Exercícios

Baseado no livro: Estatística para ADM e economia – McClave et. all – 10ª Ed.

Editora Pearson - 2009

Ex1 . A média de uma amostra aleatória de $n = 25$ é $\bar{x} = 50$. Estabeleça um intervalo de confiança de 95% para μ se $\sigma = 10$, sabendo que a população é normalmente distribuida.

Ex. 1 . A média de uma amostra aleatória de n = 25 é $\bar{x}$ = 50. Estabeleça um intervalo de confiança de 95% para μ se σ = 10.

Resolução:

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$50 - 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 50 + 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{25}}$$

$$46{,}08 \leq \mu \leq 53{,}92$$

Ex. 2: Você trabalha no Controle de Qualidade da empresa Gallo. O σ para garrafas de 2 litros é **0,05** litros. Uma amostra aleatória de tamanho **100** mostrou que $\bar{x}$ = **1,99** litros. Qual é o intervalo de confiança de **90%** da verdadeira quantidade **média** nas garrafas de 2 litros?

Ex. 2: Você trabalha no Controle de Qualidade da Gallo. A σ para garrafas de 2 litros é **0,05** litros. Uma amostra aleatória de tamanho **100** mostrou que $\bar{x}$ = **1,99** litros. Qual é o intervalo de confiança de **90%** da verdadeira quantidade **média** nas garrafas de 2 litros?

Resolução: $1 - 0{,}9 = \frac{0.1}{2} = 0{,}05$

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$1{,}99 - 1{,}645 \cdot \frac{0{,}05}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 1{,}99 + 1{,}645 \cdot \frac{0{,}05}{\sqrt{100}}$$

$$1{,}982 \leq \ \mu \ \leq 1{,}998$$

Ex. 3: Uma amostra aleatória de $n = 25$ tem $\bar{x} = 50$ e $s = 8$. Estabeleça um intervalo de confiança de 95% para μ

Ex. 3: Uma amostra aleatória de n = 25 tem $\bar{x}$ = 50 e s = 8. Estabeleça um intervalo de confiança de 95% para μ

Resolução:

$$\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$50 - 2{,}064 \cdot \frac{8}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 50 + 2{,}064 \cdot \frac{8}{\sqrt{25}}$$

$$46{,}69 \leq \ \mu \ \leq 53{,}30$$

Ex. 4: Você analisa o tempo de execução de tarefas em uma fábrica e registrou os seguintes tempos (min.):

3,6 ; 4,2 ; 4,0 ; 3,5 ; 3,8 ; 3,1.

Qual o intervalo de confiança de **90%** da **média** de tempo da tarefa?

Ex. 4: Você analisa o tempo de execução de tarefas em uma fábrica e registrou os seguintes tempos (min.): **3,6, 4,2, 4,0, 3,5, 3,8, 3,1**. Qual o intervalo de confiança de **90%** da **média** de tempo da tarefa?

Resolução:

$\bar{x}$ = 3,7 n = 6 gl = n - 1 = 6 - 1 = 5

s = 0,38987 $t_{0,05}$ = 2,015

$$3.7 - 2{,}015 \cdot \frac{0{,}38987}{\sqrt{6}} \leq \mu \leq 3{,}7 + 2{,}015 \cdot \frac{0{,}38987}{\sqrt{6}}$$

$$3{,}38 \leq \ \mu \ \leq 4{,}02$$

Ex. 5: Uma amostra aleatória de 400 formandos mostrou que 32 prosseguiram seus estudos de pós-graduação. Estabeleça um intervalo de confiança de 95% para p.

Ex. 5: Uma amostra aleatória de 400 formandos mostrou que 32 prosseguiram seus estudos de pós-graduação. Estabeleça um intervalo de confiança de 95% para p.

Resolução:

$$\hat{p} - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p \leq \hat{p} + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$0{,}08 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}08 \cdot 0{,}92}{400}} \leq p \leq \quad 0{,}08 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}08 \cdot 0{,}92}{400}}$$

$$0{,}053 \leq p \leq 0{,}107$$

Ex. 6: Você é gerente de produção de um jornal e quer descobrir a porcentagem de jornais defeituosos. De **200** jornais, **35** têm defeitos. Qual é o intervalo de confiança de **90%** da **proporção** de defeitos da população?

Ex. 6: Você é gerente de produção de um jornal e quer descobrir a porcentagem de jornais defeituosos. De **200** jornais, **35** têm defeitos. Qual é o intervalo de confiança de **90%** da **proporção** de defeitos da população?

$$\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

$$0{,}175 - 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}175 \cdot (0{,}825)}{200}} \leq p \leq 0{,}175 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}175 \cdot (0{,}825)}{200}}$$

$$0{,}1308 \leq p \leq 0{,}2192$$

Ex. 7: Que tamanho deve ter uma amostra para que tenha 90% de confiança se a média é de 5? Um estudo piloto sugere que o desvio-padrão é de 45.

$$n = \frac{(Z_{\alpha})^2 \sigma^2}{(E)^2} = \frac{(1{,}645)^2 (45)^2}{(5)^2} = 219{,}2 \cong 220$$

Ex. 8: Você trabalha no Recursos Humanos da Merrill Lynch. Você quer examinar os funcionários para descobrir a estimativa de seus gastos com medicamentos e ter **95%** de confiança de que a **média** da amostra está entre **± R$ 50**. Um estudo piloto mostrou que σ era cerca de R**$ 400**. Que **tamanho da amostra** você deve usar?

Ex. 8: Você trabalha no Recursos Humanos da Merrill Lynch. Você quer examinar os funcionários para descobrir a estimativa de seus gastos com medicamentos e ter **95%** de confiança de que a **média** da amostra está entre **± R$ 50**. Um estudo piloto mostrou que σ era cerca de **R$ 400**. Que **tamanho da amostra** você deve usar?

$$n = \frac{(z_\alpha)^2 \sigma^2}{(E)^2}$$

$$= \frac{(1{,}96)^2 (400)^2}{(50)^2} = 245{,}86 \cong 246$$

Ex. 9: Uma caixa normal de cereal contém **368** gramas do produto? Uma amostra aleatória de **25** caixas mostrou que $\bar{x}$ **= 372,5**. A empresa especificou σ como **15** gramas. Teste em um nível de confiança de **0,05**.

Ex. 9: Uma caixa normal de cereal contém **368** gramas do produto? Uma amostra aleatória de **25** caixas mostrou que $\bar{x}$ **= 372,5**. A empresa especificou σ como **15** gramas. Teste em um nível de confiança de **0,05**.

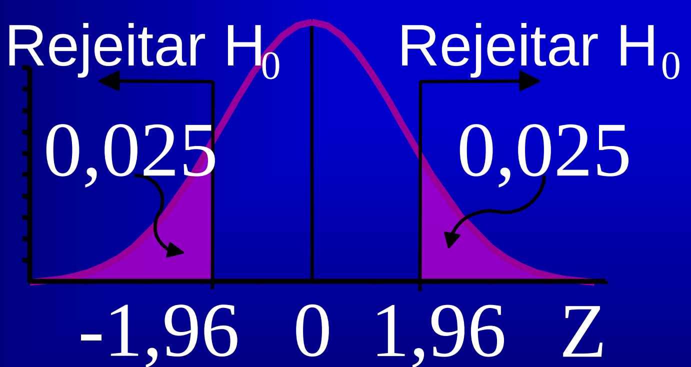
H_0: μ **= 368**

H_a: $\mu \neq$ **368**

$\alpha =$ **0,05**

$n =$ **25**

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{372{,}5 - 368}{\frac{15}{\sqrt{25}}} = +1{,}50$$

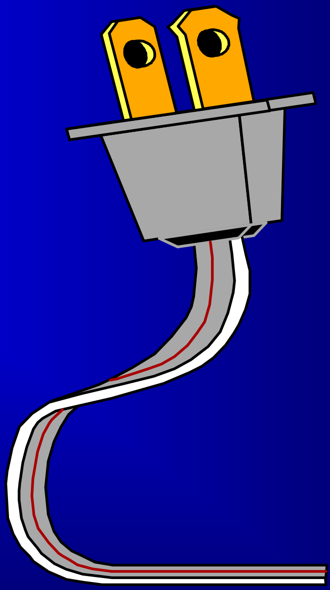
Decisão

Não rejeitar em α = 0,05

Conclusão

Não há evidências de que a estimativa não seja 368.

Ex. 10: Você trabalha no setor de Controle de Qualidade e quer descobrir se uma nova máquina está fazendo cabos elétricos de acordo com a especificação do consumidor: resistência à ruptura **estimada** de **70** lb. com σ **= 3,5** lb. Você escolhe uma amostra de **36** cabos e calcula uma média da amostra de **69,7** lb. Em um nível de significância de **0,05**, há evidência de que a máquina **não** satisfaz o valor de resistência à ruptura?



