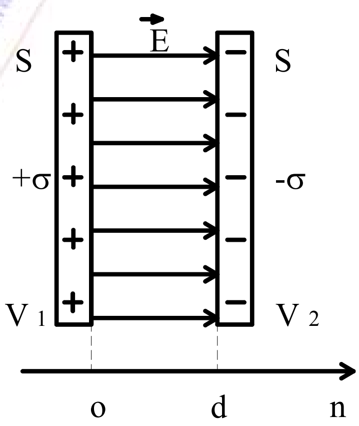
Tụ điện là hệ hai vật dẫn tạo thành một hệ kín sao cho chúng ở trạng thái điện hưởng toàn phần.

Khi tích điện cho tụ điện thì các đường sức điện trường chỉ tồn tại trong lòng tụ điện (trong khoảng không gian giữa hai bản cực của tụ điện).

b. Tụ điện phẳng

Là hệ hai mặt phẳng kim loại có cùng diện tích S đặt song song cách nhau một khoảng d (hình 8-2) rất nhỏ so với kích thước mỗi bản.

Khi hai bản được tích điện +Q và –Q và đã ở trạng thái cân bằng tĩnh điện, chúng là các mặt đẳng thế.



Hình 8-2. Tụ điện phẳng

– Bản dương có điện thế V_1, mật độ điện mặt $+\sigma = +\dfrac{Q}{S}$ gây ra điện trường đều có cường độ: $E_1 = \dfrac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ hướng ra xa nó.

– Bản âm có điện thế V_2, mật độ điện mặt $-\sigma = -\dfrac{Q}{S}$ gây ra điện trường đều đều có cường độ: $E_2 = \dfrac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ hướng vào gần nó.

Vì hai bản ở rất gần nhau nên ở ngoài tụ điện, điện trường bị triệt tiêu, còn trong lòng tụ điện thì điện trường là đều, hướng từ bản dương sang bản âm, có độ lớn $E = E_1 + E_2 = \dfrac{|\sigma|}{\varepsilon\varepsilon_0}$.

Xét trên phương của đường sức điện trường (phương n), từ biểu thức (7-38) ta suy ra: -dV = Edn. Lấy tích phân hai vế biểu thức này theo độ lệch điện thế ứng với khoảng cách hai bản tụ, ta được:

$$\int_{V_1}^{V_2}(-dV) = \int_0^d Edn\,, \qquad \text{hay } V_1 - V_2 = E\int_0^d dn = Ed$$

Tức là $\qquad U = V_1 - V_2 = Ed \qquad$ (8-3)

Do đó điện dung của tụ điện phẳng bằng:

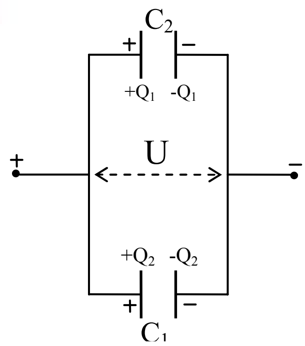
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{|\sigma|S}{|\sigma|d/\varepsilon\varepsilon_0} = \varepsilon_0\varepsilon\frac{S}{d} \qquad (8\text{-}4)$$

3. Ghép tụ điện

a) Ghép song song

Giả sử có hai tụ điện với các điện dung lần lượt là C_1, C_2 được ghép song song với nhau (hình 8-3). Trong trường hợp này vì $U_1 = U_2 = U$ nên suy ra:

$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$ hay $\frac{C_1}{C_2} = \frac{Q_1}{Q_2}$ nghĩa là tụ nào có điện dung lớn hơn thì tích điện được nhiều hơn và ngược lại. Nếu thay hệ hai tụ này bằng một tụ điện duy nhất với điện dung C_{td} có vai trò tương đương, khi đó điện tích trên mỗi bản của tụ tương đương sẽ là $Q_{td} = Q_1 + Q_2$.



Hình 8-3. Hai tụ điện ghép song song

Suy ra: $\qquad C_{td} \,.\, U = C_1U + C_2U = (C_1 + C_2)\,U$

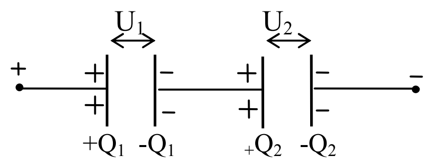
Do đó: $\qquad C_{td} = C_1 + C_2$

Tổng quát, nếu có n tụ điện ghép song song với nhau thì:

$$C_{td} = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (8\text{-}5)$$

b. Ghép nối tiếp

Xét hai tụ điện ghép nối tiếp với nhau (hình 8-4). Ta thấy các bản cực của hai tụ khi được nối với nguồn điện sẽ được tích điện theo hiện tượng điện hưởng (toàn phần).



Hình 8-4. Hai tụ điện ghép nối tiếp

Do đó độ lớn điện tích trên các bản đều bằng nhau.

$Q_1 = Q_2 = Q$ hay $C_1U_1 = C_2U_2$

Hay $\qquad \frac{C_1}{C_2} = \frac{U_2}{U_1}$

nghĩa là tụ điện nào có điện dung lớn hơn thì hiệu điện thế rơi vào trên nó sẽ nhỏ hơn và ngược lại.

Nếu thay hai tụ điện này bằng một tụ tương đương có điện dung C_{td} thì điện dung C_{td} được xác định như sau: hiệu điện thế giữa hai bản của tụ tương đương là

$$U_{td} = U_1 + U_2 \text{ hay } \frac{Q}{C_{td}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})$$

Do đó $\frac{1}{C_{td}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Tổng quát, nếu có n tụ điện ghép nối tiếp với nhau thì:

$$C_{td} = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_1} \qquad (8\text{-}6)$$

4. Năng lượng điện trường

a. Năng lượng của một tụ điện đã tích điện

Giả sử ta dùng nguồn điện một chiều để nạp điện tích vào hai bản của tụ điện có điện dung C. Nguồn điện sinh công để đưa điện tích đến hai bản và công đó chuyển thành năng lượng của điện trường tồn tại giữa 2 bản của tụ điện.

Tại thời điểm t, hiệu điện thế giữa hai bản là u, điện tích mỗi bản là q. Sau thời gian *dt* nguồn đưa thêm lượng điện tích *dq* đến cho mỗi bản. Vì *dq* rất nhỏ nên hiệu điện thế u coi như không đổi, do đó công vi phân của nguồn là:

$$dA = (u+du)dq \approx Cudu$$

Công toàn phần để nạp điện cho tới khi hiệu điện thế giữa hai bản bằng U là:

$$A = \int_0^U dA = C\int_0^U udu = \frac{1}{2}CU^2.$$

Công A này chuyển hoá thành năng lượng W của một tụ điện đã được tích điện. Vậy năng lượng của một tụ điện là:

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU \qquad (8\text{-}7)$$

b. Năng lượng điện trường

+ Điện trường đều:

Điện trường chỉ tồn tại trong khoảng không gian giữa hai bản cực của tụ điện. Năng lượng của tụ điện cũng chính là năng lượng của điện trường tồn tại trong tụ điện. Ở tụ điện phẳng, điện trường giữa hai bản cực là đều, có độ lớn E = U/d và thể tích không gian trong đó tồn tại điện trường bằng τ = S.d. Khi đó năng lượng của tụ điện là:

$$W_e = A = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}U^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon(\frac{U^2}{d})Sd = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2\tau. \qquad (8\text{-}8)$$

Từ đó ta tính được mật độ năng lượng của điện trường đều bằng:

$$\omega_e = \frac{W_e}{\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}\vec{E}\,\vec{D} \qquad (8\text{-}9)$$

Người ta đã chứng minh được công thức (8-9) cũng đúng cho điện trường đều bất kỳ.

+ Điện trường bất kỳ:

Áp dụng phương pháp vi tích phân dễ dàng tính được năng lượng điện trường bất kỳ trong một thể tích τ nào đó theo công thức sau:

$$W_e = \int_\tau \omega_e d\tau = \frac{1}{2}\int_\tau \vec{E}\vec{D}.d\tau \qquad (8\text{-}10)$$

<u>Bài toán 2</u>: Ở chính giữa hai bản của một tụ điện phẳng có điện dung $C = 1{,}78.10^{-11}$F, diện tích mỗi bản cực là $S = 100cm^2$, nhúng trong chất lỏng điện môi $\varepsilon = 2$, người ta đặt một điện tích $q = +\,4{,}5\mathrm{x}10^{-9}$C thì thấy q chịu một lực $F = 9{,}81.10^{-5}$N. Tính:

a) Hiệu điện thế U giữa hai bản tụ điện.

b) Mật độ năng lượng điện trường.

c) Lực tương tác giữa hai bản cực của tụ điện.

<u>Giải</u>: a) Tụ điện phẳng nên $U = Ed \rightarrow d = U/E$.

Mặt khác $F = qE \rightarrow E = F/q \Rightarrow d = qU/F$ (1)

Có $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d \rightarrow d = \varepsilon_0\varepsilon S/C$ (2)

Kết hợp (1) và (2) rút ra: $U = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon SF}{qC} \approx 217$V.

b) Mật độ năng lượng điện trường:

$$\omega_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon\left(\frac{E^2}{q}\right) = 42{,}03.10^{-4}\ \mathrm{J/m^3}$$

c) Hai bản cực hút nhau với lực f. Năng lượng điện trường của tụ điện sẽ biến thành công cản để không cho hai bản cực tiến tới gần nhau. Từ đó:

$fd = \omega Sd \rightarrow f = \omega S = 42{,}03.10^{-6}$N.

CHƯƠNG IX: ĐIỆN MÔI

Bình thường điện môi là những chất không dẫn điện. Chúng có ứng dụng quan trọng và rộng rãi trong kỹ thuật và đời sống. Bạn thử tưởng tượng các dây cáp dẫn điện mà không có vỏ cách điện thì nguy hiểm biết chừng nào. Hầu hết các hợp chất oxyt đều là điện môi và được sử dụng phổ biến trong kỹ thuật điện - điện tử. Các tụ điện đều phải dùng chất điện môi ghép vào giữa hai bản cực. Các linh kiện điện tử như transistor trường (FET), vi mạch CMOS.v.v... trong cấu tạo đều phải sử dụng đến điện môi điôxyt silic (SiO_2), nguyên lý hoạt động của chúng là dựa trên hiện tượng phân cực điện môi của lớp SiO_2 trong điện trường phân cực bên ngoài. Do đó khảo sát về điện môi là nội dung của chương IX này.

Mục đích: Khảo sát hiện tượng phân cực điện môi, tính toán điện trường trong chất điện môi và tìm hiểu tính chất của một số chất đặc biệt (các hiệu ứng áp điện thuận, ngược trong điện môi sécnhét).

Yêu cầu: Giải thích được hiện tượng phân cực điện môi, hiểu khái niệm véctơ phân cực điện môi và phương pháp tính điện trường trong chất điện môi. Biết các tính chất của điện môi sécnhét và phân biệt được sự khác nhau giữa hiệu ứng áp điện thuận với hiệu ứng áp điện nghịch.

§1. HIỆN TƯỢNG PHÂN CỰC ĐIỆN MÔI

1. Hiện tượng phân cực điện môi

Điện môi là những chất không có các điện tích tự do nên ở điều kiện bình thường không thể dẫn điện được.Tuy nhiên khi đặt nó vào điện trường đủ mạnh thì ở hai mặt giới hạn (đối diện với phương vectơ cường độ điện trường) cũng xuất hiện các điện tích trái dấu. Hiện tượng này gọi là hiện tượng phân cực điện môi.

Về hình thức, hiện tượng phân cực điện môi có vẻ giống hiện tượng hưởng ứng tĩnh điện ở kim loại, nhưng hoàn toàn khác về bản chất.Các điện tích xuất hiện trong hiện tượng phân cực điện môi không tự do dịch chuyển được mà định xứ cố định trong lòng chất điện môi. Chúng được gọi là các điện tích liên kết.

Đại lượng đặc trưng cho chất điện môi là hằng số điện môi ε. Chất có hằng số điện môi ε càng lớn thì hiện tượng phân cực càng mạnh.

2. Phân loại điện môi

Mỗi phân tử của chất điện môi gồm hai phần: hạt nhân mang điện dương và các electron mang điện âm. Bình thường các phân tử trung hoà về điện. Căn cứ vào sự phân bố của các electron quanh hạt nhân, người ta phân điện môi làm hai loại:

- ***Loại thứ nhất:*** là chất điện môi có phân tử tự phân cực. Trong loại này, các phân tử có phân bố electron không đối xứng quanh hạt nhân nên tâm điện tích âm cách tâm điện tích dương một khoảng *l*. Mỗi phân tử tự hình thành một lưỡng cực điện có mô men lưỡng cực phân tử $\vec{p}_e = q\vec{l}$. Bình thường mô men lưỡng cực của các phân tử sắp xếp hỗn loạn đối với nhau. Đó là các chất như H_2O, HCl, NH_3, CH_3Cl.v.v...

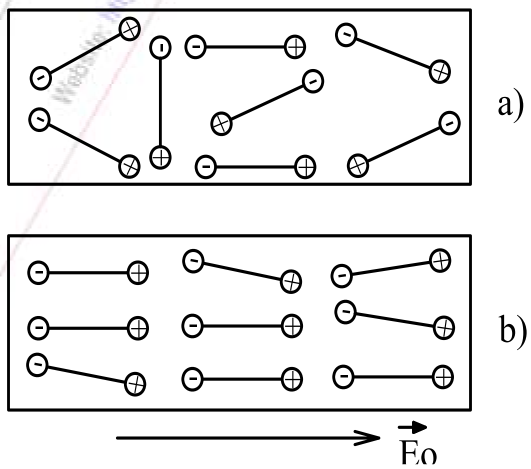
– ***Loại thứ hai:*** là chất điện môi có phân tử không phân cực. Trong phân tử, các electron có phân bố đối xứng quanh hạt nhân khiến tâm điện tích âm trùng với tâm điện tích dương. Phân tử của điện môi loại này không phải là lưỡng cực điện. Đó là các chất như H_2, N_2, Cl_2, khí hiếm,.v.v...

Riêng các chất điện môi tinh thể (rắn) có các ion dương sắp xếp một cách trật tự và liên kết chặt chẽ với nhau. Ta có thể xem toàn bộ tinh thể điện môi rắn như một "phân tử khổng lồ" mà mạng ion dương và mạng ion âm lồng vào nhau. Đó là các hợp chất như NaCl, CsCl.v.v...

3. Quá trình phân cực điện môi

a. Điện môi có phân tử tự phân cực

Bình thường, các phân tử sắp xếp hỗn loạn, do chuyển động nhiệt. Trong một thể tích bất kỳ, tổng mômen lưỡng cực của các phân tử bằng không. Toàn bộ khối điện môi chưa tích điện (hình 9-1a). Khi đặt chất điện môi vào điện trường ngoài thì các mômen lưỡng cực phân tử sẽ quay theo chiều điện trường, hướng tới vị trí cân bằng ($\vec{p}_e \nearrow\nearrow \overrightarrow{E_0}$). Điện trường $\overrightarrow{E_0}$ càng mạnh và chuyển động nhiệt của các phân tử càng yếu (nhiệt độ chất điện môi càng thấp) thì sự định hướng của các mômen lưỡng cực càng mạnh mẽ. Nếu điện trường ngoài đủ lớn, các lưỡng cực phân tử có thể xem như nằm song song nhau theo phương $\overrightarrow{E_0}$. Khi đó ở trong lòng chất điện môi, các tâm điện tích dương và âm của các phân tử trung hoà nhau nên không xuất hiện điện tích. Còn ở trên các mặt giới hạn có thể xuất hiện các điện tích trái dấu (hình 9-1b): ở mặt giới hạn mà các đường sức điện trường đi vào xuất hiện điện tích âm, ở mặt mà các đường sức điện trường đi ra xuất hiện điện tích dương . Đây là các điện tích liên kết, chúng không tự do dịch chuyển được. Ta nói rằng chất điện môi đã bị phân cực.



Hình 9-1. Điện môi phân tử tự phân cực
a) Khi chưa đặt trong điện trường ngoài.
b) Khi đặt trong điện trường ngoài.

b. Điện môi có phân tử không phân cực

Bình thường các tâm điện tích dương và âm của phân tử trùng nhau. Trong chất điện môi không có các lưỡng cực phân tử, do đó trong toàn khối điện môi cũng không có điện tích nào cả.

Khi đặt chất điện môi vào điện trường ngoài $\overrightarrow{E_0}$, điện trường sẽ tác dụng lên các tâm điện tích của mỗi phân tử: tâm điện tích âm bị đẩy ngược chiều với $\overrightarrow{E_0}$, còn tâm điện tích dương bị kéo cùng chiều với $\overrightarrow{E_0}$. Kết quả là phân tử trở thành lưỡng cực điện có mômen lưỡng cực $\vec{p}_e$ cùng hướng với $\overrightarrow{E_0}$. Quá trình xảy ra giống với trường hợp trên: chất điện môi đã bị phân cực.

c. Điện môi tinh thể rắn

Dưới tác dụng của điện trường ngoài, các mạng ion dương bị xê dịch theo chiều điện trường, còn các mạng ion âm bị xê dịch ngược chiều điện trường, gây ra hiện tượng phân cực điện môi. Dạng phân cực này gọi là "phân cực ion".

Tóm lại, dù là điện môi loại nào, khi được đặt trong điện trường ngoài thì tại hai mặt giới hạn đối diện của nó đều xuất hiện hai lớp điện tích trái dấu, gọi là các điện tích phân cực hay điện tích liên kết. Mật độ điện tích phân cực lớn hay bé (chất điện môi bị phân cực mạnh hay yếu) phụ thuộc vào bản chất của chất điện môi và vào cường độ điện trường ngoài.

4. Véctơ phân cực điện môi

Để đặc trưng cho mức độ phân cực chất điện môi, người ta định nghĩa khái niệm véctơ phân cực điện môi như sau: Véctơ phân cực điện môi $\vec{P}_e$ là tổng véctơ mômen lưỡng cực điện $\vec{p}_e$ của các phân tử có trong một đơn vị thể tích của chất điện môi.

<u>Biểu thức</u>: Xét một thể tích ΔV của chất điện môi đã bị phân cực (bởi trường ngoài), thể tích này đủ lớn để chứa một số lớn n các phân tử. Khi đó theo định nghĩa trên thì:

$$\overrightarrow{P_e} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{p_{ei}} \qquad (9\text{-}1)$$

Véctơ $\overrightarrow{P_e}$ hướng dọc theo chiều của véctơ cường độ điện trường $\overrightarrow{E_0}$.

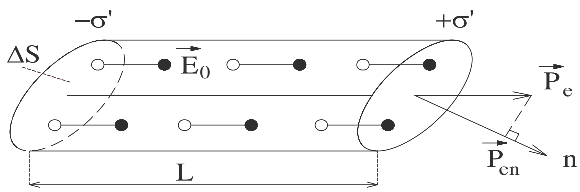
5. Liên hệ giữa véctơ phân cực điện môi với mật độ điện tích phân cực

Trong khối điện môi đồng nhất ta tưởng tượng tách ra một khối trụ xiên có đường sinh song song với véctơ cường độ điện trường tổng hợp $\vec{E}$ trong điện môi (tức là song song với $\overrightarrow{Pe}$) có hai đáy song song với nhau và có diện tích là ΔS, đường sinh có chiều dài L (hình 9-2). Gọi $\vec{n}$ là pháp tuyến ngoài của đáy mang điện tích dương và α là góc giữa $\vec{n}$ và $\vec{E}$, -σ' và +σ' là mật độ điện tích trên hai đáy.

Điện tích tổng cộng xuất hiện ở hai đáy là +(σ'ΔS) và -(σ'ΔS). Ta xem toàn bộ khối trụ như một lưỡng cực điện "khổng lồ" mà độ lớn mômen điện của nó bằng σΔS.L. Theo định nghĩa của véctơ phân cực điện môi, ta có:

$$P_e = \left|\overrightarrow{P_e}\right| = \frac{1}{\Delta V}\left|\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{p_{ei}}\right|$$

Trong đó $\left|\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{p_{ei}}\right| = \sigma'\Delta S.L$, còn thể tích của khối trụ xiên ΔV = ΔS.L.cosα.



Hình 9-2. Để thiết lập quan hệ giữa $\overrightarrow{Pe}$ và σ

Do đó: $P_e = \dfrac{\sigma'.\Delta S.L}{\Delta S.\ L\cos\alpha} = \dfrac{\sigma'}{\cos\alpha}$

Suy ra: $\sigma' = P_e\cos\alpha = P_{en}$ (9-2)

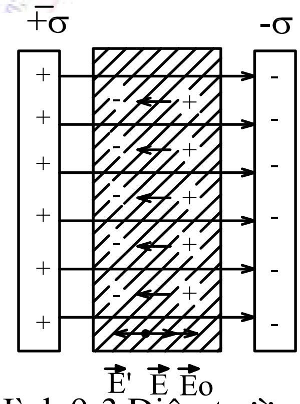
Vậy: Mật độ σ' của các điện tích phân cực xuất hiện trên mặt giới hạn của khối điện môi có giá trị bằng hình chiếu của véctơ phân cực điện môi trên pháp tuyến của mặt giới hạn đó.

§2. ĐIỆN TRƯỜNG TRONG CHẤT ĐIỆN MÔI

1. Véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ trong chất điện môi

Xét một tụ điện phẳng, mật độ điện tích trên hai bản cực là +σ và -σ gây ra điện trường đều $\vec{E}_0$ trong lòng tụ điện. Đặt một khối điện môi đồng chất, đẳng hướng vào giữa hai bản cực của tụ điện (hình 9-3). Khối điện môi bị phân cực: xuất hiện hai lớp điện tích phân cực có mật độ là +σ' và -σ'. Các điện tích phân cực này sinh ra điện trường phụ $\vec{E}$' ngược chiều với điện trường $\vec{E}_0$. Vì vậy điện trường tổng hợp trong lòng chất điện môi sẽ là:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$



Hình 9-3 Điện trường

Hình 9-3. Điện trường trong chất điện môi

Chiếu biểu thức trên lên phương của $\vec{E}_0$ ta được:

$$E = E_0 - E'$$

Vì hai lớp điện tích phân cực lại có thể xem như hai bản cực của một tụ điện phẳng mới mà độ lớn của cường độ điện trường do nó sinh ra là $E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$. Do vậy

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \quad \text{hay} \quad E = E_0 - \frac{P_{en}}{\varepsilon_0} \qquad (9\text{-}3)$$

Thực nghiệm xác nhận: khi điện trường $\vec{E}_0$ không lớn lắm thì véctơ phân cực điện môi $\vec{P}_e$ tỷ lệ với véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$. Do đó ta viết được $\vec{P}_e = \chi\varepsilon_0\vec{E}$ với χ là một hệ số không thứ nguyên.

Tiếp theo, $P_{en} = \chi\varepsilon_0 E_n$ và vì pháp tuyến của mặt giới hạn trùng với phương của điện trường $\vec{E}$ nên $E_n = E$. Vậy $E = E_0 - \frac{\chi\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E$, hay $(1 + \chi)E = E_0$.

Cuối cùng ta được
$$E = \frac{E_0}{1+\chi} \qquad (9\text{-}4)$$

Nếu toàn bộ hệ trên (gồm tụ điện phẳng và chất điện môi) được đặt trong chân không thì E_0 là độ lớn cường độ điện trường trong chân không, còn E là độ lớn của cường độ điện trường trong lòng chất điện môi. Từ đó suy ra $1 + \chi = \varepsilon$ là hằng số điện môi của môi trường. Tức là ta có:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} \qquad (9\text{-}5)$$

và
$$1 + \chi = \varepsilon \qquad (9\text{-}6)$$

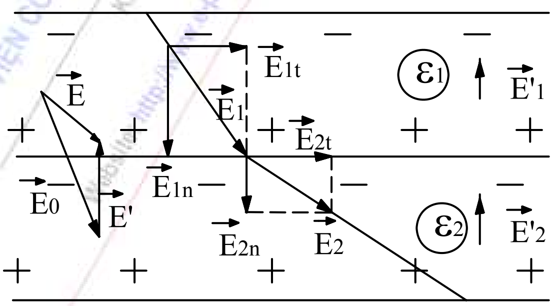
Ta cũng dễ dàng tìm được mối liên hệ giữa véctơ điện cảm $\vec{D}$ và véctơ phân cực điện môi $\vec{P_e}$. Muốn vậy, theo định nghĩa ta có $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$, với $\varepsilon = 1 + \chi$.

Do đó $$\vec{D} = \varepsilon_0(1+\chi)\vec{E}$$

hay $$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_o\chi\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P_e} \qquad (9\text{-}7)$$

§3. ĐIỆN TRƯỜNG TẠI MẶT PHÂN CÁCH GIỮA HAI MÔI TRƯỜNG

Trong các chất điện môi không đồng chất, tính chất của môi trường thay đổi từ điểm này sang điểm khác, do đó các véctơ $\vec{E}$ và $\vec{D}$ cũng có thể thay đổi trong các phần khác nhau của môi trường. Xét hai lớp điện môi đồng chất có mặt song song, tiếp xúc nhau, hằng số điện môi lần lượt là ε_1, ε_2 đặt trong điện trường đều $\vec{E}_0$ (hình 9-4). Những điện tích liên kết trên bề mặt các điện môi gây ra trong mỗi lớp điện môi một điện trường phụ $\vec{E}$' vuông góc với mặt phân cách.



Hình 9-4. Sự không liên tục của đường sức điện trường

Điện trường tổng hợp trong từng lớp điện môi lần lượt bằng:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}'_1$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 + \vec{E}'_2$$

Chiếu hai đẳng thức véctơ trên lần lượt lên các phương pháp tuyến và tiếp tuyến với mặt phân cách, ta có:

$$E_{1n} = E_{0n} - E'_{1n} \qquad (a)$$

$$E_{2n} = E_{0n} - E'_{2n} \qquad (b)$$

$$E_{1t} = E_{0t} - E'_{1t} \qquad (c)$$

$$E_{2t} = E_{0t} - E'_{2t} \qquad (d)$$

Vì $E'_{1t} = E'_{2t} = 0$ nên từ (c) và (d) suy ra:

$$E_{1t} = E_{2t} \qquad (9\text{-}8)$$

Vậy: Thành phần tiếp tuyến của véctơ cường độ điện trường tổng hợp biến thiên liên tục khi đi qua mặt phân cách của hai lớp điện môi.

Mặt khác, vì $E' = \sigma'/\varepsilon_0 = \chi E$ nên $E'_{1n} = \chi E_{1n}$. Thay biểu thức này vào (a) và chú ý rằng $1 + \chi = \varepsilon_1$, ta rút ra:

$$E_{1n} = E_{0n} / \varepsilon_1. \qquad (e)$$

Tương tự, ta cũng có: $$E_{2n} = E_{0n} / \varepsilon_2. \qquad (f)$$

Từ (e) và (f) ta suy ra:

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (9\text{-}9)$$

Vậy: Thành phần pháp tuyến của véctơ cường độ điện trường tổng hợp biến thiên không liên tục (trường hợp tổng quát $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \neq 1$) khi đi qua mặt phân cách của hai lớp điện môi.

