Các công cụ vẽ

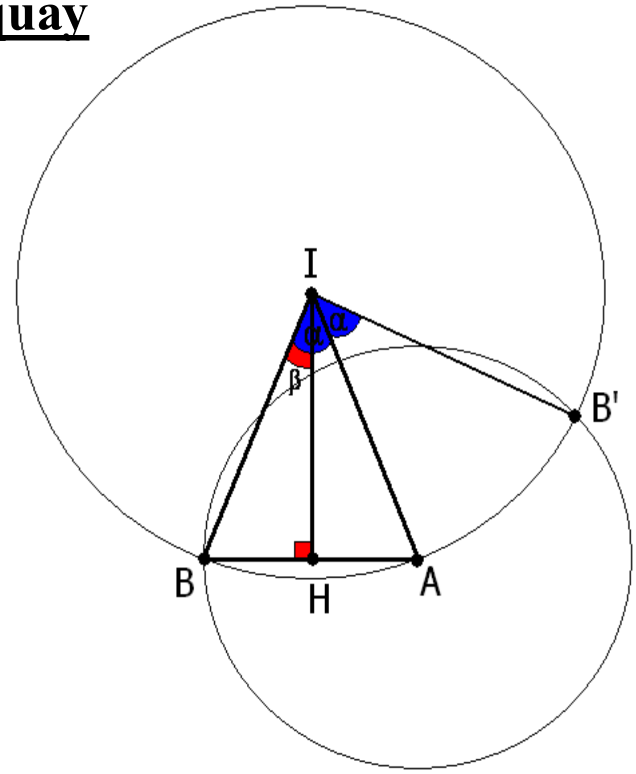
Biên soạn:Dương Đức Trí
Ngày viết:6-11-2009

Phép tịnh tiến

Tịnh tiến đểm $M(x_m,y_m)$ theo vector $\overrightarrow{AB}(\alpha,\beta)$ thành đểm $M'(x_{m'},y_{m'})$

$\rightarrow \overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{cases} x_{M'}-x_M=\alpha \\ y_{M'}-y_M=\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{M'}=\alpha+x_M \\ y_{M'}=\beta+y_M \end{cases}$ (công thức tính tọa độ điểm M')

Phép quay



Cho $\begin{cases} A(x_A,y_A) \\ I(x_I,y_I) \\ \text{góc } \alpha \end{cases}$ ➔Hãy xác định tọa độ điểm B

Ý tưởng:dùng phương pháp tọa độ trong mặt phẳng
Xem điểm B(hoặc B') là giao điểm của 2 đường tròn:
(C_1):(I,IA) và (C_2):(A,AB)

Thết lập công thức:

Đặt: R = IA = IB.
Ta có: AB = 2HB = 2R.sinβ

$*IB^2=R^2 \quad \Leftrightarrow (x_B-x_I)^2+(y_B-y_I)^2=R^2$

$*AB^2=(2R.\sin\beta)^2 \Leftrightarrow (x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=4R^2.\sin^2\beta$

$➔ \begin{cases} (x_B-x_I)^2+(y_B-y_I)^2=R^2 \\ (x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=4R^2.\sin^2\beta \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} u=x_B-x_I \\ v=y_B-y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B=u+x_I \\ y_B=v+y_I \end{cases}$

$➔ \begin{cases} u^2+v^2=R^2 & (1) \\ (u+x_I-x_A)^2+(v+y_I-y_A)^2=4R^2.\sin^2\beta & (2) \end{cases}$

(2)$\Leftrightarrow$ $u^2+v^2+2(x_I-x_A)u+2(y_I-y_A)v+(x_I-x_A)^2+(y_I-y_A)^2=4R^2.\sin^2\beta$

$\rightarrow R^2+2(x_I-x_A)u+2(y_I-y_A)v+R^2=4R^2.\sin^2\beta$ (đơn giản cho 2)

$\Leftrightarrow (x_I-x_A)u+(y_I-y_A)v=2R^2.\sin^2\beta-R^2=R^2(2\sin^2\beta-1)=-R^2\cos2\beta=-R^2\cos\alpha$

Đặt $\begin{cases} a=x_I-x_A \\ b=y_I-y_A \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2=R^2$ ➔$au+bv=-R^2\cos\alpha$ ➔ $au=-R^2\cos\alpha - bv$ **(3)**

(1) $\Leftrightarrow a^2.u^2+a^2.v^2=a^2.R^2 \Leftrightarrow (-R^2\cos\alpha-bv)^2+a^2.v^2=a^2.R^2 \Leftrightarrow R^4\cos^2\alpha+2bR^2\cos\alpha.v+b^2v^2+a^2.v^2=a^2.R^2$