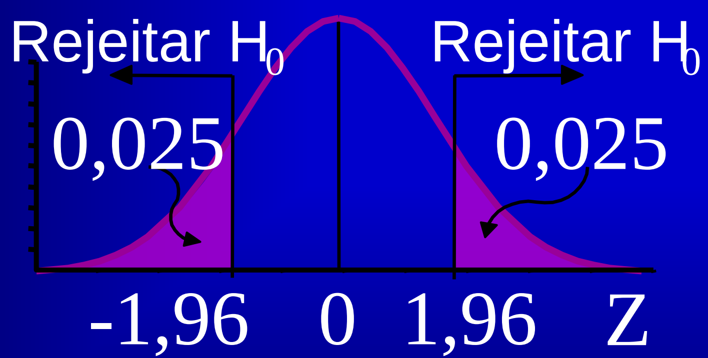
H_0: $\mu = 70$

H_a: $\mu \neq 70$

$\alpha =$ 0,05

$n =$ 36

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{69.7 - 70}{\frac{3.5}{\sqrt{36}}} = -.51$$

Decisão

Não rejeitar em α = 0,05

Conclusão

Nenhuma evidência de que a estimativa não seja 70.

Ex. 11: Uma caixa normal de cereal contém **368** gramas do produto? Uma amostra aleatória de **25** caixas mostrou que $\boldsymbol{x}$ **= 372,5**. A empresa especificou σ como **15** gramas. Teste em um nível de confiança de **0,05**.

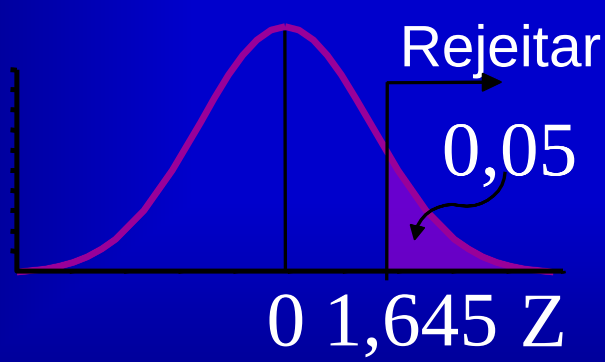
H_0: $\mu = 368$

H_a: $\mu > 368$

$\alpha =$ 0,05

$n =$ 25

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{372{,}5 - 368}{\frac{15}{\sqrt{25}}} = +1{,}50$$

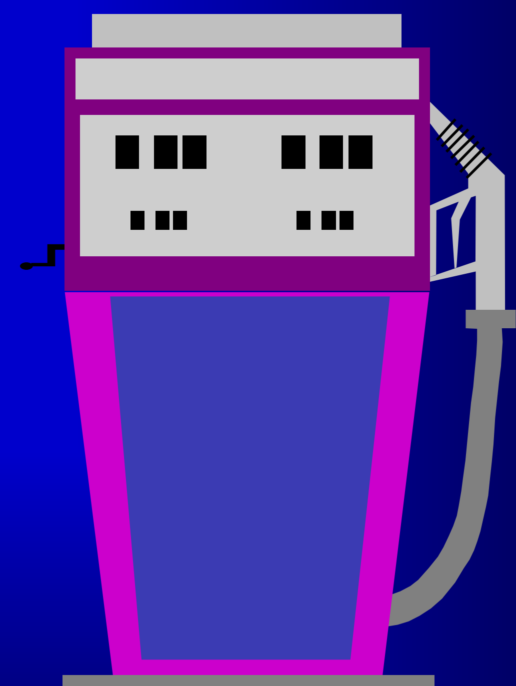
Decisão

Conclusão

Não rejeitar em α = 0,05

Não há evidência de que a estimativa seja maior que 368.

Ex. 12: Você é analista da Ford e quer descobrir se a média de milhas percorridas por um certo modelo é de 32 mpg. Modelos semelhantes têm um desvio-padrão de **3,8** mpg. Você escolhe uma amostra de **60** e calcula uma média da amostra de **30,7** mpg. Em um nível de confiança de **0,01**, há evidência de que as milhas por galão seja de **pelo menos 32**?



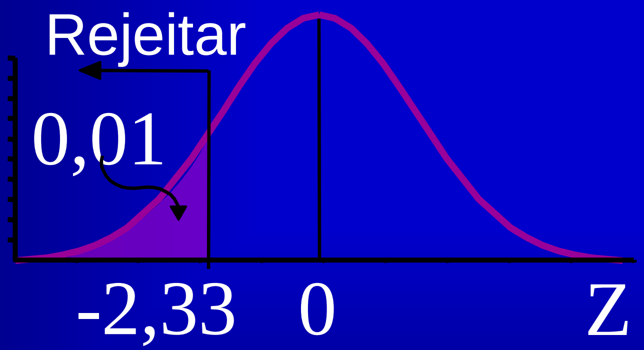
H_0: $\mu = 32$

H_a: $\mu < 32$

$\alpha = 0{,}01$

$n = 60$

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{30{,}7 - 32}{\frac{3{,}8}{\sqrt{60}}} = -2{,}65$$

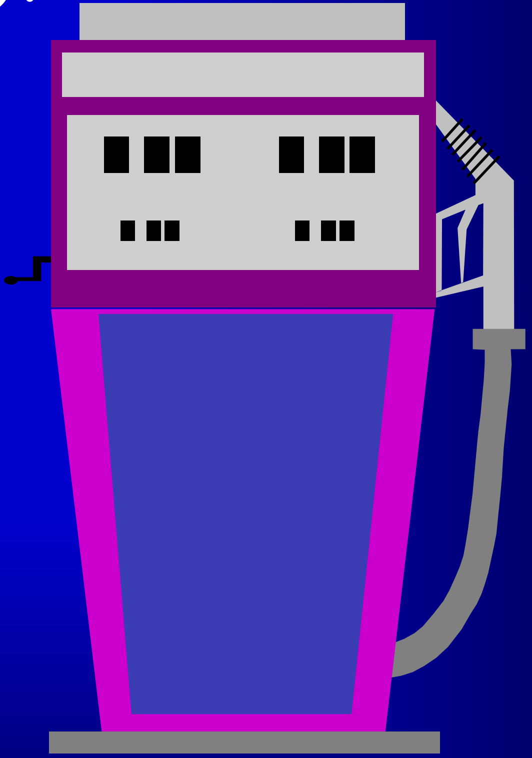
Decisão

Rejeitar em $\alpha = 0{,}01$

Conclusão

Há evidência de que a estimativa seja menor que 32.

Ex. 13: Você é analista da Ford e quer descobrir se a média de milhas percorridas por um modelo é de 32 mpg. Modelos semelhantes têm um desvio-padrão de **3,8** mpg. Você escolhe uma amostra de **60** e calcula uma média da amostra de **30,7** mpg. Qual é o valor do nível observado de significância (**valor *p***)?

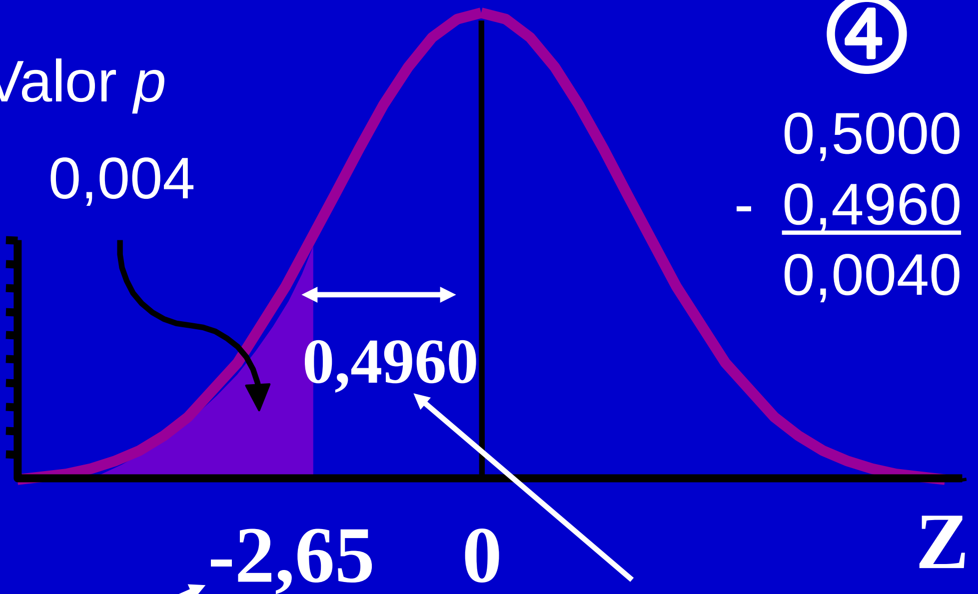


Valor p é $P(Z < -2{,}65) = 0{,}004$. Valor $p < (\alpha = 0{,}01)$.
Rejeitar H_0.

Valor *p*

0,004

②
Use hipótese alternativa para achar a direção



④
0,5000
\- <u>0,4960</u>
0,0040

① Valor z da estatística da amostra

③ A partir da tabela z: buscar 2,65

Ex. 14: Uma caixa normal de cereal contém **368** gramas do produto? Uma amostra aleatória de **36** gerou uma média de **372,5** e um desvio-padrão de **12** gramas. Teste em um nível de confiança de **0,05**.