Kết luận: Đường sức điện trường là không liên tục khi đi qua mặt phân cách giữa hai lớp điện môi.

Đối với véctơ điện cảm trong hai lớp điện môi trên, ta có:

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_0\varepsilon_1 \vec{E}_1,\ \vec{D}_2 = \varepsilon_0\varepsilon_2 \vec{E}_2$$

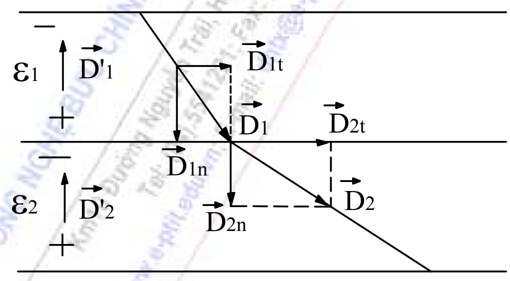
Cũng làm phép chiếu như trên, ta được:

$$D_{1t} = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_{1t}$$

$$D_{2t} = \varepsilon_0\varepsilon_2 E_{2t}$$

Vì $E_{1t} = E_{2t}$ nên:

$$\frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \qquad (9\text{-}9)$$



Hình 9-5. Sự liên tục của đường cảm ứng điện

Vậy: Thành phần tiếp tuyến của véctơ cảm ứng điện biến thiên không liên tục khi đi qua mặt phân cách của hai lớp điện môi.

Tương tự, sẽ có $D_{1n} = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_{1n}$ và $D_{2n} = \varepsilon_0\varepsilon_2 E_{2n}$

Vì đã có $\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ nên $\frac{D_{1n}}{D_{2n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = 1$ (9-10)

Tức là $D_{1n} = D_{2n}$. (9-11)

Vậy: Thành phần pháp tuyến của véctơ cảm ứng điện biến thiên liên tục khi đi qua mặt phân cách của hai lớp điện môi.

Chú ý: Từ các kết quả trên ta thấy rằng khi đi qua mặt phân cách của hai lớp điện môi, không những chỉ véctơ $\vec{E}$ mà cả véctơ $\vec{D}$ cũng thay đổi. Tuy nhiên điện thông (do đó số đường cảm ứng điện), theo định nghĩa bằng $\phi_e = \int_S D_n dS$ thì vẫn không đổi khi đi qua mặt phân cách (vì $D_{1n} = D_{2n}$).

§4. ĐIỆN MÔI ĐẶC BIỆT

1. Điện môi Sécnhét

Khoảng những năm 1930 - 1934 hai nhà Vật lý Nga là Cuốcsatốp và Côbiêcô đã tìm thấy một hợp chất tinh thể có công thức $NaK(C_2H_2O_2).4H_2O$ (bitáctrat natri Kali ngậm nước), gọi tắt là muối Sécnhét, có nhiều tính chất đặc biệt. Sau đó người ta đã tìm thấy một nhóm những điện môi tinh thể khác cũng có các tính chất tương tự và gọi tên chung cho chúng là điện môi Sécnhét.

Sau đây là những tính chất đặc biệt của điện môi Sécnhét:

- Trong một khoảng nhiệt độ nào đó, hằng số điện môi của điện môi Sécnhét rất lớn, có thể đạt tới 10^4.
- Hằng số điện môi ε (và do đó hệ số χ) của nó phụ thuộc vào cường độ điện trường trong điện môi.
- Sau khi tắt điện trường ngoài $\vec{E}_0$, tinh thể Sécnhét vẫn còn bị phân cực. Đây là *hiện tượng điện trễ trong Sécnhét*.
- Khi tăng nhiệt độ lên quá một nhiệt độ T_c nào đó, các tính chất trên của Sécnhét biến mất và nó trở thành chất điện môi bình thường. T_c được gọi là *nhiệt độ Curi*.

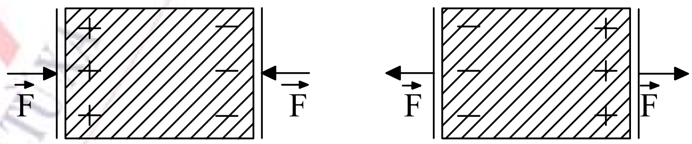
Điện môi Sécnhét có rất nhiều ứng dụng trong kỹ thuật. Vì có hằng số điện môi rất lớn nên nó được dùng để chế tạo các tụ điện có kích thước nhỏ nhưng điện dung rất lớn.

2. Hiệu ứng áp điện

a. Hiệu ứng áp điện thuận

Năm 1880 hai nhà Vật lý Pháp là Pie Curie và Giăc Curie đã tìm thấy một hiện tượng mới: khi nén hoặc kéo dãn một số tinh thể điện môi theo những phương đặc biệt trong tinh thể thì trên các mặt giới hạn của tinh thể xuất hiện những điện tích trái dấu, tương tự như những điện tích xuất hiện trong hiện tượng phân cực điện môi. Hiện tượng này gọi là hiệu ứng áp điện thuận, xảy ra với các tinh thể thạch anh, tuamalin, muối sécnhét, đường, titanat bari,.v.v...

Nếu đổi dấu của biến dạng (từ nén sang dãn hoặc ngược lại) thì điện tích xuất hiện trên hai mặt giới hạn cũng đổi dấu (hình 9-6). Do có điện tích trái dấu xuất hiện nên giữa hai mặt giới hạn này có một hiệu điện thế.



Hình 9-6. Hiệu ứng áp điện

Hiệu ứng áp điện thuận được áp dụng trong kỹ thuật để biến đổi những dao động cơ (âm) thành những dao động điện.

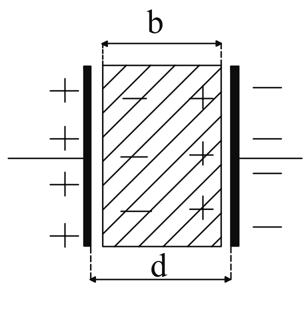
b. Hiệu ứng áp điện nghịch

Trong các tinh thể đã nêu ở trên, người ta còn quan sát thấy hiện tượng áp điện nghịch: Nếu ta đặt lên hai mặt đối diện của một tinh thể một hiệu điện thế thì nó sẽ bị dãn ra hoặc bị nén lại. Nếu đây là một hiệu điện thế xoay chiều thì tinh thể sẽ bị dãn, nén liên tiếp và sẽ dao động theo tần số của hiệu điện thế xoay chiều. Tính chất này được ứng dụng để chế tạo các nguồn phát siêu âm.

<u>Bài toán</u>: Một tụ điện phẳng có các bản cực với diện tích $S = 115cm^2$ và cách nhau một khoảng d = 1,24cm. Một hiệu điện thế U = 85,5V được đặt vào giữa hai bản tụ điện. Sau đó ngắt nó ra khỏi hiệu điện thế trên và một tấm điện môi dày b = 0,78cm và có hằng số điện môi ε = 2,61 được đưa vào giữa các bản cực của tụ điện (xem hình bên). Tính:

a) Điện dung C_0 của tụ trước khi tấm điện môi được đưa vào.

b) Điện tích tự do xuất hiện trên các bản cực.



c) Điện trường E_0 trong khe giữa các bản tụ và tấm điện môi.

d) Điện trường E trong tấm điện môi.

e) Hiệu điện thế giữa các bản tụ sau khi đã đưa tấm điện môi vào.

f) Điện dung khi có tấm điện môi

Giải:

a) Tính C_0: Trước khi đưa tấm điện môi vào, đây là tụ điện không khí ($\varepsilon \approx 1$) nên:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \times 10^{-12} \times 115 \times 10^{-4}}{1,24 \times 10^{-2}} F$$

$$= 8,21 \times 10^{-12} F = 8,21 pF.$$

b) Tính $q = C_0 U = 8,21 \times 11^{-12} \times 85,5C = 7,02 \times 10^{-10} C$

Điện tích tự do này không đổi khi đưa tấm điện môi vào tụ điện.

c) Tính E_0 theo công thức $E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$

$$E_0 = \frac{7,02 \times 10^{-10}}{8,85 \times 10^{-12} \times 115 \times 10^{-4}} V/m = 6.900 V/m = 6,9 kV/m.$$

d) Tính E theo công thức (9-5)

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{6,9}{2,61} kV/m = 2,64 kV/m.$$

e) Tính $U' = U_1 + U_2$, trong đó U_1 là hiệu điện thế trên khe giữa các bản tụ và tấm điện môi; Còn U_2 là hiệu điện thế giữa hai mặt giới hạn của tấm điện môi.

Ta có $U_1 = E_0 (d - b)$, $U_2 = Eb$ nên:

$$U' = E_0 (d - b) + Eb = E_0 d - (E_0 - E)b$$

$$= 6.900 \times 1,24 \times 10^{-2} - (6900 - 2640) \times 0,78 \times 10^{-2}$$

$$= 52,3V.$$

f) Tính C' theo công thức

$$C' = \frac{q}{U'} = \frac{7,02 \times 10^{-10}}{52,3} F = 1,34 \times 10^{-11} F = 13,4 pF.$$

CHƯƠNG X: DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

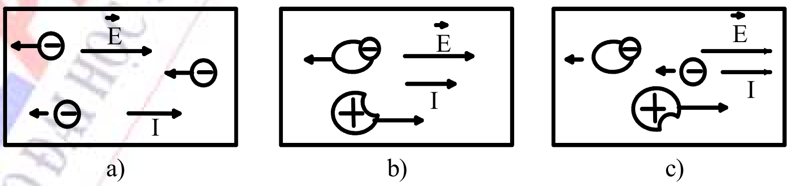
Thử tưởng tượng cuộc sống của chúng ta sẽ ra sao nếu không sử dụng đến điện năng. Lúc ấy sẽ chẳng có truyền thanh, truyền hình, điện tín, điện thoại cũng không ôtô, máy bay, tàu hoả điện.v.v... không thể hoạt động được; Máy tính điện tử trở thành vô dụng; màn đêm đen kịt khi đêm về .v.v... Hầu như tất cả các máy móc, phương tiện, dụng cụ trong kỹ thuật và đời sống đều phải sử dụng đến điện năng. Dòng điện truyền điện năng từ nơi này đến nơi khác, làm cho cuộc sống tồn tại và phát triển.

Mục đích của chương này là nghiên cứu về dòng điện không đổi: xem xét bản chất của dòng điện, trình bày các đại lượng đặc trưng của dòng điện, khảo sát định luật Ohm, định luật Kirchhoff và giới thiệu khái niệm suất điện động của nguồn điện.

Học xong chương này, yêu cầu đối với người học là nắm vững các định nghĩa về cường độ dòng điện, véctơ mật độ dòng điện; hiểu và vận dụng tốt các công thức của định luật Ohm, định luật Kirchhoff để giải các bài toán về mạch điện một chiều.

§1. BẢN CHẤT CỦA DÒNG ĐIỆN

Ở chương VIII ta đã biết là trong môi trường dẫn điện, các điện tích tự do luôn luôn chuyển động nhiệt hỗn loạn. Dưới tác dụng của điện trường ngoài, chúng sẽ chuyển động có hướng xác định: các hạt điện dương chuyển động theo chiều của véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$, còn các hạt điện âm chuyển động theo chiều ngược lại. Dòng các hạt điện chuyển động có hướng như vậy gọi là dòng điện, còn các hạt điện được gọi chung là hạt tải điện.



Hình 10-1. Bản chất dòng điện trong kim loại(a),trong chất điện phân(b)và trong chất khí(c)

Bản chất của dòng điện trong các môi trường khác nhau cũng khác nhau (xem hình 10-1).

- *Trong kim loại:* vì chỉ có electron hoá trị là tự do nên dưới tác dụng của điện trường ngoài chúng sẽ chuyển động có hướng để tạo thành dòng điện (hình 10-1a).
- *Trong chất điện phân:* do các quá trình tương tác, các phân tử tự phân ly thành các ion dương và các ion âm. Dưới tác dụng của điện trường ngoài các ion này chuyển động có hướng để tạo thành dòng điện (hình 10-1b).
- *Trong chất khí:* khi có kích thích của bên ngoài (chiếu bức xạ năng lượng cao, phóng điện.v.v...) các phân tử khí có thể giải phóng electron. Các electron này có thể kết hợp với các phân tử trung hoà để tạo thành các ion âm. Như vậy trong khí bị kích thích có thể tồn

tại các hạt tích điện là ion âm, ion dương và electron. Dưới tác dụng của điện trường ngoài, các hạt tích điện này sẽ chuyển động có hướng để tạo thành dòng điện (hình 10-1c).

Quy ước về chiều của dòng điện: là chiều chuyển động của các hạt điện dương dưới tác dụng của điện trường, hay ngược chiều với chiều chuyển động của các hạt điện âm.

Chú ý: Dưới tác dụng của điện trường ngoài, các hạt điện tự do sẽ chuyển động có hướng. Quỹ đạo của hạt điện trong môi trường dẫn được gọi là **đường dòng**. Tập hợp các đường dòng tựa trên một đường cong kín tạo thành một **ống dòng** (xem hình 10-2). Đây là hai khái niệm cần thiết để xây dựng hai đại lượng đặc trưng của dòng điện là cường độ dòng điện và véctơ mật độ dòng điện.

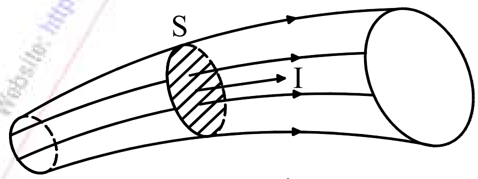
§2. NHỮNG ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG CỦA DÒNG ĐIỆN

1. Cường độ dòng điện

Trong môi trường có dòng điện chạy qua, xét một diện tích bất kỳ thuộc một ống dòng nào đó (hình 10-2).

Định nghĩa: Cường độ dòng điện qua điện tích S là một đại lượng có trị số bằng điện lượng chuyển qua diện tích ấy trong một đơn vị thời gian.

Biểu thức: $$i = \frac{dq}{dt} \qquad (10 - 1)$$



Hình 10-2. Ống dòng

trong đó dq là điện lượng chuyển qua diện tích S trong thời gian dt.

Đơn vị: Trong hệ SI, đơn vị đo cường độ dòng điện là ampe, ký hiệu A và 1A = 1C/1s = 1C/s.

Từ biểu thức (10-1) ta suy ra điện lượng q chuyển qua diện tích S trong khoảng thời gian t được tính theo công thức sau:

$$q = \int_0^t dq = \int_0^t i\,dt \qquad (10 – 2)$$

Nếu phương, chiều và cường độ của dòng điện không thay đổi theo thời gian thì dòng điện được gọi là ***dòng điện không đổi***. Đối với dòng điện này, ta có i = I = const và do đó

$$q = I\int_0^t dt = It \qquad (10 – 3)$$

Nếu dòng điện trong vật dẫn do hai loại điện tích trái dấu tạo nên (điện tích dương chuyển động theo chiều điện trường, còn điện tích âm thì ngược lại) thì cường độ dòng điện qua diện tích S sẽ bằng: $i = dq_1/dt + dq_2/dt$, tức là bằng tổng số học cường độ dòng điện do mỗi loại điện tích tạo nên.

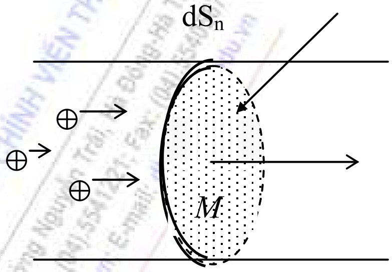
Từ công thức (10–3) ta có định nghĩa của Coulomb như sau:

"Coulomb là điện lượng tải qua tiết diện một vật dẫn trong thời gian 1 giây bởi một dòng điện không đổi theo thời gian có cường độ 1 ampe".

2. *Véctơ mật độ dòng điện*

Cường độ dòng điện là một đại lượng vô hướng, đặc trưng cho độ mạnh của dòng điện qua một diện tích cho trước. Để đặc trưng cho phương, chiều và độ mạnh của dòng điện tại từng điểm của môi trường có dòng điện chạy qua người ta đưa ra một đại lượng khác là véctơ mật độ dòng điện.

Xét diện tích nhỏ dS_n đặt tại điểm M và vuông góc với phương chuyển động của dòng các hạt điện qua diện tích ấy.



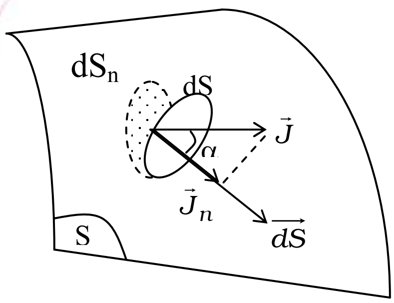
Hình 10-3
Vectơ mật độ dòng

Định nghĩa: Véctơ mật độ dòng điện $\vec{j}$ tại một điểm M là một véctơ có:

- ***Điểm đặt*** tại điểm M.
- ***Hướng (phương, chiều)*** là hướng chuyển động của các hạt điện tích dương đi qua tiết diện dS_n, chứa điểm M.
- ***Độ lớn*** bằng cường độ dòng điện qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với hướng ấy, tức là:

  $j = dI/dS_n$ (10 – 4)

- ***Đơn vị:*** Trong hệ SI, đơn vị đo của mật độ dòng điện là ampe/mét vuông, kí hiệu A/m^2.



Hình 10-4
Dòng điện qua dS

Để tính cường độ dòng điện qua một diện tích bất kỳ của môi trường, ta làm như sau: Chia diện tích S bất kỳ thành những phần tử diện tích vô cùng nhỏ dS (hình 10-4), khi đó có thể xem véctơ mật độ dòng điện trên diện tích dS là không đổi ($\vec{j} = \overrightarrow{const}$). Nếu gọi dS_n là hình chiếu của diện tích dS trên mặt phẳng vuông góc với đường dòng (tức là vuông góc với $\vec{j}$) thì ta nhận thấy rằng cường độ dòng điện qua dS cũng bằng cường độ dòng điện qua dS_n và bằng $dI = jdS_n$.

Gọi α là góc giữa véctơ pháp tuyến $\vec{n}$ của diện tích dS với véctơ mật độ dòng $\vec{j}$, khi đó $dS_n = dS.\cos\alpha$, cho nên: $dI = jdS\cos\alpha = j_n dS$, với $j_n = j\cos\alpha$ là hình chiếu của véctơ $\vec{j}$ trên phương của véctơ pháp tuyến $\vec{n}$. Nếu gọi $\overrightarrow{dS}$ là véctơ có cùng hướng với $\vec{n}$ và có trị số bằng diện tích dS ($\overrightarrow{dS}$ gọi là véctơ diện tích) thì ta viết được $dI = \vec{j}\,\overrightarrow{dS}$.

Như vậy cường độ dòng điện I qua diện tích S bất kì được tính theo công thức

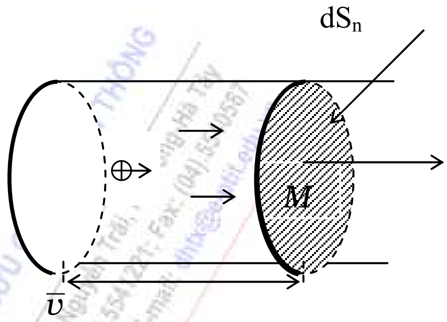
$$I = \int_s dI = \int_s \vec{j}\,\overrightarrow{dS} \qquad (10 - 5)$$

Mối liên hệ giữa véctơ mật độ dòng điện $\vec{j}$ với mật độ hạt tải điện n_0, điện tích của hạt tải điện q và vận tốc trung bình có hướng của hạt tải điện $\vec{\bar{v}}$.

Giả sử trong vật dẫn chỉ có một loại hạt tải điện. Khi đó, trong một đơn vị thời gian, số hạt tải điện *dn* đi qua diện tích dS_n nói trên là số hạt nằm trong một đoạn ống dòng có đáy là dS_n và có chiều dài $dl = \bar{v}$ (hình 10–5).

Ở đây ta phải lấy trị trung bình của độ lớn vận tốc của các hạt tải điện vì các hạt có thể có vận tốc với độ lớn khác nhau. Nghĩa là ta có:

$dn = n_0 (\bar{v}\, dS_n)$.



Hình 10-5.

Để tính mật độ dòng điện

Gọi dI là cường độ dòng điện qua diện tích dS_n, ta có:

$dI = |q|\, dn = n_0\, |q| \bar{v}\, dS_n$.

Từ đó ta suy ra biểu thức của mật độ dòng điện $j = \dfrac{dI}{dt} = n_0 |q| \bar{v}$ (10.6)

Dưới dạng véctơ biểu thức trên có dạng:

$$\vec{j} = n_0\, |q| \vec{\bar{v}} \qquad (10\text{-}7)$$

Biểu thức (10-7) phù hợp với định nghĩa về véctơ mật độ dòng điện: với hạt tải điện dương (q > 0) $\vec{j} \nearrow\nearrow \vec{\bar{v}}$, còn đối với hạt tải điện âm (q < 0) thì $\vec{j} \nearrow\swarrow \vec{\bar{v}}$.

Nếu trong vật dẫn có cả hai loại hạt tải điện $q_1 > 0$ và $q_2 < 0$ thì biểu thức mật độ dòng sẽ là:

$$\vec{j} = n_{01} q_1 \vec{\bar{v}}_1 + n_{02} q_2 \vec{\bar{v}}_2 \qquad (10\text{-}8)$$

và viết cho độ lớn $\qquad j = n_{01} |q_1| \bar{v}_1 + n_o |q_2| \bar{v}_2$

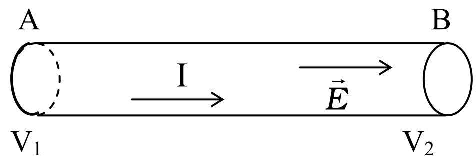
§3. ĐỊNH LUẬT OHM VỚI ĐOẠN MẠCH THUẦN TRỞ

1. Định luật Ohm

Xét một đoạn dây dẫn kim loại đồng chất AB có điện trở là R và có dòng điện chạy qua nó với cường độ là I. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là điện thế ở hai đầu A và B. Nếu dòng điện đi từ A sang B (tất nhiên là cùng chiều điện trường) thì theo §7, chương VII, ta sẽ thấy $V_1 > V_2$.

Bằng thực nghiệm, nhà vật lý người Đức G.Ohm đã phát minh ra định luật liên hệ giữa ba đại lượng I, R và $U = V_1 - V_2$ như sau:

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{U}{R} \qquad (10\text{-}9)$$



Hình 10-6

Đoạn mạch có dòng điện -Định luật Ohm

2. Điện trở và điện trở suất

Thực nghiệm chứng tỏ: Điện trở R của một đoạn dây dẫn đồng tính tiết diện đều tỉ lệ thuận với chiều dài *l* và tỉ lệ nghịch với diện tích tiết diện vuông góc S_n của đoạn dây đó.

$$R = \rho l/S_n \qquad (10\text{-}10)$$

Trong đó hệ số ρ gọi là điện trở suất, phụ thuộc vào bản chất và trạng thái của dây dẫn.

Trong hệ đơn vị SI, đơn vị đo của R là Ôm (kí hiệu Ω), đơn vị đo của ρ là Ôm.mét (kí hiệu Ωm).

Chú ý: Thông thường khi nhiệt độ tăng thì dao động nhiệt của mạng tinh thể trong kim loại cũng mạnh lên nên điện trở của kim loại (và vật dẫn nói chung) tăng theo nhiệt độ.

3. Dạng vi phân của định luật Ohm

Định luật Ohm dạng (10-9) chỉ áp dụng được với một đoạn dây dẫn có dòng điện chạy qua. Bây giờ ta hãy tìm một công thức khác biểu diễn định luật đó nhưng áp dụng được với mỗi điểm của dây dẫn.

Muốn vậy, ta xét hai diện tích nhỏ dS_n nằm vuông góc với các đường dòng và cách nhau một khoảng nhỏ *dl* (hình 10-7). Gọi V và V + dV là điện thế tại hai diện tích ấy (dV < 0), *dI* là cường độ dòng điện chạy qua chúng. Theo định luật Ohm (10-9) ta có:

$$dI = \frac{1}{R}[V - (V + dV)] = -\frac{dV}{R}$$

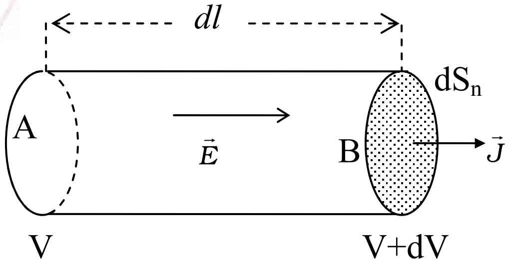
trong đó –dV là độ giảm điện thế khi ta đi từ diện tích A sang diện tích B theo chiều dòng điện, R là điện trở đoạn mạch AB. Vì $R = \rho dl/dS_n$ nên ta có:

$$dI = -\frac{dV}{R} = \left(\frac{1}{\rho}\right)\left(-\frac{dV}{dl}\right)dS_n.$$

Hay $j = \frac{dI}{dS_n} = \left(\frac{1}{\rho}\right)\left(\frac{-dV}{dl}\right)$

Theo công thức (7-38) thì $-\frac{dV}{dl} = E$, đặt $\frac{1}{\rho} = \sigma$ và gọi nó là *điện dẫn suất* của môi trường. Khi đó ta có:

$$j = \sigma E.$$



Hình 10-7. Để thiết lập dạng vi phân của định luật Ohm.

Ở trong §2 ta biết rằng hai véctơ $\vec{j}$ và $\vec{E}$ là cùng hướng, còn $\sigma = \frac{1}{\rho}$ luôn luôn dương nên ta có biểu thức véctơ sau đây:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} \qquad (10\text{-}11)$$

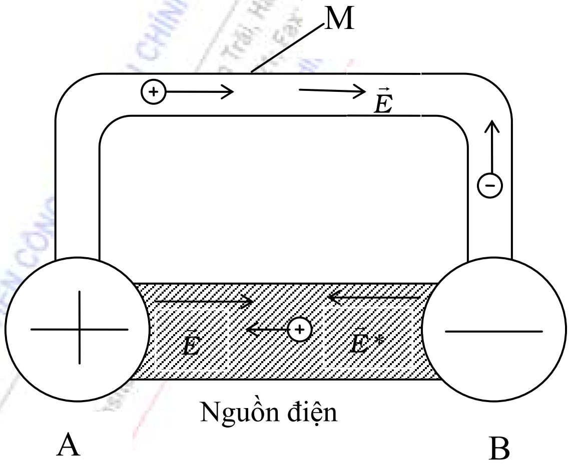
Đây là công thức ta cần tìm và định luật được mô tả bằng công thức này gọi là định luật Ohm dạng vi phân được phát biểu như sau: “Tại một điểm bất kỳ trong môi trường có dòng điện chạy qua, véctơ mật độ dòng điện tỉ lệ thuận với véctơ cường độ điện trường tại điểm đó”.

