Exercícios Resolvidos

1. Dada a função $f(x) = 7x - 3$, com $D_f = \mathbb{R}$, obtenha:

a) $f(2)$

b) $f(6)$

c) $f(0)$

d) $f(-1)$

e) $f(a + b)$

- 1. Dada a função $f(x) = 7x - 3$, com $D_f = \mathbb{R}$, obtenha:
- *a)* $f(2) = 7.2 - 3 = 11$
- b) $f(6) = 7.6 - 3 = 39$
- c) $f(0) = -3$
- d) $f(-1) = 7.(-1)-3 = -10$
- e) $f(a+b) = 7.(a+b) - 3 = 7a + 7b - 3$

2. Dada a função $f(x) = 2x + 3$, com $D_f = \mathbb{R}$, obtenha:

a) $f(3)$

b) $f(-4)$

c) o valor de x tal que $f(x) = 49$

d) o valor de x tal que $f(x) = -11$

2. Dada a função $f(x) = 2x + 3$, com $D_f = \mathbb{R}$, obtenha:

a) $f(3) = 2.3 + 3 = 9$

b) $f(-4) = 2.(-4) + 3 = -5$

- c) o valor de x tal que $f(x) = 49$

$f(x) = 49 = 2x + 3$, então: $x = \frac{-3+49}{2} = 23$

- d) o valor de x tal que $f(x) = -11$
- $f(x) = -11 = 2x+3$. então: $x = \frac{-3-11}{2} = -7$

3. Dada a função com domínio real e $f(x) = mx + 3$, determine m sabendo-se que:

a) $f(1) = 6$.

b) $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$

3. Dada a função com domínio real e $f\,(x) = mx + 3$, determine m sabendo-se que:

a) $f\,(1) = 6$.

$f\,(1) = 6 = m.1 + 3$, então: $m = 3$

b) $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$

$f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0 = m\left(-\frac{3}{2}\right) + 3$, então: $-3m = -3.2$, então: $m = 2$

4. Uma livraria vende uma revista por R$ 5,00 a unidade. Seja x a quantidade vendida.

a) Obtenha a função receita $R(x)$.

b) Calcule $R(40)$.

c) Qual a quantidade que deve ser vendida para chegar a uma receita igual a R$ 700,00?

4. Uma livraria vende uma revista por R$ 5,00 a unidade. Seja *x* a quantidade vendida.

a) Obtenha a função receita *R*(*x*). (cada x unidades vendidas, tem-se R$ 5 de lucro)

Função receita é dada por: $R(x) = 5x$

b) Calcule *R*(40).

$R(40) = 5.40 = 200$

c) Qual a quantidade que deve ser vendida para chegar a uma receita igual a R$ 700,00?

$R(x) = 5x = 700, \textit{ então: } x = \frac{700}{5} = 140$

5. O custo de fabricação de x unidades de um produto é dado pela função $C(x) = 100 + 2x$.

a) Qual o custo de fabricação de 10 unidades?

b) Se a empresa recebeu R$ 200, quantas unidades foram fabricadas?

5. O custo de fabricação de *x* unidades de um produto é dado pela função $C(x) = 100 + 2x$.

a) Qual o custo de fabricação de 10 unidades?

$$C(x) = 100 + 2.10 = 120$$

b) Se a empresa recebeu R$ 200, quantas unidades foram fabricadas?

$C(x) = 200 = 100 + 2x$, então: $x = \frac{200-100}{2} = 50$

6. Chama-se ***custo médio de fabricação*** de um produto ao custo de produção dividido pela quantidade produzida. Indicando o custo médio correspondente a *x* unidades produzidas por $Cme(x)$, teremos $Cme(x) = \frac{C(x)}{x}$

O custo de fabricação de x unidades de um produto é $C(x) = 500 + 4x$.

a) Qual o custo médio de fabricação de 20 unidades?

b) Se a empresa teve um custo médio de R$ 54, quantas unidades foram fabricadas?

6. Chama-se ***custo médio de fabricação*** de um produto ao custo de produção dividido pela quantidade produzida. Indicando o custo médio correspondente a *x* unidades produzidas por $Cme(x)$, teremos $Cme(x) = \frac{C(x)}{x}$

O custo de fabricação de x unidades de um produto é $C(x) = 500 + 4x$.

a) Qual o custo médio de fabricação de 20 unidades?