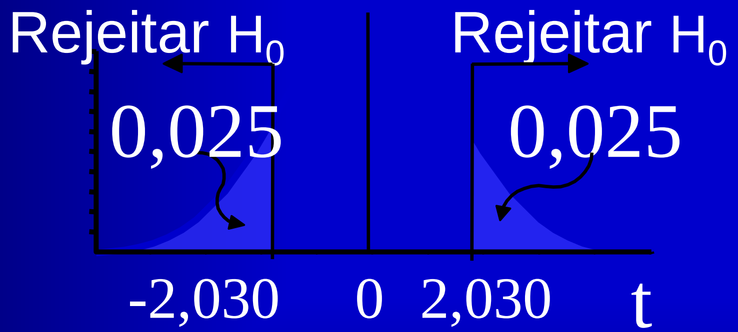
H_0: $\mu = 368$

H_a: $\mu \neq 368$

$\alpha = 0{,}05$

gl = $36 - 1 = 35$

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{372{,}5 - 368}{\frac{12}{\sqrt{36}}} = +2{,}25$$

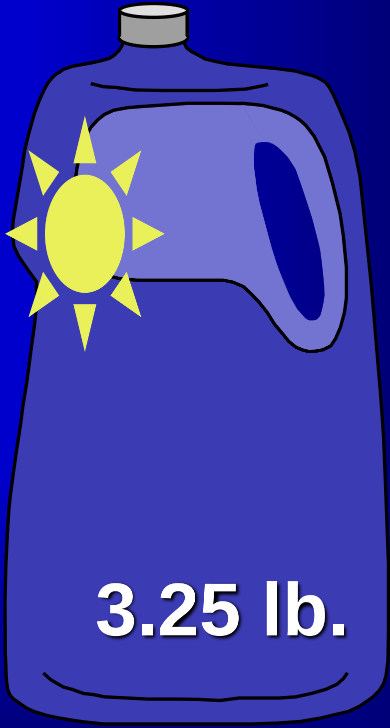
Decisão

Rejeitar em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Há evidência de que a estimativa da população não é de 368.

Ex. 15: Você trabalha para a FTC e um fabricante de detergentes afirma que o peso médio do detergente é **3,25** lb. Você tira uma amostra aleatória de **64** vidros. Depois, calcula a estimativa da amostra como sendo **3,238** lb. com desvio-padrão de **0,117** lb. em um nível de confiança de **0,01**, pode-se dizer que o fabricante está correto?



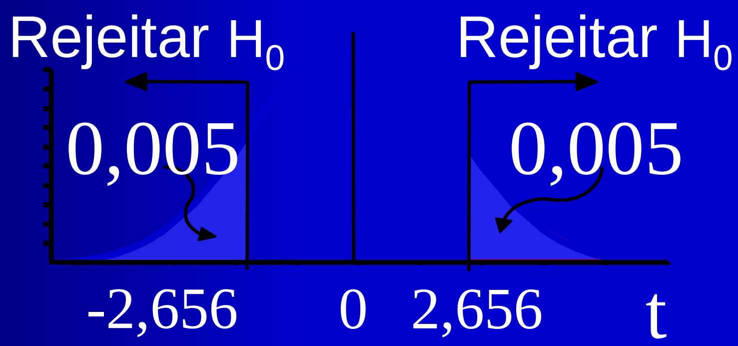
H_0: $\mu = 3.25$

H_a: $\mu \neq 3.25$

$\alpha = 0{,}01$

$gl = 64 - 1 = 63$

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{3{,}238 - 3{,}25}{\frac{0{,}117}{\sqrt{64}}} = -0{,}82$$

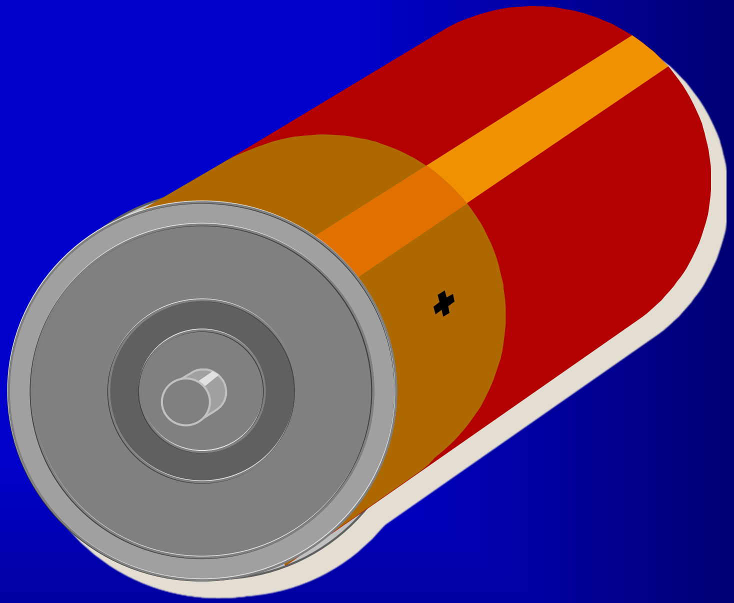
Decisão

Não rejeitar em $\alpha = 0{,}01$

Conclusão

Não há evidências de que a estimativa não seja 3,25.

Ex. 16: A capacidade normal das pilhas é de **pelo menos 40** ampere-hora? Uma amostra aleatória de **20** pilhas teve uma média de **138,47** e um desvio-padrão de **2,66**. Suponha uma distribuição normal. Teste em um nível de significância de **0,05**.



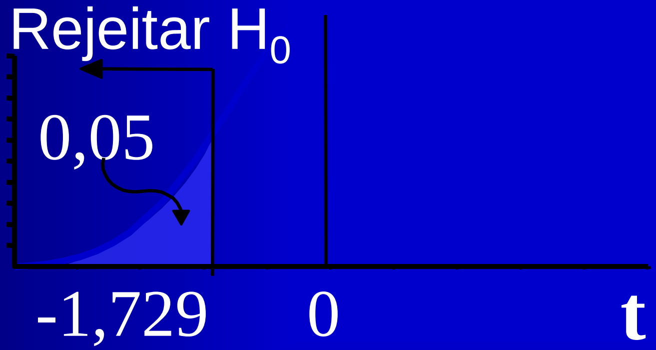
H_0 : $\mu = 140$

H_a: $\mu < 140$

$\alpha =$ 0,05

gl = 20 - 1 = 19

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{138{,}47 - 140}{\frac{2{,}66}{\sqrt{20}}} = -2{,}57$$

Decisão

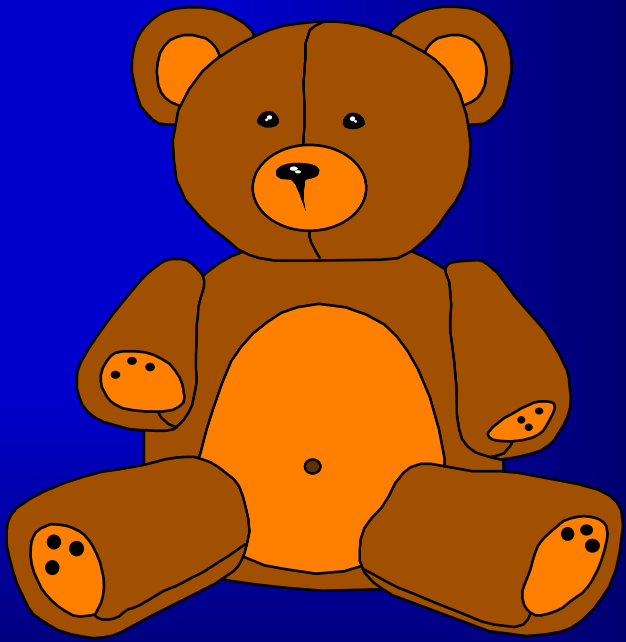
Rejeitar em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Há evidência de que a estimativa da população seja menor que 140.

Ex. 17: Você é analista de marketing do Wal-Mart. A empresa colocou ursinhos de pelúcia à venda na semana passada. As vendas semanais (R$) de ursos vendidos em **10** lojas foram: **8 11 0 4 7 8 10 5 8 3**

Em um nível de significância de **0,05**, há evidência de que as vendas estimadas por loja sejam **maiores que 5 ?**



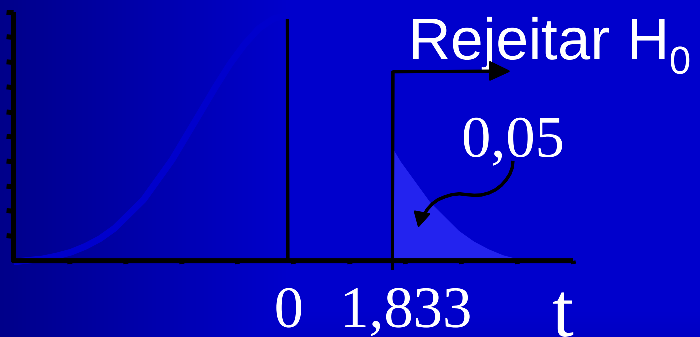
$H_0: \mu = 5$

$H_a: \mu > 5$

$\alpha = 0{,}05$

gl = $10 - 1 = 9$

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{6{,}4 - 5}{\frac{3{,}373}{\sqrt{10}}} = +1{,}31$$

Decisão

Não rejeitar em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Não há evidência de que a estimativa seja maior que 5.

Ex. 18: O sistema de empacotamento atual produz **10%** de caixas de cereal defeituosas. Usando um novo sistema, uma amostra aleatória de **200** caixas teve **11** defeituosas. O sistema produz **menos** caixas com defeito? Teste em um nível de significância de **0,05**.

