

Lista de funções:

Exercícios

1. Dada a função $f(x) = 7x - 3$, com $D_f = \mathbb{R}$, obtenha:

- a) $f(2)$
- b) $f(6)$
- c) $f(0)$
- d) $f(-1)$
- e) $f(a + b)$

2. Dada a função $f(x) = 2x - 3$, com $D_f = \mathbb{R}$, obtenha:

- a) $f(3)$
- b) $f(-4)$
- c) o valor de x tal que $f(x) = 49$
- d) o valor de x tal que $f(x) = -10$

3. Dada a função com domínio real e $f(x) = mx + 3$, determine m sabendo-se que $f(1) = 6$.

4. Uma livraria vende uma revista por R\$ 5,00 a unidade. Seja x a quantidade vendida.

- a) Obtenha a função receita $R(x)$.
- b) Calcule $R(40)$.
- c) Qual a quantidade que deve ser vendida para chegar a uma receita igual a R\$ 700,00?

5. O custo de fabricação de x unidades de um produto é dado pela função $C(x) = 100 + 2x$.

- a) Qual o custo de fabricação de 10 unidades?
- b) Se a empresa recebeu R\$ 200, quantas unidades foram fabricadas?

6. Chama-se **custo médio de fabricação** de um produto ao custo de produção dividido pela quantidade produzida. Indicando o custo médio correspondente a x unidades

produzidas por $Cme(x)$, teremos $Cme(x) = \frac{C(x)}{x}$

O custo de fabricação de x unidades de um produto é $C(x) = 500 + 4x$.

- a) Qual o custo médio de fabricação de 20 unidades?
- b) Se a empresa teve um custo médio de R\$ 54, quantas unidades foram fabricadas?

7. Em determinado país, o imposto de renda é igual a 10% da renda, para ganhos até \$ 900,00. Para rendas acima de R\$ 900,00, o imposto é igual a R\$ 90,00 (10% de R\$ 900,00) mais 20% da parte da renda que excede R\$ 900,00.

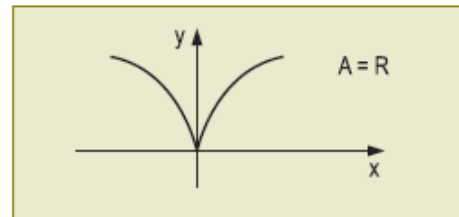
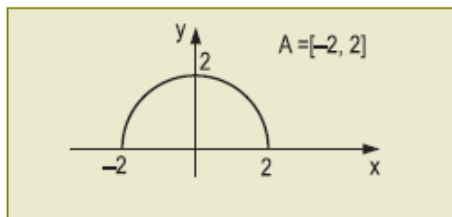
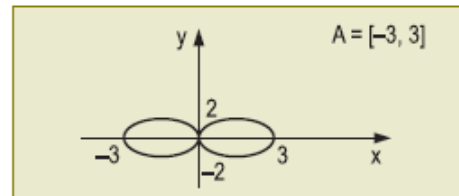
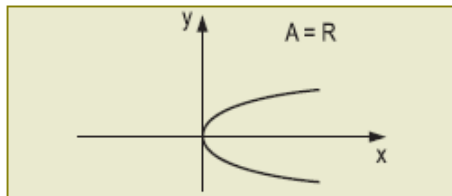
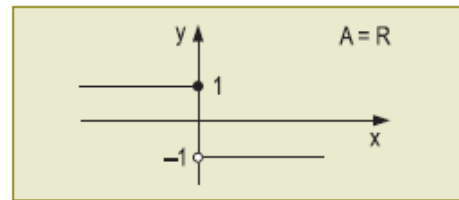
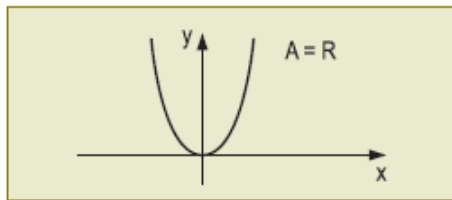
- a) Qual o imposto para uma renda de R\$ 600,00?
- b) Qual o imposto para uma renda de R\$ 1.200,00?

8. Um vendedor de assinaturas de uma revista ganha R\$ 2.000,00 de salário fixo mensal, mais uma comissão de R\$ 50,00 por assinatura. Sendo x o número de assinaturas vendidas por mês, expresse seu salário total S como função de x .

