



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Faculdade de Estudos Interdisciplinares

Curso: Ciência de Dados e Inteligência Artificial

Consultoria Especializada de Apoio ao Projeto Integrado: Estatística e Probabilidade

1º TRABALHO – 29/09/2021

NOME: _____ RA: _____

1. (2 pontos) O número de divórcios na cidade, de acordo com a duração do casamento, está representado na tabela abaixo.

- a) Qual a duração média dos casamentos?
- b) Encontre a variância da duração dos casamentos.
- c) Encontre o desvio padrão da duração dos casamentos
- d) Construa o histograma da distribuição.

Anos de casamento	Nº de divórcios
0 ┊ 6	2.800
6 ┊ 12	1.400
12 ┊ 18	600
18 ┊ 24	150
24 ┊ 30	50

Resolução:

X : tempo de casamento.

X	n_i	f_i	F_i
[0;6)	2800	0,56	0,56
[6;12)	1400	0,28	0,84
[12;18)	600	0,12	0,96
[18;24)	150	0,03	0,99
[24;30)	50	0,01	1,00
Total	5000	1,00	

Resolução:

a)

$$\bar{x} = 3 \times 0,56 + 9 \times 0,28 + 15 \times 0,12 + 21 \times 0,03 + 27 \times 0,01 = 6,90$$

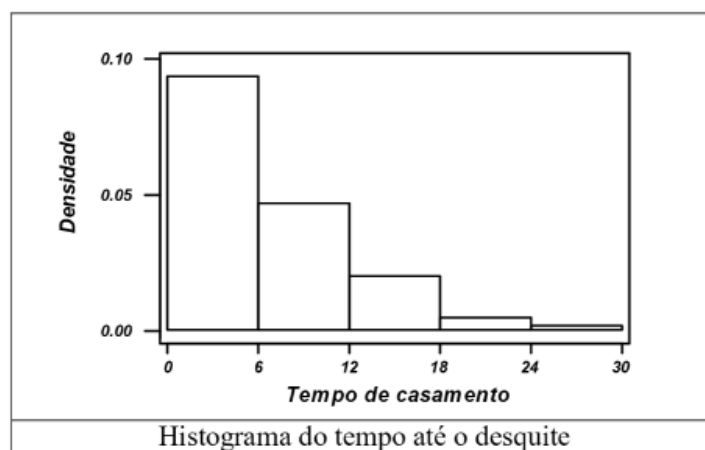
b)

$$\text{var}(X) = (-3,9)^2 \times 0,56 + (2,1)^2 \times 0,28 + (8,1)^2 \times 0,12 + (14,1)^2 \times 0,03 + (20,1)^2 \times 0,01 = 27,63$$

c)

$$dp(X) = 5,26 \text{ anos}$$

d)



2. (2 pontos) Um florista faz estoque de uma flor de curta duração que lhe custa R\$ 0,50 e que ele vende a R\$1,50 no primeiro dia em que a flor está na loja. Toda flor que não é vendida nesse primeiro dia não serve mais e é jogada fora. Seja X a variável aleatória que denota o número de flores que os fregueses compram em um dia casualmente escolhido. O florista descobriu que a função de probabilidade de X é dada pela tabela abaixo:

x	0	1	2	3
$p(x)$	0,1	0,4	0,3	0,2

Quantas flores deveria o florista ter em estoque a fim de maximizar a média (valor esperado) do seu lucro?

Resolução:

O florista pode ter em seu estoque 1, 2 ou 3 flores. Seja L o lucro obtido. Para cada hipótese da quantidade de flores no estoque, tem-se:

- Uma flor:

L	-0,50	1,00
P(L=ℓ)	0,1	0,9

$$E(L) = (-0,50) \times (0,1) + (1,00) \times (0,9) = 0,85$$

- Duas flores:

L	-1,00	0,50	2,00
p(L=ℓ)	0,1	0,4	0,5

$$E(L) = (-1,00) \times (0,1) + (0,50) \times (0,4) + (2,00) \times (0,5) = 1,10$$

- Três flores:

L	-1,50	0,00	1,50	3,00
p(L=ℓ)	0,1	0,4	0,3	0,2

$$E(L) = (-1,50) \times (0,1) + (0,00) \times (0,4) + (1,50) \times (0,3) + (3,00) \times (0,2) = 0,90$$

Portanto, o estoque que maximiza o lucro médio é de 2 flores.

3. (2 pontos) Num certo tipo de fabricação de fita magnética, ocorrem cortes a uma taxa de um por 2.000 pés ($\approx 610m$). Qual a probabilidade de que um rolo com 2.000 pés de fita magnética tenha:

- nenhum corte?
- no máximo dois cortes?
- pelo menos dois cortes?

PS. Todos os itens devem ser feitos à mão e os cálculos mostrados.

Resolução: Poisson com $\lambda = 1$

-

$$P(X = 0) = \frac{e^{-1} \times 1^0}{0!} = 0,3679$$

-

$$P(X \leq 2) = \sum_{k=0}^2 \frac{e^{-1} \times 1^k}{k!} = 0,9197$$

-

$$P(X \geq 2) = 1 - \sum_{k=0}^1 \frac{e^{-1} \times 1^k}{k!} = 1 - (0,3679 + 0,3679) = 0,2642$$

4. (2 pontos) O número de petroleiros que chegam a uma refinaria em cada dia ocorre segundo uma distribuição de Poisson, com $\lambda = 2$. As atuais instalações podem atender, no máximo, a três petroleiros por dia. Se mais de três aportarem num dia, o excesso é enviado a outro porto.

a) Em um dia, qual a probabilidade de se enviar petroleiros para outro porto?

b) Qual o número médio de petroleiros que chegam por dia?

PS. Todas as contas devem ser feitas à mão e os cálculos mostrados

Resolução: Poisson com $\lambda = 2$

a)

$$P(X > 3) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)] = 1 - 0,8571 = 0,1428$$

b)

Numa distribuição de Poisson, a média é dada pelo parâmetro $\lambda = 2$.

5 (2 pontos). Um curso de treinamento aumenta a produtividade de uma certa população de funcionários em 80% dos casos. Se dez funcionários quaisquer participam desse curso, encontre a probabilidade de:

a) exatamente sete funcionários aumentarem a produtividade;

b) não mais do que oito funcionários aumentarem a produtividade; e

c) pelo menos três funcionários não aumentarem a produtividade.

PS. Os itens b e c podem ser feitos no Python (mostrar o comando utilizado)

Resolução:

Seja X o número de funcionários que aumentam sua produtividade com o curso de treinamento. Tem-se que $X \sim b(10; 0,80)$

a)

$$P(X = 7) = \binom{10}{7} \times (0,80)^7 \times (0,20)^3 = 0,2013$$

b)

$$P(X \leq 8) = \sum_{k=0}^8 P(X = k) = 0,6242$$

c)

$$P(X \leq 7) = \sum_{k=0}^7 P(X = k) = P(X \leq 8) - P(X = 8) = 0,6242 - 0,3020 = 0,3222$$