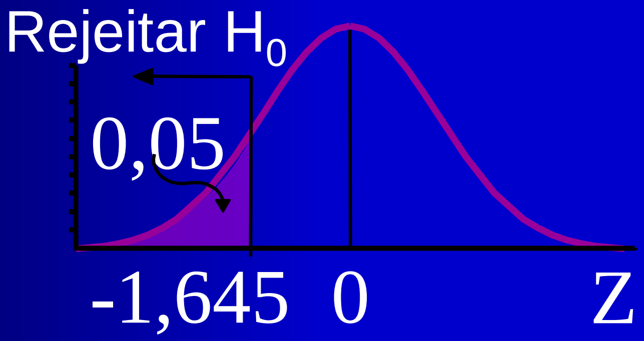
H_0: $p = .10$

H_a: $p < .10$

$\alpha = 0,05$

$n = 200$

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$Z \cong \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{\frac{11}{200} - .10}{\sqrt{\frac{.10 \cdot .90}{200}}} = -2.12$$

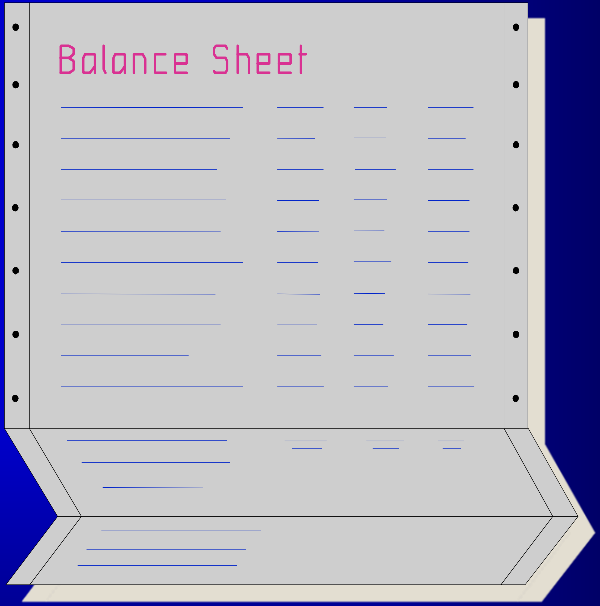
Decisão

Rejeitar em $\alpha = 0,05$

Conclusão

Há evidência de que o novo sistema produz < 10% de caixas com defeito.

Ex. 19: Você é gerente de contas. Uma auditoria de final de ano mostrou que **4%** das transações tinha erros. Você coloca novos procedimentos em prática. Uma amostra aleatória de **500** transações teve **25** erros. A **proporção** de transações incorretas **mudou** em um nível de significância de **0,05**?



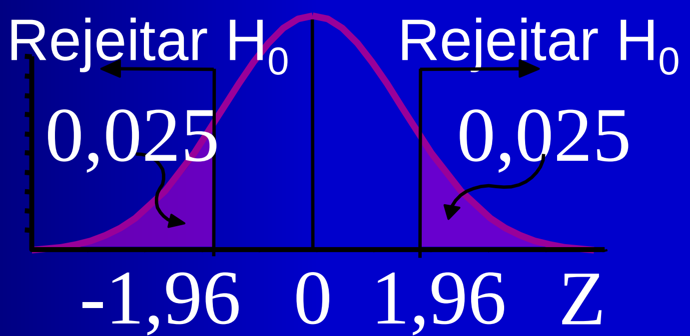
$H_0: p = 0{,}04$

$H_a: p \neq 0{,}04$

$\alpha = 0{,}05$

$n = 500$

Valor(es) crítico(s)



Estatística de teste

$$Z \cong \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{\frac{25}{500} - 0{,}04}{\sqrt{\frac{0{,}04 \cdot 0{,}96}{500}}} = 1{,}14$$

Decisão

Não rejeitar em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Há evidência de que a proporção não difere de 4%.

Ex. 20: A variação nas caixas de cereal, medida pela **variância**, é igual a **15** gramas? Uma amostra aleatória de **25** caixas tem um desvio-padrão de **17,7** gramas. Teste em um nível de significância de **0,05**.

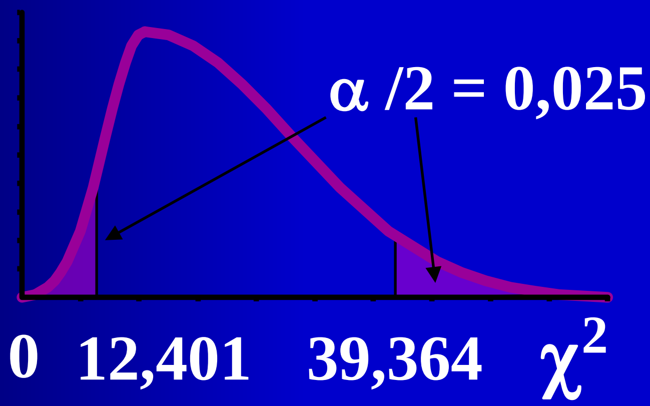
H_0: $\sigma^2 = 15$

H_a: $\sigma^2 \neq 15$

$\alpha = 0{,}05$

$gl = 25 - 1 = 24$

Valor(es) crítico(s)



Estatística do teste

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(25-1)(17{,}7)^2}{(15)^2} = 33{,}42$$

Decisão

Não rejeite em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Não há evidência de que σ^2 não seja 15.

Ex. 21: Você é um analista financeiro para Charles Schwab e quer descobrir se há uma diferença no dividendo das ações listadas no NYSE e NASDAQ. Para isso colheu as seguintes informações:

	NYSE	**NASDAQ**
Número	**121**	**125**
Média	**3,27**	**2,53**
Std Dev	**1,30**	**1,16**

Há uma diferença na **média** (α = **0,05**)?

H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$ $(\mu_1 = \mu_2)$

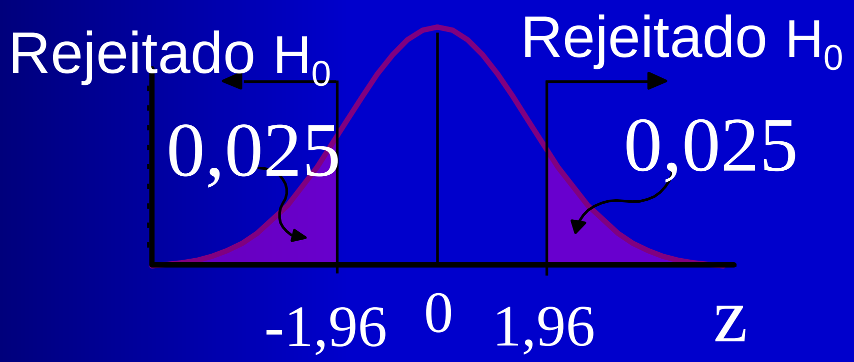
H_a: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ $(\mu_1 \neq \mu_2)$

$\alpha = 0{,}05$

$n1 = 121$

$n2 = 125$

Valor(es) críticos



Teste de estatística

$$z = \frac{(3.27 - 2.53) - 0}{\sqrt{\frac{1.698}{121} + \frac{1.353}{125}}} = +4.69$$

Decisão

Rejeitado em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Há evidências de diferença nas médias.

Ex. 22: Você é um economista do Departamento da Educação e quer descobrir se há diferença em gasto por aluno entre as escolas urbanas e rurais. Para isso colheu os seguintes dados:

	Urbana	**Rural**
Número	**35**	**35**
Média	**6.012**	**5.832**
Std Dev	**602**	**497**

Há alguma diferença na **média** da população (α= **0,10**)?

H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$ ($\mu_1 = \mu_2$)

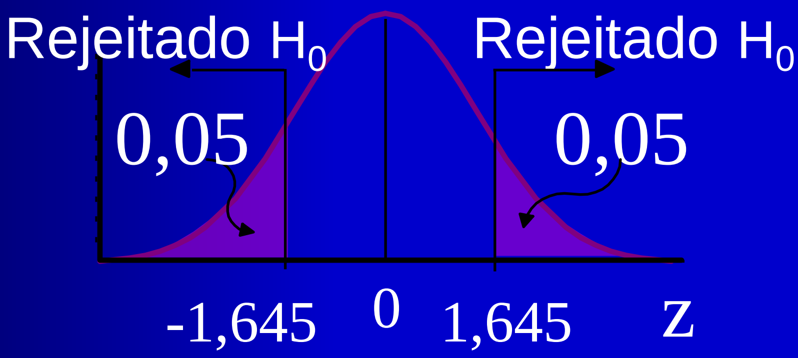
H_a: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ ($\mu_1 \neq \mu_2$)

$\alpha = 0{,}10$

$n1 = 35$

$n2 = 35$

Valor(es) críticos



Teste de estatística

$$z = \frac{(6012 - 5832) - 0}{\sqrt{\frac{602^2}{35} + \frac{497^2}{35}}} = +1.36$$

Decisão

Não rejeitar em $\alpha = 0{,}10$

Conclusão

Não há evidências de diferença nas médias.

Ex. 23: Você é um analista financeiro para Charles Schwab. Há diferença no dividendo entre as ações listadas no NYSE e NASDAQ? Você colheu as seguintes informações:

	NYSE	NASDAQ
Número	**11**	**15**
Média	**3,27**	**2,53**
Std Dev	**1,30**	**1,16**

Levando em consideração populações **normais**, qual é o intervalo confidencial de **95%** para a diferença entre a **média** dos dividendos?

