CHƯƠNG 7
TRƯỜNG TĨNH ĐIỆN

Tương tác điện từ liên kết các electron và hạt nhân với nhau để tạo nên các nguyên tử, phân tử và tạo thành các vật thể vĩ mô. Nhiều hiện tượng chung quanh ta đa số là kết quả của các lực điện từ. Thuật ngữ điện từ luôn kết hợp với nhau. Vì hai hiệu ứng điện và từ đều gắn với một thuộc tính của vật chất, thuộc tính đó là điện tích. Mặc dù các hiện tượng điện và từ có quan hệ mật thiết với nhau, mối gắn kết ấy không phải không tách rời. Trong chương này chúng ta tiến hành nghiên cứu các điện tích ở trạng thái nghỉ (tĩnh điện), chúng ta có thể tách điện ra khỏi từ. Các điện tích đứng yên tạo ra xung quanh chúng một môi trường vật chất đặc biệt, được gọi là ***trường tĩnh điện***.

7.1. NHỮNG KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

Mặc dù các hiện tượng trong tự nhiên thể hiện dưới rất nhiều vẻ khác nhau, nhưng vật lý học hiện đại cho rằng chúng đều thuộc bốn dạng tương tác cơ bản: tương tác hấp dẫn, tương tác điện từ, tương tác yếu và tương tác mạnh; trong số đó tương tác hấp dẫn và tương tác điện từ là những tương tác rất phổ biến. Đối với các vật thể thông thường thì tương tác hấp dẫn rất yếu và ta có thể bỏ qua. Nhưng tương tác điện từ nói chung là đáng kể, thậm chí nhiều khi rất đáng kể.

7.1.1. Sự nhiễm điện của các vật. Hai loại điện tích

Thực nghiệm xác nhận rằng, khi cọ xát một thanh thủy tinh vào lụa hay một thanh êbônit vào lông thú thì thanh thủy tinh và thanh êbônit có khả năng hút được các vật nhẹ. Ta nói rằng, chúng đã bị *nhiễm điện* hay trên các thanh đã xuất hiện các *điện tích.*

Trong tự nhiên có hai loại điện tích: *điện tích dương* và *điện tích âm*. Người ta quy ước, điện tích xuất hiện trên thanh thủy tinh sau khi cọ xát nó vào lụa là điện tích dương; còn điện tích xuất hiện trên thanh êbônit sau khi cọ xát vào lông thú là điện tích âm.

Thực nghiệm cũng xác nhận rằng, điện tích trên một vật bất kì có cấu tạo gián đoạn và bằng một số nguyên lần điện tích nguyên tố nào đó. Ta nói, *điện tích bị lượng tử hóa*. Điện tích nguyên tố là điện tích nhỏ nhất được biết trong tự nhiên và có độ lớn $e = 1,6.10^{-19}C.$ Proton và electron là những hạt mang điện tích nguyên tố: proton mang điện tích dương, còn electron mang điện tích âm.

Chú ý rằng, người ta đã phát hiện những hạt quark mang điện tích $\pm\frac{e}{3}, \pm\frac{2e}{3}$. Tuy nhiên, những hạt này không thể tồn tại một cách riêng biệt nên ta không lấy điện tích của chúng làm điện tích nguyên tố.

Vật chất được cấu tạo bởi các nguyên tử. Mỗi nguyên tử gồm các proton, electron mang điện và các neutron trung hòa điện. Các proton và neutron xếp chặt trong hạt nhân nguyên tử. Trong mẫu nguyên tử đơn giản thì các electron chuyển động theo các quỹ đạo quanh hạt nhân.

Ở trạng thái bình thường, số proton và electron trong nguyên tử luôn luôn bằng nhau nên tổng đại số các điện tích trong một nguyên tử bằng không. Ta nói, nguyên tử *trung hòa điện.*

Nếu vì lí do nào đó mà nguyên tử mất đi (hoặc nhận thêm) một hoặc vài electron thì nó sẽ trở thành phần tử mang điện dương (hoặc âm) và được gọi là ion dương (hoặc ion âm).

7.1.2. Định luật bảo toàn điện tích

Theo thuyết điện tử, quá trình nhiễm điện của thanh thủy tinh khi cọ xát vào lụa chính là quá trình electron chuyển dời từ thủy tinh sang lụa. Điều này làm cho thủy tinh trở thành vật mang điện dương.

Như vậy, bản chất sự cọ xát không tạo ra điện tích mà chỉ làm cho điện tích chuyển từ vật này sang vật khác, làm mất đi tính trung hòa điện của mỗi vật trong quá trình ấy. Đây chính là nội dung của *định luật bảo toàn điện tích*, và được phát biểu như sau:

Các điện tích không tự sinh ra mà cũng không tự mất đi, chúng chỉ có thể truyền từ vật này sang vật khác hoặc dịch chuyển bên trong một vật.

Hay: *Tổng đại số các điện tích trong một hệ cô lập là không đổi*

7.1.3. Phân loại vật dẫn

Xét về tính dẫn điện, ta có thể phân loại các chất như sau:

Chất dẫn điện là những chất trong đó có các hạt mang điện tích có thể chuyển động tự do trong toàn bộ thể tích vật. Thí dụ: kim loại, các dung dịch muối, axit, bazơ,…

Chất cách điện, hay còn gọi là *điện môi*, là những chất trong đó không có các điện tích tự do mà điện tích xuất hiện ở đâu sẽ định xứ ở đấy. Thí dụ: thủy tinh, êbônit, cao su, nước nguyên chất,…

Chất bán dẫn là các chất có tính dẫn điện trung gian giữa các chất dẫn điện và cách điện. Ở nhiệt độ thấp, các chất bán dẫn dẫn điện kém, nhưng ở nhiệt độ cao, tính dẫn điện của nó tăng dần. Thí dụ: silic, germani,…

Chất siêu dẫn là các chất mà các điện tích khi chuyển động qua chúng không gặp bất cứ sự cản trở nào. Năm 1911, nhà vật lí người Hà Lan, Kammerlingh Onnes (1853 – 1926) đã phát hiện thủy ngân rắn mất hoàn toàn điện trở (tức trở thành chất siêu dẫn) ở nhiệt độ dưới 4,2K.

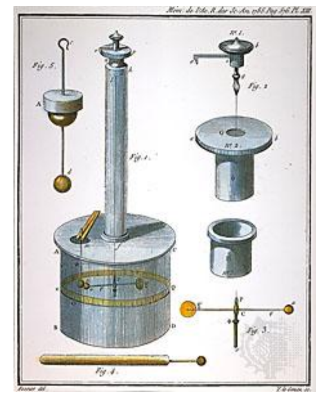
7.2. ĐỊNH LUẬT COULOMB

7.2.1. Điện tích điểm:

Điện tích điểm là một vật mang điện tích có kích thước rất nhỏ so với khoảng cách từ điện tích đó tới những điểm hoặc những vật mang điện khác mà ta đang khảo sát.

Khái niệm điện tích điểm chỉ có tính *tương đối*.

Charles Coulomb là nhà vật lí học người Pháp. Ban đầu ông nghiên cứu sự xoắn của các sợi dây nhỏ và tìm được công thức về mối liên hệ giữa góc xoắn và moment lực tác dụng lên dây xoắn. Trên cơ sở này, năm 1784 ông chế tạo một chiếc cân xoắn chính xác (hình 7-1) khảo sát lực tương tác tĩnh điện giữa các điện tích. Năm 1785 Coulomb đã tổng kết các kết quả thí nghiệm và phát biểu thành định luật mang tên mình. Để ghi nhận công lao của ông, đơn vị điện tích trong hệ SI được gọi là Coulomb (kí hiệu là C).



Hình 7-1

7.2.2. Định luật Coulomb trong chân không:

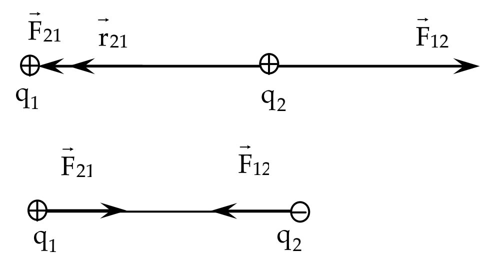
Giả sử có hai điện tích điểm q_1 và q_2 đặt cách nhau một khoảng r. Định luật Coulomb được phát biểu như sau: *" Lực tương tác tĩnh điện giữa hai điện tích q_1 và q_2 đặt trong chân không, có phương nằm trên đường thẳng nối hai điện tích, có chiều phụ thuộc vào dấu của hai điện tích (đẩy nhau nếu hai điện tích cùng dấu, hút nhau nếu hai điện tích trái dấu), có độ lớn tỷ lệ thuận với ẩtích số q_1, q_2 và tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách r giữa hai điện tích đó"*

Ta có thể biểu diễn định luật Coulomb dưới dạng véc tơ:

$$\overrightarrow{F_{12}} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\overrightarrow{r_{12}}}{r} \;; \qquad \overrightarrow{F_{21}} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\overrightarrow{r_{21}}}{r} \qquad (7\text{-}1)$$

trong đó $\overrightarrow{F_{12}}$ là lực do q_1 tác dụng lên q_2 ; $\overrightarrow{F_{21}}$ là lực do q_2 tác dụng lên q_1; $\vec{r}_{21}$ là bán kính vector hướng từ điện tích q_2 đến điện tích q_1; $\vec{r}_{12}$ là bán kính vector hướng từ điện tích q_1 đến điện tích q_2; k là hệ số tỉ lệ phụ thuộc vào đơn vị sử dụng,

Lực do q_2 tác dụng lên điện tích q_1 là $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.



Hình 7-2
Lực tương tác giữa hai điện tích điểm.

Trong hệ SI:

hệ số $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ với $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi}10^{-9} \approx 8,86.10^{-12}\left(\frac{C^2}{N.m^2}\right)$ gọi là *hằng số điện*.

Thực nghiệm chứng tỏ, lực tương tác giữa hai điện tích đặt trong môi trường giảm đi ε lần so vơi trong chân không. Biểu thức véc tơ của định luật Coulomb trong môi trường sẽ có dạng: $\overrightarrow{F_{12}} = k\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}\frac{\overrightarrow{r_{12}}}{r}$; $\overrightarrow{F_{21}} = k\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}\frac{\overrightarrow{r_{21}}}{r}$

ε một đại lượng không thứ nguyên đặc trưng cho tính chất điện của môi trường và được gọi là *hằng số điện môi*. Dưới đây là hằng số điện môi của một số chất:

Chất	**Hằng số điện môi**
Chân không	1
Không khí	1,0006
Êbônit	2,7 ÷ 2,9
Thủy tinh	5 ÷ 10
Nước nguyên chất	81

7.2.3. Nguyên lý chồng chất các lực điện

Định luật Coulomb cho phép ta xác định lực tương tác tĩnh điện giữa hai điện tích điểm. Để xác định lực tương tác giữa hai vật mang điện bất kì ta cần phải kết hợp nguyên lí chồng chất lực.

Trường hợp hệ điện tích phân bố gián đoạn: Giả sử điện tích q_0 đặt trong không gian chịu tác dụng của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3,...,\vec{F}_n$ gây ra bởi hệ các điện tích điểm $q_1, q_2, q_3,...,q_n$. Khi đó, theo nguyên lí chồng chất lực, lực tổng hợp $\vec{F}$ do hệ các điện tích này tác dụng lên điện tích q_0 sẽ là:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i. \qquad (7\text{-}2)$$

Trường hợp hệ hai vật mang điện bất kì phân bố liên tục: Để xác định lực tương tác tĩnh điện giữa hai vật đó, ta coi mỗi vật mang điện như một hệ vô số các điện tích điểm. Khi đó, lực tương tác tĩnh điện tác dụng lên mỗi vật sẽ bằng tổng vector của tất cả các lực do hệ điện tích điểm của vật này tác dụng lên mỗi điện tích điểm của vật kia.

Chú ý: Người ta chứng minh được rằng, lực tương tác tĩnh điện giữa hai quả cầu mang điện đều cũng được xác định bởi định luật Coulomb nếu coi r là khoảng cách giữa hai tâm quả cầu và điện tích q của mỗi quả cầu như một điện tích điểm đặt tại tâm của chúng.