§4. SUẤT ĐIỆN ĐỘNG

1. Nguồn điện

Xét hai vật dẫn A và B mang điện trái dấu: A mang điện dương, B mang điện âm (hình 10-8). Như vậy điện thế ở A cao hơn điện thế ở B, giữa A và B xuất hiện điện trường tĩnh hướng theo chiều điện thế giảm. Nếu nối A với B bằng vật dẫn M thì các hạt tải điện dương sẽ chuyển động theo chiều điện trường từ A về B, còn các hạt tải điện âm thì ngược lại. Kết quả là trong vật dẫn M xuất hiện dòng điện theo chiều từ A sang B, điện thế của A giảm xuống, điện thế của B tăng lên. Cuối cùng, khi điện thế của A và B bằng nhau thì dòng điện sẽ ngừng lại.

Muốn duy trì dòng điện trong vật dẫn M ta phải đưa các hạt tải điện dương từ B trở về lại A (và các hạt tải điện âm từ A trở về lại B) để làm cho $V_A > V_B$. Điện trường tĩnh $\vec{E}$ không làm được việc này, trái lại còn ngăn cản quá trình đó (vì ta đã biết là các điện tích dương sẽ chuyển động cùng chiều với chiều điện trường tĩnh $\vec{E}$, còn hạt tải điện âm thì ngược lại). Vì vậy phải tác dụng lên hạt tải điện dương một lực làm cho nó chạy ngược chiều điện trường tĩnh, tức là từ nơi có điện thế thấp đến nơi có điện thế cao (lập luận tương tự đối với hạt tại điện âm). Rõ ràng lực này không thể là lực tĩnh điện mà là lực phi tĩnh điện, hay ***lực lạ***. Trường lực gây ra lực lạ ấy gọi là ***trường lạ*** $\vec{E}^*$. Nguồn tạo ra trường lạ ấy gọi là ***nguồn điện***.



Hình 10-8.
Để tiến tới khái niệm nguồn điện

Trong nguồn điện tồn tại cả trường lạ $\vec{E}^*$ và trường tĩnh $\vec{E}$ song chúng ngược chiều nhau, về cường độ thì E* > E thì mới đưa được các hạt tải điện dương từ cực (-) về lại cực (+) và các hạt tải điện âm từ cực (+) về lại cực (-).

Trong thực tế, nguồn điện có thể là pin, ắcqui, máy phát điện.v.v... Bản chất lực lạ trong các nguồn điện khác nhau là khác nhau (trong pin và ắcqui lực lạ là lực tương tác phân tử, trong máy phát điện dùng hiện tượng cảm ứng điện từ đó là lực điện từ). Muốn tạo thành dòng điện, nguồn điện và dây dẫn M phải tạo thành một mạch kín.

2. Suất điện động của nguồn điện

Để đặc trưng cho khả năng sinh công của nguồn điện, người ta đưa ra khái niệm suất điện động được định nghĩa như sau:

"Suất điện động của nguồn điện là một đại lượng có giá trị bằng công của lực điện trường do nguồn tạo ra làm dịch chuyển một đơn vị điện tích dương một vòng quanh mạch kín của nguồn đó".

$$\xi = \frac{A}{q} \qquad (10\text{-}12)$$

Xét mạch kín C có chứa nguồn điện và mạch ngoài (dây dẫn M chẳng hạn). Công của lực điện trường (do nguồn điện tạo ra) làm dịch chuyển điện tích q một vòng quanh mạch C bằng:

$$A = \oint_{(C)} q(\vec{E} + \vec{E}^*)\,\vec{ds}$$

Suy ra suất điện động của nguồn là:

$$\xi = \frac{A}{q} = \oint_{(C)} (\vec{E} + \vec{E}^*)\,\vec{ds} = \oint_{(C)} \vec{E}\,\vec{ds} + \oint_{(C)} \vec{E}^*\vec{ds}$$

Vì $\vec{E}$ là trường tĩnh điện nên $\oint_{(C)} \vec{E}\,\vec{ds} = 0$. Do vậy:

$$\xi = \oint_{(c)} \vec{E}^*\vec{ds} \qquad (10\text{-}13)$$

Nghĩa là: Suất điện động của nguồn điện có giá trị bằng công của lực lạ trong sự dịch chuyển một đơn vị điện tích dương một vòng quanh mạch kín của nguồn đó.

Nhận xét: Vì trường lạ $\vec{E}^*$ chỉ tồn tại trên một đoạn L giữa hai cực của nguồn điện nên

$$\xi = \int_{L} \vec{E}^*\vec{ds} \qquad (10\text{-}14)$$

Đơn vị: Trong hệ SI, suất điện động được đo bằng vôn (V).

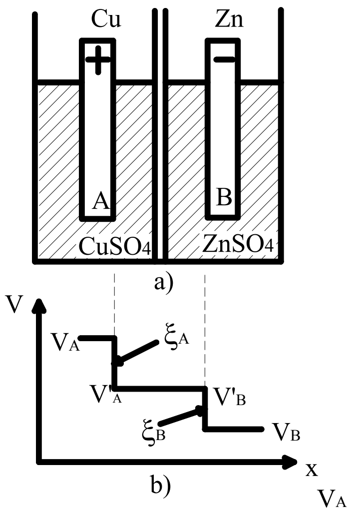
3. Suất phản điện

Trường hợp nguồn điện được mắc vào mạch điện sao cho dòng điện đi vào cực dương và đi ra từ cực âm nguồn thì lúc này nguồn điện không phát ra điện năng, trái lại nó thực hiện quá trình thu năng lượng. Khi đó nó được gọi là ***nguồn thu điện*** và giá trị ξ của nó được gọi là ***suất phản điện***. Năng lượng điện trường được nguồn thu chuyển hoá thành năng lượng của trường lực lạ dự trữ trong nguồn. Trong quá trình nạp điện, acquy là một nguồn thu điện.

4. Pin Đanien

Để làm ví dụ về một nguồn điện đơn giản, ta xét cấu tạo và quá trình tạo năng lượng trong pin Đanien.

Pin Đanien gồm một điện cực bằng kẽm (Zn) nhúng trong dung dịch kẽm sunfát ($ZnSO_4$) và một điện cực bằng đồng (Cu) nhúng trong dung dịch đồng sunfát ($CuSO_4$). Giữa hai dung dịch có vách xốp để ngăn không cho chúng trộn lẫn vào nhau nhưng vẫn cho các electron và ion chuyển động qua lại dễ dàng (hình 10-9). Tương tác phân tử giữa dung dịch và các điện cực xảy ra như sau:



Hình 10-9. a) Cấu tạo pin Đamien
b) Sơ đồ phân bố điện thế trong pin

Các phân tử nước (mỗi phân tử là một lưỡng cực điện gồm một ion âm O_2^- và hai ion dương H^+) trong dung dịch $CuSO_4$ lôi kéo các electron tự do của cực đồng chạy vào dung dịch, khiến cho cực đồng mất electron và trở thành cực mang điện dương. Vì vậy, đi từ cực đồng (điện thế V_A) vào dung dịch $CuSO_4$ (điện thế V'_A) điện thế giảm một lượng: $\xi_A = V_A - V'_A = +0,61V$

Tương tự, các phân tử nước trong dung dịch $ZnSO_4$ kéo các ion Zn^{2+} của cực kẽm vào dung dịch nên cực kẽm mang điện âm. Do đó khi đi từ dung dịch $ZnSO_4$ (có điện thế V'_B) vào cực kẽm (có điện thế V_B) điện thế giảm một lượng:

$$\xi_B = V'_B - V_B = +0{,}50V.$$

Điện thế của hai dung dịch bằng nhau và không đổi. Nếu nối hai cực bằng một sợi dây dẫn thì có dòng điện chạy theo dây dẫn từ cực đồng sang cực kẽm, còn trong dung dịch thì dòng điện lại chạy từ cực kẽm sang cực đồng.

Lực lạ tồn tại trong pin chính là lực tương tác phân tử. Công của lực lạ trong sự chuyển dịch một đơn vị điện tích dương qua các hiệu điện thế nhảy vọt ξ_A và ξ_B (tức là đi từ cực kẽm về cực đồng ở trong dung dịch) về trị số bằng nhưng ngược dấu với công cản của điện trường tĩnh, tức là:

$$A\text{ (lực lạ)} = -A\text{(lực tĩnh điện)} = -[(+1)(V_B - V'_B) + (+1)(V'_A - V_A)]$$

$$= (V'_B - V_B) + (V_A - V'_A) = \xi_B + \xi_A \qquad (10\text{-}15)$$

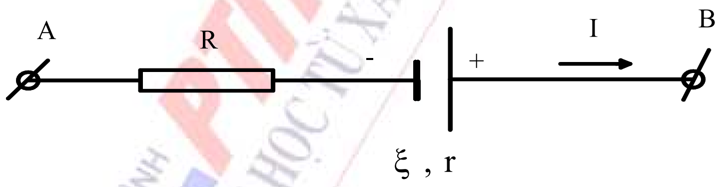
Đây chính là suất điện động của pin Đanien $\xi = \xi_A + \xi_B = 1{,}10V$.

Vậy: Suất điện động của pin hoá điện (biến hoá năng thành điện năng) bằng tổng các điện thế nhảy vọt trong pin đó (cũng chính bằng công của lực lạ khi dịch chuyển một đơn vị điện tích dương từ cực âm vào dung dịch và sau đó từ dung dịch vào cực dương của pin hoá điện).

Vì pin Đanien có suất điện động thấp lại ở dạng nước nên rất bất tiện. Ngày nay trong kỹ thuật và đời sống ta chủ yếu dùng pin khô Lơ Clăngsê có suất điện động 1,50V.

5. Định luật Ohm đối với một đoạn mạch có nguồn

Xét một đoạn mạch AB trong đó có một nguồn điện với suất điện động ξ, điện trở trong r mắc nối tiếp với một điện trở R (hình 10-10).



Hình 10-10

Giả sử dòng điện chạy theo chiều từ A đến B, cường độ I. Công suất điện tiêu thụ trong đoạn mạch AB được đo bằng:

$$P = U_{AB}I.$$

Trong đoạn mạch này ta thấy công suất điện tiêu thụ trong điện trở R và điện trở r dưới dạng toả nhiệt, nhưng đồng thời nguồn điện lại sản sinh ra công suất $P_{nguồn} = \xi I$. Vậy theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$P = I^2(R + r) - P_{nguồn} = I^2(R + r) - \xi I$$

hay $$U_{AB}I = I^2(R + r) - \xi I.$$

Do đó:

$$\boxed{U = I(R+r) - \xi} \qquad (10.16)$$

Công thức (10-16) biểu thị định luật Ohm đối với một đoạn mạch có nguồn.

Trong trường hợp tổng quát công thức (10-16) có dạng như sau:

$$U_{AB} = \pm I(R + r) \pm \xi \qquad (10\text{-}17)$$

Trong đó: I lấy dấu" +" khi dòng điện có chiều từ A đến B và lấy dấu "–" trong trường hợp ngược lại.

Nếu chọn chiều thuận qua mạch từ đầu A đến đầu B thì ξ lấy dấu" +" khi chiều thuận đi vào cực dương của nguồn và lấy dấu " – " khi chiều thuận từ cực dương đi ra.

§5. ĐỊNH LUẬT KIRCHHOFF (KIẾC - HỐP)

1. Các khái niệm cơ bản về mạch điện

a. Mạch phân nhánh

Là mạch điện phức tạp, gồm nhiều nhánh. Mỗi nhánh có một hay nhiều phân tử (nguồn, điện trở, tụ điện, máy thu.v.v...) mắc nối tiếp. Trong mỗi nhánh, dòng điện chạy theo một chiều với cường độ xác định. Nói chung, dòng điện trong các nhánh khác nhau có cường độ khác nhau.

b. Nút

Là chỗ nối các đầu nhánh (giao điểm của ba nhánh trở lên).

c. Vòng kín

Là tập hợp các nhánh nối liền nhau tạo thành một vòng kín (đơn liên) trong mạch điện.

2. Định luật Kirchhoff

a. Định luật 1 (về nút)

Tại mỗi nút của mạch điện, tổng cường độ các dòng điện đi vào nút bằng tổng cường độ các dòng điện từ nút đi ra:

$$\sum_i I_i = \sum_j I_j \qquad (10\text{-}18)$$

Định luật này chính là hệ quả của định luật bảo toàn điện tích tại mỗi nút.

b. Định luật 2 (về vòng kín)

Trong một vòng kín, tổng đại số các độ giảm thế trên các phần tử bằng tổng đại số các suất điện động trong vòng.

$$\sum_i I_i R_i = \sum_j \xi_j \qquad (10\text{-}19)$$

Định luật này là hệ quả của định luật bảo toàn năng lượng trong mỗi vòng mạch kín. Kí hiệu R_i trong (10-19) được hiểu là điện trở của mỗi phần tử của vòng kín (kể cả điện trở trong của nguồn điện).

Muốn viết phương trình cho một vòng kín cụ thể, ta phải chọn cho vòng kín một chiều thuận (cùng chiều kim đồng hồ hoặc ngược chiều kim đồng hồ). Dòng điện I_i sẽ mang dấu (+) nếu nó cùng chiều với chiều thuận và mang dấu (-) trong trường hợp ngược lại. Suất điện động ξ_j

mang dấu (+) nếu chiều thuận đi vào cực âm, đi ra từ cực dương của nguồn và mang dấu (-) trong trường hợp ngược lại.

3. Các bước giải mạch điện theo định luật Kirchhoff

Bước 1: Giả định chiều cho các dòng điện và cách mắc cho các nguồn chưa biết, chọn chiều thuận cho mỗi vòng mạch kín.

Bước 2: Nếu bài toán có n ẩn cần tìm của I_i và ξ_j thì phải lập n phương trình độc lập, trong đó:

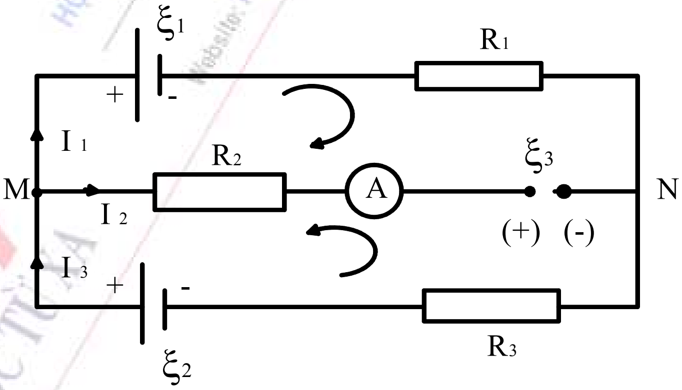
Nếu mạch có m nút thì viết (m-1) phương trình dạng (10-18)

Viết n - (m-1) phương trình dạng (10-19)

Bước 3: Giải hệ n phương trình. Nếu kết quả cho nghiệm $I_i > 0$ thì chiều giả định là đúng với thực tế, nếu $I_i < 0$ thì chiều thực tế của dòng điện I_i là ngược lại với chiều giả định ban đầu (tức là phải chữa lại chiều và dấu của dòng điện I_i cho phù hợp với thực tế). Tương tự đối với nguồn ξ_j.

Bước 4: Vẽ sơ đồ Đáp số, ghi rõ trị số và chiều (hoặc dấu) của các đại lượng.

Bài toán: Cho mạch điện như hình vẽ 10-11 với $\xi_1 = 8V$, $\xi_3 = 5V$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 3\Omega$. Điện trở trong các nguồn và dây nối không đáng kể. Phải mắc nguồn có suất điện động ξ_2 bằng bao nhiêu và đấu cực thế nào để tạo ra dòng $I_2 = 1A$ chạy từ M đến N? Khi đó I_1 và I_3 bằng bao nhiêu?



Hình 10-11

Giải: Giả sử chiều các dòng điện I_1, I_3 và giả định cách mắc cực của nguồn ξ như hình vẽ. Bài toán có ba nghiệm cần tìm là I_1, I_3 và ξ_3 do đó ta phải lập ba phương trình độc lập.

Đã biết chiều và độ lớn của I_2 như hình vẽ. Mạch có hai nút M và N cùng ba vòng kín. Ta lập ba phương trình đó như sau:

- Phương trình cho nút M:

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad \text{(a)}$$

- Phương trình cho vòng kín MR_1NR_2M với chiều thuận được chọn là chiều kim đồng hồ:

$$I_1R_1 - I_2R_2 = -E_1 + E_2 \qquad \text{(b)}$$

- Phương trình do vòng kín MR_2NR_3M với chiều thuận được chọn là ngược chiều kim đồng hồ:

$$-I_2R_2 - I_3R_3 = +E_2 - E_3 \qquad \text{(c)}$$

Giải hệ (a), (b), (c) ta được $\xi_2 = +1{,}6V$; $I_1 = -1{,}2A$ và $I_3 = -0{,}2A$.

Trả lời: Cần phải mắc nguồn điện với $\xi_2 = 1{,}6V$ theo như đã giả định: a(+), b(-), còn các dòng $I_1 = 1{,}2A$; $I_3 = 0{,}2A$ có chiều thực tế là ngược với chiều đã giả sử trên (người học tự vẽ lại mạch điện trên với chiều ngược lại của I_1 và I_3).

CHƯƠNG XI : TỪ TRƯỜNG CỦA DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

Chương này nghiên cứu từ trường do dòng điện không đổi gây ra, tác dụng giữa các dòng điện, và tác dụng của từ trường lên dòng điện. Nhờ đó, chúng ta ta sẽ hiểu được nguyên tắc hoạt động của các dụng cụ và thiết bị điện dựa trên tính chất từ của dòng điện.

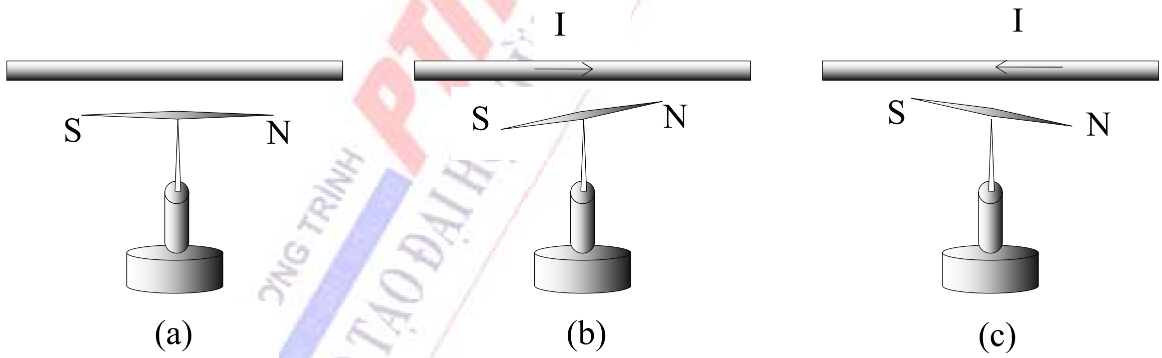
§1. TƯƠNG TÁC TỪ CỦA DÒNG ĐIỆN ĐỊNH LUẬT AMPÈRE

1. Thí nghiệm về tương tác từ

a. Tương tác từ giữa các nam châm

Thí nghiệm chứng tỏ hai thanh nam châm có thể hút nhau nếu hai cực khác tên đặt gần nhau, hoặc đẩy nhau nếu các cực của chúng cùng tên. Các thanh nam châm lại có thể hút được các vụn sắt. Các tính chất đó của nam châm được gọi là *từ tính.* Tương tác giữa các nam châm được gọi là *tương tác từ*.

b. Tương tác giữa dòng điện với nam châm

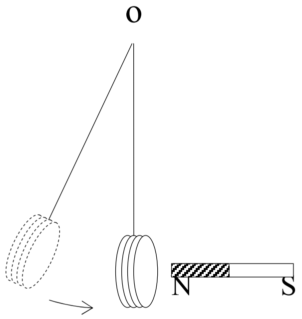


Hình 11-1.Tác dụng của dòng điện lên kim nam châm

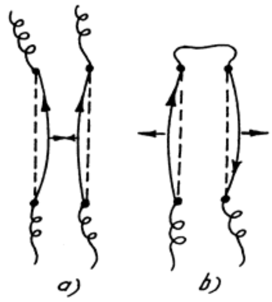
Thí nghiệm chứng tỏ *dòng điện cũng có từ tính như nam châm,* nghĩa là dòng điện có thể hút hoặc đẩy nam châm và ngược lại nam châm cũng có thể hút hoặc đẩy dòng điện. Thật vậy, ta đặt một kim nam châm gần một dây dẫn, song song với dây dẫn chưa có dòng điện (Hình 11-1a). Khi cho dòng điện chạy qua, kim nam châm quay lệch đi so với phương ban đầu (Hình11-1b). Nếu đổi chiều dòng điện, kim nam châm cũng lệch nhưng theo chiều ngược lại (Hình 11-1c).

Sau đó, ta đặt một nam châm gần một dây dẫn. Khi cho dòng điện chạy qua dẫn, nam châm sẽ hút hoặc đẩy dây dẫn tuỳ theo chiều của dòng điện. Thay dây dẫn bằng một cuộn dây dẫn có dòng điện chạy qua, ta cũng thu được kết quả tương tự (Hình 11-2).

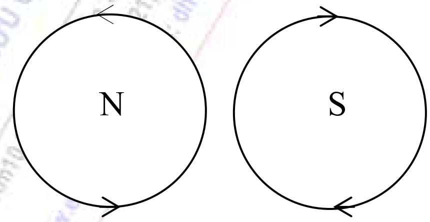
Khi chỉ có các dòng điện với nhau, chúng cũng tương tác với nhau. Thật vậy, thí nghiệm chứng tỏ: hai dây dẫn thẳng song song nhau, ở gần nhau, khi trong chúng có dòng điện cùng chiều chạy qua thì chúng hút nhau, khi trong chúng có dòng điện chạy ngược chiều nhau thì chúng đẩy nhau (Hình 11-3). Hai ống dây điện cũng hút nhau hoặc đẩy nhau tuỳ theo dòng điện ở hai đầu của chúng cùng chiều hay ngược chiều nhau. Mỗi cuộn dây như vậy tương đương với một nam châm: đầu cuộn dây nào mà khi nhìn vào, ta thấy có dòng điện chạy ngược chiều quay của kim đồng hồ thì đó là cực bắc (N) của nam châm, còn ngược lại thì đó là cực nam S (Hình 11-4). Vì thế người ta gọi ống dây có dòng điện là *nam châm điện.*



Hình 11-2
Nam châm tác dụng lên dòng điện



Hình11-3
Tác dụng giữa hai dòng điện



Hình 11-4
Cực bắc (N), cực nam (S) của nam châm điện

Kết luận

Qua các thí nghiệm trên, người ta kết luận: *tương tác giữa các dòng điện cũng là tương tác từ.*

2. Định luật Ampe (Ampère)

Để thuận lợi cho việc xác định lực từ, Ampère đưa ra khái niệm *phần tử dòng điện, gọi tắt là phần tử dòng.* Phần tử dòng điện là một đoạn rất ngắn của dòng điện. Về mặt toán học, người ta biểu diễn nó bằng một vectơ $I\vec{dl}$ nằm ngay trên phần tử dây dẫn, có phương chiều là phương chiều của dòng điện, và có độ lớn *Idl* (hình 11-5a).

Ta giả sử xét hai dòng điện hình dạng bất kỳ, có cường độ lần lượt là *I*, và I_0. Trên hai dòng điện đó, ta lấy hai phần tử dòng bất kỳ $I.\vec{dl}$ và $I_0\vec{dl_0}$ (hình 4-5b) có vị trí tương ứng là O và M. Đặt $\vec{r} = \vec{OM}$ và gọi θ là góc giữa phần tử $I.\vec{dl}$ và vectơ $\vec{r}$. Vẽ mặt phẳng P chứa $I.\vec{dl}$ và điểm M. Vẽ pháp tuyến $\vec{n}$ đối với mặt phẳng P tại M ($\vec{n}$ phải có chiều sao cho ba vectơ $I.\vec{dl}$, $\vec{r}$ và $\vec{n}$ theo thứ tự đó hợp thành một tam diện thuận). Gọi θ_0 là góc giữa phần tử dòng $I_0\vec{dl_0}$ và $\vec{n}$.

Từ khái niệm phần tử dòng, và với cách bố trí như trên, định luật thực nghiệm của Ampère phát biểu như sau:

Từ lực do phần tử dòng điện $I.\vec{dl}$ tác dụng lên phần tử dòng $I_0\vec{dl_0}$ là một vectơ $d\vec{F}$

- Có phương vuông góc với mặt phẳng chứa phần tử dòng $I_0\vec{dl_0}$ và pháp tuyến $\vec{n}$,
- Có chiều sao cho ba vectơ $I_0\vec{dl_0}$, $\vec{n}$, và $d\vec{F}$ theo thứ tự đó hợp thành một tam diện thuận,

– Có độ lớn bằng

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I.dl.\sin\theta.I_0.dl_0.\sin\theta_0}{r^2} \qquad (11\text{-}1)$$

Với:

- μ_0 là một hằng số gọi là *hằng số từ,* trong hệ đơn vị *SI* nó có giá trị bằng:

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H/m } \left(\frac{Henry}{met}\right) \qquad (11\text{-}2)$$

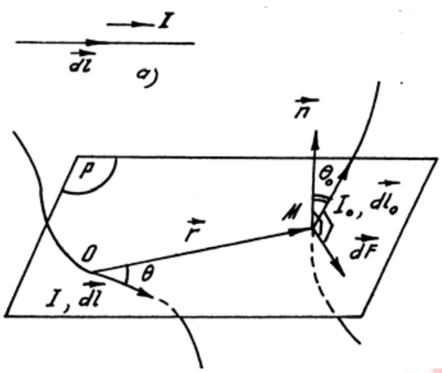
- μ là một số không thứ nguyên, phụ thuộc vào tính chất của môi trường bao quanh các phần tử dòng, được gọi là *độ từ thẩm của môi trường* hay là độ từ thẩm tỉ đối của môi trường so với chân không; Để đơn giản, ta gọi là *độ từ thẩm* của môi trường.

Với chân không μ=1, với không khí $\mu = 1+0,03.10^{-6}$, với nước: $\mu = 1- 0,72.10^{-6}$

Vì μ của không khí gần bằng 1 nên trong những trường hợp không yêu cầu độ chính xác cao, có thể coi không khí có μ = 1, tức là có thể coi các thí nghiệm về tương tác từ tiến hành trong không khí như là được thực hiện trong chân không.

