data
fecha

Aluno: Lucas Lopes Amorim RA.: 00303794

(1) $f(t) = \sqrt{40t^2 + 4t + 916}$, $f'(t) = ?$ $t = 5$

$$f'(t) = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{40t^2 + 4t + 916}\right)$$

Regra da Cadeia!

$$\frac{d}{d(t)}(f(q)) = \frac{d}{dq}(f(q)) \cdot \frac{d}{dt}(q),\ q = 40t^2 + 4t + 916$$

$$f'(t) = \frac{d}{dq}\left(\sqrt{q}\right) \cdot \frac{d}{dt}\left(40t^2 + 4t + 916\right)$$

$\rightarrow q^{\frac{1}{2}}$

$$f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{q}} \cdot (80t + 4)$$

$$f'(t) = \frac{80t + 4}{2\sqrt{40t^2 + 4t + 916}} \rightarrow \frac{4 \cdot (20t) + 1}{2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{10t^2 + t + 229}}$$

$$f'(t) = \frac{20t + 1}{\sqrt{10t^2 + t + 229}}$$

$$f'(5) = \frac{20 \cdot 5 + 1}{\sqrt{10 \cdot 25 + 5 + 229}} \rightarrow \frac{101}{\sqrt{484}} \rightarrow \boxed{\frac{101}{22}}$$

data

D S T Q Q S S

$t = 2$

2) $N(t) = \sqrt{4t^2 + 12t + 24}$; $N'(t) = ?$

$$N'(t) = \frac{d}{dt}\sqrt{4t^2 + 12t + 24}$$

Regra da cadeia!

$$\frac{d}{d(t)}(f(q)) = \frac{d}{dq}(f(q)) \cdot \frac{d}{dt}(q), \quad q = 4t^2 + 12t + 24$$

$$N'(t) = \frac{d}{dq}(\sqrt{q}) \cdot \frac{d}{dt}(4t^2 + 12t + 24)$$

$$N'(t) = \frac{1}{2\sqrt{q}} \cdot (8t + 12)$$

$$N'(t) = \frac{\cancel{4} \cdot (2t+3)}{\cancel{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{t^2 + 3t + 6}}$$

$$N'(t) = \frac{2t+3}{\sqrt{t^2 + 3t + 6}}$$

$$N(2) = \frac{2 \cdot 2 + 3}{\sqrt{4 + 6 + 6}} = \frac{7}{\sqrt{16}} = \boxed{\frac{7}{4}} = 1{,}75$$

R.: A uma taxa de 1,75 mil unidades ao mês. A produção estará aumentando.

③ $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 1$ em $[-1, 1]$

$f'(x) = \frac{\cancel{4}x^3}{\cancel{4}} - \frac{\cancel{6}^{2}x^2}{\cancel{3}} + \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}$

$f'(x) = x^3 - 2x^2 + x$ //

$f'(x) = 0 \Rightarrow x^3 - 2x^2 + x = 0$

$x.(x^2 - 2x + 1) = 0$

$x.(x-1)^2 = 0$ * Pelo menos um dos dois fatores tem que ser igual a 0.

$x = 0$ //

$(x-1)^2 = 0$ → tirando a raiz

$x - 1 = 0$

$x = 1$ //

Pontos críticos

* nesse caso, eles pertencem ao intervalo $[-1, 1]$

$f(1) = \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 1$

$f(1) = \frac{3 - 8 + 6 + 12}{12} = \frac{13}{12}$ // → é maior que 1.

- Os valores de f nesses pontos críticos são: $f(0) = 1$ e $f(1) = \frac{13}{12}$
- Os valores de f nas extremidades do intervalo são: $f(-1) = \frac{29}{12}$

$f(1) = \frac{13}{12}$

$f(-1) = \frac{1}{4} - \left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{1}{2} + 1$

$f(-1) = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow \frac{3 + 8 + 6 + 12}{12} = \frac{29}{12}$ //

Comparando os valores de f nos pontos críticos e nas extremidades do intervalo, pelo método do intervalo fechado concluímos que o valor máximo absoluto nesse intervalo é $f(-1) = \frac{29}{12}$ e o mínimo absoluto é $f(0) = 1$

data
fecha

D S T Q Q S S
D L M M J V S

(4) $C(x) = x^3 - 24x^2 + 192x + 338$, qual o ponto máximo entre $[1,8]$?

$C'(x) = \frac{d}{dx}\ 3x^2 - 48x + 192$

Para encontrar os números críticos:

$C'(x) = 0$

$3x^2 - 48x + 192 = 0$

$\Delta = 48^2 - (12.192)$

$\Delta = 2304 - 2304$

$\Delta = 0$

$R: \frac{+48}{6}$

$x = +8$

Encontrando C nas extremidades:

$C(1) = 1 - 24.1 + 192.1 + 338$

$C(1) = 507$

Substituindo o número crítico na equação:

$C(8) = 512 - 1536 + 1536 + 338$

$C(8) = 850$

Logo o nível de produção que maximiza o custo em $[1,8]$ é o valor máximo absoluto nesse intervalo, que é $C(8) = 850$