7.3. ĐIỆN TRƯỜNG VÀ VÉC TƠ CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG

7.3.1. Khái niệm điện trường

Thực nghiệm xác nhận giữa hai điện tích điểm luôn có lực tương tác tĩnh điện ngay cả trong trường hợp chúng được đặt trong chân không. Vậy lực tương tác được truyền như thế nào, và chỉ khi có một điện tích, thì tính chất vật lý của khoảng không gian bao quanh điện tích có gì bị biến đổi không. Trong quá trình phát triển của vật lý học có hai thuyết đối lập về vấn trên. Đó là thuyết tác dụng xa và thuyết tác dụng gần.

Thuyết tác dụng xa:

- Tương tác giữa các điện tích điểm được truyền đi một cách tức thời, nghĩa là vận tốc truyền tương tác lớn vô hạn.

- Tương tác được thực hiện không cần có sự tham gia của vật chất trung gian.

- Khi chỉ khi có một điện tích thì tính chất vật lý của khoảng không gian bao quanh đã bị biến đổi.

Như vậy, theo thuyết này ta phải thừa nhận có sự truyền tương tác mà không cần có dạng vật chất nào tham gia, tức là phải thừa nhận có vận động phi vật chất. Quan niệm đó trái với học thuyết duy vật biện chứng, do đó bị bác bỏ.

Thuyết tác dụng gần:

- Tương tác giữa các điện tích được truyền đi không tức thời, mà truyền đi từ điểm này tới điểm khác trong không gian với vận tốc hữu hạn.

- Tương tác đó được thực hiện với sự tham gia của một dạng vật chất đặc biệt, đó là điện trường.

- Khi chỉ có một điện tích, thì điện tích đó đã gây ra trong không gian bao quanh nó một điện trường. Điện trường này giữ vai trò truyền tương tác từ điện tích này đến điện tích khác.

Tóm lại, thuyết tác dụng gần phù hợp với quan điểm duy vật biện chứng và được khoa học xác nhận. *Vậy điện trường là một dạng tồn tại của vật chất bao quanh các điện tích*. Đặc điểm cơ bản của điện trường là *tác dụng lực* lên các điện tích đặt trong nó.

7.3.2. Véctơ cường độ điện trường

1. Định nghĩa

Đặc trưng cơ bản của điện trường là tác dụng lực lên các điện tích nằm trong đó. Thực nghiệm chứng tỏ rằng: Với một điện trường xác định, nếu ta đặt một điện tích dương có giá trị đủ nhỏ q_0 (để không làm thay đổi điện trường đang xét, được gọi là điện tích thử) vào một điểm M nào đó trong điện trường (khi đó điện tích chịu tác dụng của lực điện $\vec{F}$) thì tỉ số $\dfrac{\vec{F}}{q_0}$ không phụ thuộc vào q_0 mà chỉ phụ thuộc vào vị trí của điểm M. Ta có:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \overrightarrow{\text{const.}} \qquad (7\text{-}3)$$

Như vậy, véctơ $\vec{E}$ có thể đặc trưng cho điện trường tại điểm M và được gọi là *véctơ cường độ điện trường* tại M, độ lớn E được gọi là *cường độ điện trường.*

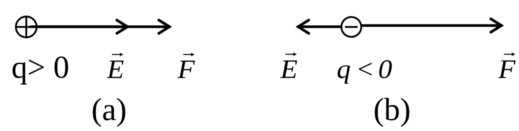
Nếu ta cho $q_0 = +1$ thì $\vec{E} = \vec{F}$, do đó ta có thể định nghĩa véctơ cường độ điện trường như sau:

Định nghĩa: "*Véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm là đại lượng đặc trưng cho điện trường tại điểm đó về phương diện tác dụng lực, có trị véctơ bằng lực tác dụng của điện trường lên một đơn vị điện tích dương đặt tại điểm đó".*

Trong hệ đơn vị SI, cường độ điện trường có đơn vị đo là *Vôn/mét: V/m.*

2. Lực điện trường tác dụng lên điện tích điểm

Nếu biết cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm M trong điện trường thì khi đặt một điện tích q vào điểm đó, nó bị điện trường tác dụng một lực $\vec{F} = q\vec{E}$. (7-4)



Hình 7-3

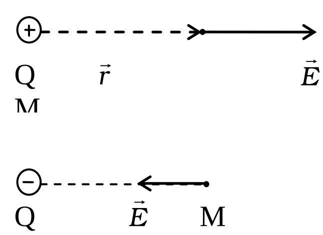
Lực điện trường tác dụng lên điện tích q

- Nếu q > 0 thì $\vec{F}$ cùng chiều với $\vec{E}$ (hình 7.3);
- Nếu q < 0 thì $\vec{F}$ ngược chiều với $\vec{E}$ (hình 7.3).

3. Véctơ cường độ điện trường gây ra bởi một điện tích điểm

Ta hãy xác định véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm M cách điện tích q một khoảng r. Muốn vậy tại điểm M ta đặt một điện tích điểm q_o có trị số đủ nhỏ. Khi đó theo định luật Coulomb, lực tác dụng của điện tích q lên điện tích q_o bằng:

$$\vec{F} = \frac{kq_oq}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$



Hình 7- 4 Cường độ điện trường gây bởi một điện tích điểm

Véctơ cường độ điện trường do điện tích điểm q gây ra tại điểm M là:

$$\vec{E} = \frac{kq}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad (7\text{-}5)$$

trong đó bán kính véctơ $\vec{r}$ hướng từ điện tích q đến điểm M.

Nhận xét: - Nếu q > 0 thì $\vec{E} \nearrow\nearrow \vec{r}$: $\vec{E}$ hướng ra xa khỏi điện tích q.

- Nếu q < 0 thì $\vec{E} \nearrow\swarrow \vec{r}$: $\vec{E}$ hướng vào điện tích q.

7.3.3. Véctơ cường độ điện trường gây ra bởi một hệ vật mang điện - Nguyên lý chồng chất điện trường

1. Cường độ điện trường gây ra bởi hệ điện tích điểm phân bố rời rạc

Xét hệ điện tích điểm q_1, q_2, ..., q_n được phân bố rời rạc trong không gian. Lực tổng hợp tác dụng lên điện tích q đặt trong điện trường của hệ điện tích điểm là:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n}\vec{F_i}$$

Véctơ cường độ điện trường tổng hợp tại M bằng:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \sum_{i=1}^{n}\frac{\vec{F_i}}{q}$$

Cũng theo (7-5) thì mỗi số hạng $\dfrac{\vec{F}_i}{q} = \vec{E}_i$ chính là véctơ cường độ điện trường do điện tích q_i gây ra tại M nên:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E_i} \qquad (7\text{-}6)$$

Biểu thức (7-6) là biểu thức toán học của ***nguyên lý chồng chất điện trường*** được phát biểu như sau:

"Véctơ cường độ điện trường gây ra bởi một hệ điện tích điểm bằng tổng các véctơ cường độ điện trường gây ra bởi từng điện tích điểm của hệ".

2. Cường độ điện trường gây bởi hệ điện tích điểm phân bố liên tục

Để tính cường độ điện trường gây bởi vật này ta tưởng tượng chia vật thành nhiều phần nhỏ sao cho điện tích dq trên mỗi phần đó có thể xem là điện tích điểm. Nếu gọi $d\vec{E}$ là véctơ cường độ điện trường gây ra bởi điện tích dq tại điểm M cách dq một khoảng r thì véctơ cường độ điện trường do vật mang điện gây ra tại điểm M được xác định tương tự theo công thức (7-6).

$$\vec{E} = \int\limits_{ca\,vat} d\vec{E} = \int\limits_{ca\,vat} k\frac{\vec{r}}{\varepsilon r^3}dq \quad (7\text{-}7)$$

Ta xét một số trường hợp cụ thể sau đây:

+ Nếu vật là sợi dây (L) với mật độ điện tích dài λ (C/m) thì điện tích trên một vi phân độ dài *dl* là dq = λdl.

Khi đó $\vec{E} = \int\limits_L \overrightarrow{dE} = \int\limits_L k\frac{\lambda dl}{\varepsilon r^3}\vec{r}$ (7-8)

+ Nếu vật mang điện là một mặt S với mật độ điện tích mặt σ (C/m^2) thì điện tích trên một vi phân diện tích dS là dq = σdS. Khi đó:

$$\vec{E} = \int\limits_S d\vec{E} = \int\limits_S k\frac{\sigma.dS}{\varepsilon r^3}\vec{r} \quad (7\text{-}9)$$

+ Nếu vật mang điện là một khối có thể tích V với mật độ điện tích khối ρ(C/m^3) thì điện tích trong một thể tích vi phân dV là dq = ρdV. Khi đó:

$$\vec{E} = \int\limits_V d\vec{E} = \int\limits_V k\frac{\rho dV}{\varepsilon r^3}\vec{r} \quad (7\text{-}10)$$

7.3.4. Ví dụ:

1 - Tính cường độ điện trường gây ra bởi một dây thẳng dài vô hạn tích điện đều, mật độ điện dài $\lambda > 0$ *tại một điểm cách dây một khoảng r.*

Ta chia dây thành nhiều phần có độ dài dx, điện tích dq: $dq = \lambda dx$

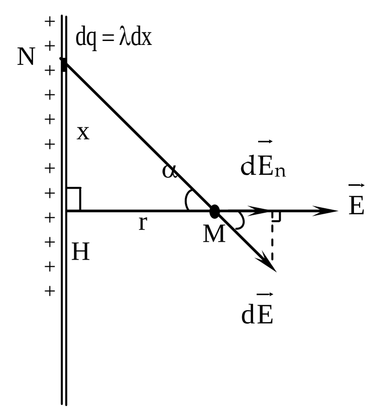
Điện tích dq có thể coi là một điện tích điểm và gây ra tại M vector cường độ điện trường $d\vec{E}$ có phương chiều như hình vẽ và có độ lớn:

$$dE = \int\limits_L \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{dq}{(r^2 + x^2)} \quad .$$

Do tính đối xứng nên điện trường tổng hợp $\vec{E}$ có phương vuông góc với dây tích điện và hướng ra xa dây ($\lambda > 0$). Vậy, nếu chiếu lên phương MH ta được:

$$E = \int dE_n = \int dE\cos\alpha \, .$$

Mà: $\cos\alpha = \dfrac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}$ nên:



Hình7- 5
Dây thẳng tích điện đều.

$$E=\int dE\cos\alpha=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int\frac{dq\cos^3\alpha}{r^2}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int\frac{dq\cos^3\alpha}{r^2}$$

Thay $x=r\tan\alpha\Rightarrow dx=r\dfrac{d\alpha}{\cos^2\alpha}$ ta đi tới kết quả:

$$E=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\alpha.d\alpha=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}\int\frac{dq\cos^3\alpha}{r^2}$$

Trong trường hợp tổng quát:

$$E=\frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \qquad (7\text{-}11)$$

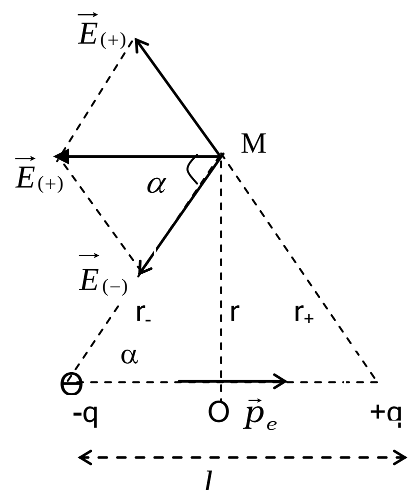
2- Lưỡng cực điện

Lưỡng cực điện là một hệ hai điện tích điểm có độ lớn bằng nhau nhưng trái dấu +q và –q, cách nhau một đoạn *l* rất nhỏ so với khoảng cách từ lưỡng cực điện tới những điểm đang xét của trường. Véctơ mômen lưỡng cực điện được định nghĩa là:

$$\overrightarrow{p_e}=q\vec{l} \qquad (7\text{-}12)$$

trong đó $\vec{l}$ là véctơ khoảng cách giữa hai điện tích đó, hướng từ điện tích (-q) đến (+q).

Đường thẳng nối hai điện tích gọi là trục của lưỡng cực điện.