$df = n_1 + n_2 - 2 = 11 + 15 - 2 = 24 \qquad t_{.0,25} = 2{,}064$

$$S_P{}^2 = \frac{(n_1 - 1)\cdot S_1{}^2 + (n_2 - 1)\cdot S_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(11 - 1)\cdot(1{,}30)^2 + (15 - 1)\cdot(1{,}16)^2}{11 + 15 - 2} = 1{,}489$$

$$(3{,}27 - 2{,}53) \pm 2{,}064\sqrt{1{,}489\cdot\left(\frac{1}{11} + \frac{1}{15}\right)}$$

$$-.26 \le \mu_1 - \mu_2 \le 1{,}74$$

Ex. 24: Você é um analista financeiro para Charles Schwab. Há diferença no dividento entre as ações listadas no NYSE e NASDAQ? Você colheu as seguintes informações:

	NYSE	NASDAQ
Número	**11**	**15**
Média	**3.27**	**2.53**
Std Dev	**1.30**	**1.16**

Levando em consideração populações **normais**, há diferença na **passagem** comum (α = **0,05**)?

$$S_P{}^2 = \frac{(n_1 - 1) \cdot S_1{}^2 + (n_2 - 1) \cdot S_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(11 - 1) \cdot (1{,}30)^2 + (15 - 1) \cdot (1{,}16)^2}{11 + 15 - 2} = 1{,}489$$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_P{}^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(3{,}27 - 2{,}53) - (0)}{\sqrt{1{,}489 \cdot \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{15}\right)}} \approx 1{,}53$$

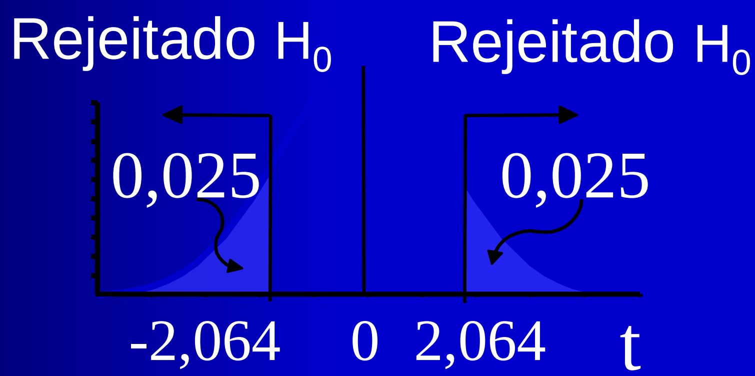
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0\ (\mu_1 = \mu_2)$

$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0\ (\mu_1 \neq \mu_2)$

$\alpha = 0{,}05$

$gl = 11 + 15 - 2 = 24$

Valor(es) críticos



Teste de estatística

$$t = \frac{3{,}27 - 2{,}53}{\sqrt{1{,}489 \cdot \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{15}\right)}} = +1.53$$

Decisão

Não rejeite em $\alpha = 0{,}05$

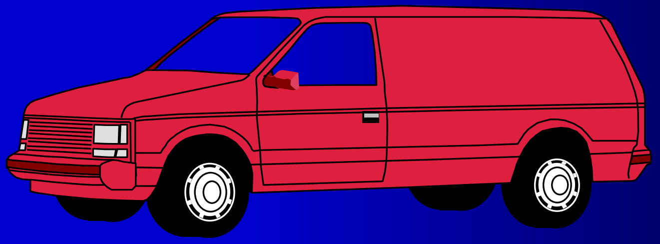
Conclusão

Não há evidências de diferença nas médias.

Ex. 25: Você é um analista de sistemas para General Motors. Supondo variâncias **equivalentes**, há alguma diferença na milhagem **média** por galão (mpg) dos dois modelos de carro (α **= 0,05**)?

Você reuniu as seguintes informações:

	Sedan	**Van**
Númro	**15**	**11**
Média	**22,00**	**20,27**
Std Dev	**4,77**	**3,64**



$$S_P{}^2 = \frac{(n_1 - 1) \cdot S_1{}^2 + (n_2 - 1) \cdot S_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(15 - 1) \cdot (4{,}77)^2 + (11 - 1) \cdot (3{,}64)^2}{15 + 11 - 2} = 18{,}793$$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_P{}^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(22{,}00 - 20{,}27) - (0)}{\sqrt{18{,}793 \cdot \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{11}\right)}} = 1.00$$

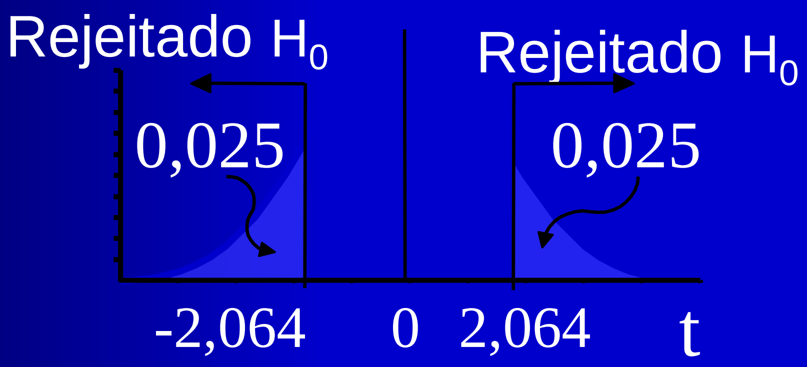
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \ (\mu_1 = \mu_2)$

$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \ (\mu_1 \neq \mu_2)$

$\alpha = 0{,}05$

$df = 15 + 11 - 2 = 24$

Valor(es) críticos



Teste de estatística

$$t = \frac{22{,}00 - 20.27}{\sqrt{18{,}793 \cdot \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{11}\right)}} = +1{,}00$$

Decisão

Não rejeitar em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Não há evidências de diferença nas médias.

Experimento de diferença-pareada. Pequena amostra

Ex. 26: Você trabalha com Recursos Humanos e quer verificar se o programa de treinamento é **efetivo**. Para isso reuniu o seguinte resultado:

Nome	Antes	Depois
Sam	**85**	**94**
Tamika	**94**	**87**
Brian	**78**	**79**
Mike	**87**	**88**

Encontre **90%** de intervalo confidencial para as **médias** diferentes nos resultados do teste.

Tabela de computação

Observação	Antes	Depois	Diferença
Sam	85	94	-9
Tamika	94	87	7
Brian	78	79	-1
Mike	87	88	-1
Total			- 4

$\overline{d} = -1$ $\qquad S_d = 6{,}53$

$gl = n_d - 1 = 4 - 1 = 3$ $t_{0,05} = 2,353$

$$\bar{d} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S_d}{\sqrt{n_d}}$$

$$= -1 \pm 2.353 \frac{6.53}{\sqrt{4}}$$

$$-8.68 \leq \mu_d \leq 6.68$$

Ex. 27: Experimento de diferença-pareada. Pequena amostra, solução

Você trabalha com Recursos Humanos e quer verificar se o programa de treinamento é **efetivo**. Você reuniu o seguinte resultado:

Nome	Antes	Depois
Sam	85	94
Tamika	94	87
Brian	78	79
Mike	87	88

No nível **0,10** de significância, o treino foi efetivo?

Tabela de computação

Observação	Antes	Depois	Diferença
Sam	85	94	-9
Tamika	94	87	7
Brian	78	79	-1
Mike	87	88	-1
Total			- 4

$$\overline{d} = -1 \qquad S_d = 6{,}53$$

Experimento de diferença-pareada. Pequena amostra, solução

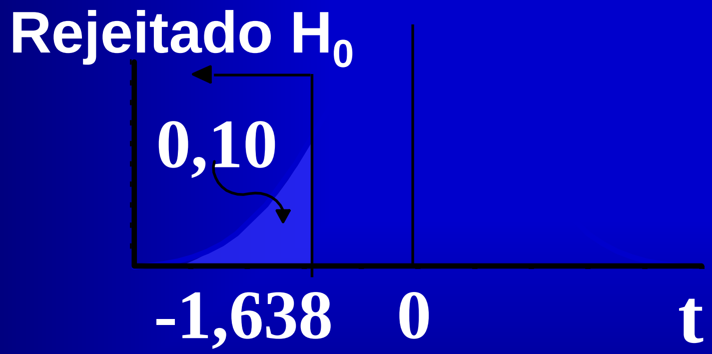
H_0 : $\mu_d = 0$ ($\mu_d = \mu_B - \mu_A$)

H_a: $\mu_d < 0$

$\alpha =$ 0,10

gl = 4 - 1 = 3

Valor(es) críticos



Teste de estatística

$$t = \frac{\bar{d} - D_0}{\frac{S_d}{\sqrt{n_d}}} = \frac{-1 - 0}{\frac{6.53}{\sqrt{4}}} = -.306$$

Decisão

Não rejeitar em α = 0,10

Conclusão

Não há evidências que o treinamento foi eficaz.

Ex. 28: Você é um analista de pesquisas de marketing. Você quer comparar as contas do cliente, com a de um concorrente. Você testou **8** lojas de varejo. No nível **0,01** de significância, as contas de seu cliente vendem por ***menos*** que o concorrente?