⑤ $$\int_1^4 \frac{2x^3 - x^2\sqrt{x} + 4}{3x^2}\,dx$$

Para calcular o integral definido, vamos primeiro calcular o integral indefinido:

$$\int \frac{2x^3 - x^2\sqrt{x} + 4}{3x^2}\,dx \Rightarrow \frac{1}{3}\cdot\int \frac{2x^3 - x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} + 4}{x^2}\,dx \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3}\cdot\int \frac{2x^3 - x^{\frac{5}{2}} + 4}{x^2}\,dx \Rightarrow \frac{1}{3}\cdot\int \frac{2x^3}{x^2} - \frac{x^{\frac{5}{2}}}{x^2} + \frac{4}{x^2}\,dx \Rightarrow$$

$$\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{x^3}}{3} \qquad 4\cdot\int x^{-2} \Rightarrow \frac{4\cdot x^{-1}}{-1}$$

$$\frac{1}{3}\cdot\int 2x - x^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{x^2}\,dx \Rightarrow \frac{1}{3}\cdot\left(\int 2x\,dx - \int x^{\frac{1}{2}}dx + \int \frac{4}{x^2}\,dx\right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3}\cdot\left(x^2 - \frac{2x\sqrt{x}}{3} - \frac{4}{x}\right) \Rightarrow \frac{x^2}{3} - \frac{2x\sqrt{x}}{9} - \frac{4}{3x}$$

Agora sim, calculando o integral definido:

$$\left(\frac{x^2}{3} - \frac{2x\sqrt{x}}{9} - \frac{4}{3x}\right)\Bigg|_1^4$$, usando a fórmula $F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

$$\frac{1}{3}\cdot 4^2 - \frac{2\cdot 4\sqrt{4}}{9} - \frac{4}{3\cdot 4} - \left(\frac{1}{3}\cdot 1^2 - \frac{2\cdot 1\sqrt{1}}{9} - \frac{4}{3\cdot 1}\right) =$$

$$\frac{16}{3} - \frac{16}{9} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{3}$$

$$\frac{48 - 16 - 3 - 3 + 2 + 12}{9} = \boxed{\frac{40}{9}}$$

//

data • •

D S T Q Q S S
D L M M J V S

(6) $f(x)$ e $g(x)$ contínuas no intervalo $-2 \leq x \leq 5$

$$\int_{-2}^{5} f(x)\,dx = 3 \qquad \int_{-2}^{5} g(x)\,dx = -4 \qquad \int_{3}^{5} f(x)\,dx = 7$$

Para a letra b:

$F(x)\Big\|_{-2}^{5} = F(5) - F(-2)$	$G(x)\Big\|_{-2}^{5} = G(5) - G(-2)$	$F(x)\Big\|_{3}^{5} = F(5) - F(3)$
$\Downarrow$ $3 = F(5) - F(-2)$	$-4 = G(5) - G(-2)$	$7 = F(5) - F(3)$
$F(-2) = F(5) - 3$ //		$F(3) = F(5) - 7$ //

a) $\int_{-2}^{5} [2f(x) - 3g(x)]\,dx \Rightarrow 2.\int_{-2}^{5} f(x)\,dx - 3\int_{-2}^{5} g(x)\,d(x) \Rightarrow$

$2.3 - (3.-4) = 6 + 12 = \boxed{18}$ //

b) $\int_{-2}^{3} f(x)\,dx \Rightarrow F(x)\Big|_{-2}^{3} = F(3) - F(-2)$

$= F(5) - 7 - (F(5) - 3)$

$= \cancel{F(5)} - 7 - \cancel{F(5)} + 3$

$\boxed{= -4}$ //

data
fecha
D S T Q Q S S
D L M M J V S

7) $\int (4x+6)\sqrt{x^2+3x+1}\,dx$

Considerando:
$u = x^2+3x+1$
$du = 2x+3\,dx$

$\int \underbrace{\sqrt{x^2+3x+1}}_{u}\;\underbrace{4x+6\,dx}_{2du}$ ⊲ Substituição

$\int 2\sqrt{u}\,du \Rightarrow 2 \int \sqrt{u}\,du \Rightarrow 2 . \int \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\,du \Rightarrow$

de volta

$2 . \frac{2u\sqrt{u}}{3} \Rightarrow \frac{4.(x^2+3x+1).\sqrt{x^2+3x+1}}{3}$

Resposta: $\boxed{\frac{4(x^2+3x+1)^{\frac{3}{2}}}{3} + C,\ C \in R}$ //

8) $V(t) = 2t^2 - 12t + 10,\ 1 \leq t \leq 5$

O deslocamento é a integral da velocidade, logo:

Deslocamento $= \int_1^5 2t^2 - 12t + 10 \Rightarrow \int 2t^2 dt - \int 12t\,dt + \int 10\,dt$

$\Rightarrow \left(\frac{2t^3}{3} - 6t^2 + 10t\right)\Big|_1^5 \Rightarrow \frac{2.125}{3} - 150 + 50 - \left(\frac{2}{3} - 6 + 10\right) \Rightarrow$

$\frac{250}{3} - 150 + 50 - \frac{2}{3} + 6 - 10 \Rightarrow \frac{250 - 450 + 150 - 2 + 18 - 30}{3}$

$\boxed{\text{Deslocamento} = -\frac{64}{3} \cong -21,3\,m}$ //