Hình 7- 6 Điện trường gây bởi lưỡng cực điện

Cường độ điện trường tại điểm M nằm trên mặt phẳng trung trực của lưỡng cực

Theo nguyên lý chồng chất điện trường thì cường độ điện trường tại M là:

$$\vec{E}_M=\vec{E}_{(+)}+\vec{E}_{(-)}$$

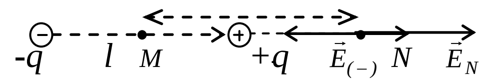
$\vec{E}_{(-)}$ và $\vec{E}_{(+)}$ có hướng như ở hình 7- 6 và có độ lớn bằng nhau (vì $r_-=r_+$) . Theo định nghĩa lưỡng cực điện, vì $l \ll r$ nên có thể $r_-=r_+\approx r$, do đó :

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$; $E_1 = E_2 = \dfrac{kq}{\varepsilon r_1^2}$; $E = E_1\cos a + E_2\cos a = 2E_1\cos a$; $\cos a = \dfrac{l}{2r_1}$

Suy ra : $E = \dfrac{kql}{\varepsilon r_1^3}$, vì $r \rangle\rangle l \rightarrow r_1 = \sqrt{r^2 + \dfrac{l^2}{4}} \approx r$; $ql = p_e$; $\vec{E} \uparrow\downarrow \vec{l} \rightarrow \vec{E} = -\dfrac{k\vec{p}_e}{\varepsilon r^3}$ (7-13)

- Cường độ điện trường tại một điểm trên trục của lưỡng cực

Xét điểm N nằm trên trục lưỡng cực.



Hình 7-7: Cường độ điện trường tại một điểm N trên trục của lưỡng cực

Điện tích (-q) gây ra $\vec{E}_{(-)} \swarrow\nearrow \vec{l}$ có độ lớn:

$$\vec{E} = \frac{k\,2\,\vec{p}_e}{\varepsilon r^3}$$

- Lưỡng cực điện đặt trong điện trường đều

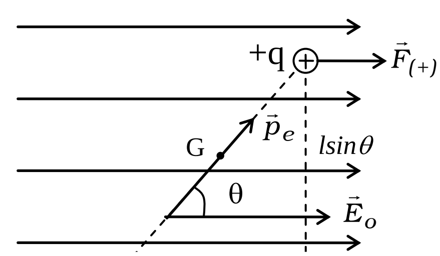
Giả sử lưỡng cực điện $\overrightarrow{p_e}$ được đặt trong điện trường đều $\vec{E}_0$ và nghiêng với $\vec{E}_0$ một góc θ (hình 7-8). Khi đó điện trường $\vec{E}_0$ tác dụng lên điện tích +q một lực là $\vec{F}_{(+)} = +q\overrightarrow{E_0}$ và lên điện tích (-q) một lực là $\vec{F}_{(-)} = -q\overrightarrow{E_0}$. Hai lực này cùng phương, ngược chiều nhau và có cùng độ lớn. Chúng tạo thành một ngẫu lực làm quay lưỡng cực điện xung quanh một trục đi qua khối tâm G của hệ hai điện tích +q và –q (khối tâm này nằm trên trục của lưỡng cực) đồng thời vuông góc với mặt phẳng chứa $\overrightarrow{p_e}$ và $\overrightarrow{E_0}$.

Mômen của ngẫu lực này bằng $\vec{\mu} = \vec{l} \wedge \overrightarrow{F_{(+)}} = \vec{l} \wedge q\overrightarrow{E_0} = q\vec{l} \wedge \vec{E}_O$,

$$\vec{\mu} = \vec{p}_e \wedge \overrightarrow{E_0} \quad (7\text{-}14)$$

Vectơ $\vec{\mu}$ có độ lớn

μ = $qE_0 l\sin\theta = p_e E_0 \sin\theta$,



Hình 7 - 8. Lưỡng cực điện trong điện trường đều

Mômen $\vec{\mu}$ có tác dụng làm quay lưỡng cực điện theo chiều (trong hình 7-6 là theo chiều kim đồng hồ) sao cho $\overrightarrow{p_e}$ trùng với hướng của điện trường $\overrightarrow{E_0}$. Đến vị trí mà $\overrightarrow{p_e} \nearrow\nearrow \overrightarrow{E_0}$ thì các lực $\overrightarrow{F_{(+)}}$ và $\overrightarrow{F_{(-)}}$ trực đối nhau. Nếu lưỡng cực điện là cứng

(l không đổi) nó sẽ nằm cân bằng. Nếu lưỡng cực là đàn hồi, nó sẽ bị biến dạng. Khi quay lưỡng cực điện từ vị trí ứng với $\theta \neq 0$ về vị trí $\theta = 0$ điện trường $\overrightarrow{E_0}$ đã sinh công. Độ lớn của công này đúng bằng độ giảm thế năng ΔU của lưỡng cực điện ứng với hai vị trí này trong điện trường $\overrightarrow{E_0}$. Dễ dàng tìm được công thức tính thế năng của lưỡng cực điện trong điện trường $\overrightarrow{E_0}$ như sau:

$$U = -\overrightarrow{p_e}.\overrightarrow{E_0}. \qquad (7\text{-}15)$$

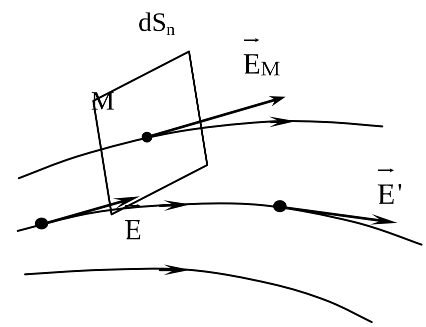
7.4. ĐIỆN THÔNG, ĐỊNH LÝ ÔXTRÔGRATXKI – GAUSS ĐỐI VỚI ĐIỆN TRƯỜNG

7.4.1. Đường sức điện trường

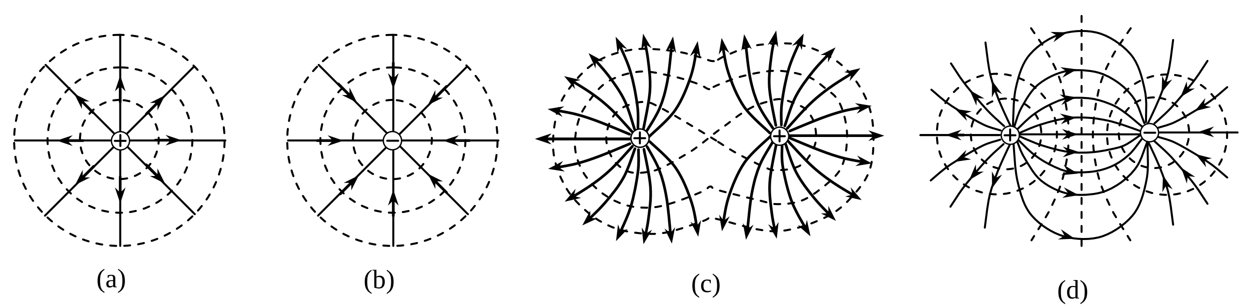
Trong một điện trường bất kì, véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ có thể thay đổi từ điểm này qua điểm khác, cả về hướng lẫn độ lớn. Vì vậy, để thấy được hình ảnh khái quát nhưng cụ thể về sự thay đổi ấy người ta dùng khái niệm *đường sức điện trường* như sau:

Đường sức điện trường là đường cong mà tiếp tuyến tại mỗi điểm của nó trùng với phương của véctơ cường độ điện trường tại điểm đó; chiều của đường sức điện trường là chiều của véctơ cường độ điện trường.

Người ta qui ước vẽ *số đường sức qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với đường sức tỉ lệ với độ lớn của véctơ cường độ điện trường tại nơi đặt điện tích đó.*



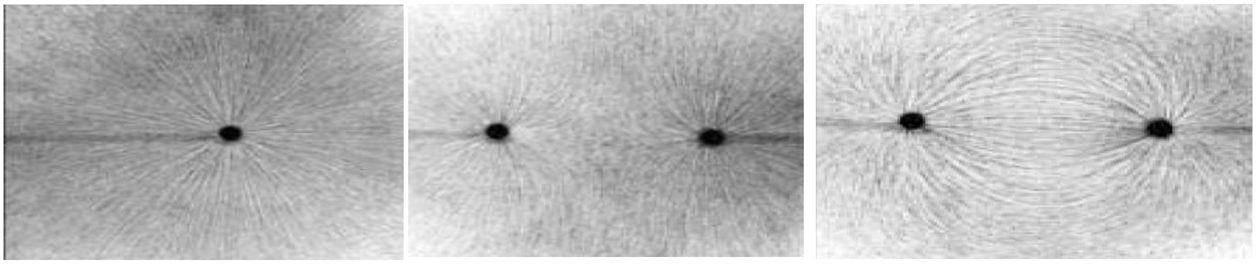
Hình 7-9
Đường sức điện trường.



Hình 7-10 Đường sức điện trường trong trường hợp một và hai điện tích điểm..

Để có cái nhìn trực quan về hình ảnh của đường sức điện trường, người ta dùng một loại bột cách điện rắc vào dầu cách điện và khuấy đều; sau đó đặt một quả cầu nhỏ nhiễm điện vào trong đó. Gõ nhẹ vào khay dầu, dưới tác dụng của điện trường các hạt bột sẽ sắp xếp thành các “đường hạt bột” và cho ta hình ảnh của đường sức điện trường. Ta gọi tập hợp các “đường hạt bột” này là *điện phổ* của quả cầu nhiễm điện.

Dưới đây là hình ảnh điện phổ trong một số trường hợp:



(a) (b) (c)

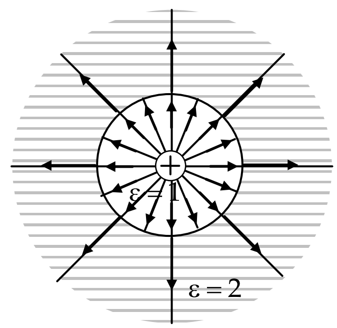
Hình 7- 11 Điện phổ
(a) của quả cầu nhỏ nhiễm điện;
(b) của hệ hai điện tích cùng dấu;

7.4.2.Tính chất

Từ các hình ảnh điện phổ trên, ta có nhận xét về tính chất của đường sức điện trường:

a. Các đường sức điện trường là những đường cong không khép kín, bị hở tại các điện tích. Chúng xuất phát từ các điện tích dương và tận cùng trên các điện tích âm; đi đến từ vô cùng hoặc đi ra vô cùng.

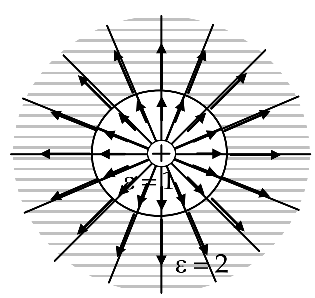
b. Các đường sức điện trường không cắt nhau vì tại mỗi điểm trong điện trường, véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ chỉ có một hướng xác định.



Hình 7-12. Sự gián đoạn của phổ đường sức điện trường.

7.4.3. Sự gián đoạn của đường sức điện trường. Vector điện cảm.

Từ biểu thức xác định cường độ điện trường $\vec{E}$ ta nhận thấy: Độ lớn của $\vec{E}$ phụ thuộc vào hằng số điện môi ε, tức phụ thuộc vào tính chất của môi trường. Do đó, tại mặt phân cách giữa hai môi trường có hằng số điện môi ε khác nhau, cường độ điện trường có sự thay đổi đột ngột về độ lớn; vì vậy, phổ các đường sức điện trường bị gián đoạn ở mặt phân cách của hai môi trường: trên mặt phân cách sẽ có một số đường sức mất đi hoặc một số đường sức mới xuất hiện.



Hình 7-13
Sự liên tục của đường cảm ứng điện.

Để việc mô tả điện trường do các điện tích gây ra không phụ thuộc vào tính chất của môi trường người ta dùng một đại lượng vật lí khác gọi là *véctơ cảm ứng điện* (hay *véctơ điện* *cảm*) $\vec{D}$ được định nghĩa như sau:

$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$. (7-16)

Độ lớn của $\vec{D}$ được gọi là cảm ứng điện và được xác định: $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$

Đơn vị của cảm ứng điện trong hệ SI là $\left(\frac{C}{m^2}\right)$.

Ngoài véctơ cảm ứng điện, người ta cũng định nghĩa đường cảm ứng điện như sau: *Đường cảm ứng điện là đường cong mà tiếp tuyến tại mỗi điểm của nó trùng với phương của* $\vec{D}$, *chiều của đường cảm ứng điện là chiều của* $\vec{D}$.