9. Em determinada cidade, a tarifa mensal de água é cobrada da seguinte forma: para um consumo de até $10 m^3$ mensais, a tarifa é um valor fixo de R\$ 8,00. A parte consumida no mês entre $10 m^3$ e $20 m^3$ paga uma tarifa de R\$ 1,00 por m^3 , e o que exceder $20 m^3$ paga R\$ 1,40 por m^3 .

- a) Calcule a tarifa de quem consome $2 m^3$ por mês.
- b) Calcule a tarifa de quem consome $15 m^3$ por mês.
- c) Calcule a tarifa de quem consome $37 m^3$ por mês.
- d) Chamando x o consumo mensal (em m^3) e de y a tarifa, obtenha a expressão de y em função de x .

10. A seguir temos gráficos de relações de A em R. Quais podem e quais não podem ser gráficos de funções?



Respostas:

1. a) 11 ; b) 39 ; c) -3 ; d) -10 ; e) $7a + 7b - 3$
2. a) 3 ; b) -11 ; c) $x = 26$; d) $x = -7/2$
3. $m = 3$
4. a) $R(x) = 5x$; b) 200 ; c) 140
5. a) R\$ 120,00 ; b) $x = 50$
6. a) R\$ 29 ; b) $x = 10$
7. a) R\$ 60,00 ; b) R\$ 150,00
8. $S(x) = 2000 + 50x$
9. a) R\$ 8,00 ; b) R\$ 13,00 ; R\$ 41,80
10. Por coluna: 1 ; 3 ; 4 e 6

Função Exponencial:

1. Calcule as exponenciais:

- a) $(-3)^3$
- b) 3^{-2}
- c) $(-2)^{-4}$
- d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$
- e) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$

2. Calcule lembrando as propriedades das potências:

$$(I) a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad (II) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n},$$

$$(III) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n, \quad (IV) (a^m)^n = a^{mn}, \quad a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} = (\sqrt[q]{a})^p$$

a) $x^2 \cdot x^3$

b) $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4$

c) $\frac{x^{10}}{x^8}$

d) $(2x)^4 \cdot (3x)^2$

e) $8^{\frac{1}{3}}$

f) $32^{\frac{3}{5}}$

3. O número de habitantes de uma cidade é hoje igual a 7 mil e cresce a uma taxa de 3% ao ano.

a) Qual o número de habitantes daqui a 8 anos?

b) Qual o número de habitantes daqui a 30 anos?

4. O número de habitantes de uma cidade é hoje igual a 8 mil e cresce exponencialmente a uma taxa k ao ano. Se daqui a 20 anos o número de habitantes for 16 mil, qual a taxa de crescimento anual?

5. A que taxa anual deve crescer exponencialmente uma população para que dobre após 25 anos?

6. O PIB (Produto Interno Bruto) de um país este ano é de 600 bilhões de dólares, e cresce exponencialmente a uma taxa de 5% ao ano. Qual o PIB daqui a 5 anos?

PIB: valor total de bens e serviços finais produzidos dentro de um país.

7. Uma empresa expande suas vendas em 20% ao ano. Se este ano ela vendeu 1.000 unidades, quantas venderá daqui a 5 anos?

8. Um imóvel vale hoje R\$ 150.000,00 e a cada ano sofre uma desvalorização de 3% ao ano. Qual seu valor daqui a 10 anos?

9. Um equipamento sofre depreciação exponencial de tal forma que seu valor daqui a t anos será $V = 6561 \left(\frac{1}{3}\right)^t$

- a) Qual seu valor hoje?
- b) Qual seu valor daqui a 3 anos?
- c) Qual será a depreciação total até esta data?

10. Uma máquina vale hoje R\$ 200.000 e esse valor decresce exponencialmente a uma taxa k por ano. Se daqui a 4 anos seu valor for \$ 180.000,00, qual o valor de k ?

Respostas:

- 1. a) -27 ; b) $1/9$; c) $1/16$; d) $4/9$; e) $-4/3$
- 2. a) x^5 ; b) x^9 ; c) x^2 ; d) $144x^6$; e) 2 ; f) 8
- 3. 8867
- 4. $k = 3,53\%$
- 5. $k = 2,81\%$
- 6. 765,77 bilhões
- 7. 2488,32
- 8. R\$ 110613,62
- 9. a) R\$ 6561 ; b) R\$ 6318 ; c) R\$ 243
- 10. $k = 2,60\%$

Função Logarítmica:

Lembrando das propriedades dos logaritmos, resolva:

(I) $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$; (II) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$; (III) $\ln a^x = x \ln a$

1. Admitindo que $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$, calcule os seguintes logaritmos:

- a) $\log 6$
- b) $\log 8$
- c) $\log 12$
- d) $\log 24$
- e) $\log 32$
- f) $\log 36$

2. Admitindo $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$, resolva as equações exponenciais:

- a) $3^x = 2$
- b) $4^x = 3$
- c) $2^x = 9$
- d) $6^x = 8$

3. O número de habitantes de uma cidade é hoje igual a 7.000 e cresce à taxa de 3% ao ano. Daqui a quanto tempo a população dobrará?