$Cme(x) = \frac{C(x)}{x}$, então: $cme(20) = \frac{C(20)}{20} = \frac{500+4.20}{20} = \frac{580}{20} = 29$

b) Se a empresa teve um custo médio de R$ 54, quantas unidades foram fabricadas?

$cme(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{500+4x}{x} = 54$, então: $500 + 4x = 54x$, ou seja: $500 = 50x \Rightarrow x = 10$

7. Em determinado país, o imposto de renda é igual a 10% da renda, para ganhos até \$ 900,00. Para rendas acima de \$ 900,00, o imposto é igual a \$ 90,00 (10% de \$ 900,00) mais 20% da parte da renda que excede \$ 900,00.

a) Qual o imposto para uma renda de \$ 600,00?

b) Qual o imposto para uma renda de \$ 1.200,00?

c) Chamando x a renda e y o imposto de renda, obtenha a expressão de y em função de x.

7. Em determinado país, o imposto de renda é igual a 10% da renda, para ganhos até $ 900,00. Para rendas acima de $ 900,00, o imposto é igual a $ 90,00 (10% de $ 900,00) mais 20% da parte da renda que excede $ 900,00.

a) Qual o imposto para uma renda de $ 600,00?

R$ 600,00

b) Qual o imposto para uma renda de $ 1.200,00?

0,1 . 900 + 0,2 . 300 = 150,00

c) Chamando *x* a renda e *y* o imposto de renda, obtenha a expressão de *y* em função de *x*.

$$y(x) = \begin{cases} 0{,}1x \quad , & se\ x \leq 900 \\ 90 + 0{,}2(x - 900) \quad , & se\ x > 900 \end{cases}$$

8. Um vendedor de assinaturas de uma revista ganha R$ 2.000,00 de salário fixo mensal, mais uma comissão de R$ 50,00 por assinatura. Sendo x o número de assinaturas vendidas por mês,

a) Expresse seu salário total S como função de x.

b) *Se ele vendeu 12 assinaturas, quanto será seu salário?*

8. Um vendedor de assinaturas de uma revista ganha R$ 2.000,00 de salário fixo mensal, mais uma comissão de R$ 50,00 por assinatura. Sendo *x* o número de assinaturas vendidas por mês

a) Expresse seu salário total *S* como função de *x.*

$$S(x) = 2000 + 50x$$

b) Se ele vendeu 12 assinaturas, quanto será seu salário?

$$S(12) = 2000 + 50.12 = 2600$$

9. Em determinada cidade, a tarifa mensal de água é cobrada da seguinte forma: para um consumo de até 10 m^3 mensais, a tarifa é um valor fixo de R$ 8,00. A parte consumida no mês entre 10 m^3 e 20 m^3 paga uma tarifa de R$ 1,00 por m^3, e o que exceder 20 m^3 paga R$ 1,40 por m^3.

a) Calcule a tarifa de quem consome 2 m^3 por mês.

b) Calcule a tarifa de quem consome 15 m^3 por mês.

c) Calcule a tarifa de quem consome 37 m^3 por mês.

d) Chamando *x* o consumo mensal (em m^3) e de *y* a tarifa, obtenha a expressão de *y* em função de *x*.

9. Em determinada cidade, a tarifa mensal de água é cobrada da seguinte forma: para um consumo de até 10 m^3 mensais, a tarifa é um valor fixo de R$ 8,00. A parte consumida no mês entre 10 m^3 e 20 m^3 paga uma tarifa de R$ 1,00 por m^3, e o que exceder 20 m^3 paga R$ 1,40 por m^3.

a) Calcule a tarifa de quem consome 2 m^3 por mês.

R$ 8,00

b) Calcule a tarifa de quem consome 15 m^3 por mês.