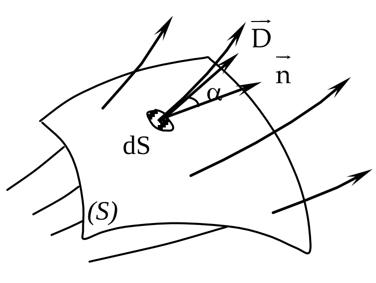
Số đường cảm ứng điện vẽ qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với đường cảm ứng điện bằng giá trị của cảm ứng điện $\vec{D}$ (tại nơi đặt diện tích).

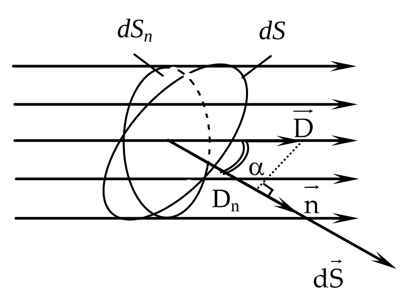
Trong trường hợp điện tích điểm, từ biểu thức của $\vec{E}$, véctơ cảm ứng điện $\vec{D}$ do điện tích điểm q gây ra tại một điểm cách q một khoảng r được xác định bởi: $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \frac{q}{4\pi r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r'}$ (7-17)

$$D = \frac{|q|}{4\pi r^2} \qquad (7\text{-}18)$$

7.4.4. Thông lượng cảm ứng điện (điện thông)

Để thiết lập mối liên hệ giữa véctơ cảm ứng điện $\vec{D}$ và điện tích gây ra nó, người ta dùng khái niệm *thông lượng cảm ứng điện* hay *điện thông*.





Hình 7-14 Định nghĩa thông lượng cảm ứng điện.

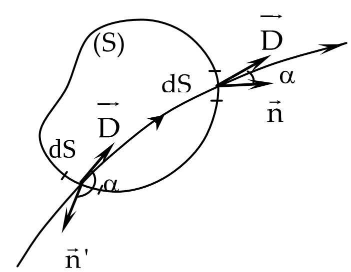
Giả sử ta đặt một diện tích *S* trong một điện trường bất kì có véctơ cảm ứng điện là $\vec{D}$. Ta chia diện tích *S* thành những diện tích vô cùng nhỏ d*S* sao cho véctơ cảm ứng điện $\vec{D}$ tại mọi điểm trên diện tích d*S* ấy có thể coi là bằng nhau.

Gọi $\vec{n}$ là pháp tuyến của dS, đối với mặt kín, ta luôn chọn chiều của $\vec{n}$ là chiều hướng ra phía ngoài của mặt đó (khi đó, $\vec{n}$ được gọi là *pháp tuyến dương*); $d\vec{S}$ là véctơ diện tích hướng theo pháp tuyến $\vec{n}$, $d\vec{S} = dS.\vec{n}$.

Theo định nghĩa, thông lượng cảm ứng điện gửi qua diện tích dS là đại lượng có giá trị bằng:

$$d\Phi_e = \vec{D}d\vec{S} = DdS\cos\alpha = D_n dS \qquad (7\text{-}19)$$

trong đó $D_n = D.\cos\alpha$ là hình chiếu của $\vec{D}$ trên pháp tuyến $\vec{n}$, α là góc hợp bởi $\vec{n}$ và $\vec{D}$.



Hình 7-15 Thông lượng gửi qua một mặt kín (S).

Thông lượng cảm ứng điện gửi qua toàn bộ diện tích *S* bằng: $\Phi_e = \int_S d\Phi_e = \int_S \vec{D}.d\vec{S} = \int_S D_n.dS$

Vậy, *thông lượng cảm ứng điện qua diện tích dS là một đại lượng có độ lớn tỉ lệ với số đường cảm ứng điện vẽ qua diện tích đó*.

7.4.5. Định lý Ôxtrôgratxki-gauss đôí với điện trường (Định lý O–G)

1 . Phát biểu định lý

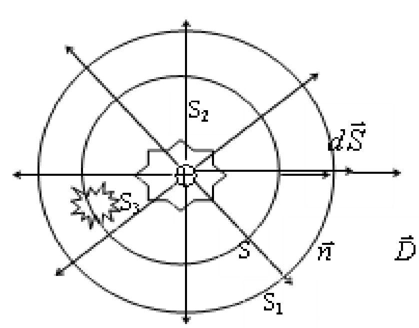
Điện thông qua một mặt kín bằng tổng đại số các điện tích nằm trong mặt kín đó:

$$\phi_e = \oint_{(S)} \vec{D}\vec{dS} = \sum_i \vec{q_i} \qquad (7\text{-}20)$$

2. Thiết lập định lý

Để tìm biểu thức tổng quát của định lý ta xét trường hợp một điện tích điểm dương q đặt cố định tại điểm O trong chân không. Điện tích q tạo ra một trường tĩnh điện xung quanh nó. Tưởng tượng một mặt cầu S (tâm O, bao quanh q) có bán kính r. Qui ước chiều dương của pháp tuyến hướng ra ngoài. Do tính đối xứng dễ dàng tính được điện thông qua mặt cầu S là:

$$\phi_e = \oint_{(S)} \vec{D}\vec{dS} = \oint_{(S)} D_n.dS = D\oint_{(S)} dS = D.S.$$



Hình 7-16
Điện thông qua mặt kín S.
Định lý O-G

trong đó: S = 4πr²; D = $\dfrac{|q|}{4\pi r^2}$

Do đó $\phi_e = \dfrac{|q|}{4\pi r^2}\,.\,4\pi r^2 = q > 0$

(điện thông dương vì đi ra khỏi mặt kín S).

Khi q < 0 thì $\vec{D} \nearrow\swarrow \overrightarrow{dS}$ nên $\phi_e = -\,D.S = -\dfrac{|q|}{4\pi r^2}\,4\pi r^2 = -|q| = q < 0$

(điện thông âm vì đường sức đi vào mặt kín S).

- Ta thấy rằng, điện thông ϕ_e không phụ thuộc vào bán kính mặt cầu và có giá trị bằng nhau đối với các mặt cầu đồng tâm với S (ví dụ S_1). Điều đó cho thấy rằng, ở khoảng không gian giữa hai mặt cầu S và S_1 nơi không có các điện tích, các đường sức là liên tục, không mất đi hoặc thêm ra, cũng chính vì thế, nên có thể suy ra rằng điện thông qua mặt S_2 bất kỳ bao quanh điện tích q cũng bằng điện thông qua S và S_1 và không phụ thuộc vào hình dạng của mặt S_2 cũng như vị trí của điện tích q bên trong nó.

- Nếu mặt kín S_3 không bao quanh q thì do tính chất liên tục của đường sức có bao nhiêu đường cảm ứng điện đi vào S_3 cũng có bấy nhiêu đường cảm ứng điện đi ra khỏi S_3, nên ta có ϕ_e(vào) <0 vì góc giữa $\vec{D}$ và $\vec{n}$ là tù và $\phi_e = \phi_e(\text{vào}) + \phi_e(\text{ra}) = 0$.

- Nếu bên trong mặt kín S có nhiều điện tích thì từ nguyên lý chồng chất điện trường suy ra: điện thông qua S bằng tổng đại số các điện thông thành phần, tức là:

$$\oint_{(S)} \vec{D}\overrightarrow{dS} = \sum_i \vec{q_i}$$

3. Dạng vi phân của định lý O – G

Định lý O-G được biểu diễn theo công thức (7-20) nêu lên mối quan hệ giữa cảm ứng điện $\vec{D}$ tại những điểm trên mặt kín S với các điện tích q_i phân bố rời rạc trong thể tích V giới hạn bởi mặt kín S đó.

Nếu điện tích trong thể tích V được phân bố liên tục với mật độ điện tích khối ρ(x,y,z) thì mối liên hệ giữa véctơ $\vec{D}$ tại một điểm bất kỳ (x,y,z) trong điện trường với mật độ điện tích khối ρ cũng tại điểm đó được mô tả bằng định lý O – G dạng vi phân như sau:

$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho \qquad (7\text{-}21)$$

(trong hệ toạ độ Đềcác ta có: $\operatorname{div}\vec{D} = \dfrac{\partial D_x}{\partial x} + \dfrac{\partial D_y}{\partial y} + \dfrac{\partial D_z}{\partial z}$)

4. Phương pháp sử dụng định lý O - G

Khi điện trường có tính chất đối xứng (đối xứng cầu, đối xứng trụ, đối xứng phẳng), để xác định véctơ $\vec{E}$ hay véctơ $\vec{D}$ của điện trường đó thì áp dụng định lý O-G là phương pháp đơn giản, ngắn gọn hơn phương pháp tính theo nguyên lý chồng chất điện trường. Ta thực hiện tuần tự các bước sau đây:

- **Bước 1:** Nhận xét về sự đối xứng trong sự phân bố của hệ điện tích.
- **Bước 2:** Xác định dạng đối xứng của hệ đường sức và xác định quỹ tích những điểm mà các véctơ $\vec{D}$ (hoặc véctơ $\vec{E}$) có cùng độ lớn và bằng với $|\vec{D}|$ hoặc $|\vec{E}|$ tại điểm ta cần khảo sát.
- **Bước 3:** Xây dựng mặt kín S (gọi là mặt Gauss) là quỹ tích nói trên. Nếu quỹ tích đó chưa tạo thành mặt kín thì ta làm kín lại bằng các mặt khác tùy ý sao cho việc tính toán là đơn giản nhất.
- **Bước 4:** Tính từng vế của biểu thức (7-21) để rút ra đại lượng cần xác định.

5. Ví dụ :

a. Xác định cường độ điện trường $\vec{E}$ gây bởi một mặt cầu tâm O, bán kính R, tích điện đều với điện tích q tại một điểm ở bên ngoài và tại một điểm ở bên trong mặt cầu đó.

Giải: Đối với điểm M ở ngoài mặt cầu, cách tâm O một khoảng $r > R$.

+ Bước 1: Vì mặt cầu tích điện đều nên hệ đường sức có tính chất đối xứng cầu.

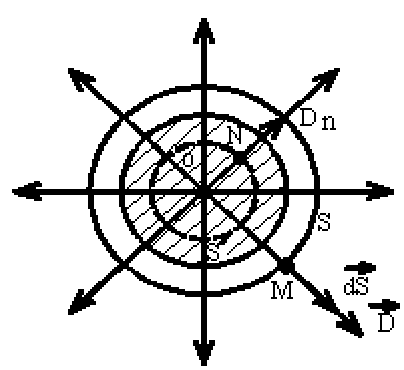
+ Bước 2: Hệ đường sức trùng với các bán kính, hướng ra ngoài. Do đó quỹ tích của những điểm có độ lớn $|\vec{D}|$ bằng nhau và bằng $|\overrightarrow{D_M}|$ là mặt cầu S tâm O, bán kính r đi qua điểm M. Trên mặt cầu S ta có $D = D_M = \text{const}$.

+ Bước 3: Mặt kín S chính là mặt cầu S.

+ Bước 4: Áp dụng định lý O – G.

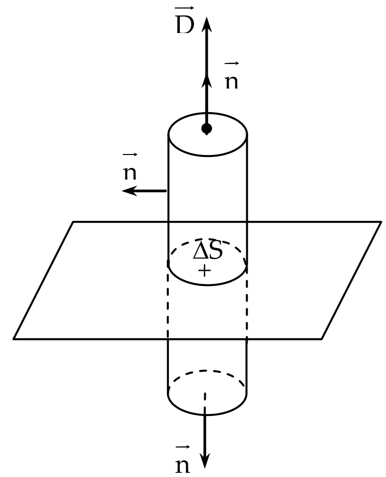
$$\oint_{(S)} \vec{D}\,\overrightarrow{dS} = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

Triển khai vế trái: Tại mọi điểm trên mặt S ta có $\vec{D} \nearrow\nearrow \overrightarrow{dS}$ và $D = D_n = \text{const}$, nên: $\oint_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = \oint_{(S)} D.dS = D\oint_{(S)} dS = D.4\pi r^2$



Hình 7-17

Mở rộng:

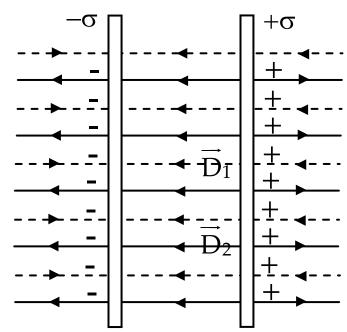


Nếu khối cầu tích điện âm (ρ < 0) thì các kết quả thu được vẫn giống như (7-21) và (7-22), chỉ có khác là $\overrightarrow{E_N}, \overrightarrow{E_M}$ và hệ đường sức điện cảm ngược chiều với véctơ bán kính $\vec{r}$, tức là chúng hướng vào tâm O.