Phát biểu định luật Ampère trên đây cũng có thể biểu diễn bằng biểu thức sau:

$$d\vec{F} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} . \frac{I_0 d\vec{l}_0 \wedge (Id\vec{l} \wedge \vec{r})}{r^3}, \qquad (11\text{-}3)$$



Hình 11-5

Tương tác giữa phần tử dòng $I.\,d\vec{l}$ và phần tử dòng $I_0 d\vec{l}_0$

Một cách tương tự, lực $d\vec{F}'$ do phần tử dòng $I_0 d\vec{l}_0$ *tác dụng lên phần tử dòng* $I.\,d\vec{l}$:

$$d\vec{F}' = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} . \frac{Id\vec{l} \wedge (I_0 d\vec{l}_0 \wedge \vec{r}\,')}{r^3} \qquad (11\text{-}4)$$

và có độ lớn:

$$dF' = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I_0.dl_0.\sin\theta_0'.I.dl.\sin\theta'}{r^2} \qquad (11\text{-}5)$$

Trong công thức này:

– Vectơ $\vec{r}\,' = -\vec{r}$, cùng độ lớn nhưng ngược chiều với $\vec{r}$, r' = r.

– Góc θ_0' là góc giữa $I_0 d\vec{l}_0$ với $\vec{r}\,'$,

– Còn góc θ' là góc giữa vectơ $I.\,d\vec{l}$ với vectơ tích $I_0 d\vec{l}_0 \wedge \vec{r}\,'$.

<u>Chú ý:</u>

Trong định luật Ampère, phần tử dòng đóng vai trò tương tự như điện tích điểm trong định luật Coulomb.

Định luật Ampère là định luật cơ bản của tương tác từ, cũng như định luật Coulomb là định luật cơ bản của tương tác tĩnh điện.

Ta thấy hai lực $d\vec{F}$ và $d\vec{F}'$ không tuân theo định luật Newton III. Định luật Ampère phát biểu đối với phần tử dòng điện. Trong thực tế, ta chỉ có các dòng điện hữu hạn tương tác với nhau. Để xác định lực tác dụng của một dòng điện lên một dòng điện khác, ta tổng hợp các lực do tất cả các phần tử của dòng điện này tác dụng lên tất cả các phần tử của dòng điện kia, ta sẽ được $\vec{F}'$=-$\vec{F}$, tức là đối với tương tác giữa hai dòng điện hữu hạn, định luật Newon III vẫn nghiệm đúng. Thật vậy, các tính toán dựa vào định luật Ampère đối với tương tác giữa các dòng điện hữu hạn đều cho kết quả phù hợp với thực nghiệm và thoả mãn định luật Newton thứ III.

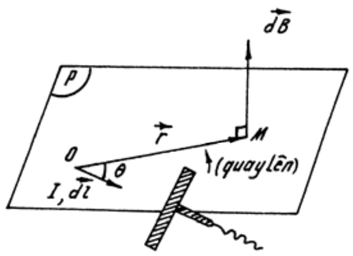
§2. VECTƠ CẢM ỨNG TỪ, VECTƠ CƯỜNG ĐỘ TỪ TRƯỜNG

1. Khái niệm từ trường

Ta đã biết rằng, hai dòng điện ở cách nhau một khoảng nào đó trong chân không vẫn hút nhau hoặc đẩy nhau với một từ lực nào đó. Vậy có cần một môi trường nào đó đóng vai trò truyền lực tương tác từ dòng điện này lên dòng điện kia hay không?

Người ta lập luận tương tự như với điện trường và thừa nhận rằng: dòng điện tạo ra trong không gian bao quanh nó *một dạng vật chất đặc biệt, gọi là từ trường*. Chính thông qua từ tường mà từ lực được truyền từ dòng điện này tới dòng điện khác. Tính chất cơ bản của từ trường là nó tác dụng lên bất kỳ dòng điện nào đặt trong nó.

Nhờ đó, ta có thể giải thích được sự tương tác giữa các dòng điện như sau: Khi có một dòng điện I_1, nó tạo ra xung quanh nó một từ trường. Nếu đặt một dòng điện I_2 khác vào từ trường của I_1, từ trường của I_1 sẽ tác dụng lên dòng điện I_2 một lực, ngược lại I_2 cũng tạo ra xung quanh nó một từ trường, từ trường này cũng tác dụng lên I_1 một từ lực. Kết quả là hai dòng điện này tương tác nhau thông qua từ trường của chúng.



Hình 11-6
Cảm ứng từ gây bởi phần tử dòng

2. Các đại lượng đặc trưng cho từ trường

a. Vectơ cảm ứng từ

Giả sử ta xét từ trường do phần tử dòng I.$d\vec{l}$ gây ra tại một điểm M cách nó một đoạn r (hình 11-6).

Từ biểu thức định luật Ampère về tương tác giữa hai phần tử dòng điện, ta có nhận xét: vectơ

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}.\frac{Id\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3} \qquad (11\text{-}6)$$

chỉ phụ thuộc vào:

- Phần tử dòng điện $I.d\vec{l}$, là phần tử gây ra từ trường,

- Bán kính vectơ $\vec{r}$ và μ , tức là vào vị trí của điểm M trong từ trường của $I.d\vec{l}$, tại đó ta đặt phần tử dòng điện $I_0 d\vec{l}_0$, *mà không phụ thuộc vào phần tử dòng điện* $I_0 d\vec{l}_0$.

Vậy vectơ $d\vec{B}$ được xác định theo (11-6), là vectơ đặc trưng về mặt tác dụng lực cho từ trường tại điểm M gây bởi phần tử dòng $I.d\vec{l}$, và được gọi là *vectơ cảm ứng từ* do phần tử dòng $I.d\vec{l}$ gây ra tại M.

Biểu thức (11-6) được gọi là định luật Biot-Xavart-Laplace, có thể phát biểu như sau:

"*Vectơ cảm ứng từ $d\vec{B}$ do phần tử dòng $I.d\vec{l}$ gây ra tại điểm M, cách nó một khoảng r là một vectơ có:*

- ***độ lớn*** $$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}.\frac{Idl\sin\theta}{r^2} \quad (11\text{-}7)$$

(θ là góc giữa vectơ $I.d\vec{l}$ và vectơ $\vec{r}$)

- ***phương*** *vuông góc với mặt phẳng chứa phần tử dòng điện $I.d\vec{l}$ và điểm M;*

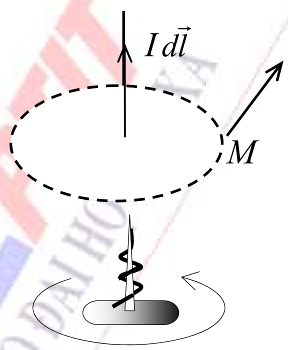
- ***chiều*** *sao cho ba vectơ $I.d\vec{l}$, $\vec{r}$ và $d\vec{B}$ theo thứ tự đó hợp thành tam diện thuận ;*

- ***gốc*** *tại điểm M.*

Người ta cũng có thể xác định chiều của vectơ $d\vec{B}$ bằng qui tắc vặn nút chai như sau:

Đặt cái vặn nút chai theo phương của dòng điện, nếu quay cái vặn nút chai sao cho nó tiến theo chiều của dòng điện thì chiều quay của nó sẽ chỉ chiều của vectơ cảm ứng từ tại điểm đó (hình 11-7).

Trong hệ đơn vị SI, cảm ứng từ được tính bằng đơn vị *Tesla* (ký hiệu là T), sẽ được định nghĩa sau này, từ công thức (11-26) ở mục §3.



Hình 11-7
Xác định vectơ $d\vec{B}$
theo qui tắc vặn nút chai

Từ định luật Ampère (11-3) và định luật Biot-Savart-Laplace (11-6) ta suy ra lực do phần tử dòng $I.d\vec{l}$ tác dụng lên phần tử dòng $I_0d\vec{l}_0$ được xác định bằng công thức:

$$d\vec{F} = I_0d\vec{l}_0 \wedge d\vec{B} \quad (11\text{-}8)$$

b. Nguyên lý chồng chất từ trường

Giống như điện trường, từ trường cũng tuân theo nguyên lý chồng chất: *Vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ do một dòng điện chạy trong một dây dẫn dài hữu hạn gây ra tại một điểm M bằng tổnghợp* *các vectơ cảm ứng từ $d\vec{B}$ do tất cả các phần tử dòng của dòng điện đó gây ra tại điểm được xét.* Tức là:

$$\vec{B} = \int_{(Ca\ dong)} d\vec{B} \qquad \text{(Tích phân lấy theo cả dòng điện)} \qquad (11\text{-}9)$$

Nếu từ trường do nhiều dòng điện gây ra thì theo nguyên lý chồng chất từ trường:

Vectơ cảm ứng từ tại một điểm M trong từ trường do nhiều dòng điện gây ra bằng tổng hợp các véctơ cảm ứng từ do tất cả các dòng điện gây ra tại điểm đó.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots\ldots + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i \qquad (11\text{-}10)$$

c. Vectơ cường độ từ trường

Ngoài vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ người ta còn đưa ra vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$, được định nghĩa bởi biểu thức sau:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0} \qquad (11\text{-}11)$$

Định nghĩa này chỉ đúng đối với môi trường đồng nhất và đẳng hướng. Theo (11-6), vectơ $\vec{B}$ phụ thuộc bậc nhất vào μ do đó theo (11-11), $\vec{H}$ không phụ thuộc vào μ. Điều đó có nghĩa là vectơ $\vec{H}$ đặc trưng cho từ trường do riêng dòng điện gây ra và không phụ thuộc vào tính chất của môi trường chứa dòng điện. Do đó cường độ từ trường không biến đổi đột ngột khi chuyển từ môi trường này sang môi trường khác (có μ khác nhau). Vì lẽ đó, các đường sức của vectơ $\vec{H}$ đi liên tục từ môi trường này sang môi trường khác có độ từ thẩm μ khác nhau.

Trong hệ đơn vị SI, đơn vị cường độ từ trường là $\frac{Ampe}{met}$ (ký hiệu là *A/m*). Đơn vị này sẽ được định nghĩa ở mục dưới đây (11-15).

3. Xác định vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ và cường độ từ trường $\vec{H}$

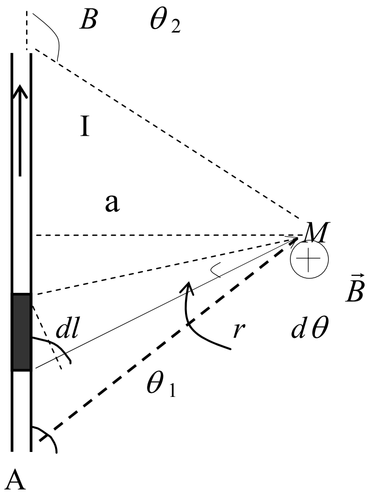
Sau đây ta sẽ xét một vài ví dụ tính cảm ứng từ $\vec{B}$ và véctơ $\vec{H}$.

a. Từ trường của dòng điện thẳng

Xét một đoạn dây dẫn thẳng AB, có dòng điện I chạy qua (Hình 11-8). Hãy xác định véctơ cảm ứng từ $\vec{B}$ và véctơ $\vec{H}$ do dòng điện đó gây ra tại một điểm M nằm cách dòng điện một khoảng a. Ta tưởng tượng chia AB thành những phần tử nhỏ, có chiều dài *dl*.

Theo định luật Biot-Savart-Laplace, vectơ cảm ứng từ $d\vec{B}$ do phần tử dòng $I.\,d\vec{l}$ gây ra tại điểm M có phương vuông góc với mặt phẳng chứa M và $I.\,d\vec{l}$ (mặt phẳng hình vẽ) và có độ lớn:

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}.\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$



Hình 11.8
Để xác định vectơ cảm ứng từ của dòng điện thẳng

Theo nguyên lý chồng chất từ trường, vectơ $\vec{B}$ do dòng điện trong đoạn mạch AB gây ra tại M bằng tổng hợp các vectơ $d\vec{B}$ do tất cả các phần tử dòng của đoạn AB gây ra:

$$\vec{B} = \int_{AB} d\vec{B} \qquad (11\text{-}12)$$

Vì trong trường hợp này, tất cả các vectơ $d\vec{B}$ có cùng phương chiều (vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và hướng vào), nên $\vec{B}$ cũng có phương chiều như $d\vec{B}$ và có độ lớn:

$$B = \int_{AB} \frac{\mu_O\mu}{4\pi}\frac{Idl.\sin\theta}{r^2}$$

Thay $\sin\theta.dl \approx rd\theta$ và $r = \dfrac{a}{\sin\theta}$ vào biểu thức dưới dấu tích phân trên đây, ta được:

$$B = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta d\theta$$

Sau khi thực hiện tích phân, ta được:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi a}I(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \qquad (11\text{-}13)$$

Nếu dòng điện thẳng dài vô hạn, ta có: $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi$, và từ (11-13) ta tính được:

$$B = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi a} \qquad (11\text{-}14)$$

và suy ra:

$$H = \frac{I}{2\pi a} \qquad (11\text{-}15)$$

Trong hệ đơn vị SI, người ta dựa vào công thức (11-15) để định nghĩa đơn vị của cường độ từ trường là A/m. Trong công thức (11.15), nếu cho I = 1A, chu vi đường tròn bán kính a bằng 2πa =1mét thì:

$$H = \frac{1Ampe}{1met} = 1\,\frac{A}{m}$$

Vậy ta có định nghĩa như sau: *Ampe trên mét là cường độ từ trường sinh ra trong chân không bởi một dòng điện có cường độ 1 ampe, chạy qua một dây dẫn thẳng dài vô hạn, tiết diện tròn, tại các điểm của một đường tròn đồng trục với dây đó và có chu vi bằng 1 mét.*

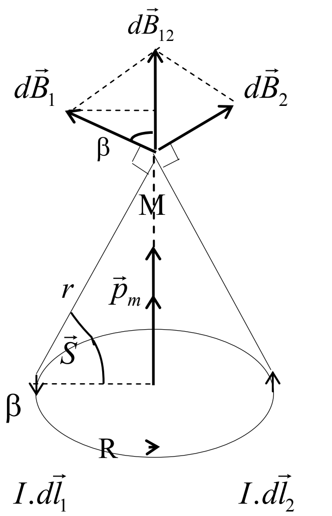
b. Dòng điện tròn

Ta hãy xác định véctơ $\vec{B}$ và $\vec{H}$ do dòng điện cường độ I chạy trong dây dẫn hình tròn bán kính R gây ra tại điểm M nằm trên trục của dòng điện, cách tâm O của dòng điện một khoảng h (Hình 11-9).

Ta có nhận xét, do tính đối xứng của dòng điện tròn, bao giờ cũng có thể chọn được những cặp phần tử dl_1 và dl_2 có chiều dài bằng nhau và nằm đối xứng với nhau qua tâm O của vòng tròn. Do đó các vectơ cảm ứng từ $d\vec{B}_1$ và $d\vec{B}_2$ do hai phần tử dòng $I.d\vec{l}_1$ và $I.d\vec{l}_2$ gây ra tại M sẽ đối xứng với nhau qua trục của dòng điện. Do đó tổng hợp hai vectơ này ta được 1 vectơ $d\vec{B}_{12}$:

$$d\vec{B}_{12} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2$$

nằm trên trục của dòng điện, do đó vectơ $\vec{B}$ do cả dòng điện gây ra tại M cũng nằm trên trục ấy. Ta suy ra: cảm ứng từ tổng hợp do cả dòng điện tròn gây ra tại M:



Hình 11-9
Để xác định cảm ứng từ gây bởi dòng điện tròn

$$B = \int\limits_{ca\ dong\ dien} dB_n ,$$

trong đó

$$dB_n = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}.\frac{Idl\sin\theta}{r^2}\cos\beta$$

dB_n là hình chiếu của $d\vec{B}$ lên trục của dòng điện do một phần tử dòng $I.dl$ gây ra tại M, β là góc giữa $d\vec{B}$ với trục của dòng điện. Trong đó, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\sin\frac{\pi}{2} = 1$, $\cos\beta = \frac{R}{r}$. Do đó:

$$B = \int\limits_{ca-dong-dien} \frac{\mu.\mu_0}{4\pi}.R\frac{I.dl}{r^3} = \frac{\mu_o\mu RI}{4\pi r^3}\oint\limits_{ca\ dong\ dien} dl$$

$$= \frac{\mu.\mu_0.R.I}{4\pi r^3}2\pi R = \frac{\mu.\mu_0 I}{2\pi r^3}(\pi R^2)$$

$$B = \frac{\mu.\mu_0 I.S}{2\pi(R^2+h^2)^{3/2}}$$

Trong đó $S = \pi.R^2$ là diện tích bao bởi dòng điện tròn; $r = (R^2 + h^2)^{1/2}$.

Gọi vectơ $\vec{S}$ là vectơ nằm trên trục của dòng điện, có cường độ bằng S, có chiều là chiều tiến của cái vặn nút chai khi ta quay cán của nó theo chiều của dòng điện.

Như vậy vectơ $\vec{B}$ và $\vec{S}$ cùng chiều nhau. Khi đó có thể biểu diễn vectơ $\vec{B}$ như sau:

$$\vec{B} = \frac{\mu.\mu_0 I.\vec{S}}{2\pi(R^2+h^2)^{3/2}}.$$

Tại tâm của dòng điện, h = 0 do đó:

$$\vec{B} = \frac{\mu.\mu_0 I.\vec{S}}{2\pi R^3}.$$

Để đặc tưng cho tính chất từ của dòng điện tròn, người ta đưa ra vectơ *mômen từ của dòng điện tròn* $\vec{p}_m$, được xác định bởi biểu thức:

$$\vec{p}_m = I.\vec{S}, \qquad (11\text{-}16)$$

trong đó $\vec{S}$ là vec tơ diện tích của dòng điện đã được xác định như trên. Theo đó, $\vec{p}_m$ cùng hướng với $\vec{B}$. Khi đó, vectơ $\vec{B}$ được xác định bởi:

$$\vec{B} = \frac{\mu.\mu_0}{2\pi(R^2+h^2)^{3/2}}.\vec{p}_m \qquad (11\text{-}17)$$

Vì thế vectơ $\vec{p}_m$ đặc trưng cho tính chất từ của dòng điện tròn.

c. Từ trường gây bởi hạt điện tích chuyển động

Trong mục §2.2 ta đã biết phần tử dòng $Id\vec{l}$ gây ra từ trường có vectơ cảm ứng từ $d\vec{B}$ được xác định bởi định luật Biot-Savart-Laplace: $d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}.\frac{Id\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3}$.

Gọi *dS* là diện tích đáy của phần tử dòng dài *dl*, thể tích của phần tử dòng là *dV=dS.dl,* n_o là mật độ hạt điện trong phần tử dòng, số hạt trong cả phần tử dòng là $n=n_odV$. Chú ý các mối liên hệ đã biết từ chương X: $I=jdS_n$, và $j= n_oqv$, ta có thể viết:

$$Id\vec{l} = jdS_n.d\vec{l} = n_oqvdS_n.d\vec{l}$$

Vì vận tốc chuyển động có hướng của hạt điện dương $\vec{v}$ cùng chiều với $d\vec{l}$ nên ta có thể hoán vị $\vec{v}$ với $d\vec{l}$ và có thể viết:

$$Id\vec{l} = n_o.qdS_n.dl\vec{v} = n_o.q.dV.\ \vec{v} = n.q\vec{v},$$

trong đó *dV=dS.dl* là thể tích của phần tử dòng, $n=n_odV$ là số hạt điện trong thể tích dV của phần tử dòng.

Tóm lại, ta thu được: $Id\vec{l} = n.q\vec{v}$. (11-18)

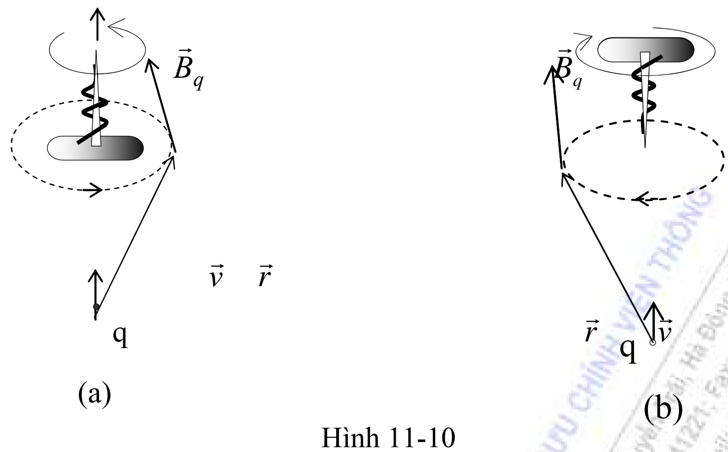
Từ đó, ta tìm được vectơ cảm ứng từ gây bởi một hạt điện chuyển động với vận tốc:

$$\vec{B}_q = \frac{d\vec{B}}{n} = \frac{1}{n}\frac{\mu_0\mu}{4\pi}.\frac{Id\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3} = \frac{1}{n}\frac{\mu_0\mu}{4\pi}.\frac{n.q.\vec{v}\wedge\vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{B}_q = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}.\frac{q.\vec{v}\wedge\vec{r}}{r^3} \qquad (11\text{-}19)$$

Nếu q> 0, vectơ $\vec{B}_q$ có chiều sao cho 3 vectơ $\vec{v},\vec{r},\vec{B}_q$ theo thứ tự đó hợp thành tam diện thuận.

Nếu q<o thì vectơ $\vec{B}_q$ có chiều ngược với $\vec{B}_q$ do điện tích dương gây ra (Hình 11-10b). Điều này tương đương với việc quay cái vặn nút chai để nó tiến theo chiều ngược với vận tốc $\vec{v}$, chiều quay của cán cái vặn nút chai sẽ chỉ chiều của $\vec{B}_q$.



Hình 11-10

Vectơ cảm ứng từ $\vec{B}_q$ do điện tích q chuyển động gây ra: a) q>0, b) q<0

§3. TỪ THÔNG - ĐỊNH LÝ ÔXTRÔGRATSKI-GAUSS ĐỐI VỚI TỪ TRƯỜNG

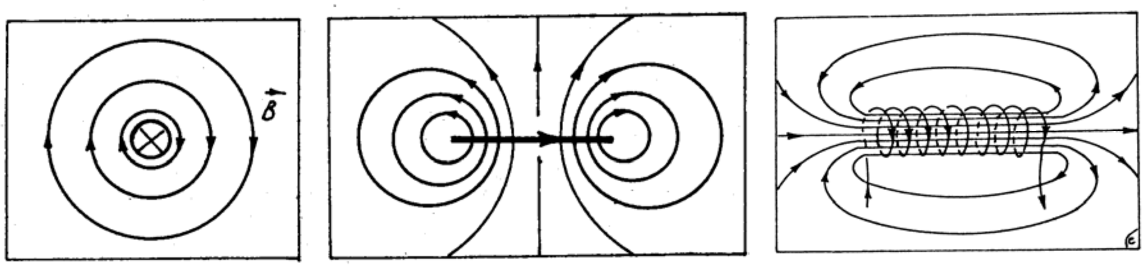
1 Đường cảm ứng từ.

Nói chung, trong từ trường, vectơ cảm ứng từ thay đổi theo vị trí, để có một hình ảnh khái quát nhưng cụ thể về từ trường, người ta đưa ra khái niệm về đường cảm ứng từ.

Định nghĩa

Đường cảm ứng từ là đường cong vạch ra trong từ trường sao cho tiếp tuyến tại mọi điểm của nó trùng với phương của vectơ cảm ứng từ tại những điểm ấy, chiều của đường cảm ứng từ là chiều của vectơ cảm ứng từ .

Các đường cảm ứng từ không cắt nhau. Khác với đường sức điện, *các đường cảm ứng từ là những đường cong kín.*



a) b) c)

Hình 11-11. Từ phổ: a) của dòng điện thẳng, b) của dòng điện tròn c) của ống dây điện

Người ta qui ước vẽ số đường cảm ứng từ qua một đơn vị diện tích vuông góc với phương của vectơ cảm ứng từ có trị số tỷ lệ với độ lớn B của vectơ $\vec{B}$. Nếu gọi $d\phi$ là số đường cảm ứng qua diện tích dS_n vuông góc với vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ thì theo qui ước trên ta viết được:

$$d\phi = BdS_n \qquad (11\text{-}20)$$

Tập hợp các đường cảm ứng từ của một từ trường được gọi là *từ phổ*. Để có từ phổ của một dòng điện thẳng, ta rắc vụn sắt nhỏ lên trên một tấm bìa cứng có dòng điện xuyên qua vuông góc với bìa. Dưới tác dụng của từ trường do dòng điện gây ra, các vụn sắt sẽ trở thành những thanh nam châm nhỏ. Gõ nhẹ vào tấm bìa, các nam châm nhỏ sẽ sắp xếp lại theo phương của vectơ cảm ứng từ và cho ta hình ảnh của từ phổ. Từ phổ cho ta biết một cách khái quát nhưng cũng tương đối đầy đủ sự biến đổi của từ trường từ điểm này qua điểm khác. Hình (11-11) cho ta từ phổ của một số dòng điện: thẳng, tròn, ống dây điện.

Từ trường đều là từ trường trong đó vectơ $\vec{B}$ có phương chiều và độ lớn như nhau tại mọi điểm trong từ trường. Như vậy, theo qui ước về cach vẽ đường cảm ứng từ, từ trường đều *có các đường cảm ứng từ song song và cách đều nhau.*

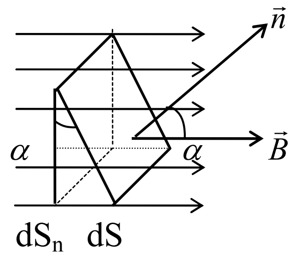
2. Từ thông

Ta giả sử xét một diện tích rất nhỏ dS sao cho có thể coi vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ tại mọi điểm của diện tích ấy là không đổi (từ trường đều).