$\Leftrightarrow R^4\cos^2\alpha+2bR^2\cos\alpha.v+(b^2+a^2).v^2=a^2.R^2 \Leftrightarrow R^4\cos^2\alpha+2bR^2\cos\alpha.v+R^2.v^2=a^2.R^2$ (rút bớt R^2)

$\Leftrightarrow v^2+2b\cos\alpha.v+R^2\cos^2\alpha-a^2=0$

$\Delta'=b^2\cos^2\alpha-(R^2\cos^2\alpha-a^2)=b^2\cos^2\alpha-R^2\cos^2\alpha+a^2=a^2+(b^2-R^2)\cos^2\alpha=a^2-a^2\cos^2\alpha=a^2(1-\cos^2\alpha)$

$=a^2\sin^2\alpha \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = a.\sin\alpha$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = -b\cos\alpha + a.\sin\alpha \\ v_2 = -b\cos\alpha - a.\sin\alpha \end{cases}$$

* $v = -b\cos\alpha + a.\sin\alpha$ thế vào (**3**) : $au = -R^2\cos\alpha - b.(-b\cos\alpha + a.\sin\alpha)$

$= -R^2\cos\alpha + b^2\cos\alpha - ab.\sin\alpha = (b^2 - R^2)\cos\alpha - ab.\sin\alpha = -a^2\cos\alpha - ab.\sin\alpha$

$\Rightarrow u = -a.\cos\alpha - b.\sin\alpha$

* $v = -b\cos\alpha - a.\sin\alpha$ thế vào (**3**) : $au = -R^2\cos\alpha - b.(-b\cos\alpha - a.\sin\alpha)$

$= -R^2\cos\alpha + b^2\cos\alpha + ab.\sin\alpha = (b^2 - R^2)\cos\alpha + ab.\sin\alpha = -a^2\cos\alpha + ab.\sin\alpha$

$\Rightarrow u = -a.\cos\alpha + b.\sin\alpha$

$$\text{Vậy: } \left[\begin{array}{l} \begin{cases} u = -a.\cos\alpha - b.\sin\alpha \\ v = -b\cos\alpha + a.\sin\alpha \end{cases} \\ \begin{cases} u = -a.\cos\alpha + b.\sin\alpha \\ v = -b\cos\alpha - a.\sin\alpha \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_B - x_I = -(x_I - x_A).\cos\alpha - (y_I - y_A).\sin\alpha \\ y_B - y_I = -(y_I - y_A).\cos\alpha + (x_I - x_A).\sin\alpha \end{cases} \\ \begin{cases} x_B - x_I = -(x_I - x_A).\cos\alpha + (y_I - y_A).\sin\alpha \\ y_B - y_I = -(y_I - y_A).\cos\alpha - (x_I - x_A).\sin\alpha \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_B = -(x_I - x_A).\cos\alpha - (y_I - y_A).\sin\alpha + x_I \\ y_B = -(y_I - y_A).\cos\alpha + (x_I - x_A).\sin\alpha + y_I \end{cases} \\ \begin{cases} x_B = -(x_I - x_A).\cos\alpha + (y_I - y_A).\sin\alpha + x_I \\ y_B = -(y_I - y_A).\cos\alpha - (x_I - x_A).\sin\alpha + y_I \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} B': \begin{cases} x_B = (x_A - x_I).\cos\alpha + (y_A - y_I).\sin\alpha + x_I \\ y_B = (y_A - y_I).\cos\alpha - (x_A - x_I).\sin\alpha + y_I \end{cases} \\ B: \begin{cases} x_B = (x_A - x_I).\cos\alpha - (y_A - y_I).\sin\alpha + x_I \\ y_B = (y_A - y_I).\cos\alpha + (x_A - x_I).\sin\alpha + y_I \end{cases} \end{array}\right.$$

Phép tịnh tiến

```
void tinh_tien(int x1,int y1,int &x2,int &y2,float xvector,float yvector)
{
        x2=x1+xvector;
        y2=y1+yvector;
}
```

Phép quay

```
void quay(int xa,int ya, int xtam,int ytam,int &xb,int &yb,float goc_quay) //(tính theo Radian)
{                                                          //***coi chừng:góc là kiểu float
        //Quay theo chiều im đồng hồ
        xb=(xa-xtam)*cos(goc_quay)+(ya-ytam)*sin(goc_quay)+xtam;
        yb=(ya-ytam)*cos(goc_quay)-(xa-xtam)* sin(goc_quay)+ytam;

        //Quay ngược chiều im đồng hồ
        xb=(xa-xtam)*cos(goc_quay)-(ya-ytam)*sin(goc_quay)+xtam;
        yb=(ya-ytam)*cos(goc_quay)+(xa-xtam)* sin(goc_quay)+ytam;
}
```

Hoán vị không dùng biến tạm: `void doi(int &a,int &b){b=(b+a)/2;a=2*b-a;b=2*b-a;}`