Nếu đây là một mặt cầu (rỗng) tích điện đều thì:

- Ở ngoài (r > R) kết quả (7-21) vẫn đúng vì $\sum_i q_i = Q$

- Ở trong (r <R):vì $\sum_i q_i = 0$ nên $\vec{E}_{trong} = 0$.



Hình 7-18

b. Tính cường độ điện trường gây bởi một mặt phẳng vô hạn bmang điện đều, có mật độ điện mặt là $\sigma > 0$, tại điểm M cách mặt phẳng một khoảng r. Từ đó suy ra điện trường gây bởi hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều trái dấu, mật độ điện mặt là (σ, -σ).

<u>Giải:</u> Do tính đối xứng nên $\vec{D}$ tại một điểm bất kì trong điện trường có phương vuông góc với mặt mang điện. Xét mặt Gauss là một mặt trụ kín qua M có các đường sinh vuông góc với mặt phẳng, có hai đáy song song bằng nhau, cách đều mặt phẳng và tính thông lượng cảm ứng điện qua mặt trụ đó.

Khi đó:

$$\Phi_e = \oint_S \overrightarrow{D}.\overrightarrow{dS} = \oint_s D_n.dS = \int_{2đáy} D_n.dS + \int_{xq} D_n.dS = 2.D.\Delta S$$

với D_n là hình chiếu của $\vec{D}$ trên pháp tuyến $\vec{n}$ của dS, ΔS là diện tích mỗi đáy.

Áp dụng định lí Ostrogradsky-Gauss: $\Phi_e = \Delta q = \sigma\Delta S$

D.2ΔS = σ.ΔS, rút ra $D = \dfrac{\sigma}{2}$ (7-22)

hay $$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o\varepsilon} \qquad (7\text{-}23)$$

Nhận xét:

- Các véctơ $\vec{D}$ (và $\vec{E}$) không phụ thuộc vào khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng nên điện trường ở đây là điện trường đều: $\vec{E} = \overrightarrow{const}$

- Điện trường do mặt phẳng hữu hạn tích điện đều tạo ra ở những vị trí rất gần mặt đó cũng được xem như là đều.

- Nếu mặt phẳng tích điện âm thì kết quả thu được cũng như vậy song các véctơ $\vec{D}$, $\vec{E}$ lại hướng vào mặt phẳng tích điện.

Trường hợp hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều trái dấu, mật độ điện mặt là (σ, -σ) thì vector cảm ứng điện $\vec{D}$ do hai mặt phẳng mang điện gây ra là: $\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2$, với $\vec{D}_1$ và $\vec{D}_2$ lần lượt là các vector cảm ứng điện do từng mặt phẳng gây ra: $D_1 = D_2 = \frac{\sigma}{2}$.

Ở khoảng giữa hai mặt phẳng $\vec{D}_1$ và $\vec{D}_2$ nên vector cảm ứng điện $\vec{D}$ là:

$$D = D_1 + D_2 = \sigma \Rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

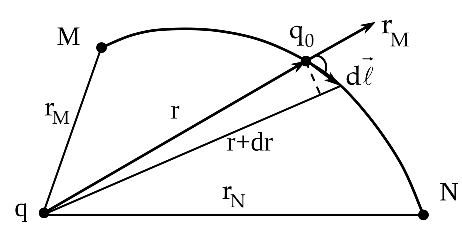
Ở ngoài hai mặt phẳng $\vec{D}_1$ và $\vec{D}_2$ trực đối nhau do đó cảm ứng điện $\vec{D}$ là:

$D = D_1 + D_2 = 0.$ Xác định điện trường của một mặt phẳng vô hạn tích điện đều với mật độ điện mặt σ > 0.

7.5. ĐIỆN THẾ

7.5.1. Công của lực tĩnh điện. Tính chất của trường tĩnh điện.

Giả sử ta dịch chuyển một điện tích điểm q_0 trong điện trường của điện tích điểm q. Khi đó, điện tích q_0 sẽ chịu tác dụng của lực tĩnh điện: $\vec{F} = q_0.\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r}$.



Hình 7-19 Công của lực tĩnh điện.

Công của lực tĩnh điện trong chuyển dời vô cùng nhỏ $d\vec{l}$

$$dA = \vec{F}.d\vec{l} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{\varepsilon r^2}dl.\cos\alpha \qquad (7\text{-}24)$$

trong đó $\alpha = (\vec{F}, d\vec{l})$ Từ hình vẽ ta có: $dl.\cos\alpha \approx dr$

Do đó: $$dA = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}. \qquad (7 - 25)$$

Vậy, công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích q_0 từ M đến N theo đường cong (C) trong điện trường của điện tích điểm q là:

$$A_{MN} = \int_M^N dA = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_M^N \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_M} - \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_N}. \qquad (7 - 26)$$

Kết luận: *Công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích điểm q_0 trong một điện trường bất kì không phụ thuộc vào dạng đường đi mà chỉ phụ thuộc vào điểm đầu và điểm cuối của đường cong dịch chuyển. Công của lực tĩnh điện trên một đường cong kín bằng không*.

Như vậy, *trường tĩnh điện là một trường thế*.

Trong trường hợp đường cong dịch chuyển là một đường cong kín thì

$$A = \oint \vec{F}l = \oint q_O \vec{E}l = 0 \text{ hay } \oint \vec{E}\vec{dl} = 0 \qquad (7\text{-}27)$$

Tích phân $\oint \vec{E}\vec{dl}$ được gọi là *lưu số của véctơ cường độ điện trường* $\vec{E}$ dọc theo đường cong kín.Vậy, *lưu số của cường độ điện trường(tĩnh) dọc theo một đường cong kín bằng không*.

Phát biểu này là tính chất thế đặc trưng của trường tĩnh điện.

7.5.2. Thế năng của điện tích trong điện trường

Ta biết rằng, với mỗi trường lực thế, công của lực tác dụng bằng độ giảm thế năng trong trường lực. Áp dụng trong trường hợp trường lực thế là trường tĩnh điện. Gọi W_M, W_N lần lượt là thế năng của điện tích q_0 tại các điểm M và N trong trường tĩnh điện gây bởi điện tích q. Khi đó biểu thức công dịch chuyển có thể viết như sau:

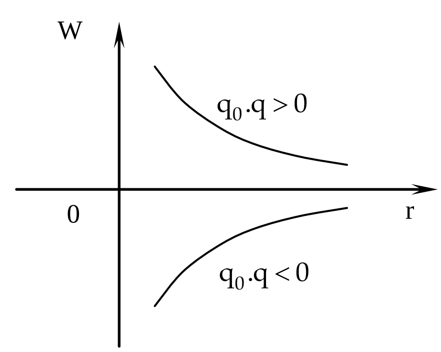
$$A_{MN} = \int_M^N dA = \int q_0 \vec{E}dl = W_M - W_{N'} \qquad (7\text{-}28)$$

mà: $$A_{MN} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_M} - \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_N}$$

So sánh hai biểu thức ta thu được biểu thức tính thế năng của điện tích điểm q_0 đặt trong điện trường của điện tích điểm q tại các điểm M và N:

$$W_M = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_M} + C;$$

$$W_N = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_N} + C \qquad (7\text{-}29)$$



Hình 7-20 Đồ thị thế năng tương tác của hệ hai điện tích điểm.

Như vậy, thế năng của điện tích điểm q_0 đặt trong điện trường của điện tích điểm q và cách điện tích điểm này một đoạn r được xác định như sau:

$$W(r) = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} + C, \qquad (7\text{-}30)$$

trong đó C là hằng số tùy ý, W còn được gọi là thế năng tương tác của hệ điện tích q và q_0.

Ta nhận thấy, C chính là thế năng của q_0 đặt tại một điểm ở xa vô cùng ($r = \infty$) đối với điểm đặt điện tích q. Vì thế năng đặc trưng cho tương tác của các điện tích nên với những khoảng cách vô cùng lớn thì sự tương tác bằng không.

Do đó, người ta qui ước $W(\infty) = C = 0$.

Lúc này, biểu thức thế năng có thể viết dưới dạng đơn giản:

$$W(r) = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} \qquad (7\text{-}31)$$

Với quy ước $W(\infty) = 0$, từ biểu thức xác định công dịch chuyển ta suy ra biểu thức thế năng của điện tích điểm q_0 trong một điện trường bất kì:

$$W_M = \int_M^\infty q_0 \vec{E} d\vec{l} = q_0 \int_M^\infty \vec{E} d\vec{l} \qquad (7.32)$$

Vậy: *Thế năng của điện tích điểm q_0 tại một điểm trong điện trường là một đại lượng có giá trị bằng công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích đó từ điểm đang xét ra xa vô cùng.*

7.5.3. Điện thế - Hiệu điện thế

1. Điện thế

Từ biểu thức (7-29) và (7-30) ta suy ra rằng tỉ số W/q không phụ thuộc vào độ lớn của điện tích q mà chỉ phụ thuộc vào các điện tích gây ra điện trường và vào vị trí của điểm đang xét trong điện trường. Từ đó ta định nghĩa:

$$V = \frac{w}{q} \qquad (7\text{-}33)$$

gọi là điện thế của điện trường tại điểm đang xét.

Từ định nghĩa trên, ta suy ra biểu thức tính điện thế của điện trường cho một số trường hợp:

- Điện thế do một điện tích điểm q gây ra tại một điểm cách q một khoảng bằng r:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{\varepsilon r} = \frac{kq}{\varepsilon r} \qquad (7\text{-}34)$$

- Điện thế do một hệ điện tích điểm gây ra tại một điểm trong điện trường:

$$V = \sum V_i = \sum k \frac{q_i}{\varepsilon r_i} \qquad (7\text{-}35)$$

- Điện thế tại một điểm M trong điện trường bất kỳ:

$$V_M = \int_M^\infty \vec{E}\, d\vec{l} \qquad (7\text{-}36)$$

Chú ý: *Điện thế là đại lượng đại số, vô hướng.*

2. Hiệu điện thế

Thay các biểu thức (7-28) và (7-30) vào (7-26), ta có:

$A_{MN} = W_M – W_N = q\,(V_M - V_N)$ (7-37)

Vậy: *Công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích điểm q từ điểm M tới điểm N trong điện trường bằng tích số của điện tích q với hiệu điện thế giữa hai điểm M và N đó.*

Từ biểu thức (7-37) Nếu lấy q = +1 đơn vị điện tích thì $V_M – V_N = A_{MN}$. Có nghĩa là hiệu điện thế giữa hai điểm M và N trong điện trường là một đại lượng bằng công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển một đơn vị điện tích dương từ điểm M đến điểm N.

Mặt khác, nếu lấy q = +1 đơn vị điện tích và chọn điểm N ở xa vô cùng thì $V_M – V_\infty = A_{M\infty}$, mà ta đã qui ước $W_\infty = 0 \Leftrightarrow V_\infty = 0$ nên $V_M = A_{M\infty}$, tức là "Điện thế tại một điểm trong điện trường là một đại lượng về trị số bằng công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển một đơn vị điện tích dương từ điểm đó ra xa vô cùng.

Chú ý:

- Đơn vị đo điện thế và hiệu điện thế trong hệ SI là *Vôn*, kí hiệu là *V*.

- Trong kỹ thuật, đại lượng hiệu điện thế được sử dụng nhiều hơn đại lượng điện thế. Vì giá trị của hiệu điện thế không phụ thuộc vào cách chọn gốc tính điện thế (hoặc thế năng). Do vậy người ta thường chọn điện thế của đất hoặc của những vật nối đất bằng không. Khi đó nói điện thế của một điểm nào đó chính là nói về hiệu điện thế giữa điểm đó với đất.

- Một vật tích điện Q được phân bố liên tục, khi đó muốn tính điện thế tại một điểm nào đó trong điện trường do Q tạo ra thì thay cho công thức (7-33) ta sẽ dùng công thức sau đây:

$$V = \int_{toan\,vat} \frac{kdq}{\varepsilon r} \qquad (7\text{-}38)$$

– Một dạng khác của công thức (7-34) là:

$$V_M - V_N = \int_M^N \vec{E}\, d\vec{l} \qquad (7\text{-}39)$$

7.6. LIÊN HỆ GIỮA VÉCTƠ CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG VÀ ĐIỆN THẾ

7.6.1. Mặt đẳng thế

1. Định nghĩa

Mặt đẳng thế là mặt mà mọi điểm trên đó có cùng điện thế. Nói cách khác, *mặt đẳng thế là quỹ tích những điểm có cùng điện thế*.