Theo định nghĩa: *Từ thông gửi qua diện tích dS là đại lượng có trị số tỷ lệ với số đường cảm ứng từ gửi qua diện tích ấy.*

Theo qui ước (11-20) và theo định nghĩa của từ thông, ta có thể viết biểu thức từ thông gửi qua diện tích *dS:*

$$d\phi_m = BdS_n \qquad (11\text{-}21)$$



Hình 11-12
Để định nghĩa từ thông qua diện tích dS

Từ hình vẽ (11-12) ta thấy dS_n cũng chính là hình chiếu của diện tích *dS* lên phương vuông góc với vectơ $\vec{B}$, do đó:

$$dS_n = dS.\cos\alpha \qquad (11\text{-}22)$$

Gọi $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến đơn vị của diện tich *dS*, góc α hợp bởi hai vectơ $\vec{B}$ và $\vec{n}$ cũng bằng góc giữa diện tích *dS* và hình chiếu dS_n của nó lên phương vuông góc với các đường cảm từ $\vec{B}$. Kết hợp (11-21) với (11-22) và từ các nhận xét trên, ta có thể viết biểu thức từ thông qua diện tích *dS* như sau:

$$d\phi_m = B.dS\cos\alpha = \vec{B}.d\vec{S} \qquad (11\text{-}23)$$

Như vậy, từ thông có thể dương và cũng có thể âm hoặc bằng không tuỳ theo góc α giữa $\vec{B}$ và $d\vec{S}$ là góc nhọn hay góc tù:

$$d\phi_m > 0 \text{ nếu } \alpha < 90^0, \quad d\phi_m < 0 \text{ nếu } \alpha > 90^0, \; d\phi_m = 0 \text{ nếu } \alpha = 90^0.$$

Mặt khác, $B_n = B.\cos\alpha$ là hình chiếu của vectơ $\vec{B}$ lên phương của pháp tuyến $\vec{n}$, do đó cũng có thể viết lại (11-23) như sau:

$$d\phi_m = B.dS\cos\alpha = B_n.dS = \vec{B}.d\vec{S} \qquad (11\text{-}24)$$

Để tính từ thông qua diện tích S hữu hạn, ta chia diện tích đó thành những phần tử vô cùng nhỏ *dS* sao cho có thể coi mỗi phần tử đó là phẳng và trên đó, vectơ $\vec{B}$ không đổi, khi đó từ thông qua *dS* là $d\phi_m = \vec{B}.d\vec{S}$, và từ thông gửi qua toàn bộ diện tích *S* sẽ được tính bằng tổng của các từ thông gửi qua tất cả các phần tử diện tích được chia từ diện tích *S* ấy:

$$\phi_m = \int_{(S)} \vec{B}.d\vec{S} \qquad (11\text{-}25)$$

Nếu S là một mặt phẳng vuông góc với các đường cảm ứng từ ($\alpha = 0$) và từ trường là đều ($\overrightarrow{B = const}$) thì ta có:

$$\phi_m = \int_{(s)} B.dS = B\int_{(S)} dS = B.S \qquad (11\text{-}26)$$

Trong hệ đơn vị SI, đơn vị của từ thông là *Vêbe*, ký hiệu là *Wb*. Đơn vị *Vêbe* sẽ được định nghĩa ở chương *cảm ứng điện từ* (chương12).

Từ đơn vị *Vêbe*, người ta định nghĩa đơn vị cảm ứng từ *Tesla* như sau. Trong công thức (11-26), nếu ϕ_m=1Wb, S = 1m^2, $\alpha = 0$ thì:

$$B_n = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{1Wb}{1m^2} = 1\frac{Wb}{m^2} = 1Tesla \ (T) \qquad (11\text{-}26b)$$

Vậy: *Tesla* (T) *là cảm ưng từ của một từ trường đều gửi qua mỗi mét vuông diện tích phẳng vuông góc với các đường sức của nó một từ thông đều 1Wb.*

3. Tinh chất xoáy của từ trường

Nghiên cứu từ phổ của từ trường các dòng điện, ta thấy các đường cảm ứng từ là các đường cong kín. Theo định nghĩa tổng quát, một trường có các đường sức khép kín được gọi là một trường xoáy. Vậy từ trường là một *trường xoáy*, hay như người ta thường nói, từ trường có tính chất xoáy.

4. Định lý Oxtrogratxki - Gauss đối với từ trường

Ta hãy tính từ thông qua một mặt kín S bất kỳ đặt trong từ trường (hình 11-13).

Theo qui ước, đối với mặt kín, người ta chọn chiều dương của pháp tuyến là chiều hướng ra ngoài mặt đó. Vì vậy, từ thông ứng với đường cảm ứng từ đi vào mặt kín là âm ($\alpha > 90^0$, do đó $\cos\alpha < 0$ và từ thông âm); từ thông ứng với đường cảm ứng đi ra khỏi mặt kín là dương ($\alpha < 90^0$, do đó $\cos\alpha > 0$ và từ thông dương). Do các đường cảm ứng khép kín nên số đường đi vào mặt kín S bằng số đường ra khỏi mặt kín đó. Như vậy từ thông đi vào S có trị số bằng từ thông ra khỏi mặt S đó nhưng ngược dấu nhau, do đ ó:

Từ thông toàn phần gửi qua mặt kín bất kỳ luôn luôn bằng không.

Đó là nội dung của định lý Ôstrôgratski-Gaux. Công thức biểu diễn định lý O-G như sau:

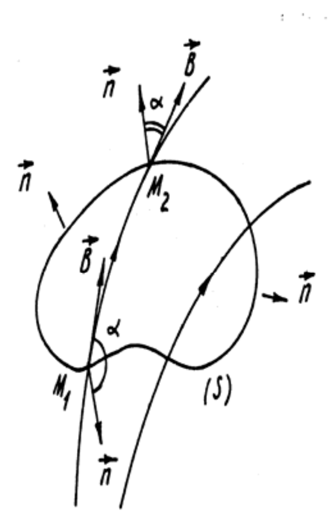
$$\oint_{(S)} \vec{B}.d\vec{S} = 0 \qquad (11\text{-}27)$$

Định lý O-G nói lên tính chất xoáy của từ trường, *các đường cảm ứng từ là những đường cong kín.* Như vậy trong thiên nhiên *không tồn tại các hạt "từ tích",*

Công thức (11-27) là một trong những công thức cơ bản của điện từ học.

Trong giải tích toán, người ta chứng minh được rằng:

$$\oint_{(S)} \vec{B}.d\vec{S} = \int_{(V)} div\vec{B}.dV \qquad (11\text{-}27')$$



Hình 11-13: Để suy ra định lý O-G đối với từ trường

trong đó V là thể tích giới hạn bởi mặt kín S. Từ (11-27) và (11-27') ta suy ra:

$$\int_{(V)} div\vec{B}.dV = 0$$

Vì thể tích V được chọn bất kỳ nên:

$$div\,\vec{B} = 0 \qquad (11\text{-}28)$$

Đó là dạng vi phân của định lý O-G đối với từ trường.

§4. ĐỊNH LÝ AMPÈRE VỀ DÒNG ĐIỆN TOÀN PHẦN

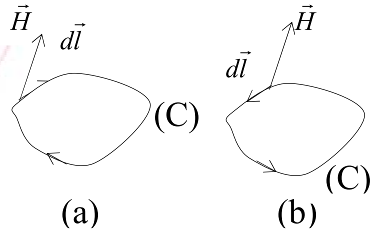
1. Lưu số của vectơ cường độ từ trường

Ta tưởng tượng một đường cong (C) nằm trong một từ trường bất kỳ. Lấy trên đường cong đó một đoạn vô cùng nhỏ *dl*, lập một véctơ $d\vec{l}$ có độ dài bằng *dl* có phương trùng với phương của đoạn *dl*, có chiều trùng với chiều dịch chuyển trên đường cong (C). Người ta gọi $d\vec{l}$ là vectơ dịch chuyển.

Giả sử cường độ từ trường trên $d\vec{l}$ là $\vec{H}$ (hình11-14).

Người ta định nghĩa: *Lưu số của vectơ cường độ từ trường dọc theo một đường cong kín (C) là đại lượng bằng tích phân vectơ $\vec{H}$ dọc theo toàn bộ đường cong kín đó:*

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l}$$



Hình 11-14

a) Lưu số có giá trị dương

b) Lưu số có giá trị âm

Tích $\vec{H}.d\vec{l}$ là một tích vô hướng, vì thế ta có thể viết lại biểu thức của lưu số như sau:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \oint_{(C)} H.dl\cos\alpha = \oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \oint_{(C)} H.dl\cos\alpha = \oint_{(C)} H_l.dl$$

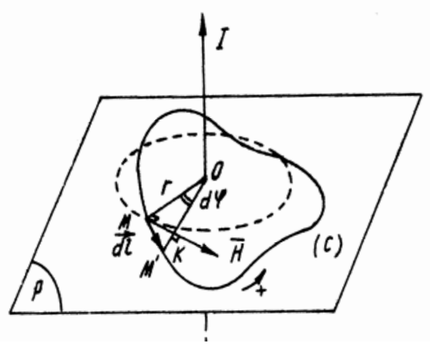
trong đó α là góc hợp bởi hai vectơ $\vec{H}$ và $d\vec{l}$, H_l là hình chiếu của vectơ $\vec{H}$ lên vectơ $d\vec{l}$.

Như vậy nếu α là góc nhọn, tức là nếu chiều dịch chuyển trên đường cong (C) thuận với chiều của các đường sức thì lưu số có giá trị dương, ngược lại nếu α là góc tù tức là chiều dịch chuyển trên đường cong (C) ngược chiều với các đường sức từ thì lưu số có giá trị âm.

2. Định lý Ampère về dòng điện toàn phần

Giả sử ta xét từ trường gây bởi một dòng điện thẳng dài vô hạn có cường độ *I*.

Ta lấy một đường sức nằm trong mặt phẳng P vuông góc với dòng điện và một đường cong (C)



Hình 11-15: Để chứng minh định lý về dòng điện toàn phần

(đường liền nét) có dạng bất kỳ cũng nằm trong mặt phẳng P (hình 11-15). Tại điểm M bất kỳ trên đường cong (C), cách dòng điện một khoảng r, véctơ cường độ từ trường tại M có trị số:

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Lưu số của véctơ cường độ từ trường dọc theo (C) là:

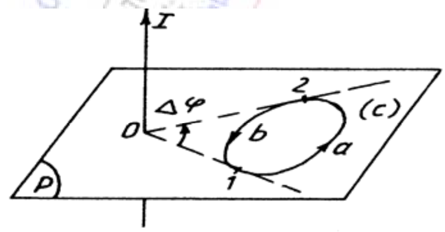
$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \oint_{(C)} H.dl.\cos\alpha = \frac{I}{2\pi} \oint_{(C)} \frac{dl.\cos\alpha}{r}$$

Nhưng d$l$cosα $\cong$ r dφ, thay vào biểu thức đó, ta được:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \frac{I}{2\pi} \oint_{(C)} d\varphi \qquad (11\text{-}29)$$

Nếu (C) là đường cong bao quanh dòng điện, theo biểu thức (11-29) ta có:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \frac{I}{2\pi} \oint_{(c)} d\varphi = I \qquad (11\text{-}30)$$



Hình 11-16. Đường cong kín không bao quanh dòng điện

Nếu chiều lấy tích phân trên đường cong (C) cùng chiều đường sức từ, thì kết quả sẽ là *+I*. Nếu chiều lấy tích phân trên đường cong (C) ngược chiều đường sức từ, thì kết quả sẽ là *-I*.

Nếu đường cong (C) không bao quanh dòng điện (hình 11-16), ta chia đường cong thành hai phần 1a2 và đoạn 2b1 bằng hai tiếp tuyến O1 và O2 vạch từ dòng điện đến đường cong. Góc giữa O1 và O2 là $\Delta\varphi$. Trên đoạn 1a2, góc giữa $\vec{H}$ và $d\vec{l}$ là góc nhọn, ta có:

$$\int_{(1a2)} d\varphi = \int_0^{\varphi} d\varphi = \Delta\varphi$$

Còn trên đoạn 2b1 góc giữa $\vec{H}$ và $d\vec{l}$ là góc là góc tù, ta có:

$$\int_{(2b1)} d\varphi = \int_{\varphi}^{0} d\varphi = -\Delta\varphi$$

Kết quả:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \frac{I}{2\pi}\Big(\int_{(1a2)} d\varphi + \int_{(2b1)} d\varphi \Big) = \frac{I}{2\pi}(\Delta\varphi - \Delta\varphi) = 0$$

Cuối cùng ta được:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = 0 \qquad (11\text{-}31)$$

Có thể chứng minh được rằng: trong trường hợp từ trường gây bởi một dòng điện có hình dạng bất kỳ và dường cong kín (C) có hình dạng tuỳ ý, các công thức (11-30) và (11-31) vẫn đúng.

Trường hợp từ trường gây bởi nhiều dòng điện, có cường độ lần lượt là $I_1, I_2, I_3,....I_n$ thì theo nguyên lý chồng chất từ trường, ta có thể viết:

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + H_2 + ... + \vec{H}_n$$

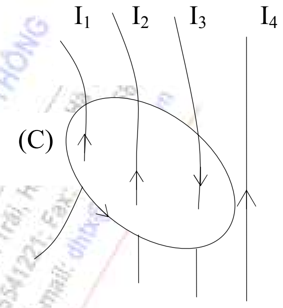
Thay tổng này vào biểu thức tích phân (11-30), ta được:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \oint_{(C)} (\vec{H}_1 + \vec{H}_2 + ... + \vec{H}_n) d\vec{l} = \sum_{k=1}^{n} I_k$$

Biểu thức này là định lý về dòng điện toàn phần (định lý Ampère) phát biểu như sau:

Lưu số của vectơ cường độ từ trường dọc theo một vòng của đường cong kín (C) bất kỳ bằng tổng đại số cường độ của các dòng điện xuyên qua diện tích giới hạn bởi đường cong đó:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \sum_{k=1}^{n} I_k \qquad (11\text{-}32)$$



Hình 11-17
Thí dụ tính lưu số của vectơ cường độ từ trường

Trong đó I_k sẽ có dấu dương nếu nó có chiều sao cho đường sức từ trường do nó gây ra cùng chiều với chiều dịch chuyển của dường cong (C), nếu ngược lại thì I_k sẽ có dấu âm.

Ý nghĩa của định lý

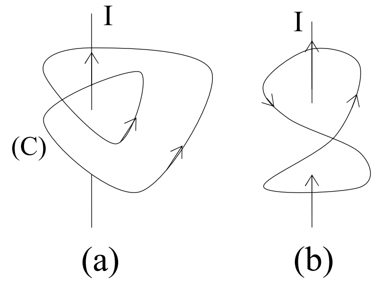
Trong điện trường tĩnh, $\oint_{(C)} \vec{E}.d\vec{l} = 0$, các đường sức điện trường là những đường cong không kín, điện trường là trường thế.

Trong từ trường tích phân $\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} I_k$ nói chung là khác không. Điều này có nghĩa là từ trường không phải là trường thế, mà là một *trường xoáy*.

Chú ý:

+ Trong tổng các dòng điện, không cần chú ý đến những dòng điện không xuyên qua diện tích giới hạn bởi đường cong kín.

+ Nếu đường cong kín bao quanh dòng điện nhiều lần thì phải chú ý đến dấu của cường độ dòng điện đối với mỗi vòng dịch chuyển trên đường cong đó.



Hình 11-18.
Đường cong bao quanh dòng điện nhiều lần

Thí dụ (Hình 11-17) xuyên qua đừơng cong (C) có các dòng điện: $I_1 = 4A$, $I_2 = 2A$, $I_3 = 3A$, $I_4 = 5A$.

Áp dụng định lý Ampère ta tính được:

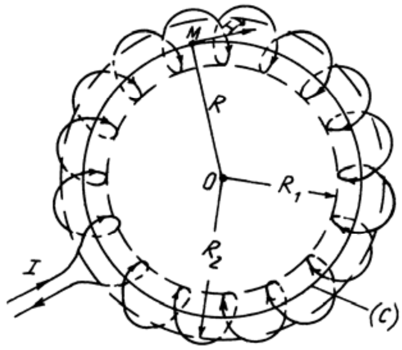
$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = 4 + 2 - 3 = 3A.$$

Trường hợp hình (11-18a), ta được:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = 2I$$

Trường hợp hình (11-18b), ta được:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = 0$$



Hình 11-19
Cuộn dây điện hình xuyến

3. Ứng dụng định lý Ampère

Định lý về dòng điện toàn phần cho phép ta tính được một cách nhanh chóng cường độ trường H và cảm ứng từ B của một số dòng điện.

a. Cuộn dây hình xuyến

Áp dụng định lý về dòng điện toàn phần ta tính được cường độ từ trường tại một điểm trên đường tròn tâm O bán kính R (R_1<R< R_2) của cuộn dây hình xuyến có n vòng (hình 11-19) quấn sít nhau, dòng điện có cường độ *I,* sẽ bằng:

$$H=\frac{nI}{2\pi R} \qquad (11\text{-}33)$$

và cảm ứng từ B:

$$B = \mu_0\mu \frac{nI}{2\pi R} \qquad (11\text{-}34)$$

b. Ống dây thẳng dài vô hạn

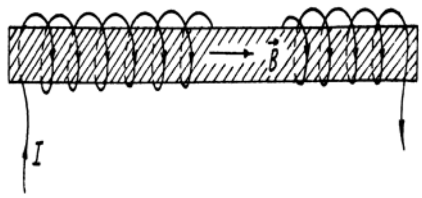
Từ biểu thức (11-33) và (11-34) có thể suy ra cường độ từ trường tại mọi điểm bên trong ống dây thẳng dài vô hạn (hình 11-20) đều bằng nhau và bằng:

$$H = n_0 I \qquad (11\text{-}35)$$

và cảm ứng từ

$$B= \mu_0\mu n_0 I \qquad (11\text{-}36)$$

trong đó n_0 là số vòng dây trên một đơn vị dài của ống dây. Trong thực tế, những ống dây có chiều dài lớn hơn mười lần đường kính của nó đều có thể coi gần đúng là ống dây dài vô hạn, và có thể coi từ trường trong nó là đều.



Hình 11-20
Ống dây điện thẳng dài vô hạn

§5. TÁC DỤNG CỦA TỪ TRƯỜNG LÊN DÒNG ĐIỆN

1. Lực Ampère

Theo định luật Ampère, một phần tử dòng điện ở điểm *M* trong từ trường có cảm ứng từ $d\vec{B}$ sẽ chịu tác dụng một lực (biểu thức 11-8):

$$d\vec{F} = I_0.d\vec{l}_0 \wedge d\vec{B}\,.$$

Từ đó ta suy ra rằng, nếu ta đặt một phần tử dòng điện $I.d\vec{l}$ tại điểm M có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ thì phần tử $I.d\vec{l}$ sẽ chịu tác dụng một từ lực:

$$d\vec{F} = I.d\vec{l} \wedge \vec{B} \qquad (11\text{-}37)$$

Lực này được gọi là lực Ampère, có:

– *độ lớn:*

$$dF = I.\, dl.B.\sin\alpha \qquad (11\text{-}38)$$

(α là góc hợp bởi các vectơ $I.d\vec{l}$ và $\vec{B}$),

– *phương: vuông góc với các vectơ* $I.d\vec{l}$ *và* $\vec{B}$,

– *chiều: tuân theo qui tắc nhân có hướng hai vectơ* $I.d\vec{l}$ *và* $\vec{B}$ *: Vectơ* $d\vec{F}$ có chiều sao cho 3 vectơ $I.d\vec{l}$, $\vec{B}$, $d\vec{F}$ theo thứ tự đó hợp thành tam diện thuận.

Để xác định chiều của lực Ampère người ta còn dùng qui tắc bàn tay trái như sau: *Đặt bàn tay trái sao cho các đường sức từ xuyên vào lòng bàn tay, dòng điện đi từ cổ tay đến đầu các ngón tay, thì chiều của ngón tay cái choãi ra chỉ chiều của từ lực.*

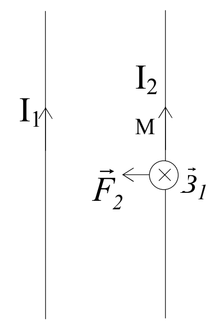
2. Tương tác giữa hai dòng điện thẳng song song dài vô hạn

Cho hai dòng điện thẳng song song dài vô hạn nằm cách nhau một khoảng *d*, có cường độ lần lượt là I_1, I_2. Dòng điện I_1 gây ra một từ trường. Theo công thức (11-14), tại vị trí đặt dòng I_2 vectơ cảm ứng từ do I_1 gây ra có ***độ lớn*** bằng:

$$B_1 = \frac{\mu_0\mu}{2\pi d} I_1,$$

có ***phương*** vuông góc với mặt phẳng chứa hai dây dẫn, có ***chiều*** tuân theo qui tắc vặn nút chai (trong trường hợp hình vẽ 11-21, đi vào phía trong). Từ trường $\vec{B}_1$ tác dụng lên một đoạn dây có chiều dài *l* của dòng điện I_2 một lực:

$$\vec{F}_2 = I_2\, \vec{l} \wedge \vec{B}_1$$



Hình 11-21
Tương tác giữa
hai dòng điện song song

lực $\vec{F}_2$ có phương vuông góc với dòng I_2 và với vectơ $\vec{B}_1$, có chiều hướng về I_1 và có trị số:

$$F_2 = \frac{\mu_o\mu}{2\pi d} I_1 I_2 l \qquad (11\text{-}39)$$

Như vậy dòng I_1 hút dòng I_2. Bằng lý luận tương tự ta sẽ thấy dòng I_2 hút dòng I_1 một lực cùng phương ngược chiều với $\vec{F}_2$ và có trị số $F_1=F_2$; Và nếu hai dòng ngược chiều thì đẩy nhau. Như vậy, định luật Newton II được nghiệm đúng với các tương tác từ giữa các dòng điện hữu hạn.

Trong hệ đơn vị *SI*, người ta dùng công thức (11-39) để định nghĩa đơn vị Ampère. Trong (11-39) nếu:

$I_1=I_2 = I$, *l=1mét*, $\mu=1$, $F_{12}=F_{21}= 2.10^{-7}N$, *d= 1mét* thì theo (11-39) *I=1A.*

Từ đó có định nghĩa:

"Ampère là cường độ của một dòng điện không đổi theo thời gian, khi chạy qua hai dây dẫn thẳng song song, dài vô hạn, có tiết diện nhỏ không đáng kể, đặt trong chân không cách nhau 1mét, thì gây trên mỗi mét dài của mỗi dây dẫn một lực bằng 2.10^{-7} Newton".

3. Tác dụng của từ trường đều lên mạch điện kín

Xét một khung dây dẫn kín hình chữ nhật ABCD có các cạnh là *a* và *b*. Dòng điện chạy trong khung có cường độ *I*. Khung được đặt trong từ trường đều $\vec{B}$ có phương vuông góc với các cạnh AB,CD. Giả sử khung rất cứng và chỉ có thể quay xung quanh trục đối xứng Δ của nó. Ban đầu, mặt khung không vuông góc với từ trường, vectơ mômen từ của nó hợp với vectơ $\vec{B}$ một góc α.

Nhờ qui tắc bàn tay trái ta xác định được:

- Các từ lực tác dụng lên hai cạnh *AD* và *BC* triệt tiêu nhau.
- Từ lực $\vec{F}$ tác dụng lên cạnh thẳng đứng AB hướng về phía trước, còn lực $\vec{F'}$ tác dụng lên cạnh thẳng đứng *CD* hướng ra phía sau. Hai lực này luôn vuông góc với các cạnh *AB, CD* và với vectơ $\vec{B}$, hợp với các cạnh *AD, BC* một góc α, có độ lớn: $F=F'=IaB$.

Các lực này tạo thành một ngẫu lực có mômen $\vec{M}$, có tác dụng làm khung quay xung quanh trục Δ cho đến khi $\alpha = 0$, lúc đó mặt khung vuông góc với $\vec{B}$, vectơ mômen từ $\vec{P}_m$ của dòng điện cùng phương chiều với vectơ $\vec{B}$.

Để xét tác dụng của các lực này, trên hình (11-22b) ta ghép đầu A của cạnh AD với đầu B của cạnh BC, đầu C của cạnh BC với đầu D của cạnh AD. Rõ ràng là $d = b.\sin\alpha$, là khoảng cách giữa hai lực. Mômen ngẫu lực đối với trục quay Δ có độ lớn bằng: $M= F.d$.

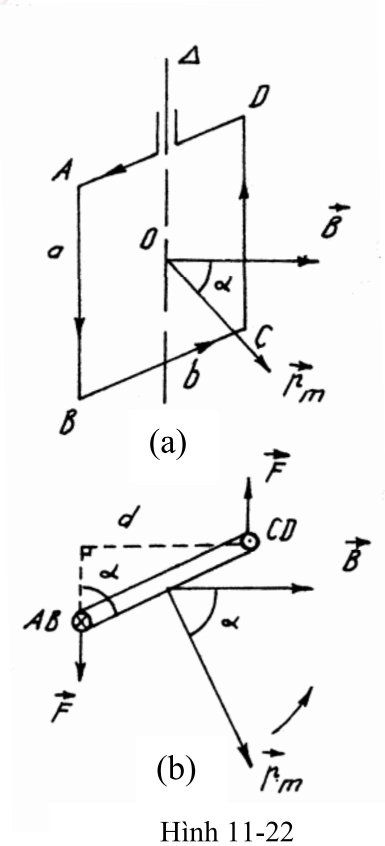
Như vậy,

$$M=F.b.\sin\alpha=I.a.B.b.\sin\alpha=I.S.B.\sin\alpha$$

$$=p_m.B.\sin\alpha.$$

trong đó, $p_m=I.S$ là độ lớn của vectơ mômen từ của khung dây. Vectơ mômen ngẫu lực $\vec{M}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\vec{B}$, $\vec{p}_m$, có chiều hướng lên trên. Do đó, ta có thể viết:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \wedge \vec{B} \qquad (11\text{-}40)$$



Hình 11-22
Từ trường tác dụng lên khung dây điện kín

Khi khung quay một góc $d\alpha$, mômen ngẫu lực thực hiện một công:

$$dA=-Md\alpha=-p_mB.\sin\alpha d\alpha \qquad (11\text{-}41)$$

Có dấu trừ "-" trong (11-41) vì khi ngẫu lực thực hiện công dương ($dA > 0$) thì góc α giảm ($d\alpha < 0$) còn khi ngẫu lực làm cho góc α tăng ($d\alpha>0$) thì ngẫu lực từ sinh công cản ($dA<0$). Như vậy, công của mômen ngẫu lực thực hiện khi làm cho khung ở trạng thái ứng với góc lệch α về vị trí cân bằng ($\alpha=0$) là:

$$A=-\int_{\alpha}^{0} p_m B.\sin\alpha.d\alpha = p_m B.\cos\alpha \quad = p_m B(1-\cos\alpha) \qquad (11\text{-}42)$$

Theo định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng, công này bằng độ giảm năng lượng (thế năng) của khung dây điện trong từ trường:

$$W_{m\alpha} - W_{mo} = -(p_m B.\cos\alpha) - (-p_m B.\cos 0).$$

Ta suy ra năng lượng của khung dây điện ứng với góc α là:

$$W_m = -p_m.B.\cos\alpha \;= -\vec{p}_m.\vec{B} \qquad (11\text{-}43)$$

Người ta chứng minh được rằng các kết quả thu được ở trên đúng đối với một mạch điện kín có hình dạng bất kỳ.