Loja	(1) Cliente	(2) Concorrente
1	10	11
2	8	11
3	7	10
4	9	12
5	11	11
6	10	13
7	9	12
8	8	10

Experimento de diferença-pareada. Pequena amostra, solução

H$_0$: $\mu_d = 0$ ($\mu_d = \mu_1 - \mu_2$)

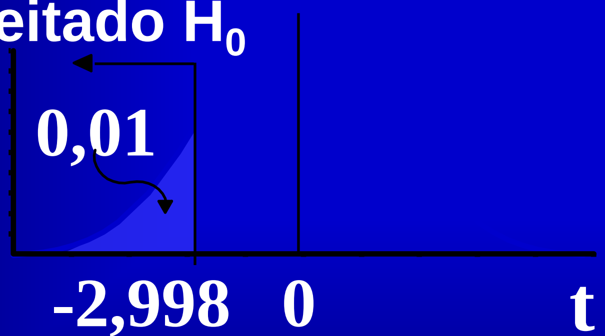
H$_a$: $\mu_d < 0$

$\alpha = 0{,}01$

gl = $8 - 1 = 7$

Valor(es) críticos

Rejeitado H$_0$



Teste de estatística

$$t = \frac{\bar{d} - D_0}{\frac{S_d}{\sqrt{n_d}}} = \frac{-2.25 - 0}{\frac{1{,}16}{\sqrt{8}}} = -5{,}486$$

Decisão

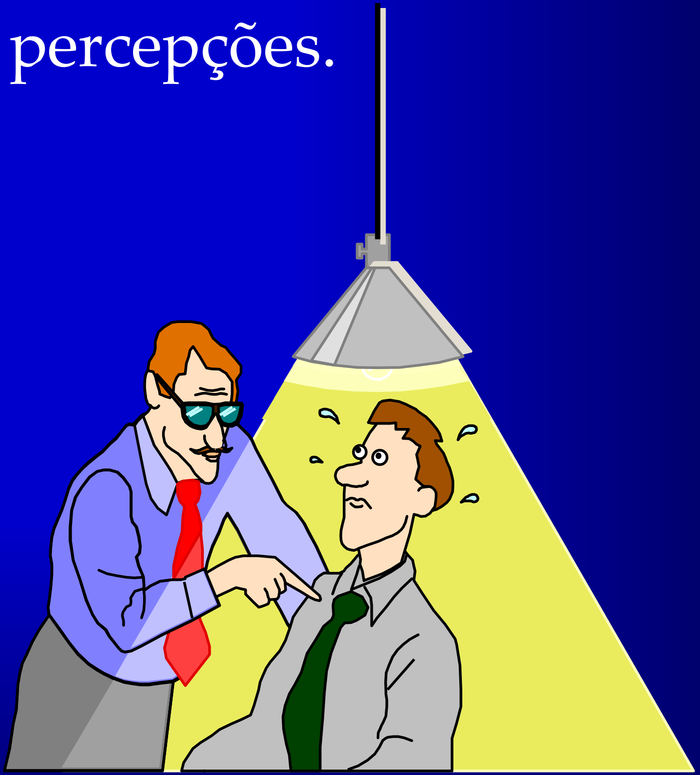
Rejeitado em $\alpha = 0{,}01$

Conclusão

Há evidência de que a marca do cliente (1) vende menos.

Intervalo de confiança para $p_1 - p_2$, exemplo

Ex. 29: Como um diretor, você quer testar a percepção de integridade dos dois métodos de avaliação. **63** de **78** empregados avaliaram **Método 1** como justo. **49** de **82** avaliaram **Método 2** como justo. Ache o intervalo de confiança de **99%** para a diferença em percepções.



Solução para intervalo de confiança para $p_1 - p_2$

$$\hat{p}_1 = \frac{63}{78} = 0{,}808 \quad \hat{q}_1 = 1 - 0{,}808 = .0{,}92$$

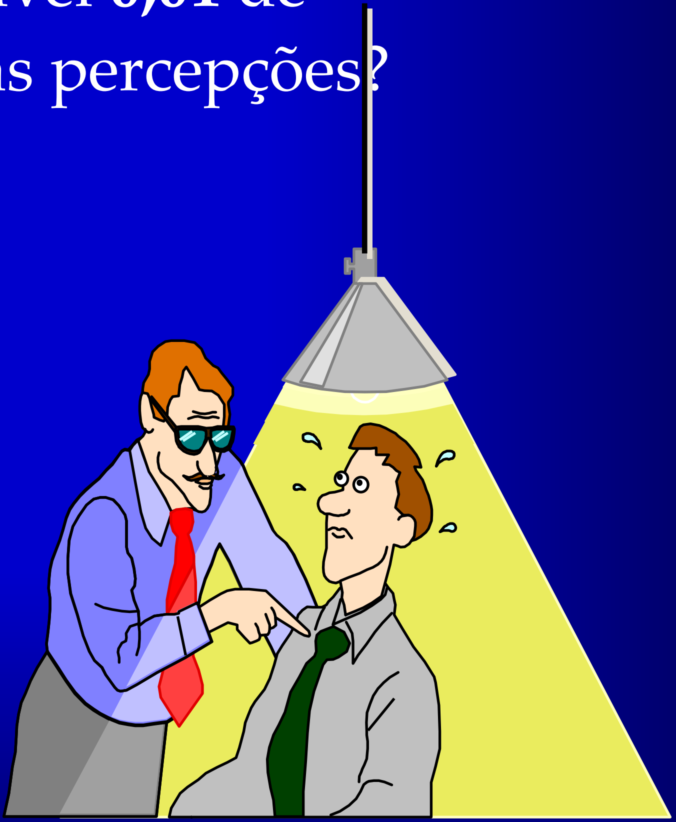
$$\hat{p}_2 = \frac{49}{82} = 0{,}598 \quad \hat{q}_2 = 1 - 0{,}598 = .0{,}02$$

$$(0{,}808 - 0{,}598) \pm 2{,}58\sqrt{\frac{0{,}808 \cdot 0{,}192}{78} + \frac{0{,}598 \cdot .0{,}02}{82}}$$

$$0{,}029 \leq p_1 - p_2 \leq .0{,}391$$

Teste para duas proporções

Ex. 30: Como um diretor, você quer testar a percepção de integridade dos dois métodos de avaliação. **63** de **78** empregados avaliaram o **Método 1** como justo. **49** de **82** avaliaram **Método 2** como justo. No nível **0,01** de significância, há uma diferença entre as percepções?



$$\hat{p}_1 = \frac{X_1}{n_1} = \frac{63}{78} = 0,808 \hat{p}_2 = \frac{X_2}{n_2} = \frac{49}{82} = 0,598$$

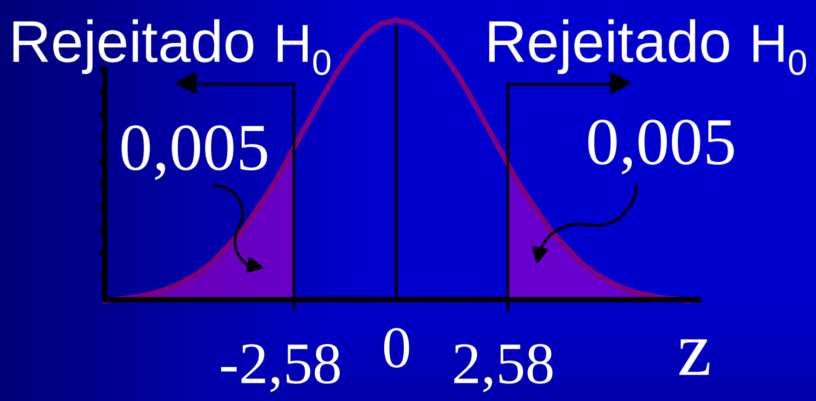
$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} = \frac{63 + 49}{78 + 82} = 0,70$$

$$Z \cong \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p}) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(0,808 - 0,598) - (0)}{\sqrt{(0,70) \cdot (1 - 0,70) \cdot \left(\frac{1}{78} + \frac{1}{82}\right)}}$$

$$= 2.90$$

Teste para duas proporções

H_0 : $p_1 - p_2 = 0$
H_a: $p_1 - p_2 \neq 0$
$\alpha =$ 0,01
$n_1 = 78$
$n_2 = 82$
Valor(es) críticos



Teste de estatística

$Z = 2,90$

Decisão

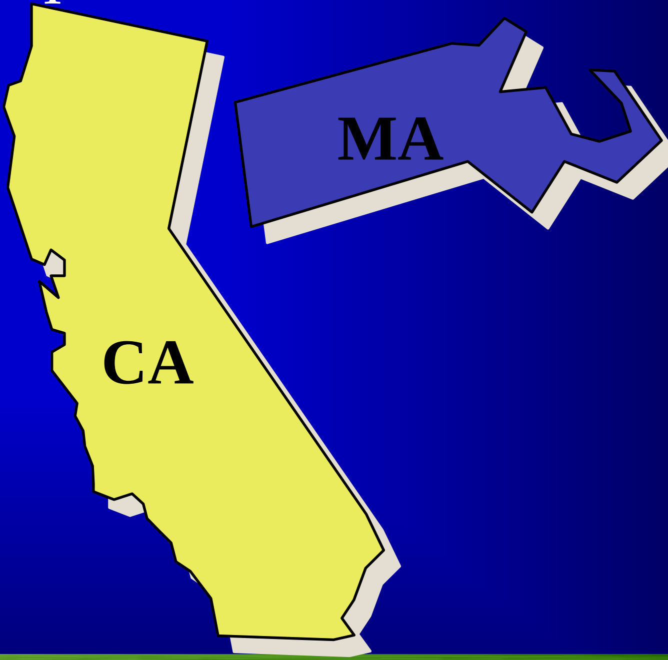
Rejeitado em α = 0,01

Conclusão

Há evidências de uma diferença nas proporções.