Phương trình của mặt đẳng thế là:

$$V(x, y, z) = C, \qquad (7 - 40)$$

trong đó C là một hằng số bất kì, với mỗi giá trị của C ta có một mặt đẳng thế.

Thí dụ:

Biểu thức của điện thế gây ra bởi điện tích điểm q tại một điểm cách điện tích một khoảng r là:

$$V(r) = \frac{W}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r}. \qquad (7\text{- }41)$$

Từ biểu thức trên ta nhận thấy: Tất cả những điểm cách q một khoảng r đều có cùng điện thế. Tập hợp những điểm đó là các mặt cầu đồng tâm có tâm tại điện tích điểm q, bán kính bằng r. Do đó, phương trình của mặt đẳng thế trong trường hợp này là:

r = const

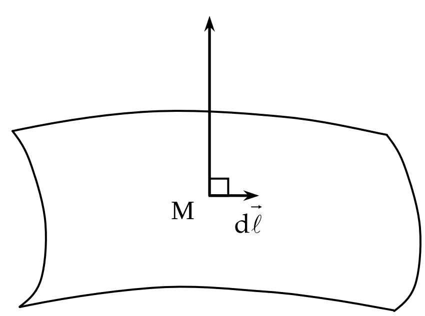
2. Tính chất của mặt đẳng thế

- ***Tính chất 1:*** *Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển một điện tích q_0 trên mặt đẳng thế bằng không*.

Thật vậy, giả sử ta dịch chuyển điện tích q_0 từ điểm M đến điểm N bất kì trên mặt đẳng thế. Khi đó, công của lực tĩnh điện là: $A_{MN} = q_0(V_M - V_N)$.

Mặt khác, do M và N đều nằm trên một mặt đẳng thế nên $V_M = V_N$. Cuối cùng ta có:

$$A_{MN} = 0. \qquad (7\text{- }42)$$



Hình 7-21
Vector cường độ điện trường vuông góc với mặt đẳng thế.

- ***Tính chất 2:*** *Véctơ cường độ điện trường tại một điểm trên mặt đẳng thế vuông góc với mặt đẳng thế tại điểm đó*.

Xét một dịch chuyển vô cùng nhỏ $d\vec{l}$ bất kì trên mặt đẳng thế. Công dA của lực tĩnh điện trong chuyển dời này là:

$$dA = q_0\vec{E}.\vec{dl} = 0 \Rightarrow \vec{E}.\vec{dl} = 0.$$

Do đó: $\vec{E} \perp \vec{dl}.$ (7-43)

Ngoài ra, do $\vec{dl}$ là một véctơ bất kì trên mặt đẳng thế nên $\vec{E}$ vuông góc với mọi $\vec{dl}$ nghĩa là $\vec{E}$ vuông góc với mặt đẳng thế tại mỗi điểm ta xét trên mặt đó.

Vì các đường sức điện trường có cùng phương, chiều với $\vec{E}$ nên các đường sức cũng vuông góc với các mặt đẳng thế tại mọi điểm mà chúng đi qua.

- ***Tính chất 3:*** *Các mặt đẳng thế không cắt nhau.*

Tại mỗi điểm của điện trường chỉ có một giá trị của điện thế. Giả sử có hai mặt đẳng thế cắt nhau theo một giao tuyến nào đó thì tất cả các điểm trên giao tuyến đó đều sẽ có hai giá trị điện thế. Điều này là vô lí.

7.6.*2. Hệ thức liên hệ giữa điện trường và điện thế*

Trong điện trường $\vec{E}$ bất kì xét hai điểm M và N rất gần nhau, lần lượt có điện thế V và $V + dV$, với dV > 0.

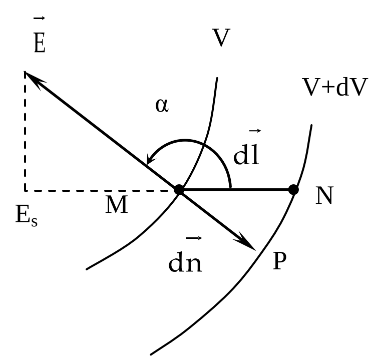
Đặt $\vec{MN} = \vec{dl}, \alpha = (\vec{E}.\vec{dl})$

Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển một điện tích điểm q_0 từ vị trí M tới vị trí N là: $dA = q_0\vec{E}\vec{dl}$

Mặt khác: $dA = q_0(V_M - V_N) = q_0[V - (V + dV)] = -q_0dV.$

Do đó: $\vec{E}\vec{dl} = E.dl\cos\alpha = -dV$

suy ra: $\cos\alpha < 0$, tức α là một góc tù.



Hình 7-22 Liên hệ giữa cường độ điện trường và điện thế

Điều này có nghĩa là: *Véctơ cường độ điện trường luôn luôn hướng theo chiều giảm của điện thế.*

Ngoài ra ta cũng thu được:

$$E.dl\cos\alpha = E_l dl\cos\alpha = -dV \Rightarrow E_l = -\frac{dV}{ds} \quad (7\text{-}44)$$

trong đó $E_\ell = E\cos\alpha$ là hình chiếu của vector cường độ điện trường trên phương $\vec{dl}$

Vậy: *Hình chiếu của vector cường độ điện trường trên một phương nào đó về trị số bằng độ giảm điện thế trên một đơn vị dài của phương đó.*

Do phương $d\vec{l}$ là bất kì nên kết quả trên cũng đúng với mọi phương khác. Trong hệ trục tọa độ Descartes ta có:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \ ; \ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \ ; \ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad (7\text{-}45)$$

trong đó $\frac{\partial V}{\partial x}$; $\frac{\partial V}{\partial y}$; $\frac{\partial V}{\partial z}$ là các đạo hàm riêng phần của hàm thế V lần lượt theo các biến x, y, z.

Như vậy, ta có:

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)V$$

hay:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{gradV} \qquad (7\text{-}46)$$

Vậy, *vector cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm bất kì trong điện trường bằng và ngược dấu với gradient của điện thế tại điểm đó.*

Ta suy ra các kết luận sau:

a. Véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ luôn luôn hướng theo chiều giảm của điện thế (góc α tù).

b. Hình chiếu của $\vec{E}$ lên một phương nào đó về trị số bằng độ giảm điện thế trên một đơn vị dài của phương đó:

$$E_l = -\frac{dV}{dl} \qquad (7\text{-}47)$$

Trong hệ tọa độ Descartes, biểu thức (7-47..) được tổng quát hoá như sau:

$$\vec{E} = -\ \text{gradV} = -\ (\vec{i}\ \frac{\partial V}{\partial x} + \vec{j}\ \frac{\partial V}{\partial y} + \vec{k}\ \frac{\partial V}{\partial z}) \qquad (7\text{-}48)$$

c. Lân cận một điểm trong điện trường, điện thế biến thiên nhiều (nhanh) nhất theo phương pháp tuyến với mặt đẳng thế (hay theo phương của đường sức điện trường vẽ qua điểm đó).

$$\left|\frac{dV}{dn}\right| \geq \left|\frac{dV}{ds}\right|$$

7.6.3. Ứng dụng

1. Xác định hiệu điện thế giữa hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều, trái dấu và bằng nhau về độ lớn

Như ta dã biết điện trường giữa hai mặt phẳng song song vô hạn, mang điện đều, trái dấu và bằng nhau về độ lớn là điện trường đều, các đường sức điện trường có phương vuông góc với hai mặt phẳng. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là điện thế của mặt phẳng mang điện dương và mặt phẳng mang điện âm, d là khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó. Theo (7- 47) cường độ điện trường về trị số bằng độ giảm điện thế trên một đơn vị chiều dài :

$$E = \frac{V_1 - V_2}{d} = \frac{U}{d}$$

2. Xác định hiệu điện thế giữa hai điểm trong điện trường của một mặt cầu mang điện đều

Gỉa sử muốn xác định hiệu điện thế giữa hai điểm M, N cách tâm mặt cầu mang điện đều một khoảng r_M, r_N , trong đó $R< r_M< r_N$, từ (7 - 47) ta có :

$$-dV = Edr = \frac{kq}{\varepsilon}\frac{dr}{r^2} \rightarrow \int_{V_M}^{V_N} \frac{kq}{\varepsilon}\frac{dr}{r^2}$$

$$hay\ \ V_M - V_N = \frac{kq}{\varepsilon r_M} - \frac{kq}{\varepsilon r_N}$$

Trong trường hợp $r_M = R$, $r_N = \infty$, ta sẽ tìm được biểu thức điện thế của một mặt cầu mang điện đều :

$$V = \frac{kq}{\varepsilon R}$$

Vậy đối với mặt cầu tích điện đều, điện thế tại mọi điểm bên trong mặt cầu bằng điện thế tại mọi điểm trên mặt cầu và là điện thế của quả cầu, điện thế tại mọi điểm ngoài mặt cầu giống như điện thế do một điện tích điểm gây ra đặt tại tâm cầu.

3. Xác định hiệu điện thế giữa hai điểm trong điện trường của mặt trụ thẳng dài vô hạn mang điện đều

Hiệu điện thế tại hai điểm M, N nằm cách trục của mặt trụ những đoạn r_M, r_N được xác định :

$$V_M - V_N = \int_{V_M}^{V_N} -dV = \int_{r_M}^{r_N} Edr = \int_{r_M}^{r_N} \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\ln\frac{r_N}{r_M}$$

HƯỚNG DẪN HỌC CHƯƠNG 7

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

1. Hiểu và vận dụng được thuyết electron và định luật bảo toàn điện tích để giải thích các hiện tượng điện.

2. Hiểu và vận dụng được định luật Coulomb để tính lực tương tác giữa các điện tích điểm.

3. Hiểu được ý nghĩa và bản chất của điện trường, điện thế, điện thông.

4. Vận dụng được nguyên lý chồng chất điện trường để tìm điện trường gây bởi hệ các điện tích điểm, hay bởi các vật mang điện có hình dạng bất kỳ.

5.Vận dụng định lý Oxtrogradxki - Gaux để tìm điện trư ờng gây bởi các vật mang điện có hình dạng đối xứng như mặt cầu, mặt phẳng, mặt trụ v.v

6. Tính được công của lực điện trường khi dịch chuyển một điện tích điểm trong điện trường. Biểu diễn công đó qua thế năng của điện tích điểm trong trường.

7. Tìm được mối liên hệ giữa điện trường và điện thế.

II. TÓM TẮT NỘI DUNG

1. Có hai loại điện tích: điện tích dương và điện tích âm. Điện tích có cấu tạo gián đoạn. Nó gồm những phần tử mang điện nhỏ nhất, gọi là điện tích nguyên tố e = $1,6.10^{-19}$ C. Điện tích q của một vật có thể biểu diễn bằng q= ne, trong đó n là một số nguyên dương. Lực tương tác giữa các điện tích điểm được xác định bằng định luật Coulomb:

$$F_0 = \frac{|q_1|.|q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = k\,\frac{|q_1|.|q_2|}{r^2}$$; trong đó k =9.10^{-9}

Nếu hai điện tích cùng dấu lực F là lực đẩy, nếu hai điện tích khác dấu nhau thì lực F là lực hút.

2. Mọi điện tích đều gây trong không gian bao quanh một điện trường có cường độ E. Điện trường là một dạng đặc biệt của vật chất, nó giữ vai trò truyền tương tác giữa các điện tích. Biểu hiện của điện trường là, khi có một điện tích qo đặt vào trong điện trường thì qo sẽ chịu tác dụng của một lực điện $\vec{F} = q\vec{E}$.

Cường độ điện trường gây bởi điện tích điểm q tại một điểm cách xa một đoạn r:

$$\vec{E} = \frac{kq}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

Điện trường tuân theo nguyên lý chồng chất. Áp dụng nguyên lý này, ta tìm được điện trường gây bởi hệ điện tích điểm hay gây bởi một vật mang điện bất kỳ. Muốn vậy, ta chỉ cần chia vật này thành vô số các phần tử mang điện tích dq vô cùng nhỏ, có thể coi dq là điện tích điểm. Phần tử điện tích này gây ra điện trường $\overrightarrow{dE}$. Từ đó, ta tìm được điện trường $\vec{E}$ gây bởi toàn bộ vật mang điện tích q

$$\vec{E} = \int_{ca\,vat} d\vec{E} = \int_{ca\,vat} k\frac{\vec{r}}{\varepsilon r^3}dq$$

Trong đó dq = ρdV; dq = σdS haydq = λdl tùy vào trường hợp vật là khối mang điện đều, mặt mang điện đều hay là một dây dẫn thẳng mang điện đều.