4. Công của từ lực

Khi dòng điện chuyển động trong từ trường, từ lực tác dụng lên dòng điện sẽ thực hiện công. Để tính công này, ta xét một thanh kim loại AB, dài l có thể trượt trên hai dây kim loại song song của một mạch điện. Giả sử mạch điện này nằm trong một từ trường đều và vuông góc với véctơ cảm ứng từ $\vec{B}$ của từ trường (hình 11-23). Lực Ampère tác dụng lên thanh này có độ lớn bằng: $F = I.l.B$.

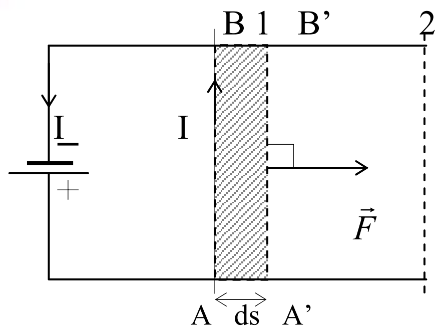
Khi thanh l dịch chuyển một đoạn nhỏ $ds = \overline{AA'}$, công của lực Ampère là:

$$dA = F.ds = I.l.B.ds = I.B.dS = I.d\phi_m,$$

trong đó $dS = l.ds$ là diện tích quét bởi đoạn dòng điện AB khi dịch chuyển, $d\phi_m = B.dS$ là từ thông gửi qua diện tích bị quét dS. Vì vậy, ta có:

$$dA = I.d\phi_m.$$

Nếu thanh AB dịch chuyển một đoạn hữu hạn, từ vị trí (1) ứng với từ thông ϕ_{m1} đến vị trí (2) có ϕ_{m2} và trong quá trình đó, cường độ dòng điện qua thanh AB có thể coi như không đổi, thì công của lực Ampère trong quá trình này là:



Hình 11.23
Tính công của từ lực

$$A = \int_{(1)}^{(2)} I d\phi_m = I\int_{\phi_{m1}}^{\phi_{m2}} d\phi_m = I(\phi_{m2} - \phi_{m1})$$

Trong đó, ϕ_{m1} và ϕ_{m2} là từ thông gửi qua diện tích lúc đầu và lúc cuối của đoạn dịch chuyển. $\Delta\phi_m = (\phi_{m2} - \phi_{m1})$. Tóm lại, ta có:

$$A = I(\phi_{m2} - \phi_{m1}).$$

Người ta đã chứng minh được rằng các công thức trên cũng đúng cho mạch điện bất kỳ dịch chuyển trong một từ trường bất kỳ. Vậy:

Công của từ lực trong sự dịch chuyển một mạch điện bất kỳ trong từ trường bằng tích giữa cường độ dòng điện trong mạch và độ biến thiên của từ thông qua diện tích của mạch điện đó.

§6 TÁC DỤNG CỦA TỪ TRƯỜNG LÊN HẠT ĐIỆN CHUYỂN ĐỘNG

1. Lực Lorentz

Như ta đã biết, phần tử dòng điện $Id\vec{l}$ nằm trong từ trường sẽ chịu tác dụng của một lực Ampère: $d\vec{F} = Id\vec{l} \wedge \vec{B}$. Từ (11-18) ta cũng đã biết $Id\vec{l} = n.q\vec{v}$, trong đó *n* là số hạt điện có trong phần tử dòng điện $Id\vec{l}$, $\vec{v}$ là vận tốc chuyển động có hướng của hạt điện, *q* là điện tích của mỗi hạt điện. Thay thế $Id\vec{l}$ bằng $nq\vec{v}$ ta sẽ được lực Ampère tác dụng lên *n* hạt điện chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ ở trong từ trường bằng:

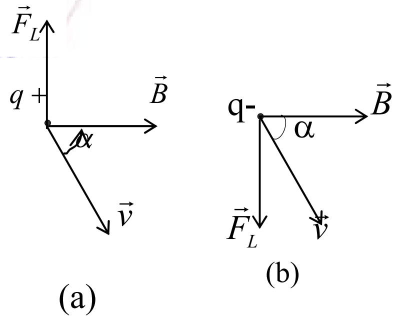
$$d\vec{F} = nq\vec{v} \wedge \vec{B},$$

và lực Ampère tác dụng lên một hạt điện:

$$\vec{F}_L = \frac{d\vec{F}}{n} .$$

Ta được: $\vec{F}_L = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$ (11-45)

Lực $\vec{F}_L$ tác dụng lên mỗi hạt điện chuyển động trong từ trường được gọi là *lực Lorentz.*



Hình 11-24. Lực Lorentz

Độ lớn, phương, chiều của lực $\vec{F}_L$ được xác định theo tích có hướng của hai vectơ $\vec{v}$ và $\vec{B}$ nếu q> 0. Nếu hạt điện mang điện âm (q< 0) thì chiều của $\vec{F}_L$ lấy ngượclại với trường hợp q>0 (xem hình 11-24).

Theo (11-45) lực Lorentz vuông góc với vận tốc chuyển động của hạt nên công thực hiện bởi lực này luôn bằng không.

2. Chuyển động của hạt điện trong từ trường đều

Ta xét chuyển động của hạt chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ có khối lượng *m,* điện tích *q (q> 0*), trong từ trường đều, không đổi theo thời gian, có cảm ứng từ $\vec{B}$. Vì lực Lorentz luôn vuông góc với vectơ vận tốc $\vec{v}$ và không thực hiện công nên động năng của hạt không biến đổi, độ lớn của vận tốc cũng không đổi, lực Lorentz chỉ làm cho phương của vectơ vận tốc thay đổi. Như vậy, lực Lorentz đóng vai trò của lực hướng tâm, nghĩa là:

$$F_L = qvB.\sin\alpha = \frac{mv^2}{R} \qquad (11\text{-}46)$$

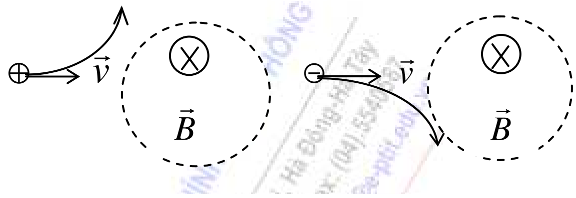
Ta xét hai trường hợp sau đây.

a. Vận tốc $\vec{v}$ của hạt vuông góc với cảm ứng từ $\vec{B}$

Vì vận tốc $\vec{v}$ của hạt vuông góc với cảm ứng từ $\vec{B}$ nên lực Lorentz làm cho hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$, có quỹ đạo tròn (hình 11-25) bán kính R. Từ (11-46) ta suy ra:

$$F_L = qvB = \frac{mv^2}{R},$$

$$R = \frac{mv}{qB} \qquad (11\text{-}47)$$



Hình 11.25

(a) (b)

Chuyển động của hạt điện trong từ trường, $\vec{v} \perp \vec{B}$

a. trường hợp q> 0. b. trường hợp q< 0

Chu kỳ quay của hạt:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad (11\text{-}48)$$

Và tần số quay:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m} \qquad (11\text{-}49)$$

Các biểu thức (11-48), (11-49) chứng tỏ chu kỳ và tần số quay (T, ω) không phụ thuộc vào bán kính R và vận tốc *v* của hạt.

b. Trường hợp vectơ $\vec{v}$ hợp với vectơ $\vec{B}$ một góc α.

Trong trường hợp này, có thể phân tích vectơ $\vec{v}$ thành hai thành phần: thành phần $\vec{v}_\perp$ vuông góc với $\vec{B}$ và thành phần $\vec{v}_{//}$ song song với vectơ $\vec{B}$:

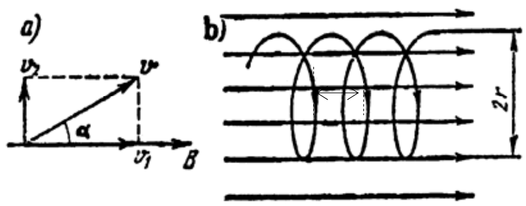
$$\vec{v} = \vec{v}_\perp + \vec{v}_{//} \qquad (11\text{-}50)$$

Thành phần vuông góc buộc hạt điện chuyển động theo quỹ đạo tròn với bán kính:

$$R = \frac{mv_\perp}{qB} \qquad (11\text{-}51)$$

Còn thành phần song song $v_{//}$ có tác dụng làm cho hạt chuyển động theo phương của cảm ứng từ $\vec{B}$ với vận tốc $v_{//}$. Vậy hạt tham gia đồng thời hai chuyển động, kết quả là quỹ đạo của hạt là đường xoắn ốc, có bán kính như (11-51), bước của quỹ đạo xoắn ốc bằng:

$$h = v_{//}T \qquad (11\text{-}52)$$



Hình 11-26

Chuyển động của hạt điện trong từ trường, trường hợp $\vec{v}$ hợp với $\vec{B}$ một góc α

Chuyển động của hạt điện trong từ trường có nhiều ứng dụng: để tạo ra vận tốc rất lớn của hạt điện trong các máy gia tốc hạt (cyclotron) trong việc nghiên cứu hạt nhân nguyên tử và các hạt cơ bản và các ứng dụng khác; Máy chọn vận tốc để đo tỉ số e/m của electron mà Joseph Jonh Thomson tạo ra năm 1897 đã dựa trên sự chuyển động trong từ trường của các hạt điện có vận tốc khác nhau; Dựa trên hiện tượng chuyển động của hạt điện trong từ trường, năm 1879, Edwin H.Hall lần đầu tiên dùng dấu của hiệu điện thế Hall để xác định dấu của hạt điện chuyển động tạo nên dòng điện và ông đã chứng tỏ rằng các hạt điện chuyển động tạo nên dòng điện trong kim loại là các hạt mang điện âm. v.v...

CHƯƠNG TRÌNH PTIT
ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông-Hà Tây
Tel: (04).5541221; Fax: (04).5540587
Website: http://www.e-ptit.edu.vn; E-mail: dhtx@e-ptit.edu.vn

CHƯƠNG XII: HIỆN TƯỢNG CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

Trong chương trước ta đã biết rằng dòng điện tạo ra xung quanh nó một từ trường. Vậy ngược lại, từ trường có tạo ra dòng điện không?

Năm 1831, nhà vật lý học Faraday đã chứng tỏ, bản thân từ trường không tạo ra dòng điện nhưng sự biến đổi của từ trường (tổng quát hơn: là biến đổi của từ thông) thì có thể tạo ra một dòng điện. Dòng điện đó được gọi là *dòng điện cảm ứng* và hiện tượng đó được gọi là *hiện tượng cảm ứng điện từ*.

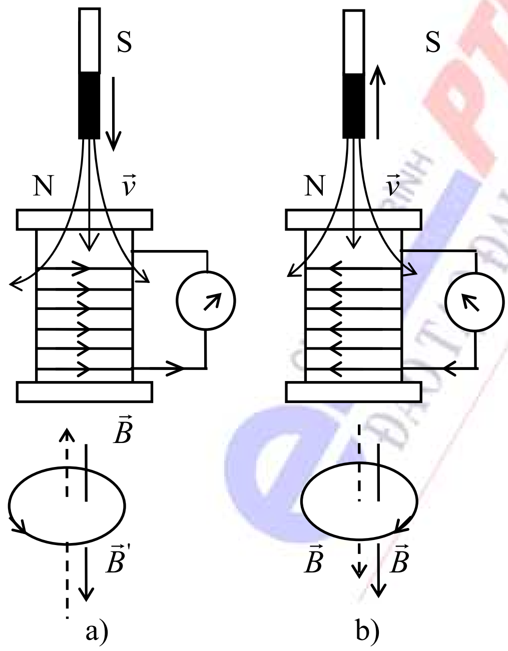
Chương này sẽ xét chi tiết hiện tượng cảm ứng điện từ và các trường hợp riêng của hiện tượng này.

§1. CÁC ĐỊNH LUẬT VỀ HIỆN TƯỢNG CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

1. Hiện tượng cảm ứng điện từ

a. Các thí nghiệm

Thí nghiệm gồm một ống dây nối tiếp với một điện kế thành một mạch kín (Hình 5-1). Phía trên ống dây ta đặt một thanh nam châm NS. Thí nghiệm chứng tỏ:



Hình 12-1
Thí nghiệm Faraday về cảm ứng điện từ

- Khi đưa cực N (cực bắc) của thanh nam châm lại gần ống dây thì kim điện kế bị lệch, chứng tỏ trong mạch dã xuất hiện một dòng điện (hình 5-1a). Dòng điện này được gọi là ***dòng điện cảm ứng I_c.***

- Sau đó ta đưa thanh nam châm ra xa ống dây, dòng điện cảm ứng có chiều ngược lại (hình 12-1b).

- Di chuyển thanh nam châm càng nhanh, cường độ I_c của dòng điện cảm ứng càng lớn.

- Cho thanh nam châm dừng lại. Dòng điện cảm ứng biến mất.

- Nếu thay nam châm bằng một ống dây điện, hoặc giữ thanh nam châm đứng yên, cho ống dây dịch chuyển so với thanh nam châm, ta cũng thu được những kết quả tương tự như trên.

b. Kết luận

Qua những thí nghiệm đó, Faraday rút ra kết luận tổng quát sau đây:

a. Sự biến đổi của từ thông qua mạch kín là *nguyên nhân sinh ra dòng điện cảm ứng trong mạch đó.*

b. Dòng điện cảm ứng chỉ tồn tại trong thời gian từ thông gửi qua mạch thay đổi.

c. Cường độ dòng điện cảm ứng tỉ lệ thuận với tốc độ biến đổi của từ thông.

d. Chiều của dòng điện cảm ứng phụ thuộc vào từ thông gửi qua mạch tăng hay giảm.

2. Định luật Lentz

Lenx (Lentz) đã tìm ra định luật tổng quát về chiều của dòng điện cảm ứng, gọi là định luật Lenx, phát biểu như sau:

Dòng điện cảm ứng có chiều sao cho từ trường do nó gây ra có tác dụng chống lại nguyên nhân đã gây ra nó.

Vận dụng định luật này, và qui tắc vặn nút chai, ta có thể tìm chiều của dòng điện cảm ứng trong các trường hợp hình 12-1a, và 12-1b.

Trong hình (12-1a), do từ thông qua vòng dây tăng, dòng cảm ứng I_c gây ra từ trường $\vec{B}'$ ngược chiều với $\vec{B}$ để chống lại sự tăng từ thông qua vòng dây.

Trong hình (12-1b), dòng cảm ứng I_c gây ra $\vec{B}'$ cùng chiều với $\vec{B}$ để chống lại sự giảm của từ thông qua vòng dây.

3. Định luật cơ bản của hiện tượng cảm ứng điện từ

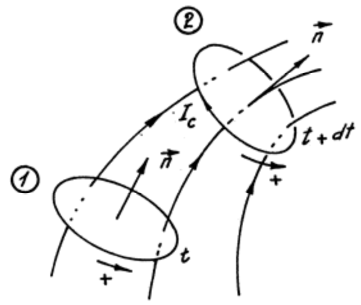
a. Suất điện động cảm ứng

Sự xuất hiện của dòng điện cảm ứng chứng tỏ trong mạch tồn tại một suất điện động. *Suất điện động gây ra dòng điện cảm ứng được gọi là suất điện động cảm ứng.*

b. Định luật cơ bản của hiện tượng cảm ứng điện từ

Ta giả sử dịch chuyển một vòng dây dẫn kín (C) trong từ trường. Khi đó từ thông qua vòng dây thay đổi. Giả sử trong thời gian *dt* từ thông qua vòng dây thay đổi một lượng $d\phi_m$ và trong vòng dây xuất hiện dòng điện cảm ứng cường độ I_c. Công của từ lực tác dụng lên dòng điện cảm ứng trong quá trình đó là:

$$dA = I_c . d\phi_m$$



Hình 12-2
Vòng dây dẫn
dịch chuyển trong từ trường

Ở đây sự dịch chuyển của vòng dây là nguyên nhân gây ra dòng cảm ứng, do đó công của từ lực tác dụng lên dòng cảm ứng là công cản. Vì vậy, để dịch chuyển vòng dây, cần phải có ngoại lực thực hiện một công *dA’* có trị số bằng nhưng ngược dấu với công cản đó:

$$dA' = - dA = - I_c . d\phi_m$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, công dA’ được chuyển thành năng lượng của dòng điện cảm ứng $\xi_c . I_c . dt$, trong đó ξ_c là suất điện động cảm ứng, nên ta có:

$$\xi_c . I_c . dt = - I_c . d\phi_m$$

Từ đó ta suy ra biểu thức của suất điện động cảm ứng:

$$\xi_c = -\frac{d\phi_m}{dt} \tag{12-1}$$

Đó là định luật cơ bản của hiện tượng cảm ứng điện từ, phát biểu như sau:

Suất điện động cảm ứng luôn luôn bằng về trị số nhưng ngược dấu với tốc độ biến thiên của từ thông gửi qua diện tích của mạch điện.

Dấu trừ trong công thức (12-1) thể hiện định luật Lentz.

c. Định nghĩa đơn vị từ thông Vê-be

Trong hệ đơn vị SI đơn vị của ξ_c cũng là vôn (V). Còn đơn vị của từ thông là vêbe (Wb). Giả sử trong thời gian Δt, từ thông gửi qua diện tích của mạch điện giảm đều từ trị số ϕ_m về 0, theo (12-1) ta có

$$\xi_c = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{0-\phi}{\Delta t} = \frac{\phi_m}{\Delta t}$$

Khi đó, ta suy ra:

$$\phi_m = \xi_c.\Delta t$$

Nếu Δt = 1giây, ξ_c = 1vôn, thì ϕ_m = 1vôn. 1giây =1vêbe (Wb).

Từ đó ta có định nghĩa vêbe như sau:

Vêbe là từ thông gây ra trên 1 vòng dây dẫn bao quanh nó một suất điện động cảm ứng 1 vôn khi từ thông đó giảm đều xuống không trong thời gian 1 giây.

Trong thực tế, hiện tượng cảm ứng điện từ được ứng dụng để tạo ra dòng điện, có ảnh hưởng rất quan trọng trong đời sống và khoa học kỹ thuật.

d. Dòng điện Fu-cô (Foucault)

Khi ta đặt một vật dẫn có kích thước lớn vào trong một từ trường biến đổi theo thời gian, trong thể tích của vật dẫn đó cũng xuất hiện dòng điện cảm ứng khép kín, gọi là *dòng điện xoáy hay dòng điện Foucault.* Vì vật dẫn có kích thước lớn nên điện trở của nó nhỏ, do đó cường độ của các dòng điện Foucault thường khá lớn. Từ trường biến đổi càng nhanh, dòng điện này càng lớn. Vì vậy, dòng điện Foucault có vai trò quan trọng trong kỹ thuật.

Trong các máy biến thế và động cơ điện..., lõi sắt của chúng thường chịu tác dụng của từ trường biến đổi, làm xuất hiện trong chúng các dòng điện Foucault. Các dòng điện này làm cho máy mau bị nóng lên, một phần năng lượng bị hao phí vô ích, hiệu suất của máy bị giảm, tuổi thọ của máy giảm nhanh.

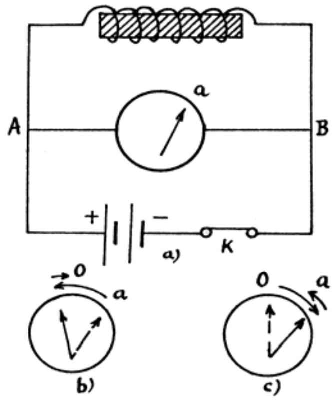
Để giảm tác hại này, người ta không dùng cả khối sắt lớn mà dùng nhiều lá sắt mỏng sơn cách điện ghép lại với nhau sao cho các lá sắt cắt song song với các đường sức từ, tức là vuông góc với các dòng điện xoáy. Nhờ vậy, dòng điện xoáy chỉ chạy được trong từng lá sắt mỏng, cường độ dòng điện xoáy giảm nhiều so với dòng điện xoáy trong khối sắt lớn. Nhờ đó giảm đáng kể năng lượng hao phí vô ích, tăng hiệu suất và tuổi thọ của máy.

Dòng điện xoáy cũng có những ứng dụng có ích như dùng trong lò điện cảm ứng để nấu chảy kim loại, dùng để rút ngắn thời gian dao động của kim trong các máy đo v.v...

§2. HIỆN TƯỢNG TỰ CẢM

1. Hiện tượng tự cảm

Xét một mạch điện như hình vẽ (12-3), gồm một ống dây có lõi sắt và một điện kế mắc song song với nó, cả hai lại mắc nối tiếp với một nguồn điện một chiều và một ngắt điện k .



Hình 12-3
Thí nghiệm về
hiện tượng tự cảm

Giả sử ban đầu mạch điện đã đóng kín, kim của điện kế nằm ở một vị trí "a" nào đó. Nếu ngắt mạch điện, ta thấy kim điện kế lệch về quá số không rồi mới quay trở lại số không đó (h.12-3b). Nếu đóng mạch điện, ta thấy kim điện kế vượt lên quá vị trí *a* lúc nãy, rồi mới quay trở lại vị trí *a* đó (Hình 12-3c).

Hiện tượng đó được giải thích như sau:

Khi ngắt mạch, nguồn điện ngừng cung cấp năng lượng cho mạch. Vì vậy, dòng điện do nguồn cung cấp giảm ngay về không. Nhưng sự giảm này lại gây ra sự giảm từ thông qua cuộn dây. Kết quả là trong cuộn dây xuất hiện một dòng điện cảm ứng cùng chiều với dòng điện ban đầu để chống lại sự giảm của dòng điện này. Vì khoá k ngắt, dòng điện cảm ứng không thể đi qua k, nó chạy qua điện kế theo chiều từ B sang A (ngược chiều với dòng điện lúc đầu). Do đó kim điện kế quay ngược phía lúc đầu, sau đó khi dòng cảm ứng tắt, kim điện kế mới về số không.

Còn khi k đóng mạch, dòng điện qua điện kế và cuộn dây đều tăng lên từ giá trị không, làm cho từ thông qua ống dây tăng và do đó làm gây ra trong ống dây một dòng điện cảm ứng ngược chiều với nó. Một phần của dòng điện cảm ứng này rẽ qua điện kế theo chiều từ A sang B, để cộng thêm với dòng điện do nguồn gây ra, do đó làm cho kim điện kế vượt quá vị trí a. Sau đó, khi dòng cảm ứng tắt, dòng qua điện kế bằng dòng do nguồn cấp, nên kim điện kế trở về vị trí a.

Thí nghiệm này chứng tỏ: Nếu cường độ dòng điện trong mạch thay đổi, thì trong mạch cũng xuất hiện một dòng điện cảm ứng. Vì dòng điện này do sự cảm ứng của chính dòng điện trong mạch gây ra nên nó được gọi là *dòng điện tự cảm,* còn hiện tượng đó được gọi là *hiện tượng tự cảm.*

Nói chung, khi dòng điện trong mạch thay đổi thì trong mạch xuất hiện *dòng điện tự cảm* (tức là hiện tượng tự cảm).

Hiện tượng tự cảm là một trường hợp riêng của hiện tượng cảm ứng điện từ.

2. Suất điện động tự cảm. Hệ số tự cảm

a. Định nghĩa

Suất điện động gây ra dòng điện tự cảm được gọi là suất điện độngtự cảm.

Vì hiện tượng tự cảm là trường hợp riêng của hiện tượng cảm ứng điện từ, nên nó cũng có biểu thức dạng (12-1): $\xi_c = -\frac{d\phi_m}{dt}$

b. Biểu thức suất điện động tự cảm

Vì cảm ứng từ *B* gây ra bởi dòng điện chạy trong mạch điện tỉ lệ với cường độ của dòng điện, còn từ thông gửi qua mạch điện kín thì tỉ lệ với cảm ứng từ, do đó từ thông ϕ_m qua mạch kín tỉ lệ thuận với cường độ dòng điện *I* đó và có thể viết:

$$\phi_m = L.I \tag{12-2}$$

trong đó *L* là một hệ số tỉ lệ phụ thuộc hình dạng, kích thước của mạch điện và vào tính chất của môi trường bao quanh mạch điện. *L* được gọi là *hệ số tự cảm* của mạch điện.

Thay ϕ_m ở (12-2) vào biểu thức của SĐĐ cảm ứng nói chung ta được biểu thức của suất điện động tự cảm:

$$\xi_{tc} = -\frac{d(L.I)}{dt} \tag{12-3}$$

Bình thường, mạch điên đứng yên, không thay đổi dạng và độ từ thẩm của môi trường không phụ thuộc vào dòng điện, nên L= const, và do đó:

$$\xi_{tc} = -\mathrm{L}\frac{dI}{dt} \tag{12-4}$$

Cũng như SĐĐ cảm ứng nói chung, dấu trừ ở suất điện động tự cảm thể hiện định luật Lentz.

c. Hệ số tự cảm

Từ công thức (12-2) ta suy công thức định nghĩa của hệ số tự cảm:

$$L = \frac{\phi_m}{I} \tag{12-5}$$

Nếu cho $I = 1\mathrm{A}$, thì $L = \phi_m$. Từ đó ta có định nghĩa:

Hệ số tự của một mạch điện là đại lượng vật lý về trị số bằng từ thông do chính dòng điện ở trong mạch gửi qua diện tích của mạch khi dòng điện trong mạch có cường độ bằng một đơn vị.

Từ (12-4), nếu L càng lớn, ξ_{tc} sẽ càng mạnh, mạch điện có tác dụng chống lại sự biến đổi của dòng điện trong mạch càng nhiều, nói cách khác, "quán tính" của mạch điện càng lớn. Vậy, *hệ số tự cảm của một mạch điện là số đo mức quán tính của mạch đối với sự biến đổi của dòng điện chạy trong mạch đó.*

Trong hệ đơn vị *SI*, đơn vị của hệ số tự cảm là *Henry*, ký hiệu là *H*. Theo (12-2), ta có:

$$L = \frac{\phi_m}{I},$$

do đó ta có $1\,H = \dfrac{1.Wb}{1A} = 1\dfrac{Wb}{A}$.