Teste para duas proporções

Ex. 31: Você é um economista do o Departamento do Trabalho que está estudando as taxas de desemprego. Em **MA**, **74** de **1500** pessoas entrevistadas estavam desempregadas. Em **CA**, **129** de **1500** estavam desempregados. No nível de significância **0,05** o MA tem uma taxa mais baixa de desemprego do que a CA?



Teste para solução de duas proporções

$$\hat{p}_{MA} = \frac{X_{MA}}{n_{MA}} = \frac{74}{1500} = 0{,}0493 \hat{p}_{CA} = \frac{X_{CA}}{n_{CA}} = \frac{129}{1500} = 0{,}0860$$

$$\hat{p} = \frac{X_{MA} + X_{CA}}{n_{MA} + n_{CA}} = \frac{74 + 129}{1.500 + 1.500} = 0{,}0677$$

$$Z \cong \frac{(0{,}0493 - 0{,}0860) - (0)}{\sqrt{(0{,}0677) \cdot (1 - 0{,}0677) \cdot \left(\frac{1}{1.500} + \frac{1}{1.500}\right)}}$$

$$= -4{,}00$$

H_0: $p_{MA} - p_{CA} = 0$

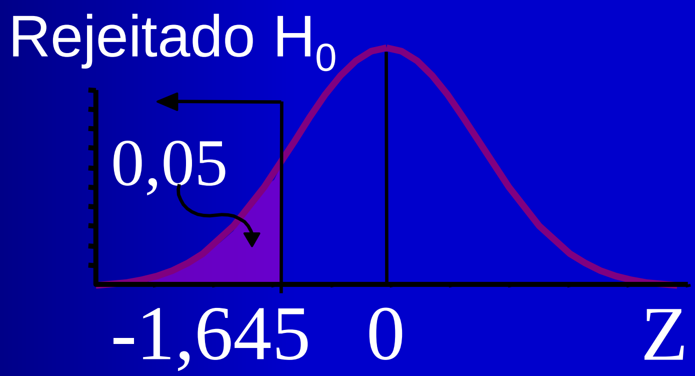
H_a: $p_{MA} - p_{CA} < 0$

$\alpha = 0{,}05$

$n_{MA} = 1500$

$n_{CA} = 1500$

Valor(es) críticos



Teste de estatística

$Z = -4{,}00$

Decisão

Rejeitado em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Há evidências que MA é menos que CA.

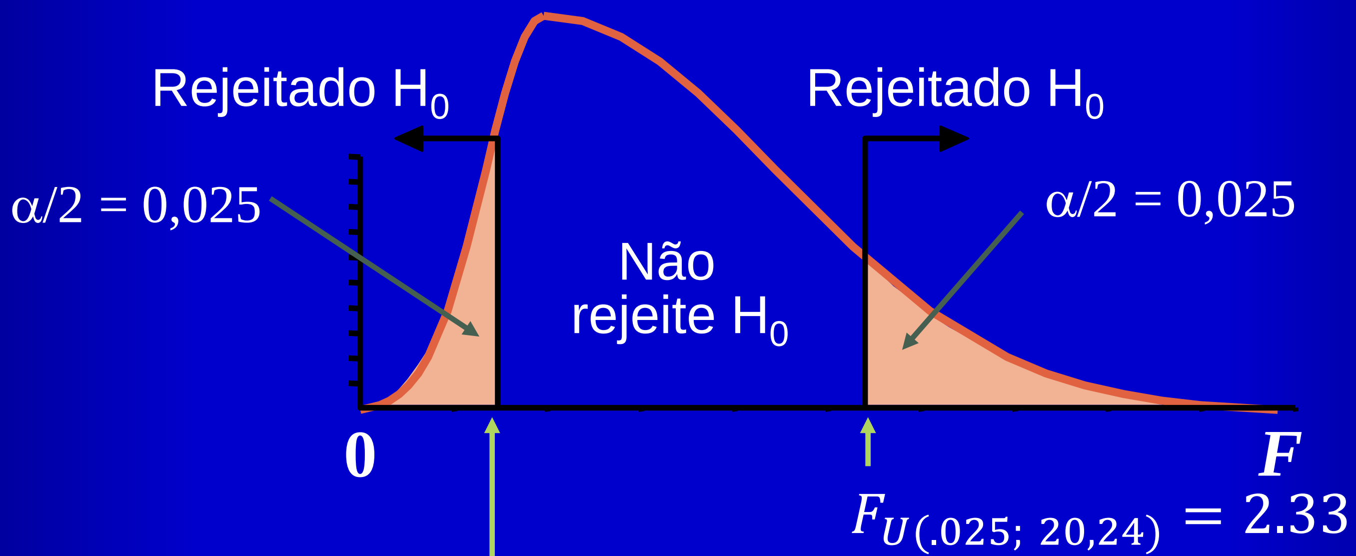
Teste *F* para variâncias semelhantes

Ex. 32: Você é um analista financeiro para Charles Schwab e quer comparar os dividendos entre ações listadas no NYSE & NASDAQ. Para isso reuniu as seguintes informações:

	NYSE	NASDAQ
Número	21	25
Média	3,27	2,53
Std Dev	1,30	1,16

Há alguma diferença nas variâncias entre o NYSE & NASDAQ no nível 0,05 de significância?

Teste F para variâncias semelhantes



$$F_{L(.025;\ 20,24)} = \frac{1}{F_{U(.025;\ 24,20)}} = \frac{1}{2.41} = .415$$

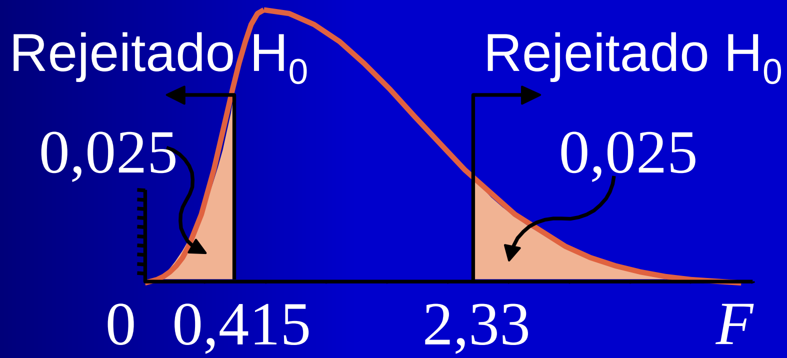
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$\alpha = 0{,}05$

$\nu 1 = 20 \quad \nu 2 = 24$

Valor(es) crítico(s)



Teste de estatística

$$F = \frac{S_1{}^2}{S_2{}^2} = \frac{1.30^2}{1.16^2} = 1.25$$

Decisão

Não rejeitar a $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

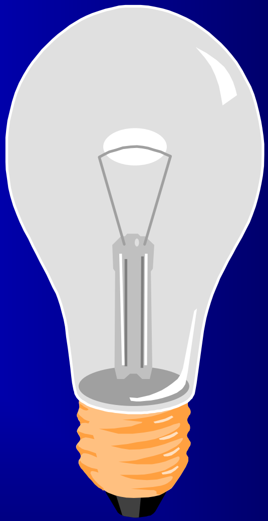
Não há evidência de diferença de variação.

