

Norm Relations

Tri Nguyen
nguyetr9@oregonstate.edu

October 4, 2022

Definition of norm

Relations

Lemma 0.1. *Given 2 matrices \mathbf{A}, \mathbf{B} ,*

$$|\langle \mathbf{A}, \mathbf{B} \rangle| \leq \|\mathbf{A}\|_{\sigma} \|\mathbf{B}\|_*$$

where $\|\mathbf{A}\|_{\sigma}$, $\|\mathbf{B}\|_$ are spectral norm and nuclear norm.*

Lemma 0.2. *Given matrix \mathbf{X} ,*

$$\|\mathbf{X}\|_* \leq \sqrt{\text{rank}(\mathbf{X})} \|\mathbf{X}\|_{\text{F}}$$

From this

Lemma 0.3. *Given matrix \mathbf{X} ,*

$$\|\mathbf{X}\|_{\text{F}} = \sqrt{\sum_{i=1} \sigma_i},$$

where σ_i is the i th singular value of \mathbf{X} .

Lemma 0.4.

$$\|\mathbf{AB}\|_{\text{F}} \leq \sigma_{\max}(\mathbf{A}) \|\mathbf{B}\|_{\text{F}}$$

Lemma 0.5.

$$\|\mathbf{AB}\|_{\text{F}} \leq \sigma_{\max}(\mathbf{A}) \|\mathbf{B}\|_{\text{F}}$$