Từ đó ta có định nghĩa: *Henry là hệ số tự cảm của một mạch kín khi dòng điện 1 ampe chạy qua thì sinh ra trong chân không từ thông 1Wb qua mạch đó.*

Trong kỹ thuật, người ta còn dùng các đơn vị nhỏ hơn Henry là mili Henry (*mH*) và micrô Henry (μH):

$$1mH = 10^{-3}H, \text{ và } 1\mu H = 10^{-6}H$$

d. Hệ số tự cảm của ống dây điện thẳng dài vô hạn

Khi có dòng điện cường độ *I* chạy trong các vòng dây dẫn, mọi điểm bên trong ống dây có véc tơ cảm ứng từ bằng nhau và bằng:

$$B = \mu_0 \mu n_0 I = \mu_0 \mu \frac{n}{l} I,$$

trong đó $n_o = n/l$ là số vòng dây chứa trên một đơn vị dài của ống dây. Gọi *S* là diện tích của của một vòng dây. Từ thông gửi qua ống dây là:

$$\phi_m = nBS = \mu_0 \mu \frac{n^2 S}{l} I$$

Vậy hệ số tự cảm của ống dây là:

$$\text{L} = \frac{\phi_m}{I} = \mu_0 \mu \frac{n^2 S}{l} \qquad (12\text{-}6)$$

Hiện tượng tự cảm thường xuất hiện khi ngắt các công tắc điện, đặc biệt là khi ngắt các cầu dao điện. Khi đó ta thấy có tia lửa điện xuất hiện ở các cầu dao điện. Đó là do khi ngắt mạch điện, dòng điện giảm đột ngột về giá trị không, do đó trong các cuộn dây của máy điện xuất hiện dòng điện tự cảm khá lớn. Dòng điện này phóng qua lớp không khí giữa hai cực của cầu dao điện gây nên tia lửa điện. Hiện tượng này làm hỏng cầu dao và có thể gây nguy hiểm cho hệ thống điện, do đó người ta đặt cầu dao trong dầu hoặc dùng khí phụt mạnh... để dập tắt các tia này.

3. Hiệu ứng bề mặt (skin-effect)

Hiện tượng tự cảm cũng xảy ra ngay trong lòng một dây dẫn có dòng điện biến đổi theo thời gian. Sau đây ta xét hiện tượng này.

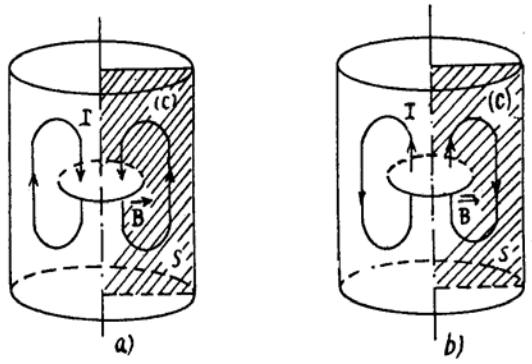
Giả sử dòng điện đi từ dưới lên và đang tăng (hình 12-4), nó gây ra trong lòng dây dẫn một từ trường có đường cảm ứng từ như hình vẽ 12-4a (đường có phần đứt nét).

Từ trường này gửi qua các tiết diện chứa trục đối xứng của dây (hình chữ nhật gạch chéo) một từ thông đang tăng. Vì vậy trong các tiết diện đó xuất hiện dòng điện tự cảm khép kín có chiều tuân theo định luật Lentz (đường liền nét có mũi tên). Ta nhận thấy, ở gần trục dây dẫn, dòng điện tự cảm ngược chiều với dòng điện biến thiên; còn ở gần bề mặt dây dẫn, dòng tự cảm cùng chiều với dòng điện biến thiên trong dây dẫn.

Như vậy, khi dòng điện trong dây dẫn tăng, dòng tự cảm góp phần làm cho dòng điện ở gần trục dây dẫn tăng chậm lại nhưng làm cho dòng điện ở gần bề mặt dây dẫn tăng nhanh hơn.

Nói cách khác, khi đó dòng tự cảm chống lại sự tăng của dòng điện ở gần trục dây dẫn và tăng cường sự tăng của dòng điện ở bề mặt dây dẫn.

Khi dòng điện trong dây dẫn giảm, dòng tự cảm có chiều ngược lại (hình 12-4b). Nó ngược với chiều dòng điện biến thiên ở gần bề mặt dây dẫn, do đó làm cho phần dòng điện này giảm nhanh hơn;



Hình 12-4: Hiệu ứng bề mặt
a) Khi dòng điện I tăng
b) Khi dòng điện I giảm

trái lại, nó cùng chiều với phần dòng điện biến thiên ở gần trục của dây dẫn, do đó làm cho phần dòng điện này giảm ít hơn.

Tóm lại, khi tăng cũng như khi giảm, dòng điện biến thiên trong dây dẫn gây ra dòng tự cảm có tác dụng chống lại sự biến thiên của phần dòng điện ở gần trục của dây dẫn, nhưng tăng cường phần dòng điện ở gần bề mặt của dây dẫn. Tần số dòng điện càng cao (dòng điện biến đổi càng nhanh), tác dụng của dòng tự cảm trong dây càng mạnh, phần dòng điện chạy trong ruột của dây dẫn càng giảm.

Khi tần số của dòng điện khá cao, phần dòng điện chạy trong ruột của dây dẫn hầu như bị triệt tiêu, dòng điện cao tần chỉ chạy ở bề mặt rất mỏng của dây dẫn. Hiện tượng này được gọi là *hiệu ứng bề mặt* (skin-effect).

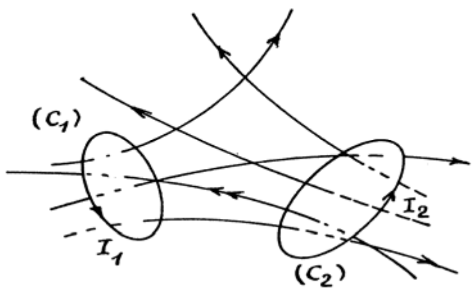
Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ: với dòng điện có tần số f= 1000Hz, dòng điện chỉ chạy ở lớp bề mặt dày 2mm, còn khi f= 100.000Hz, dòng điện chỉ chạy ở lớp bề mặt 0,2mm. Vì lý do đó, khi dùng dòng điện cao tần, người ta làm các dây dẫn rỗng để tiết kiệm kim loại. Để tăng độ dẫn điện của bề mặt, người ta mạ một lớp kim loại dẫn điện tốt như bạc, vàng tuỳ theo mục đích sử dụng. Trong cơ khí, người ta ứng dụng hiệu ứng bề mặt để tôi cứng bề mặt kim loại các chi tiết máy (như: trục bánh xe, bánh răng khíav.v..) nhưng vẫn giữ độ dẻo cần thiết ở bên trong.

§3. HIỆN TƯỢNG HỖ CẢM

1. Hiện tượng

Giả sử có hai mạch điện kín (C_1) và (C_2) đặt cạnh nhau, trong đó có các dòng điện I_1, I_2 hình (12-5).

Nếu dòng điện I_1 chạy trong mạch C_1 thay đổi thì từ thông do dòng điện này gửi qua mạch C_2 sẽ biến đổi, gây ra trong C_2 đó một SĐĐ cảm ứng. Dòng cảm ứng này làm cho dòng điện trong C_2 biến đổi, và từ thông do nó gửi qua C_1 sẽ biến đổi, làm xuất hiện SĐĐ cảm ứng trong C_1.



Hình 12-5

Hiện tượng hỗ cảm giữa hai mạch điện

Kết quả là, trong cả hai mạch sẽ xuất hiện dòng điện cảm ứng. Người ta gọi hiện tượng này là *hiện tượng hỗ cảm,* và các dòng điện cảm ứng đó *được gọi là dòng điện hỗ cảm.*

2. Suất điện động hỗ cảm, hệ số hỗ cảm

a. Định nghĩa

Suất điện động gây ra dòng điện hỗ cảm được gọi là suất điện động hỗ cảm.

Gọi ϕ_{m12} là từ thông do dòng điện I_1 gây ra và gửi qua diện tích của mạch (C_2), ϕ_{m21} là từ thông do dòng điện I_2 sinh ra và gửi qua diện tích của mạch (C_1).

Dễ dàng nhận thấy rằng từ thông qua mạch (C_1) tỉ lệ với I_2 và từ thông qua mạch (C_2) tỉ lệ với mạch dòng I_1:

$$\phi_{m12} = M_{12}.I_1 \quad (12\text{-}7)$$

$$\phi_{m21} = M_{21}.I_2 \qquad (12\text{-}8)$$

với M_{12} và M_{21} là các hệ số tỉ lệ. M_{12} gọi là hệ số hỗ cảm của hai mạch (C_1) và (C_2), còn M_{21} là hệ số hỗ cảm của (C_2) và (C_1).

Hai hệ số hỗ cảm M_{12} và M_{21} đều phụ thuộc hình dạng, kích thước, vị trí tương đối của hai mạch, và phụ thuộc vào tính chất của môi trường chứa hai mạch.

Người ta đã chứng minh được rằng:

$$M_{12} = M_{21} = M \qquad (12\text{-}9)$$

Do đó, suất điện động xuất hiện trong mạch (C_2) là:

$$\xi_{hc2} = -\frac{d\phi_{m12}}{dt} = -M\frac{dI_1}{dt} \qquad (12\text{-}10)$$

và trong (C_1) là:

$$\xi_{hc1} = -\frac{d\phi_{m21}}{dt} = -M\frac{dI_2}{dt} \qquad (12\text{-}11)$$

So sánh (12-10) và (12-11) với (12-4) ta thấy hệ số hỗ cảm cũng có cùng đơn vị với hệ số tự cảm L và do đó cũng được tính bằng đơn vị *Henry (H).*

Hiện tượng hỗ cảm là trường hợp riêng của hiện tượng cảm ứng điện từ, nó được ứng dụng để chế tạo máy biến thế, một dụng cụ rất quan trọng kỹ thuật và đời sống.

§4. NĂNG LƯỢNG TỪ TRƯỜNG

1. Năng lượng từ trường của ống dây điện

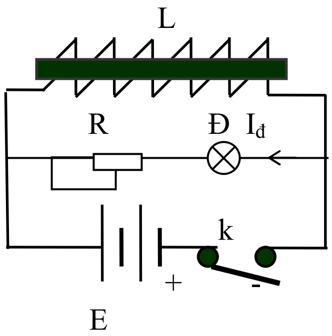
a. Năng lượng từ trường

Cho một mạch điện như ở hình 12-6, gồm đèn Đ, ống dây có hệ số tự cảm L và biến trở R mắc vào nguồn điện E. Giả sử lúc đầu mạch được đóng kín, điều chỉnh R để đèn sáng bình thường. Cuộn dây có điện trở nhỏ nên $I_L > I_đ$. Thí nghiệm cho thấy nếu ta ngắt k, đèn Đ không tắt ngay mà bừng sáng lên rồi từ từ tắt. Hiện tượng này được giải thích như sau. Khi còn đóng k, đèn Đ sáng nhờ nhờ năng lượng của nguồn cung cung cấp. Khi ngắt khoá k, đèn Đ còn sáng thêm một lúc nhờ dòng tự cảm từ cuộn dây phóng xuống. Lúc này suất điện động tự cảm cung cấp năng lượng cho đèn. Đồng thời lúc đó từ trường trong cuộn dây *L* giảm. Vậy có thể nói năng lượng lưu giữ trong từ trường của cuộn dây trước khi ngắt k đã biến thành điện năng qua đèn sau khi ngắt k. Nói cách khác, từ trường trong cuộn dây có một năng lượng. Ta gọi là ***năng lượng của từ trường.***

Sau đây ta tính năng lượng đó.

Giả sử trước khi đóng khoá k, dòng qua cuộn dây *L* là *I*, khi ngắt k, dòng qua *L* giảm. Tại thời điểm *t* SĐĐ tự cảm là $E_{tc} = -L\frac{dI}{dt}$. Năng lượng do SĐĐ tự cảm cung cấp cho đèn trong thời gian *dt* là: $dW = E_{tc}I.dt = -L.I.dI$

Năng lượng do SĐ Đ tự cảm cung cấp cho đèn từ lúc ngắt k (có trị số là *I*) đến lúc *I=0* là:



Hình 12-6
Sự xuất hiện năng lượng từ trường trong cuộn dây

$$W_m = -\int_I^0 LI.dI = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (12\text{-}12)$$

Như vậy khi đóng mạch, dòng điện trong cuộn dây tăng đồng thời từ trường trong nó cũng tăng, cho đến khi cường độ dòng điện bằng *I* thì từ trường trong cuộn dây có năng lượng bằng $W_m = \frac{1}{2}LI^2$. Khi ngắt k, năng lượng này biến thành điện năng của dòng tự cảm đi qua đèn. Người ta chứng minh rằng, biểu thức (12-12) đúng cho cuộn dây bất kỳ.

b. Mật độ năng lượng từ trường

Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng: *năng lượng từ trường được phân bố trong khoảng không gian của từ trường .*

Như ta đã nói ở trên, từ trường trong ống dây thẳng và dài là từ trường đều và có thể coi là chỉ tồn tại bên trong thể tích của ống dây. Như vậy, nếu ống dây dài *l,* tiết diện S, có thể tích V = *l.S,* thì *năng lượng từ trường trong một đơn vị thể tích, tức là mật độ năng lượng từ trường* bên trong ống dây là:

$$\omega_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\frac{1}{2}LI^2}{V} = \frac{\frac{1}{2}(\mu_0\mu.\frac{n^2S}{l})I^2}{lS} = \frac{1}{2}.\mu_0.\mu\frac{n^2}{l^2}I^2$$

Ta đã biết cảm ứng từ *B* trong ống dây là: $B = \mu_0\mu.\frac{n}{l}I$. Như vậy, mật độ năng lượng từ trường bằng:

$$\omega_m = \frac{1}{2}.\frac{B^2}{\mu\mu_0} \qquad (12\text{-}13)$$

Người ta chứng minh được rằng công thức (12-13) đúng đối với từ trường bất kỳ. Vì vậy, để tính năng lượng của một từ trường bất kỳ, ta chia không gian của từ trường đó thành những phần thể tích vô cùng nhỏ *dV,* sao cho trong thể tích ấy ta có thể coi cảm ứng từ $\vec{B}$ không đổi. Như vậy, năng lượng từ trường trong thể tích *dV* là:

$$dW_m = \omega_m dV = \frac{1}{2}.\frac{B^2}{\mu\mu_0}dV.$$

Do đó nănglượng của một từ trường bất kỳ chiếm thể tích *V*, bằng:

$$W_m = \int_{(V)} dW_m = \frac{1}{2}\int_{(V)} \frac{B^2}{\mu_0\mu}dV \qquad (12\text{-}14)$$

trong đó tích phân được thực hiện cho toàn bộ không gian trong thể tích *V* của từ trường.

Vì $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}$, $\vec{B}\vec{B} = \vec{B}^2 = B^2$, $\vec{H}\vec{H} = \vec{H}^2 = H^2$ nên có thể viết (12-14) dưới dạng:

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{(V)} \vec{B}\vec{H}dV = \frac{1}{2}\int_{(V)} \frac{\vec{B}^2}{\mu_0\mu}dV = \frac{1}{2}\int_{(V)} \mu_0\mu\vec{H}^2 dV \qquad (12\text{-}15)$$

CHƯƠNG XIII. TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

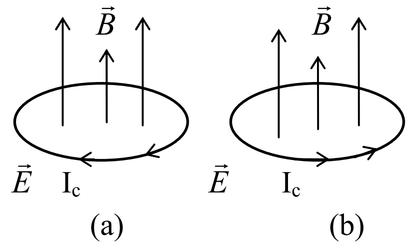
Trong các chương trước ta đã biết, điện tích đứng yên gây ra điện trường tĩnh và dòng điện không đổi gây ra từ trường không đổi. Hai loại trường này tách biệt nhau. Maxwell đã nghiên cứu mối liên hệ giữa hai loại trường này và phát hiện ra rằng, điện trường và từ trường biến đổi theo thời gian có mối liên hệ khăng khít, có thể chuyển hoá lẫn nhau. Tiếp tục đi sâu nghiên cứu các hiện tượng điện từ, Maxwell đã khái quát thành hai luận điểm và xây dựng nên lý thuyết về trường điện từ. Lý thuyết này đã góp phần đắc lực cho việc phát triển ngành điện tử và viễn thông nói riêng và nhận thức về thế giới tự nhiên nói chung.

§1. LUẬN ĐIỂM THỨ NHẤT CỦA MAXWELL

1. Phát biểu luận điểm

Như ta đã biết, trong thí nghiệm của Faraday về hiện tượng cảm ứng diện từ, người ta đặt một vòng dây dẫn kín không biến dạng tại một vị trí cố định trong một từ trường biến đổi theo thời gian. Trong vòng dây sẽ xuất hiện một suất điện động cảm ứng, và do đó có dòng điện cảm ứng có chiều tuân theo định luật Lentz. Sự xuất hiện của dòng điện cảm ứng chứng tỏ trong vòng dây đã xuất hiện một điện trường, vectơ cường độ điện trường cùng chiều với dòng điện cảm ứng.

Làm thí nghiệm với nhiều vòng dây dẫn khác nhau, có chất khác nhau, ở nhiệt độ khác nhau, Maxwell đã nhận thấy rằng: suất điện động cảm ứng xuất hiện trong vòng dây dẫn không phụ thuộc vào bản chất của dây dẫn, và cũng không phụ thuộc vào trạng thái của dây dẫn. Điều đó có nghĩa là, vòng dây dẫn không phải là nguyên nhân gây ra điện trường, mà chỉ là phương tiện giúp ta phát hiện ra sự có mặt của điện trường đó.



Hình 13-1
Sự xuất hiện của điện trường
a) $\vec{B}$ đang tăng
b) $\vec{B}$ đang giảm

Trong hiện tượng cảm ứng điện từ, sự biến đổi của từ thông qua mạch điện là nguyên nhân nhân gây ra suất điện động cảm ứng, tức là gây ra một điện trường. Vì mạch điện đứng yên, không biến dạng và chỉ có từ trường biến đổi theo thời gian, nên từ trường biến đổi theo thời gian đã gây ra sự biến đổi từ thông, vậy ta có thể kết luận rằng: *từ trường biến đổi theo thời gian đã gây ra một điện trường.*

Nếu đường sức của điện trường này cũng hở như đường sức của điện trường tĩnh thì công của lực điện trường này dọc theo một đường cong kín sẽ bằng không (xem chương III) và như vậy nó không thể làm cho các điện tích chuyển động theo đường cong kín để tạo nên dòng điện cảm ứng trong mạch kín. Muốn làm cho các hạt điện chuyển động theo đường cong kín để tạo thành dòng điện thì đường sức của điện trường này phải là những đường cong kín, và công của lực điện trường này dọc theo đường cong kín phải khác không:

$$\oint_{(C)} q\vec{E}.d\vec{l} \neq 0 \qquad (13\text{-}1)$$

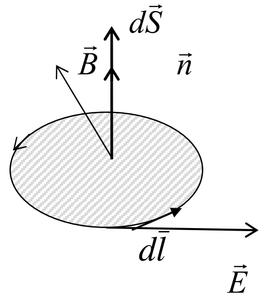
Thực nghiệm đã xác nhận rằng điện trường gây nên suất điện động cảm ứng có những đường sức khép kín. Vì vậy, người ta gọi điện trường này là *điện trường xoáy.*

Trên cơ sở những phân tích trên, Maxwell đã phát biểu một luận điểm tổng quát, gọi là *luận điểm thứ nhất của Maxwell:*

Bất kỳ một từ trường nào biến đổi theo thời gian cũng sinh ra một điện trường xoáy.

2. Phương trình Maxwell - Faraday

Giả sử ta xét một vòng dây kín (C) nằm trong từ trường $\vec{B}$ đang biến đổi theo thời gian (hình13-2).



(C)
Hình 13-2
Để thiết lập phương trình Maxwell-Faraday

Theo định luật cơ bản của hiện tượng cảm ứng điện từ, suất điện động cảm ứng xuất hiện trong vòng dây đó là:

$$\xi = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int_{(S)} \vec{B}.d\vec{S}\right), \qquad (13\text{-}2)$$

trong đó $\phi_m = \int_{(S)} \vec{B}.d\vec{S}$ là từ thông gửi qua diện tích S giới hạn bởi vòng dây dẫn kín (C).

Nói chung, từ trường có thể biến đổi theo thời gian và theo không gian, tức là $\vec{B} = \vec{B}$ (x,y,z,t).

Nhưng chỉ khi từ trường biến đổi theo thời gian, thì mới gây ra điện trường xoáy, nên biểu thức (13-2) và các biểu thức sau này ta sẽ phải thay dấu đạo hàm $\frac{d\vec{B}}{dt}$ bằng đạo hàm riêng theo thời gian $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

Theo định nghĩa về suất điện động, ta có:

$$\xi_c = \oint_{(C)} \vec{E}.d\vec{l} \qquad (13\text{-}3)$$

trong đó $\vec{E}$ là vectơ cường độ điện trường xoáy trên đoạn dịch chuyển $d\vec{l}$. So sánh (13-2) với (13-3) ta được:

$$\oint_{(C)} \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{(S)} \vec{B}.d\vec{S}\right) \qquad (13\text{-}4)$$

Đó là phương trình Maxwell-Faraday dưới dạng tích phân.

Trong giải tích vectơ, người ta đã chứng minh được:

$$\oint_{(C)} \vec{E}.d\vec{l} = \int_{(S)} rot\vec{E}.d\vec{S} \qquad (13\text{-}5)$$

Mặt khác, ta có thể viết:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{(S)} \vec{B}.d\vec{S}\right) = \int_{(s)} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right).d\vec{S} \qquad (13\text{-}6)$$

Như vậy từ (13-4), (13-5), (13-6) ta suy ra:

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (13\text{-}7)$$

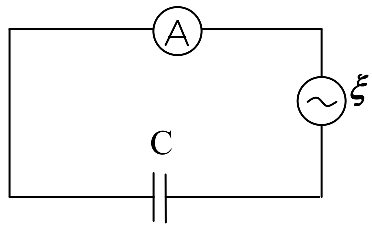
Đó là phương trình Maxwell-Faraday dưới dạng vi phân, có thể áp dụng đối với điểm bất kỳ trong từ trường. Các phương trình (13-6), (13-7) chứng tỏ: từ trường biến đổi theo thời gian gây ra điện trường xoáy. Nói cách khác, các phương trình này là dạng phát biểu định lượng của luận điểm Maxwell thứ nhất.

§2. LUẬN ĐIỂM THỨ HAI CỦA MAXWELL

Trong chương XI ta đã biết *dòng điện dẫn* (dòng các điện tích chuyển dời có hướng) gây ra từ trường. Dưới đây ta sẽ thấy từ trường còn có nguồn gốc khác.

1. Khái niệm về dòng điện dịch-Luận điểm thứ hai của Maxwell

Xét mạch điện như hình 13-3. Trên đó, ξ là một nguồn điện xoay chiều, C là một tụ điện, A là một ampe kế xoay chiều. Ampe kế A cho thấy có dòng điện trong mạch. Nhờ một dụng cụ đo từ trường, người ta thấy không chỉ xung quanh dây dẫn có từ trường mà tại các điểm bên trong tụ điện cũng có từ trường. Cần nhớ rằng trong tụ là chất cách điện nên không thể có dòng điện dẫn. Vậy từ trường bên trong tụ phải có nguồn gốc khác.



Hình 13.3
Dòng điện xoay chiều trong mạch kín

Vì điện tích trên hai bản của tụ điện biến thiên nên bên trong tụ có điện trường biến thiên. Maxwell đã đưa ra giả thuyết là chính điện trường biến thiên trong lòng tụ điện đã sinh ra từ trường. Để dễ quan niệm, ông cho rằng trong tụ điện đã tồn tại một dòng điện khác. Ông gọi nó là *dòng điện dịch* (để phân biệt với dòng điện dẫn là dòng chuyển dời có hướng của các điện tích tự do); Chính dòng điện dịch đã nối tiếp dòng dẫn trong phần không gian dòng dẫn không qua được (trong lòng tụ điện), nhờ đó dòng điện khép kín trong toàn mạch.

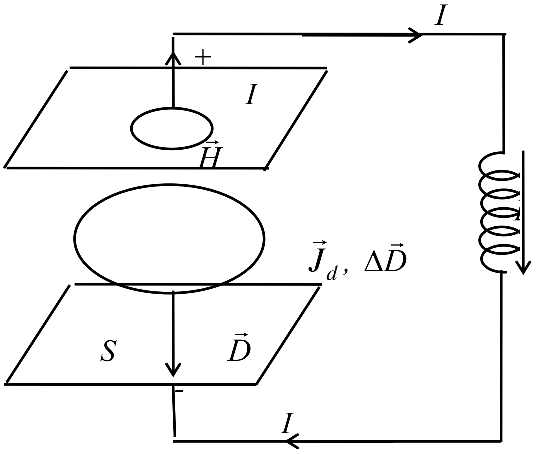
Theo Maxwell, đặc tính duy nhất của dòng điện dịch là tạo ra từ trường như dòng điện dẫn. Từ đó, Maxwell đã phát biểu thành luận điểm:

"*Bất kỳ một điện trường nào biến đổi theo thời gian cũng gây ra một từ trường*".

Phát biểu này được gọi là *luận điểm thứ hai* của Maxwell. Luận điểm này đã được thực nghiệm hoàn toàn xác nhận.

2. Mật độ dòng điện dịch

Về bản chất, dòng điện dịch không phải là dòng chuyển dời có hướng của các điện tích, nó được gọi là dòng điện chỉ vì *nó tương đương với dòng điện dẫn về mặt gây ra từ trường.* Vì vậy nó phải có phương chiều và độ lớn hợp lý.



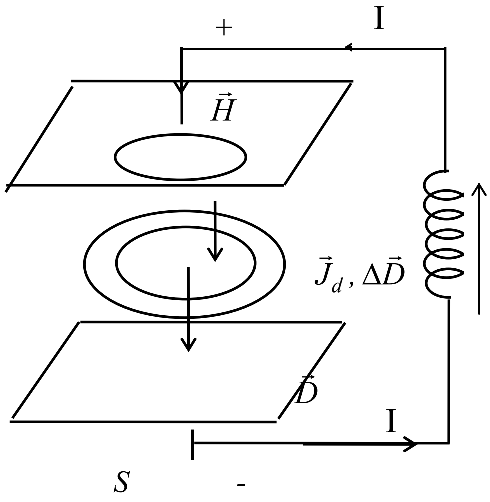
Hình 13-4: Dòng dịch nối tiếp dòng điện dẫn trong mạch kín khi tụ phóng điện

Để giải quyết vấn đề này, ta xét một mạch điện gồm một tụ điện có điện dung C, và một cuộn dây điện có hệ số tự cảm L mắc nối tiếp với nhau (hình 13-4).

Giả sử lúc đầu tụ điện phóng điện. Điện tích trên hai bản của tụ giảm, ở trong tụ điện véctơ $\vec{D}$ hướng từ bản dương sang bản âm và đang giảm, véctơ $\Delta\vec{D}$ ngược chiều với véctơ $\vec{D}$, nhưng cùng chiều với dòng phóng điện, tức cùng chiều với dòng điện dẫn qua cuộn cảm L. Còn khi điện tích trên tụ tăng (hình 13-5), điện tích trên hai bản của tụ tăng, véctơ $\vec{D}$ ở trong tụ tăng, dòng điện dẫn chạy qua tụ và $\Delta\vec{D}$ ở trong tụ cùng chiều với nhau và cùng chiều với $\vec{D}$.

Trong cả hai trường hợp, ta đều thấy véctơ $\Delta\vec{D}$ và dòng điện dẫn ở trên dây dẫn cùng chiều với nhau.