Teste *F* para variâncias semelhantes

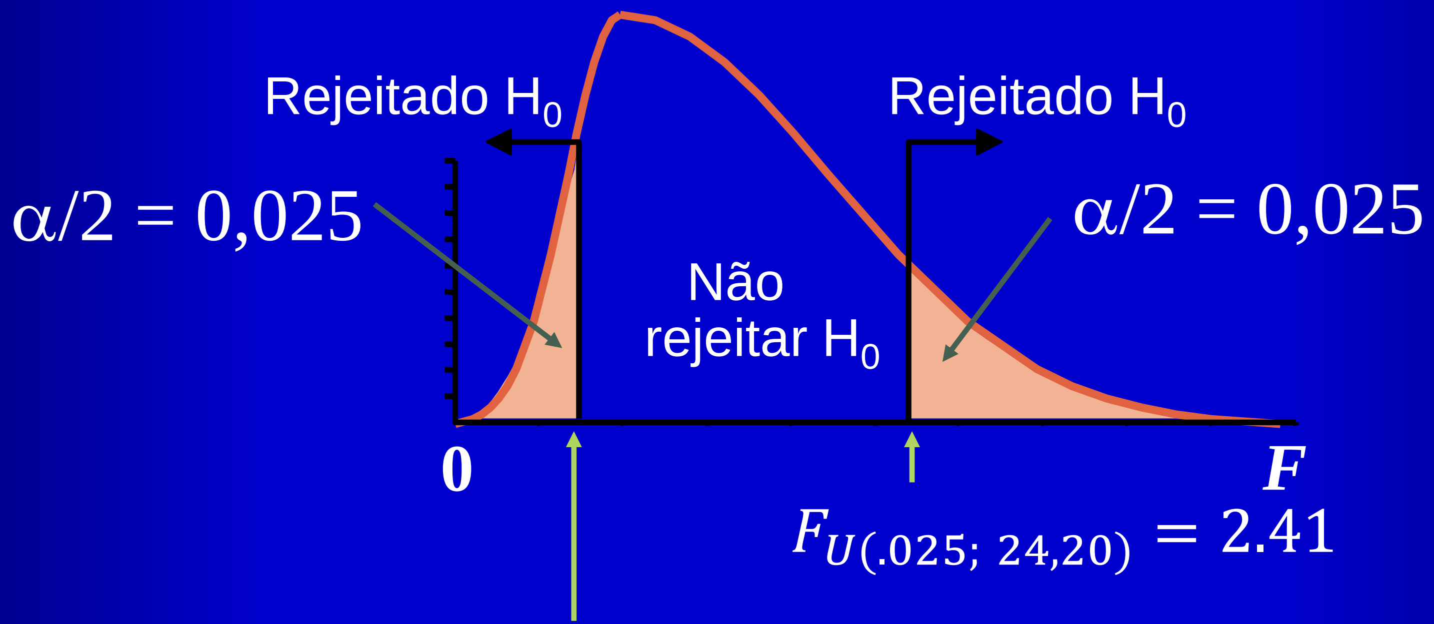
Ex. 33: Você é um analista na companhia de Luz & Energia e quer comparar o consumo de eletricidade de uma casa de família simples em duas cidades. Para isso anota o seguinte das amostras das casas:

	Cidade 1	Cidade 2
Número	**25**	**21**
Média	**85**	**68**
Std Dev	**30**	**18**

No nível **0,05** de significância, há evidencias de uma nova variação entre as duas cidades?



Solução de valores críticos



$$F_{L(.025;\ 24,20)} = \frac{1}{F_{U(.025;\ 20,24)}} = \frac{1}{2.33} \approx 0.429$$

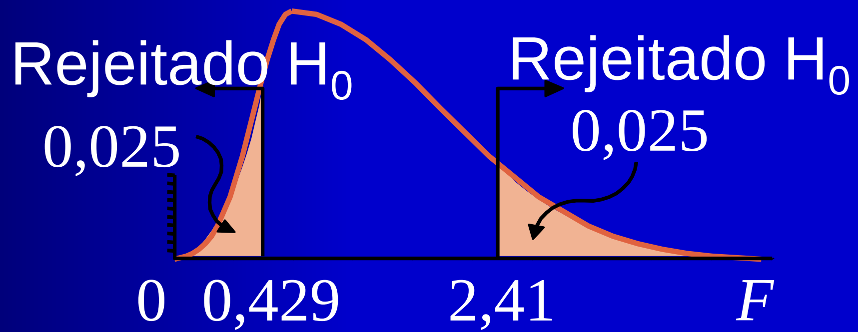
H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

H_a: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$\alpha = 0{,}05$

$\nu 1 = 20 \quad \nu 2 = 24$

Valor(es) crítico(s)



Teste de estatística

$$F = \frac{S_1{}^2}{S_2{}^2} = \frac{30^2}{18^2} = 2{,}778$$

Decisão

Rejeitado a $\alpha = 0{,}05$

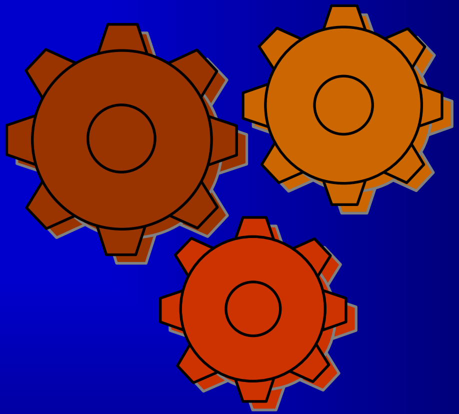
Conclusão

Há evidencia de diferença na variação.

ANOVA *teste F*

Ex. 34: Como diretor de produção, você quer ver se 3 máquinas preenchedoras têm diferença média entre si no tempo de preenchimento. Para isso designou 15 empregados treinados e experientes, 5 por máquina. No nível **0,05** de significância, há alguma diferença na **média** do tempo de preenchimento?

Máq.1	Máq.2	Máq.3
25,40	23,40	20,00
26,31	21,80	22,20
24,10	23,50	19,75
23,74	22,75	20,60
25,10	21,60	20,40



Fonte de variação	Graus de liberadade	Soma dos quadrados	Média quadrada (variância)	*F*
Tratamento (máquinas)	3 - 1 = 2	47,1640	23,5820	25,60
Erro	15 - 3 = 12	11,0532	0,9211	
Total	15 - 1 = 14	58,2172		

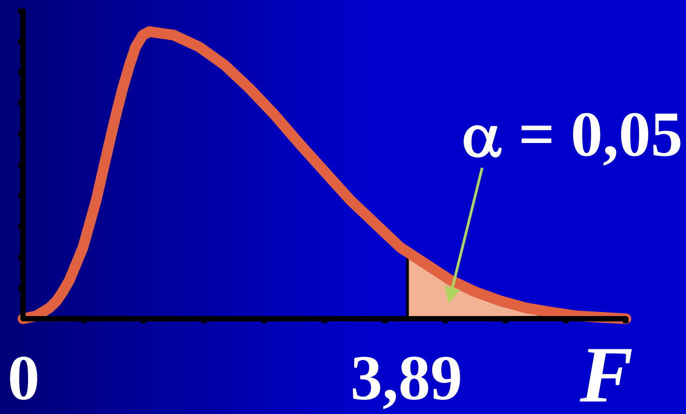
H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

H_a: Nem todos são semelhantes

α = 0,05

$\nu 1 = 2$ $\nu 2 = 12$

Valor(es) crítico(s)



Estátistica de teste

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{23.5820}{.9211} = 25.6$$

Decisão

Rejeitar em α = 0,05

Conclusão

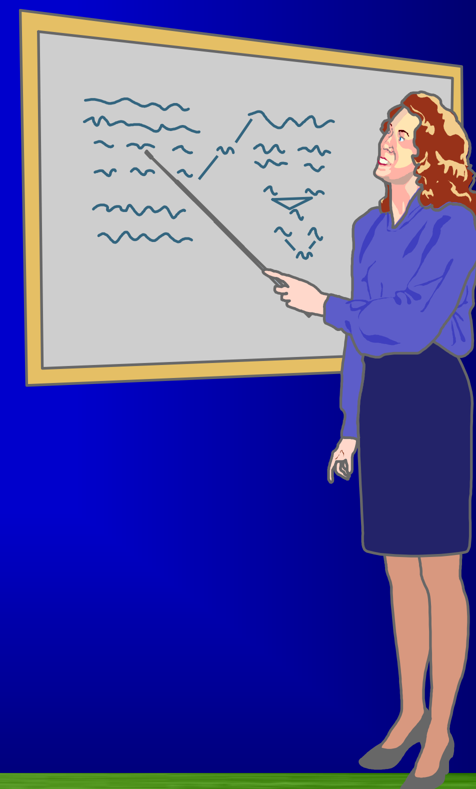
Há evidencias que as médias da população são diferentes.

ANOVA *teste F*

Ex. 35: Você é um instrutor da Microsoft Corp. Há uma diferença na média do tempo de aprendizado de 12 pessoas usando 4 métodos de ensino diferentes (α = **0,05**)?

M1M2	M3	M4	
10	11	13	18
9	16	8	23
5	9	9	25

Use a tabela a seguir.



Sumário, solução

Fonte de variação	Graus de liberadade	Soma dos quadrados	Média quadrada (variância)	*F*
Tratamento (métodos)	4 - 1 = 3	348	116	11,6
Erro	12 - 4 = 8	80	10	
Total	12 - 1 = 11	428		

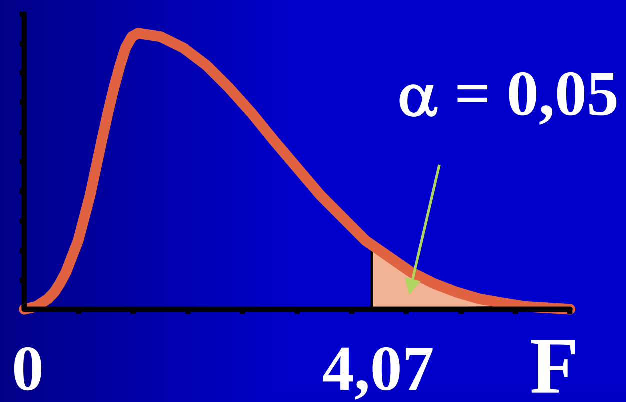
H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

H_a: Não são totalmente similares

$\alpha = 0{,}05$

$\nu 1 = 3 \quad \nu 2 = 8$

Valor(es) crítico(s)



Estatística de teste

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{116}{10} = 11.6$$

Decisão

Rejeitado em $\alpha = 0{,}05$

Conclusão

Há evidencias que as médias da população são diferentes.