$8 + 5.1 = 13, \quad R\$\ 13{,}00$

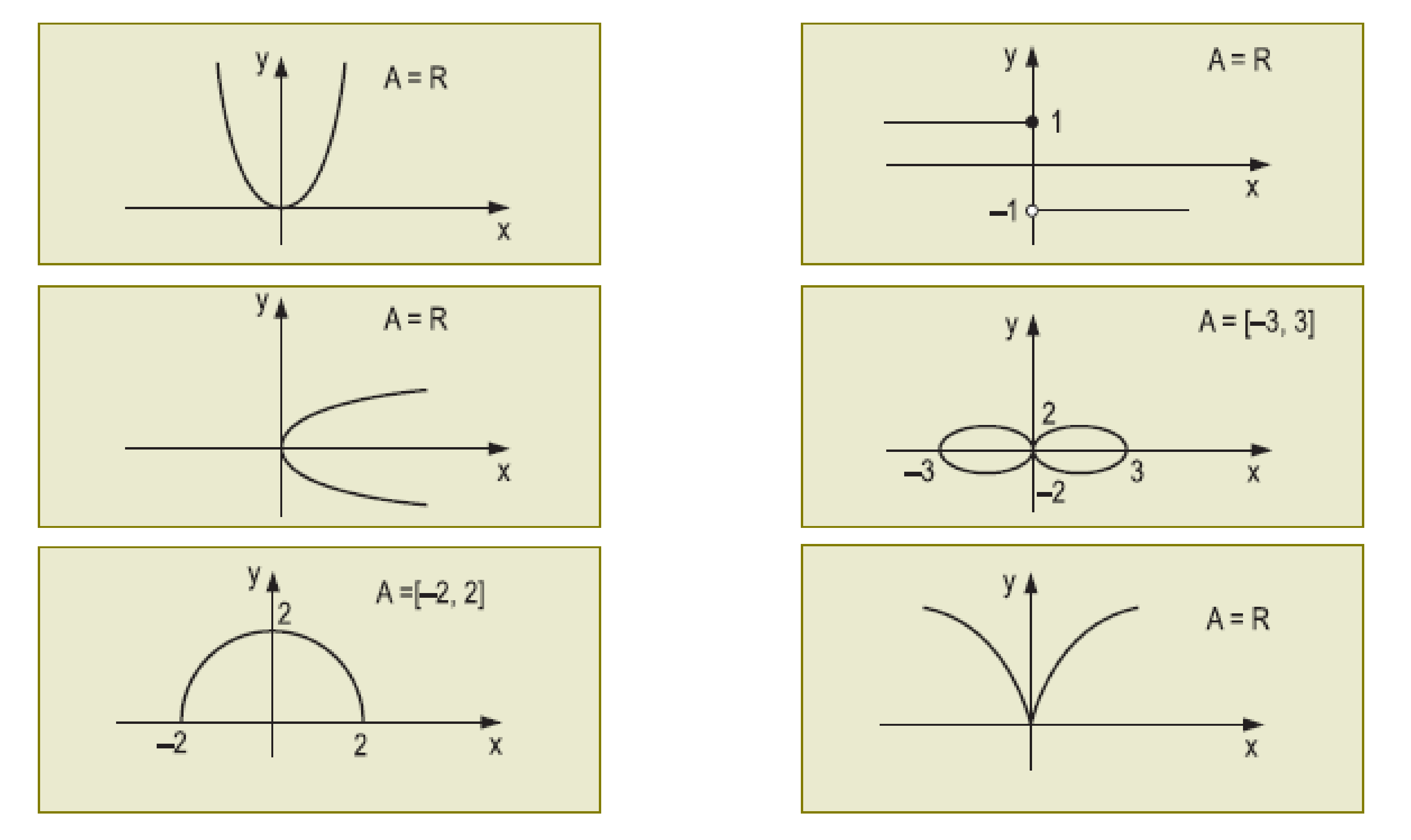
c) Calcule a tarifa de quem consome 37 m^3 por mês.

$8 + 10.1 + 17.1{,}4 = 41{,}80, \quad R\$41{,}80$

d) Chamando *x* o consumo mensal (em m^3) e de *y* a tarifa, obtenha a expressão de *y* em função de *x*.

$$y(x) = \begin{cases} 8\,, & se\ x \leq 10 \\ 8 + 1(x - 10), & se\ 10 < x \leq 20 \\ 18 + 1{,}4(x - 20)\,, & se\ x > 20 \end{cases}$$

10. A seguir temos gráficos de relações de A em R. Quais podem e quais não podem ser gráficos de funções?



Funções Exponenciais e Logarítmicas:

Exemplo 1. O número de habitantes de uma cidade é hoje igual a 8 mil e cresce exponencialmente a uma taxa *k* ao ano. Se daqui a 20 anos o número de habitantes for 16 mil, qual a taxa de crescimento anual?