Ta cũng biết rằng trong mạch điện nối tiếp, cường độ dòng điện qua mỗi tiết diện của dây phải bằng nhau. Do đó Maxwell cho rằng: *dòng điện dịch chạy qua toàn bộ không gian giữa hai bản của tụ điện cùng chiều với dòng điện dẫn trong mạch, và có cường độ bằng cường độ của dòng điện dẫn trong mạch đó.*



Hình 13-5
Dòng dịch nối tiếp dòng điện dẫn trong mạch kín khi tụ nạp điện

Từ đó ta suy ra rằng cường độ dòng điện dẫn I trên thành tụ C phải bằng cường độ dòng dịch I_d trong lòng tụ C. Tức là:

$$I = \frac{dq}{dt} = I_d$$

Gọi S là diện tích của bản tụ điện, σ là mật độ điện tích mặt trên bản tụ, điện tích trên bản tụ là q=σ.S. Gọi $\vec{D}$ là vectơ điện cảm trong lòng tụ điện, theo (7-23) chương VII, thì $D=\sigma$. Nói chung, σ và $\vec{D}$ là hàm của không gian và thời gian, nghĩa là $\vec{D}=\vec{D}$(x,y,z,t), σ =σ(x,y,z,t). Để nhấn mạnh rằng chỉ có khi biến đổi theo thời gian thì điện trường mới sinh ra từ trường, ta phải dùng dấu đạo hàm riêng theo thời gian thay cho đạo hàm thường.

Từ đó, ta có:

$$I_d = S\frac{\partial \sigma}{\partial t} = S\frac{\partial D}{\partial t}.$$

Vậy, ta có: $I_d = S\dfrac{\partial D}{\partial t}$.

Gọi J_d là mật độ dòng điện dịch, vì điện trường trong lòng tụ điện là đều nên:

$$J_d = \frac{I_d}{S} = \frac{\partial D}{\partial t} \qquad (13\text{-}8)$$

Từ lập luận trên, vì dòng điện dẫn trong mạch và dòng điện dịch trong tụ cùng chiều, nên véctơ mật độ dòng điện dịch $\vec{J}_d$ bằng:

$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (13\text{-}9)$$

Vậy: *Véctơ mật độ dòng điện dịch bằng tốc độ biến thiên theo thời gian của véctơ cảm ứng điện.*

Mở rộng cho trường hợp một điện trường bất kỳ biến đổi theo thời gian, Maxwell đi tới giả thuyết tổng quát sau đây:

Xét về phương diện sinh ra từ trường, thì bất kỳ điện trường nào biến đổi theo thời gian cũng giống như một dòng điện, gọi là dòng điện dịch, có véctơ mật độ dòng bằng:

$\vec{J}_d = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, *trong đó* $\vec{D}$ *là véctơ cảm ứng điện tại điểm được xét.*

Phương chiều của từ trường do dòng điện dịch gây ra cũng được xác định theo qui tắc vặn nút chai như từ trường của dòng điện dẫn, và cường độ dòng điện dịch qua diện tích S bất kỳ:

$$I_d = \int_{(S)} \vec{J}_d\, d\vec{S}$$

tích phân được tính trên toàn bộ diện tích S.

Trong chương điện môi ta đã biết vecto điện cảm $\vec{D}$ liên hệ với vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ và vectơ phân cực điện môi $\vec{P}_e$ theo biểu thức:

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}_e$$

Thay $\vec{D}$ ở công thức này vào (13-9), ta được:

$$\vec{J}_d = \varepsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}_e}{\partial t} \qquad (13\text{-}10)$$

Trong chân không, $\vec{P}_e = 0$, do đó mật độ dòng điện dịch trong chân không là: $\vec{J}_d = \varepsilon_o \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. Điều này có nghĩa là dòng điện dịch tồn tại ngay cả trong chân không, ở đó không có bất kỳ sự dịch chuyển nào của điện tích. Về bản chất, nó chỉ là điện trường biến thiên theo thời gian.

Trong chất điện môi, mật độ dòng điện dịch gồm hai thành phần:

– $\vec{J}_d = \varepsilon_o \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ là dòng điện dịch trong chân không, không liên quan đến bất kỳ sự dịch chuyển nào của hạt điện.

– $\dfrac{\partial \vec{P}_e}{\partial t}$ là mật độ dòng điện phân cực, liên quan đến sự quay của các lưỡng cực phân tử hoặc sự dịch chuyển của các trọng tâm các điện tích dương và trọng tâm của các điện tích âm trong các phân tử không phân cực của chất điện môi dưới tác dụng của điện trường ngoài biến thiên. Do có sự dịch chuyển này, Maxwell đã gọi chung (13-10) là mật độ dòng điện dịch. Tuy nhiên cần chú ý rằng khác với sự dịch chuyển của các điện tích tự do tạo nên dòng điện dẫn, ở dòng điện phân cực chỉ là sự quay hướng hoặc sự dịch chuyển tại chỗ của các điện tích liên kết khi có điện trường ngoài biến thiên, chứ không có sự dịch chuyển tự do của các phân tử điện môi.

3. Phương trình Maxwell-Ampère

Với giả thuyết của Maxwell, tại một vị trí nào đó của môi trường, nếu đồng thời có dòng điện dẫn và dòng điện dịch, thì từ trường do cả dòng điện dẫn và dòng điện dịch gây ra, do đó Maxwell đã đưa ra khái niệm *dòng điện toàn phần là tổng của dòng điện dẫn và dòng điện dịch.*

Gọi $\vec{J}$ là véctơ mật độ dòng điện dẫn, véctơ mật độ dòng điện toàn phần ở đó là:

$$\vec{J}_{tp} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (13\text{-}11)$$

Cường độ dòng điện toàn phần qua một diện tích S giới hạn bởi đường cong kín (C) nào đó sẽ bằng:

$$I_{tp} = \int_{(S)} \vec{J}_{tp}.d\vec{S} = \int_{(S)} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right).d\vec{S} \qquad (13\text{-}12)$$

Theo định lý về dòng điện toàn phần (định lý Ampère), trong môi trường như vậy ta có biểu thức:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = I_{tp} = \int_{(S)} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right).d\vec{S} \qquad (13\text{-}13)$$

Phương trình (13-13) được gọi là *phương trình Maxwell-Ampère dạng tích phân.*

Từ (13-13), ta dễ dàng suy ra:

$$rot\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \qquad (13\text{-}14)$$

Đó là phương trình Maxwell-Ampère ở dạng vi phân, áp dụng được với từng điểm của không gian. Các phương trình (13-13), (13-14) nêu lên mối liên hệ định lượng giữa cường độ từ trường H với các dòng điện dẫn và dòng điện dịch. Nó cũng cho thấy dòng điện dẫn và dòng điện dịch đều gây ra từ trường.

§3. TRƯỜNG ĐIỆN TỪ VÀ HỆ CÁC PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL

1. Trường điện từ

Theo hai luận điểm của Maxwell, từ trường biến đổi theo thời gian gây ra điện trường, và ngược lại điện trường biến đổi theo thời gian thì gây ra từ trường. Như vậy, trong không gian, điện trường và từ trường có thể đồng thời tồn tại, duy trì lẫn nhau và liên hệ chặt chẽ với nhau, tạo nên một trường thống nhất. Từ đó ta có định nghĩa:

Điện trường và từ trường đồng thời tồn tại trong không gian tạo thành một trường thống nhất gọi là trường điện từ.

Trường điện từ là một dạng đặc biệt của vật chất. Người ta đã chứng minh rằng nó có năng lượng, khối lượng và động lượng. Năng lượng đó định xứ trong khoảng không gian có trường điện từ. Mật độ năng lượng của trường điện từ bằng tổng mật độ năng lượng điện trường và mật độ năng lượng từ trường:

$$\omega = \omega_e + \omega_m = \frac{1}{2}(\varepsilon_0.\varepsilon.E^2 + \mu_0.\mu.H^2) = \frac{1}{2}(\vec{E}.\vec{D} + \vec{B}.\vec{H}) \qquad (13\text{-}15)$$

và do đó năng lượng của trường điện từ là:

$$W = \int_{(V)} \omega dV = \frac{1}{2}\int_{(V)} (\varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2) dV = \frac{1}{2}\int_{(V)} (\vec{E}.\vec{D} + \vec{B}.\vec{H}).dV \qquad (13\text{-}16)$$

Tích phân phải thực hiện đối với toàn bộ thể tích V của khoảng không gian có trường điện từ.

2. Hệ các phương trình Maxwell

Để mô tả trường điện từ, Maxwell đã nêu ra hệ các phương trình cơ bản sau đây, gọi là hệ các phương trình Maxwell về trường điện từ. Hệ gồm các phương trình đã được thành lập trong các phần trước đây và phần trước của chương này.

a. Phương trình Maxwell -Faraday

Là các phương trình diễn tả định lượng luận điểm thứ nhất của Maxwell: *Mọi biến đổi của từ trường theo thời gian đều làm xuất hiện một điện trường xoáy.*

<u>Dạng tích phân</u>

$$\oint_{(C)} \vec{E}.d\vec{l} = -\iint_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \qquad (13\text{-}17)$$

<u>Dạng vi phân</u>

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (13\text{-}18)$$

b. Phương trình Maxwell- Ampère

Là các phương trình biểu diễn định lượng luận điểm thứ hai của Maxwell và định lý Ampère về dòng điện toàn phần: *Dòng điện dẫn và điện trường biến thiên theo thời gian đều gây ra từ trường.*

$$\oint_{(C)} \vec{H}.d\vec{l} = \iint_{(S)} (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}).d\vec{S} \qquad (13\text{-}19)$$

$$rot\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (13\text{-}20)$$

c. Định lý Ôxtrôgrtxki-Gauss đối với điện trường

Định lý này diễn tả tính chất không khép kín của các đường sức điện trường tĩnh. Các đường sức điện trường tĩnh là những đường cong không kín, luôn xuất phát từ các điện tích dương và tận cùng trên các điện tích âm; Nó chứng tỏ rằng điện trường tĩnh là "trường có nguồn".

Dạng tích phân $$\iint_S \vec{D}.d\vec{S} = q \qquad (13\text{-}21)$$

Dạng vi phân $$\operatorname{div}\vec{D} = \rho \qquad (13\text{-}22)$$

d. Định lý Oxtrogratxki-Gauss đối với từ trường

Định lý này diễn tả tính khép kín của các đường sức từ, các đường sức từ không có điểm xuất phát và không có điểm tận cùng, chứng tỏ trong thiên nhiên không tồn tại những "từ tích" hay: từ trường không có "điểm nguồn".

Dạng tích phân $$\iint_S \vec{B}.d\vec{S} = 0 \qquad (13\text{-}23)$$

Dạng vi phân $$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \qquad (13\text{-}24)$$

e. Các phương trình liên hệ các đại lượng đặc trưng cho trường với tính chất của môi trường

Trong môi trường đồng chất và đẳng hướng, có các mối liên hệ sau:

- Môi trường điện môi $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$
- Môi trường dẫn điện $\vec{J} = \sigma\,\vec{E}$
- Môi trường từ môi $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$

Trong các phương trình trên, các đại lượng đặc trưng cho trường đều được xác định tại từng điểm trong không gian và nói chung đều biến đổi theo thời gian, nói cách khác chúng đều là các hàm của x, y, z, t.

Các phương trình Maxwell bao hàm tất cả các hiện tượng cơ bản về điện và từ. Điện trường tĩnh, từ trường không đổi theo tời gian (từ trường dừng), sóng điện từ ...là những trường hợp riêng của trường điện từ.

3. Ý nghĩa của hệ các phương trình Maxwell

Các phương trình Maxwell là các phương trình bao hàm tất cả các định luật cơ bản về điện và từ. Các phương trình diễn tả các hiện tượng thuộc về trường tĩnh điện và từ trường của dòng không đổi đều là những trường hợp riêng của hệ các phương trình Maxwell.

Từ các phương trình này, và từ giả thuyết về dòng điện dịch, Maxwell đã đoán nhận trước được những hiện tượng hoàn toàn mới rất quan trọng, cụ thể là:

- Maxwell đã đoán nhận trước sự tồn tại của sóng điện từ, tức là sự lan truyền trong không gian của một trường điện từ biến đổi theo thời gian.
- Maxwell đã xây dựng nên thuyết điện từ về ánh áng. Theo thuyết này ánh sáng thấy được là những sóng điện từ có bước sóng từ 0,40μm đến 0,75μm.

Khoảng 20 năm sau khi lý thuyết của Maxwell ra đời, thí nghiệm của Hertz và những phát minh của Pôpôp về việc phát và thu sóng điện từ đã xác nhận sự tồn tại của loại sóng này. Những thí nghiệm về quang học của Young, Fresnel, của Aragô v.v...và những ứng dụng thực tế hiện nay đã xác nhận sự đúng đắn của sự tồn tại sóng điện từ và thuyết điện từ ánh sáng.Tóm lại, toàn bộ lý thuyết của Maxwell về trường điện từ đã thành công rực rỡ.

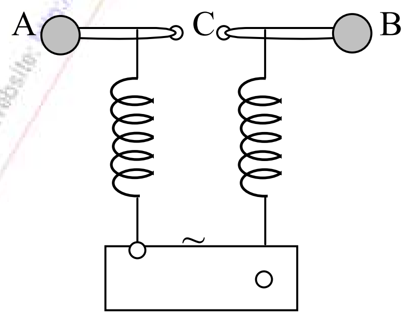
§4. SÓNG ĐIỆN TỪ

Trong mục này ta sẽ áp dụng các luận điểm Maxwell và hệ các phương trình Maxwell tìm hiểu sơ bộ một hiện tượng quan trọng: sóng điện từ.

1. Sự tạo thành sóng điện từ

Vào những năm 1887-1889, Hertz đã kiểm tra và xác nhận bằng thực nghiệm lý thuyết điện từ của Maxwell.

Hertz dùng một nguồn điện xoay chiều cao tần nối qua hai ống dây tự cảm đến hai thanh kim loại ở hai đầu có gắn hai quả cầu kim loại A và B (hình 13-6). Điều chỉnh khoảng cách AB để có hiện tượng phóng điện qua AB. Như vậy giữa A và B đã xuất hiện một điện trường biến thiên theo thời gian. Dùng các thiết bị đo điện trường và từ trường, Hertz đã xác nhận rằng mọi điểm xung quanh A và B có cả điện trường và từ trường biến thiên theo thời gian, lan truyền trong không gian. Vậy thí nghiệm Hertz chứng tỏ điện từ trường biến thiên theo thời gian đã được truyền đi trong không gian.



Hình 13-6
Mô hình thí nghiệm của Hertz

Quá trình này được giải thích dựa vào hai luận điểm của Maxwell.

Giả sử tại một điểm nào đó ta tạo ra một điện trường biến thiên theo thời gian *t*. Theo luận điểm thứ hai của Maxwell, điện trường này sẽ làm xuất hiện từ trường biến thiên theo thời gian tại các điểm lân cận xung quanh AB. Theo luận điểm thứ nhất, từ trường này đến lượt mình lại tạo ra một điện trường biến thiên theo thời gian. Cứ như thế, điện trường và từ trường biến thiên theo thời gian chuyển hoá lẫn nhau, duy trì lẫn nhau và lan truyền trong không gian, quá trình truyền đó tạo thành *sóng điện từ.*

2. Phương trình sóng điện từ

Ta xét môi trường truyền sóng điện từ là điện môi hoặc chân không. Trong môi trường như vậy sẽ không có điện tích tự dovà không có dòng điện ($\rho = 0$, $J = 0$). Hệ các phương trình Maxwell cho môi trường này trở thành:

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad (13\text{-}25)$$

$$div\vec{B} = 0 \qquad (13\text{-}26)$$

$$rot\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad (13\text{-}27)$$

$$div\vec{D} = 0 \qquad (13\text{-}28)$$

và $$\vec{D} = \varepsilon_o\varepsilon\vec{E}, \qquad \vec{B} = \mu_o\mu\vec{H} \qquad (13\text{-}29)$$

Để tìm phương trình sóng điện từ, trước hết ta chú ý là các vectơ $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$ biến thiên thời gian, do đó đạo hàm các vectơ này theo thời gian phải khác không. Lấy *rot* hai vế của (13-25) ta được:

$$rot(rot\vec{E}) = -rot(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}) = -\frac{\partial}{\partial t}(rot\vec{B}) \qquad (13\text{-}30)$$

Theo giải tích vectơ, ta có: $rot(rot\vec{E}) = \nabla(div\vec{E}) - \nabla^2\vec{E}$ (13-31)

Nhưng theo (13-28) thì $div\vec{E} = 0$ nên (13-31) trở thành:

$$rot(rot\vec{E}) = -\nabla^2\vec{E} \qquad (13\text{-}32)$$

Kết hợp (13-30) và (13-32) ta được:

$$\frac{\partial}{\partial t}(rot\vec{B}) = \nabla^2\vec{E} \qquad (13\text{-}33)$$

Từ (13-27) và (13-29) ta có:

$$\frac{\partial}{\partial t}(rot\vec{B}) = \frac{\partial}{\partial t}(\mu_0\mu\, rot\vec{H}) = \mu_0\mu\frac{\partial}{\partial t}(rot\vec{H}) = \mu_0\mu\frac{\partial^2\vec{D}}{\partial t^2} = \mu_o\mu\varepsilon_o\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

Thay kết quả này vào (13-33) ta được:

$$\nabla^2\vec{E} - \mu_o\mu\varepsilon_o\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0. \qquad (13\text{-}34)$$

Đặt $$\upsilon^2 = \frac{1}{\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon} \qquad (13\text{-}35)$$

Thay giá trị này vào (13-34) ta được:

$$\nabla^2\vec{E} - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0. \qquad (13\text{-}36)$$

Đó là phương trình truyền sóng của điện trường với vận tốc υ xác định bởi (13-35). Thực hiện các phép biến đổi tương tự ta cũng thu được phương trình tương tự đối với từ trường:

$$\nabla^2\vec{B} - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0. \qquad (13\text{-}36)$$

Thay các giá trị của các hằng số $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$H/m, $\varepsilon_o = 8,86.10^{-12}$F/m vào (13-35) ta được:

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \qquad (13\text{-}37)$$

trong đó, $c = 1/\mu_o\varepsilon_o \approx 3.10^8$ m/s là vận tốc của ánh sáng trong chân không. Trong chân không, $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, $\upsilon = c$. Vậy trong chân không, sóng điện từ truyền với vận tốc bằng vận tốc của ánh sáng trong chân không. Maxwell đã nghiên cứu mối liên hệ giữa sóng điện từ và ánh sáng, ông cho rằng ánh sáng là một loại sóng điện từ và xây dựng nên thuyết điện từ ánh sáng.

Đặt $\sqrt{\varepsilon\mu} = n$, gọi là chiết suất tuyệt đối của môi trường, theo (13-37) ta có:

$$\upsilon = \frac{c}{n} \qquad (13\text{-}38)$$

Thông thường $\varepsilon \geq 1$, $\mu \geq 1$ nên theo (13-38) $\upsilon \leq c$. Nghĩa là sóng điện từ có thể truyền trong môi trường và trong chân không, vận tốc của sóng điện từ trong chân không là lớn nhất.

Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ sóng điện từ là sóng ngang, tại mỗi điểm trong môi trường có sóng điện từ, phương của các vectơ $\vec{E},\vec{H}$ (tức là phương dao động) vuông góc với nhau và với phương truyền sóng. Nói cách khác $\vec{E} \perp \vec{H}$, $\vec{E} \perp \vec{\upsilon}$, $\vec{H} \perp \vec{\upsilon}$.

Nếu nguồn sóng biến thiên điều hoà với tần số góc ω thì sóng điện từ (các vectơ $\vec{E},\vec{H}$) truyền trong môi trường cũng biến thiên điều hoà với tần số ω. Đó là sóng điện từ đơn sắc có chu kỳ bằng $T = 2\pi/\omega$ và có bước sóng λ xác định bởi:

$$\lambda = \upsilon T$$

Thay $\upsilon = \dfrac{c}{n}$ ta được: $\lambda = \dfrac{cT}{n} = \dfrac{\lambda_o}{n}$

trong đó $\lambda_o = cT$ là bước sóng của sóng điện từ trong chân không.

Người ta phân loại sóng điện từ theo tần số hoặc theo bước sóng λ, tính ra μm. Ánh sáng thấy được có bước sóng nằm trong khoảng từ 0,44μm (ánh sáng tím) đến 0,78μm (ánh sáng đỏ). Các bước sóng lớn hơn 0,78μm nằm trong vùng hồng ngoại và sóng radio, còn các sóng có bước sóng nhỏ hơn 0,44μm nằm trong vùng tử ngoại, tia rơnghen và tia gamma. Dưới đây là bảng thang sóng điện từ.

Sóng	**Bước sóng (μm)**	**Sóng**	**Bước sóng (μm)**
Tia gama	$10^{-12} \div 10^{-10}$	Ánh sáng nhìn thấy	$4,4.10^{-7} \div 7,810^{-7}$
Tia rơnghen	$10^{-10} \div 10^{-8}$	Tia hồng ngoại	$7,8.10^{-7} \div 10^{-3}$

Tia tử ngoại	$10^{-9} \div 10^{-7}$	Sóng radio	10^{-3} trở lên

CHƯƠNG TRÌNH PTIT
ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông-Hà Tây
Tel: (04).5541221; Fax: (04).5540587
Website: http://www.e-ptit.edu.vn; E-mail: dhtx@e-ptit.edu.vn

PHỤ LỤC

CÁC KÝ HIỆU THƯỜNG DÙNG

Thứ tự	Tên đại lượng	Ký hiệu	Chương
1	Áp suất	p	5, 6
2	Cảm ứng điện	$D, \vec{D}$	7
3	Cảm ứng từ	$B, \vec{B}$	11, 12, 13
4	Công của lực, của mômen lực	A	3, 4, 6, 7, 10, 11, 12
5	Công suất	P	3, 4
6	Cường độ điện trường	$E, \vec{E}$	7, 8, 9, 10, 12, 13
7	Cường độ từ trường	$H, \vec{H}$	11, 12, 13
8	Cường độ điện trường lạ	$E^*, \vec{E}^*$	10
9	Cường độ điện trường xoáy	$E^*, \vec{E}^*$	12, 13
10	Cường độ dòng điện	I, i	10, 11
11	Chu kỳ quay	T	1
12	Diện tích	$\vec{S}$, S	7, 8, 9, 10, 11
13	Điện dung	C	8
14	Điện thế	V, φ	7
15	Điện tích, điện lượng	Q, q	7, 8, 9, 10, 11
16	Điện thông	ϕ_e	7
17	Điện trở	R, r	10
18	Động lượng	$K, \vec{K}$	2
19	Động năng	$W_đ$	3, 11
20	Gia tốc	A	1, 2, 3, 4
21	Gia tốc góc	β	1, 4
22	Hệ số hỗ cảm	M	12
23	Hệ số tự cảm	L	12
24	Hiệu suất	η	6

Thứ tự	Tên đại lượng	Ký hiệu	Chương
25	Hiệu điện thế	U	7
26	Khối lượng	M, m	2, 3, 4
27	Lực	F, $\vec{F}$	2, 3, 4, 7, 10, 11
28	Mật độ điện tích dài	λ	7
29	Mật độ điện tích mặt	σ	7
30	Mật độ điện tích khối	ρ	7
31	Mật độ dòng đện	J, $\vec{J}$	10
32	Mật độ năng lượng điện trường	ω_e	8
33	Mật độ năng lượng từ trường	ω_m	12
34	Mômen lực	M, $\vec{M}$	4, 11
35	Mômen quán tính	I	4
36	Mômen từ	p_m, $\vec{p}_m$	11
37	Mômen ngẫu lực	$\vec{M}$	7, 11
38	Mômen động lượng	L, $\vec{L}$	4
39	Mômen lưỡng cực điện	$\vec{p}_e$, $\vec{P}_e$	7, 9, 11
40	Năng lượng từ trường	W_m	11, 12, 13
41	Năng lượng điện trường	W_e	8, 12, 13
42	Năng lượng	W	3, 8, 11, 13
43	Nhiệt lượng	Q	6
44	Nhiệt độ tuyệt đối	T	5, 6
45	Nội năng	U	5, 6
46	Quãng đường dịch chuyển	s, l	1, 3, 4, 11
47	Suất điện động	ξ	10
48	Suất điện động cảm ứng	ξ_c	12
49	Suất điện động hỗ cảm	ξ_{hc}	12
50	Số bậc tự do	I	5, 6
51	Tần số	F	1
52	Thế năng	W_t	3
53	Thể tích	V	5, 6, 7, 10, 12

Thứ tự	Tên đại lượng	Ký hiệu	Chương
54	Thời gian	T	1, 2, 3, 4
55	Từ thông	ϕ_m	11, 12, 13
56	Vận tốc góc	ω	1, 4

MỘT SỐ HẰNG SỐ VẬT LÝ THƯỜNG DÙNG

Thứ tự	Tên hằng số	Ký hiệu	Trị số
1	Gia tốc rơi tự do	g	$9,8 m/s^2$
2	Hằng số hấp dẫn	G	$6,67.10^{-11} Nm^2/kg^2$
3	Số Avôgadrô (số phân tử trong 1 kilômol)	N_o	$6,025.10^{26}$kmol
4	Thể tích của một kilômol ở điều kiện tiêu chuẩn	V_O	$22,4 m^3/kmol$
5	Hằng số các khí	R	$8,31.10^3$J/kmol.K
6	Hằng số Bolzman	k	$1,38.10^{-23}$J/K
7	Điện tích electron	e	$1,602.10^{-19}$C
8	Khối lượng nghỉ của electron	m_e	$9,11.10^{-31}$kg
9	Hằng số điện môi	ε_o	$8,86.10^{-12}$F/m
10	Hằng số từ	μ_o	$1,257.10^{-6}H/m = 4\pi.10^{-7}H/m$
11	Vận tốc ánh sáng trong chân không	c	3.10^8m/s
12	Khối lượng nghỉ của proton	m_p	$1,67.10^{-27}$kg

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Vật lý đại cương. Tập I, II** - Lương Duyên Bình, Dư Trí Công, Bùi Ngọc Hồ. Nhà xuất bản Giáo Dục - 2003.

2. **Cơ sở Vật lý. Tập I, II, III, IV, V** - Hallidy, Resnick, Walker. Nhà xuất bản Giáo Dục - 1998.

3. **Vật lý đại cương. Tập II** - Nguyễn Hữu Thọ. Nhà xuất bản Trẻ - 2004.

4. **Tuyển tập các bài tập vật lý đại cương** - L.G Guriep, X.E Mincova (bản tiếng Nga). Matxcova - 1998.

5. **Bài tập Vật lý đại cương tập I, II** - Lương Duyên Bình. Nhà xuất bản Giáo Dục - 1999.

MỤC LỤC