Calcule as integrais definidas:

1. $\int_1^2 (3x^2 - 1)dx$

Resp. 6

2. $\int_0^1 (e^x + 2x)dx$

Resp. e

3. $\int_0^\pi (\sec^2 x - 2cosx)dx$

Resp. 0

4. $\int_1^2 \frac{(3x^2 - 1)}{3} dx$

Resp. 2

5. $\int_1^4 \frac{(x^2 - 2x + 1)}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 (x^2 - 2x + 1)x^{-\frac{1}{2}} dx = \int_1^4 (x^{\frac{3}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})\, dx$

Resp. $\frac{76}{15}$

6. $\int_1^9 \frac{\left(2x^2 - 2x + +2\sqrt{x}\right)}{2x} dx$

Resolução:

$$\int_1^9 \frac{\left(2x^2 - 2x + +2\sqrt{x}\right)}{2x} dx = \int_1^9 \frac{\left(x^2 - x + +\sqrt{x}\right)}{x} dx = \int_1^9 \left(x - 1 + x^{-\frac{1}{2}}\right) dx$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} - x + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right)\Big|_1^9 = \left(\frac{x^2}{2} - x + 2\sqrt{x}\right)\Big|_1^9 = \frac{81}{2} - 9 + 6 - \left(\frac{1}{2} - 1 + 2\right) = 36$$

7. $\int_{-1}^{1} \frac{(2x^6 + x^4 + 5x^2)}{-x} dx$

Resp. 0

ALGUMAS APLICAÇÕES DE INTEGRAIS:

1. PRODUÇÃO DE PETRÓLEO: Certo poço de petróleo, que produz 400 barris de petróleo bruto por mês, deverá secar em dois anos. O preço atual do petróleo bruto é 98 dólares o barril e deve aumentar a uma taxa constante de 4 centavos por barril por mês. Se o petróleo é vendido no momento em que é extraído, qual será a receita total com o petróleo extraído do poço?

   Resolução: Mudanças na taxa total = (barris por mês) (preço de venda)

$\frac{dR}{dt} = 400(98 + 0{,}04t), \quad \textit{sendo t em meses.}$

$Receita = \int_0^{24} 400(98 + 0{,}04t)dt \approx R\$\, 945{,}408$

2. CRESCIMENTO POPULACIONAL: Estima-se que, daqui a t meses, a população de certa cidade estará aumentando à taxa de $4 + 5t^{\frac{2}{3}}$ habitantes por mês. Se a população atual é 10.000 habitantes, qual será a população daqui a oito meses?

   Resolução: Seja $P(t)$ a população da cidade daqui a t meses.
   Dai: $\frac{dP}{dt} = 4 + 5t^{\frac{2}{3}}$

$Então$: $P(t) = \int \left(4 + 5t^{\frac{2}{3}}\right) dt = 4t + 3t^{\frac{5}{3}} + C$

Como a população é 10,000 quando t = 0, ou seja: $P(0) = 10000$, então temos:

C = 10000 $\Rightarrow$ $P(t) = 4t + 3t^{\frac{5}{3}} + 10000$

$$Logo: \ \ P(8) = 10128 \ pessoas.$$

3. ESPÉCIES AMEAÇADAS DE EXTINÇÃO: Um conservacionista observa que a população $P(t)$ de certa espécie ameaçada de extinção está aumentando a uma taxa dada por $P'(t) = 0{,}51e^{-0{,}03t}$, em que t é o número de anos após a data em que foram iniciados os registros.
   Se a população é P = 500 em t = 0 (momento em que foram iniciados os registros), qual será a população 10 anos depois?

Resolução: Seja P(t) a população de espécies ameaçadas. Desde que a espécie está crescendo a uma taxa $P'(t) = 0{,}51e^{-0{,}03t}$ por ano, $P(t)$ é a antiderivada de $P'(t)$

$$Então: \ P(t) = \int 0{,}51e^{-0{,}03t}dt \ = \frac{0{,}51}{-0{,}03}e^{-0{,}03t} = -17e^{-0{,}03t} + C$$

Como: $P(0) = 500 \ \Rightarrow \ c = 517 \ \Rightarrow \ \ P(t) = -17e^{-0{,}03t} + 517$

$Logo: P(10) \approx 504.$ Assim serão 504 indivíduos após 10 anos a partir de agora.

4. SISTEMA PENITENCIÁRIO: Estatísticas levantadas pelas autoridades indicam que, daqui a x anos, o número de detentos de certo município estará aumentando à razão de $280e^{0{,}2x}$ por ano. No momento, os presídios do município abrigam 2.000 detentos. Quantos detentos o município deve esperar daqui a 10 anos?

Resolução: Seja $I(x)$ o número de detentos após x anos.

$$I(x) = \int 280e^{0{,}2x}dx = \frac{280}{0{,}2}e^{0{,}2x} + c = 1400e^{0{,}2x} + C$$

Como: $I(0) = 2000 \ \Rightarrow \ \ C = 600 \ \ \Rightarrow \ \ I(x) = 1400e^{0{,}2x} + 600$

Logo: $I(10) \approx 10945$ detentos em 10 anos.

Use a integração por substituição para resolver as integrais:

1. $\int \frac{(lnx)^3}{2x} dx$

Resp. $\frac{1}{8}\ln^4 |x| + C$

2. $\int 6x^4(2x^5 + 5)^5 dx$

Resp. $\frac{1}{10}(2x^5 + 5)^6 + C$

3. $\int \frac{(2x + 1)}{2} e^{x^2+x} dx$

Resp. $\frac{1}{2} e^{x^2+x} + C$

4. $\int 2x^2 \cos (2x^3 + 5) dx$

Resp. $\frac{1}{3} sen(2x^3 + 5) + C$

5. $\int \frac{x}{3} sen(2x^2 + 1) dx$

Resp. $-\frac{1}{12} \cos (2x^2 + 1) + C$

6. $\int \frac{\sec^2 \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx$

Resp. $tg\left(\sqrt{x}\right) + C$

7. $\int \frac{tg\left(\sqrt{x} + 5\right)}{-4\sqrt{x}} dx$

Resp. $-\frac{1}{2}\ln\left|sec\left(\sqrt{x} + 5\right)\right| + C$

Use a integração por partes para resolver as integrais:

1. $\int xcosx\, dx$

Resp. $xsenx + cosx + C$

2. $\int xsenx\, dx$

Resp. $-xcosx + senx + C$

3. $\int xe^x\, dx$

Resp. $xe^x - e^x + C$

4. $\int xlnx\, dx$

Dica: $u = lnx$ e $dv = x$

Resp. $\frac{1}{2}x^2lnx - \frac{1}{4}x^2 + C$

5. $\int x^2lnx\, dx$

Dica: $u = lnx$ e $dv = x^2$

Resp. $\frac{1}{3}x^3lnx - \frac{1}{9}x^3 + C$

6. $\int \frac{lnx}{x^2}\, dx$

Dica: $u = lnx$ e $dv = x^{-2}$

Resp. $-\frac{1}{x}lnx - \frac{1}{x} + C$