3. Để tìm điện trường của các vật mang điện đối xứng, người ta thường dùng định lý Oxtrogradxki- Gaux. Theo định lý này, điện thông gửi qua một mặt kín bằng tổng đại số các điện tích q nằm trong mặt kín đó

$$\phi_e = \oint_{(S)} \overrightarrow{D}\overrightarrow{dS} = \sum_i \overrightarrow{q_i}$$

Từ đây, ta tìm điện trường E gây bởi một dây tích điện đều dài vô hạn, một mặt phẳng vô hạn tích điện đêù, một mặt trụ dài vô hạn tích điện đều...

4. Véctơ cảm ứng điện (điện cảm): $\vec{D} = \varepsilon_o \varepsilon \vec{E}$

5. Cường độ điện trường gây bởi một sợi dây thẳng dài vô hạn mang điện đều tại một điểm cách dây một khoảng r: $\vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o \varepsilon r}$ (λ là mật độ điện dài của dây)

6. Cường độ điện trường gây bởi một mặt phẳng mang điện đều tại một điểm cách dây một khoảng r :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o \varepsilon} \qquad (\sigma \text{ là mật độ điện mặt})$$

7.Công của lực điện trường khi dịch chuyển điện tích q_o trong điện trường

$$A_{MN} = \int_M^N dA = \int_M^N \vec{F}.\overrightarrow{dS} = \int_M^N q_o \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{q_o.q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon}\int_{r_M}^{r_N}\frac{dr}{r^2} = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_M} - \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_N} = W_M - W_N$$

Thế năng của điện tích q_o đặt trong điện trường gây bởi điện tích q tại khoảng r là:

$$W = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r}$$

Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích q_o theo đường cong kín bằng không. Trường tĩnh điện là một trường thế. Biểu thức toán học biểu diễn tính chất thế:

$$\oint_S \vec{E}.\vec{dS} = 0$$

8. Điện thế tại một điểm M trong điện trường E: $V_M = \dfrac{A_{M\infty}}{q_o} = \int_M^\infty Edr$

9. Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích điểm q_o từ điểm A đến điêm B trong điện trường: $A = q_o(V_A - V_B)$

10. Hiệu điện thế giữa hai điểm A và B : $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl}$

Trong trường hợp điện trường đều $E = \dfrac{U}{d}$ với $U = V_1 - V_2$ là hiệu điện thế, d là khoảng cách giữa hai mặt đẳng thế tương ứng.

11. Hiệu điện thế giữa hai mặt cầu đồng tâm mang điện đều, bằng nhau, trái dấu:

$$V_1 - V_2 = \frac{q(R_2 - R_1)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}$$

12. Liên hệ giữa điện trường và điện thế:

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}} = -\overrightarrow{gradV}$$

III. CÂU HỎI ÔN TẬP

1. So sánh sự giống nhau và khác nhau của định luật Coulomb giữa các điện tích điểm q_1, q_2 và định luật hấp dẫn vũ trụ Niutơn giữa các vật có khối lượng m_1 và m_2. Có nhận xét gì về độ lớn giữa hai lực đó.

2. Nguyên lý chồng chất điện trường được vận dụng như thế nào trong việc tìm điện trường gây bởi một vật mang điện tích q bất kỳ (vận dụng khi vật mang điện là một mặt phẳng vô hạn hay một mặt trụ vô hạn mang điện đều).

3. Véc tơ cường độ điện trường: định nghĩa, biểu thức, ý nghĩa. Liên hệ giữa véctơ cường độ điện trường và điện thế. Vận dụng mối liên hệ đó để xác định hiệu điện thế giữa hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều.

4. Ứng dụng định lý Oxtrogradxki- Gaux, tìm cường độ điện trường gây bởi một mặt cầu mang điện đều tại một điểm nằm trong và ngoài mặt cầu rỗng mang điện đều.

5. Ứng dụng định lý Oxtrogradxki- Gaux, tìm cường độ điện trường gây bởi một dây dẫn thẳng dài vô hạn mang điện đều.

6. Ứng dụng định lý Oxtrogradxki- Gaux, tìm cường độ điện trường gây bởi một mặt phẳng vô hạn mang điện đều.

7. Định nghĩa mô men lưỡng điện, tìm biểu thức của mômen lực tác dụng lên lưỡng cực điện, khi lưỡng cực điện đặt trong một điện trường đều.

8. Thiết lập biểu thức công của lực tĩnh điện khi chuyển một điện tích điểm q_o trong điện trường gây bởi điện tích điểm q.

9. Viết biểu thức thế năng của một điện tích điểm qo trong điện trường gây bởi một điện tích điểm q. Từ đó rút ra biểu thức điện thế gây bởi một điện tích điểm q tại một điểm cách nó một đoạn r.

10. Tính chất thế của trường tĩnh điện thể hiện như thế nào? Viết biểu thức toán học thể hiện tính chất thế của trường tĩnh điện bất kỳ .

11. Nêu định nghĩa mặt đẳng thế và tính chất của mặt đẳng thế.

IV. BÀI TẬP

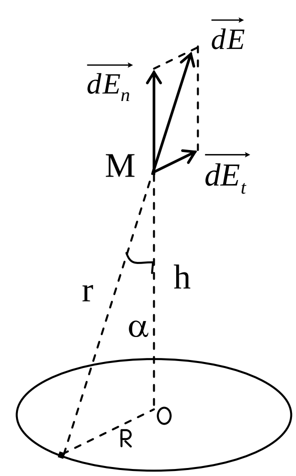
Thí dụ 1: Một vòng tròn làm bằng một dây dẫn mảnh bán kính R mang điện tích dương Q phân bố đều trên dây. Hãy xác định cường độ điện trường tại điểm M nằm trên trục của vòng dây, cách tâm một đoạn h.

***Giải*:** Cường độ điện trường do vòng dây gây ra tại một điểm nào đó bằng tổng các cường độ điện trường $\overrightarrow{dE}$ do các phân tử điện tích dQ nằm trên vòng dây gây ra. Tại điểm M cường độ điện trường do phần tử điện tích dQ gây ra là:

$$d\vec{E} = \frac{kdQ}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

Theo nguyên lý chồng chất, cường độ điện trường tại M bằng:

$$\vec{E}_M = \int\limits_{vong} d\vec{E} = \int\limits_{(vong)} k\frac{dQ}{\varepsilon r^3}\vec{r}$$



Hình 7-23

Điện trường gây bởi vòng dây tròn tích điện đều

Trước tiên ta phân tích véctơ $\overrightarrow{dE}$ thành hai thành phần $\overrightarrow{dE_t}$ và $\overrightarrow{dE_n}$. Vì các điện tích dQ phân bố đối xứng qua điểm O nên tổng các thành phần $d\vec{E}_t$ bằng không. Còn lại

$$\vec{E}_M = \int_{vong} d\vec{E}_n$$

Vì các véctơ $\overrightarrow{dE_n}$ cùng phương, chiều nên $\vec{E}_M$ có điểm đặt tại M, có phương của trục vòng dây và chiều hướng ra xa vòng dây. Về độ lớn thì

$$E_M = \int_{vong} dE_n .$$

Theo hình 7-24 ta có $dE_n = dE\cos\alpha$ (α là góc giữa $\overrightarrow{dE}$ và $\overrightarrow{OM}$). Điện trường gây bởi dQ tại M bằng: $dE = \dfrac{kdQ}{\varepsilon r^2}$

Vì $\cos\alpha = \dfrac{h}{r}$ và $r^2 = R^2 + h^2$ nên $dE_n = \dfrac{khdQ}{\varepsilon}\left(R^2 + h^2\right)^{-3/2}$

Vậy: $$E_M = \int_{vong} dE_n = \frac{kh}{\varepsilon}\left(R^2 + h^2\right)^{-3/2} \int_{vong} dQ$$

hay: $$E_M = \frac{khQ}{\varepsilon}\left(R^2 + h^2\right)^{-3/2}$$

Thí dụ 2:

Xác định hiệu điện thế giữa hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều trái dấu, mật độ điện mặt là (σ, -σ).

Hướng dẫn:

Gọi V_1 và V_2 lần lượt là điện thế của mặt phẳng mang điện dương và mặt phẳng mang điện âm, d là khoảng cách giữa hai mặt đó ta có:

$$E = -\frac{dV}{d\ell} = -\frac{V_2 - V_1}{d} = \frac{V_1 - V_2}{d}$$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = Ed = \frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Thí dụ 3: Xác định hiệu điện thế giữa hai điểm nằm cách tâm mặt cầu mang điện đều những khoảng R_1 và R_2 ($R_2 > R_1 > R$).

Hướng dẫn: Ta có:

$$-dV = Edr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2} \Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} -dV = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Trong trường hợp $R_1 = R$ và $R_2 = \infty$ $(V_2 = 0)$, ta tìm được biểu thức tính điện thế V của một mặt cầu mang điện đều:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}.$$

BÀI TẬP TỰ GIẢI

1. Hai quả cầu nhỏ giống hệt nhau tương tác với nhau ở trong chân không, một quả cầu mang điện tích 6.10^{-9}C, còn quả thứ hai mang điện tích -3.10^{-9}C. Khoảng cách giữa hai tâm quả cầu bằng 5,0 cm. Tìm lực tương tác giữa chúng.

HD:

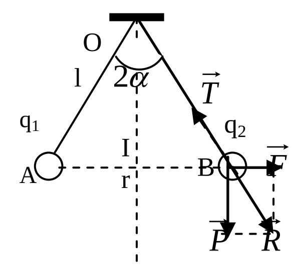
Khi hai quả cầu tiếp xúc với nhau : $q_1^{'} = q_2^{'} = \dfrac{q_1 - q_2}{2} = 1{,}5.10^{-9}C$ nên lực tương tác giưã chúng sẽ là $F^{'} = \dfrac{q^{'}}{4\pi\varepsilon_o r^2} = 0{,}81.10^{-5}N$

2. Hai quả cầu đặt trong chân không có cùng bán kính và cùng khối lượng được treo ở đầu hai sợi dây sao cho hai mặt ngoài của chúng tiếp xúc với nhau. Sau khi truyền cho các quả cầu một điện tích $q_o = 4.10^{-7}$C, chúng đẩy nhau và góc giữa hai sợi dây bây giờ bằng 60^o. Tính khối lượng của các quả cầu nếu khoảng cách từ các điểm treo đến tâm cầu bằng l = 20cm.

HD: Điện tích của mỗi quả cầu là $q = q_o/2$.

$F = P\,\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r^2}$, với

$\sin\alpha = \dfrac{2}{2l} \Rightarrow P = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon.4l^2\sin^2\alpha.tg\alpha} = 0{,}157N$



3. Cho hai điện tích điểm $q_1 = 8.10^{-8}$ C; $q_2 = 3.10^{-8}$ C đặt trong không khí tại hai điểm M , N cách nhau 10 cm. Cho MA = 9cm; NA=7cm; MB = 4cm; NB = 6cm; $q_o = 5.10^{-10}$C

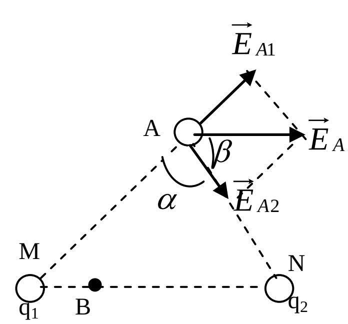
a. Tính cường độ điện trường tại hai điểm A và B.

b. Tính điện thế tại A và B.

c.Tính công dịch chuyển điện tích q_o từ A đến B.

