PUC-SP

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Faculdade de Estudos Interdisciplinares

Curso: Ciência de Dados e Inteligência Artificial

Disciplina: Consultoria Especializada de Apoio ao Projeto Integrado: Matemática

1º TRABALHO (12/05/2021)

NOME: ____ **RA:** ____________________

1. (1 ponto) Em um certo país, o imposto de renda é igual a 15% da renda para ganhos até R$ 1500,00. Para rendas acima de R$ 1500,00, o imposto é igual a R$ 225,00 (15% de R$ 1500,00) mais 8% da parte da renda que excede R$ 1500,00.

   a) Qual o imposto para uma renda de R$ 1300,00?
   b) Qual o imposto para uma renda de R$ 2200,00?

   Resolução
   a) $1300\,.\,0{,}15 = 195$

   b) $225 + (2200 - 1500)\,.\,0{,}08 = 281$

2. (1,5 ponto) Em uma certa cidade, a tarifa mensal de água é cobrada da seguinte forma: para um consumo de até 12 m^3 mensais, a tarifa é um valor fixo de R$10,00. A parte consumida no mês acima de 12 m^3 até 22 m^3 paga uma tarifa de R$ 3,00 por m^3, e o que exceder 22 m^3 paga R$ 2,50 por m^3.

   a) Calcule a tarifa de quem consome 9 m^3 por mês.
   b) Calcule a tarifa de quem consome 18 m^3 por mês.
   c) Calcule a tarifa de quem consome 32 m^3 por mês.

   Resolução
   a) 10

   b) $10 + (18 - 12).3 = 28$

   c) $10 + (22 - 12).3 + (32 - 22).2{,}5 = 65$

3. (1 ponto) Considere a seguinte função:

$$f(x) = \sqrt{12x+6} + \frac{3}{x}$$

a) Determine o domínio da função
b) Calcule $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

Resolução

a) $D_f = \{\, x \,/\, x \geq -\frac{1}{2} \;\; e \;\; x \neq 0\}$

b) $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -6$

4. (1,5 ponto) Uma cidade tem hoje 20.000 habitantes e esse número cresce a uma taxa de 2% ao ano. Então:

a) Calcule o número de habitantes daqui a 10 anos
b) Se daqui a 10 anos o número de habitantes fosse igual a 30.000, qual seria a taxa de crescimento anual?

Resolução

a) y = 20.000 $(1+0{,}02)^{10} \;\approx$ 24.379

b) 30.000 = 20.000 $(1+k)^{10} \;\Rightarrow\; k \approx 4{,}14\%$ (extrair a raiz décima dos dois lados)

5. (1 ponto) Calcule o limite:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-3x+10}{4x^2+5x-3}$$

Resolução

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-3x+10}{4x^2+5x-3} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2\left(2-\frac{3x}{x^2}+\frac{10}{x^2}\right)}{x^2\left(4+\frac{5x}{x^2}-\frac{3}{x^2}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(2-\frac{3}{x}+\frac{10}{x^2}\right)}{\left(4+\frac{5}{x}-\frac{3}{x^2}\right)} = \frac{1}{2}$$

6. (1 ponto) Calcule o limite:

Resolução

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^3-2x^2+10x}{4x^2+5x} = \lim_{x\to 0} \frac{x(x^2-2x+10)}{x(4x+5)} = \lim_{x\to 0} \frac{(x^2-2x+10)}{(4x+5)} = \frac{10}{5} = 2$$

7. (1,5 ponto) Um capital de R$ 3.000,00 foi aplicado a juros compostos capitalizados continuamente a uma taxa proporcional a 5% ao ano, produzindo um montante de R$ 6.000,00. Qual o prazo da aplicação?

Resolução

$3000e^{0,05n} = 6000 \Rightarrow e^{0,05n} = \frac{6000}{3000} = 2$ (aplicar log natural dos dois lados)

$\ln(e^{0,05n}) = ln2 \Rightarrow 0,05n = ln2 \Rightarrow n = \dfrac{ln2}{0,05} \approx 13,86$

8. (1,5 ponto) A concentração de um medicamento no sangue de um paciente t horas após uma injeção é $C(t)$ miligramas por mililitro, em que:

$$C(t) = \frac{0,45}{t^{1,2} + 1} + 0,012$$

a) Qual é a concentração do medicamento imediatamente após a injeção (ou seja, para $t = 0$)?

b) Qual é a variação da concentração do medicamento durante a 5ª hora? A concentração aumenta ou diminui durante esse período?

c) Qual é a concentração residual do medicamento, ou seja, a concentração "a longo prazo" (quando $t \to \infty$)?

Resolução

a) $C(0) = \frac{0,45}{0^{1,2}+1} + 0,012 = 0,462$

b) $\mathrm{C}(5) - \mathrm{C}(4) = \frac{0,45}{5^{1,2}+1} + 0,012 - \left(\frac{0,45}{4^{1,2}+1} + 0,012\right) \approx -0,015$

Como é negativo, então a concentração está diminuindo.

c) $\lim\limits_{t\to\infty}\left(\frac{0,45}{t^{1,2}+1} + 0,012\right) = 0,012$ (concentração a longo prazo)