Dados: $\log 2 = 0,3010$ e $\log (1,03) = 0,0128$.

4. O PIB de um país cresce a uma taxa igual a 5% ao ano. Daqui a quantos anos aproximadamente o PIB triplicará?

Dados: $\log 3 = 0,4771$ e $\log 1,05 = 0,0212$.

5. Um imóvel vale hoje \$ 150.000,00 e a cada ano, sofre uma desvalorização de 3%. Daqui a quanto tempo seu valor se reduzirá à metade?

Dados: $\ln 0,5 = -0,6931$ e $\ln 0,97 = -0,0305$.

6. Um automóvel novo vale hoje \$ 20.000,00 e sofre desvalorização de 15% ao ano. Daqui a quanto tempo seu valor se reduzirá à metade?

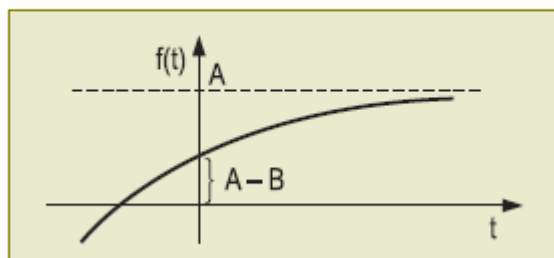
Dados: $\ln 0,5 = -0,6931$ e $\ln 0,85 = -0,1625$.

7. Estudos demográficos feitos em certo país estimaram que sua população daqui a t anos será $P = 40(1,05)^t$ milhões de habitantes. Daqui a quanto tempo a população dobrará?

Dados $\log 2 = 0,3$ e $\log 1,05 = 0,02$.

Curva de aprendizagem. A curva de aprendizagem é o gráfico de uma função frequentemente utilizada para relacionar a eficiência de trabalho de uma pessoa em função de sua experiência. A expressão matemática dessa função é $f(t) = A - Be^{-kt}$, em que t representa o tempo e $f(t)$ a eficiência. Os valores A , B e k são constantes positivas e dependem intrinsecamente do problema em questão. O gráfico da curva de aprendizagem tem o aspecto da Figura abaixo:

Curva de Aprendizagem



8. Suponha que após t meses de experiência um operário consiga montar p peças por hora. Suponha ainda que $p = 40 - 20e^{-0,4t}$

a) Quantas peças ele montava por hora quando não tinha experiência?

b) Quantas peças montará por hora após 2,5 meses de experiência?

Dado: $e^{-1} = 0,37$.

c) Quantas peças, no máximo, conseguirá montar por hora?

d) Esboce o gráfico de p em função de t .

9. Um digitador, após t dias de experiência, consegue digitar p palavras por minuto. Suponha que $p = 60 - 55e^{-0,1t}$

a) Quantas palavras ele digitava por minuto quando não tinha experiência?

b) Quantas palavras digitará por minuto após 20 dias de experiência?

Dado: $e^{-2} = 0,14$.

c) Quantas palavras conseguirá digitar por minuto no máximo?

10. Considere a curva de aprendizagem $f(t) = 10 - Be^{-kt}$

Sabendo que $f(1) = 5$ e $f(2) = 6$ obtenha B e k .

Dado $\ln 1,25 = 0,22$.

Respostas:

1. a) 0,78 ; b) 0,90 ; c) 1,08 ; d) 1,50 ; e) 1,30 ; f) 1,56

2. a) 0,625 ; b) 0,80 ; c) 3,20 ; d) 1,15

3. 23,5 anos aproximadamente.

4. 22,5 anos

5. 22,7 anos aproximadamente

6. 4,3 anos aproximadamente

7. 15 anos

8. a) 20 ; b) 32,6 ; c) 40

9. a) 5 ; b) 52,3 ; c) 60

10. $B = 6,25$ e $K = 0,22$