HD

$$\cos\alpha = \frac{MA^2 + NA^2 - MN^2}{2.MA.NA}$$
$$\Rightarrow \alpha = 76^o42'; \beta = 67^o09'$$



Điểm A: $\vec{E}A = \vec{E}A1 + \vec{E}A2$

$E_A \approx 18{,}25V/m;$ hướng từ M đến A

- Đối với điểm B: $\vec{E}_B = \vec{E}_{B1} + \vec{E}_{B2}$

Vậy $E_B = E_{B1} + E_{B2} = 52,5.10^4$ V/m và hướng từ M đế n N

b.Tính điện thế tại điểm tại điểm A và B:

$V_A = 4,14.10^3 V$

$V_B = 13,5.10^3 V$

c. Công dịch chuyển q_o từ A đến B:

$A = q_oU_{AB} = q_o(V_A - V_B) = -46,80.10^{-7}$J

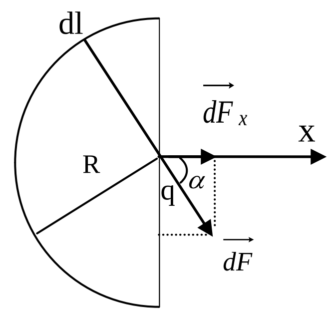
4. Tìm lực tác dụng lên một điện tích điểm $q = \frac{5}{3}.10^{-9}C$ đặt ở tâm O của nửa vòng dây tròn bán kính R= 5cm tích điện đều mang điện tích Q =3.10^{-7}C đặt trong chân không.

HD:Mật độ điện dài $\lambda = \frac{Q}{\pi R}$.

Phần tử dl mang điện dq=$\lambda dl = \lambda R.d\alpha$.

Lực tác dụng lên phần tử điện tích dq là $dF = k\frac{q.dq}{R^2}$

Do đối xứng nên các $\overrightarrow{dF}$ nằm trên trục Ox

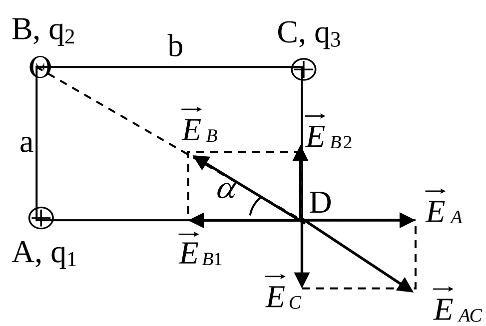


$$F = \int_{nuaVD} dF\cos\alpha = kqQ\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\frac{\cos\alpha}{\pi R^2}d\alpha = \frac{qQ}{2\pi^2\varepsilon_o R^2} \approx 1,14.10^{-3}N$$

5. Tại ba đỉnh A,B,C của một hình chữ nhật trong không khí đặt ba điện tích q_1,q_2,q_3. Cho AB = a = 3cm; BC = b = 4cm; $q_2 = -2,5.10^{-6}$ C.

a. Xác định các điện tích q_1 và q_3 để điện trường tại D bằng không.

b. Xác định điện thế gây ra tại điểm D của hệ điện tích điểm.



HD: a. Do $q_2 < 0$ nên $\vec{E}_B$ chiều hướng từ D tới B và hình chi $\vec{E}_{B1},\vec{E}_{B2}$. Vậy để điện trường tại D bằng 0 thì $\vec{E}_A$ và $\vec{E}_C$ phải có chiều như hình vẽ $\Rightarrow q_1 > 0$ và $q_3 > 0$.

Từ hình vẽ ta có: $E_A = E_{B1} = E_B\cos\alpha$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_o b^2} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_o\left(b^2+a^2\right)}\frac{b}{\sqrt{b^2+a^2}}$$

$$\Rightarrow q_1 = 2{,}7.10^{-6}C$$

6. Cho hai điện tích q và 2q đặt cách nhau 10 cm. Hỏi tại điểm nào trên đường nối hai điện tích ấy điện trường triệt tiêu.

ĐS : $x = 4{,}14.10^{-2}m$

7. Xác định cường độ điện trường ở tâm một lục giác đều cạnh a, biết rằng ở sáu đỉnh của nó có đặt:

a. Sáu điện tích bằng nhau và cùng dấu.

b. 3 điện tích âm và 3 điện tích dương về trị số đều bằng nhau, đặt xen kẽ .

c. 3 điện tích âm và 3 điện tích dương về trị số đều bằng nhau, đặt liên tiếp .

HD: Áp dụng nguyên lý chất điện trường, cả hai trường hợp a,b điện trường tại tâm đều bằng 0. Trường hợp đặt 3 điện tích dương và 3 điện tích âm đặt liên tiếp $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o a^2}$

8. Cho hai điện tích điểm q_1= 2.10^{-6} C, q_2= -10^{-6}C đặt cách nhau 10 cm. Tính công của lực tĩnh điện khi điện tích q_2 dịch chuyển trên đường thẳng nối hai điện đó ra xa thêm một đoạn 90 cm.

ĐS: A = - 0,162J

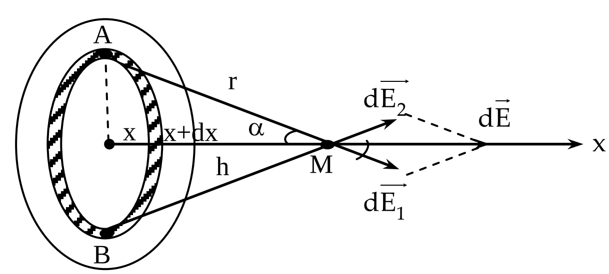
9. Một đĩa tròn bán kính R = 8cm tích điện đều với mật độ điện mặt $\sigma = 10^{-3}C/m^2$.

a. Xác định cường độ điện trường tại một điểm nằm trên trục của đĩa và cách tâm đĩa một đoạn h= 6 cm.

b. Chứng minh rằng nếu h→0 thì biểu thức thu được sẽ chuyển thành biểu thức tính cường độ điện trường gây bởi một mặt phẳng vô hạn mang điện đều.

c. Chứng minh rằng nếu h>>R thì biểu thức thu được chuyển thành biểu thức tính cường độ điện trường gây bởi một điện tích điểm.

HD: Chia đĩa thành thành những hình vành khăn tâm O. Diện tích dS của hình vành khăn giới hạn bởi các vòng tròn tâm bán kính x và x+ dx là: $dS = 2\pi x dx$



Vậy, điện tích dq trên dS là: $dq = \sigma dS = \sigma 2\pi x dx$

Do tính đối xứng của bài toán nên điện trường $d\vec{E}$ gây bởi các phần tử diện tích dS tại M đều có phương Ox, có chiều hướng ra xa đĩa. Có độ lớn là

$$dE = \frac{h.dq}{4\pi\varepsilon_o\sqrt{(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}};$$

Áp dụng nguyên lý chồng chất điện trường, điện trường tổng hợp do cả đĩa tròn gây ra tại M là: $E = \int\limits_{caVD} dE = \int\limits_0^R \frac{2\pi\sigma hxdx}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon(x^2+h^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o\varepsilon}\left[1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{h^2}}}\right]$

Nếu h>>R thì $\frac{1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{h^2}}} \approx 1-\frac{R^2}{2h^2} \Rightarrow 1-\sqrt{1+\frac{R^2}{h^2}} \approx \frac{R^2}{2h^2}$

Nên $E = \frac{\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon h^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon h^2}$

+ h << R hay h → 0 hay R → ∞ thì $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$

10. Một vòng dây tròn bán kính 4cm tích điện đều với điện tích Q= (1/9).10^{-8}C. Tính điện thế tại tâm vòng dây và tại điểm M trên trục vòng dây, cách tâm vòng dây một khoảng h=3cm.

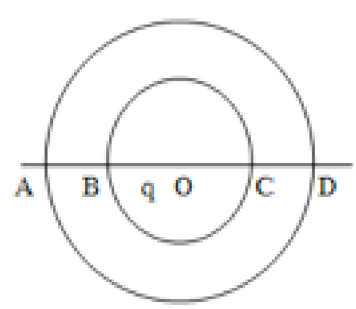
HD :Điện thế do cả vòng dây gây ra tại M là:

$$V = \int\limits_{c\ v} dV = \int\limits_{c\ v} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_o r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o\sqrt{R^2+h^2}}$$

Tại tâm h = 0 ta có V= 250 V

Tại điểm M: V_M = 200 V

11. Có một điện tích điểm q đặt tại tâm O của hai đường tròn đồng tâm bán kính R và r.



Qua tâm O ta vẽ một đường thẳng cắt hai đường tròn lần lượt tại các điểm A,B, C, D.

a. Tính công của lực điện trường khi dịch chuyển một điện tích q_o từ B đến C và từ A đến D

b. So sánh công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích q_o từ A đến C và từ C đến D

HD: a. $V_A=V_C$; $V_A=V_D$, do đó $A_{BC} = q_o(V_B-V_C)=0$, $A_{AD} = 0$.

b. $V_A=V_D$, $V_B=V_C$ nên các công đó đều bằng nhau

c. Các kết quả không thay đổi vì công của lực tĩnh điện không phụ thuộc vào dạng đường đi.

12. Giữa hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều mật độ bằng nhau nhưng trái dấu, cách nhau một khoảng d =1cm đặt nằm ngang, có một hạt mang điện khối lượng $m = 5.10^{-14}$ kg. Khi không có điện trường, do sức cản của không khí, hạt rơi với vận tốc không đổi v_1. Khi giữa hai mặt phẳng này có hiệu điện thế U= 600V thì hạt rơi chậm đi với vận tốc $v_2 = 0,5\, v_1$. Tìm điện tích của hạt.

Khi không điện trường: $mg = F_c$ (1)

Khi có điện trường: $mg- Eq = F_c$ (2)

Từ (1) và (2) rút ra: $mg- Eq = \frac{v_2}{v_1}mg$

hay $q = \frac{mg}{E}(1-\frac{v_2}{v_1}) = \frac{mgd}{U}\left(1-\frac{v_1}{v_2}\right) = 4,1.10^{-18}$ C.

13. Tính công cần thiết để dịch chuyển một điện tích $q = \frac{1}{3}.10^{-7}C$ từ một điểm M cách quả cầu tích điện bán kính r = 1cm một khoảng R = 10cm ra xa vô cực. Biết quả cầu có mật độ điện mặt $\sigma = 10^{11}C/cm^2$.

HD: Công của lực tĩnh điện tính theo công thức $A = qU= q(V_M- V_N)$

$V_M = \frac{4\pi r^2\sigma}{4\pi\varepsilon_o(r+R)}$; $V_N=V_\infty=0$; $\varepsilon=1$. Vậy $A_{M\infty} = \frac{qr^2\sigma}{\varepsilon_o(R+r)} = 3,42.10^{-7}J$

14. Hai điện tích điểm cùng dấu $q_1= 10^{-7}$C và $q_2=2.10^{-7}$C đặt cách nhau một đoạn $r_1 = 0,8$ m. Tìm công cần thực hiện để đưa hai điện tích lại gần nhau tới khoảng cách $r_2 = 0,2$ m

HD: Giả sử q_2 dịch chuyển trong trường của q_1 thì :

$$A = q_2(V_1-V_2) = q_2(\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_o r_1} - \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_o r_2}) = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_o}(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}) = 6,8.10^{-4}J$$

15. Cho một điện tích $q_o = -10^{-9}$C đặt tại một điểm O trong chân không. Một electron bay từ xa vô cùng tiến lại gần q_o. Khoảng cách nhỏ nhất giữa chúng là 3,17 cm. Hãy xác định vận tốc ban đầu của electron.

HD: Vì $q_o<0$ và $e<0$ nên điện trường thực hiện công âm. Công cần để dịch chuyển e từ vô cùng đến vị trí gần nhất bằng:

$$A_{\infty M} = \frac{|q_o|.|e|}{4\pi\varepsilon_o r_{\min}} = \frac{m_e v_o^2}{2} \Rightarrow v_o \approx 10^7 m/s$$

Hay $q = \frac{mg}{E}(1 - \frac{v_2}{v_1}) =$ 4,1.10^{-18} C

16. Một electron chuyển động trong một điện trường đều có gia tốc a = 10^{12}m/s^2 . Tính:
a. Cường độ điện trường
b. Vật tốc của electron sau 10^{-6} s chuyển động (vận tốc ban đầu bằng 0)
c. Công của lực điện trong khoảng thời gian đó.
d. Hiệu điện thế mà electron đã vượt qua trong thời gian đó (bỏ qua tác dụng của trọng lực)

HD: a. F= eE = m_ea $\Rightarrow$ $E = \frac{m_e}{e} a \approx 5{,}7 V/m$

b. v = at =10^6 m/s

c.A = eU = Δ W = $\frac{1}{2} m_e v^2$ $\approx$4,56.10^{-19}J

d. U = A/e =2,85 V