$f(t) = 8(1+k)^t$ (função que calcula o número de habitantes em função do tempo que cresce com uma taxa k, dada uma população inicial, que no nosso caso, é 8 mil)

Se daqui a 20 anos a população é 16 mil , temos: $f(20) = 8(1+k)^{20} = 16,\ (1+k)^{20} = 2$

$1 + k = \sqrt[20]{2}$, ou seja: $k = \sqrt[20]{2} - 1 \approx 0{,}0353$

$\boldsymbol{Taxa}$ é $\boldsymbol{k \approx 3{,}53\%}$

Exemplo 2. Um imóvel vale hoje R$ 150.000,00 e a cada ano sofre uma desvalorização de 3% ao ano. Qual seu valor daqui a 10 anos?

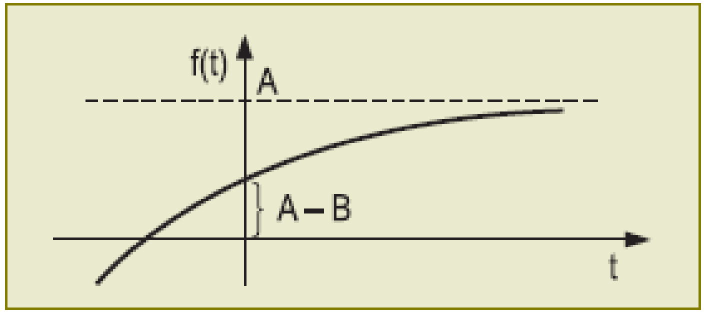
$$f(t) = 150000(1 - 0{,}03)^t$$

$$f(10) = 150000(0{,}97)^{10} \approx 110.613{,}62$$

Em 10 anos é imóvel será : $R\$\ 110.613{,}62$

Curva de aprendizagem. A curva de aprendizagem é o gráfico de uma Função frequentemente utilizada para relacionar a eficiência de trabalho de uma pessoa em função de sua experiência. A expressão matemática dessa função é $f(t) = A - Be^{-kt}$, em que t representa o tempo e $f(t)$ a eficiência. Os valores A, B e k são constantes positivas e dependem intrinsecamente do problema em questão. Veja o gráfico da Figura ao lado:

Curva de Aprendizagem



Exemplo 3: Suponha que após t meses de experiência um Operário consiga montar p peças por hora. Suponha ainda que $p(t) = 40 - 20e^{-0,4t}$

a) Quantas peças ele montava por hora quando não tinha experiência?
b) Quantas peças montará por hora após 2,5 meses de experiência?
Dado: $e^{-1} = 0,37$.
c) Quantas peças, no máximo, conseguirá montar por hora?

a) Quantas peças ele montava por hora quando não tinha experiência?

Sem experiência $t = 0$: $p(0) = 40 - 20e^{-0,4(0)} = 40 - 20 = 20$

b) Quantas peças montará por hora após 2,5 meses de experiência?

Dado: e^{-1} = 0,37.

$t = 2{,}5$, ou seja: $p(2{,}5) = 40 - 20e^{-0,4(2,5)} = 40 - 20e^{-1} = 40 - 20(0{,}37) = 32{,}6$

c) Quantas peças, no máximo, conseguirá montar por hora?

Note que quando t cresce (experiência cresce) muito, $e^{-0,4t}$ vai tendendo a zero. Então:

$p(t) = 40 - 20e^{-0,4t} = 40$ para t suficientemente grande.

Exemplo 4: Estudos demográficos feitos em certo país estimaram que sua população daqui a t anos será $P = 40(1{,}05)^t$ milhões de habitantes. Daqui a quanto tempo a população dobrará?

Dados log 2 = 0,3 e log 1,05 = 0,02.

Note que a população inicial é 40 milhões de habitantes. Então o dobro é 80 milhões.

Ou seja, temos ter: $40(1{,}05)^t = 80$, então: $(1{,}05)^t = 2$, agora aplicamos o log dos dois lados para isolar t:

$\log(1{,}05)^t = log2$, ou seja: t $log(1{,}05) = log2$, ou seja: $t = \frac{log2}{\log(1{,}05)} = \frac{0{,}3}{0{,}02} = 15$

- A população dobrará em 15 anos.

Exemplo 5. Considere a curva de aprendizagem $f(t) = 10 - Be^{-kt}$

Sabendo que $f(1) = 5$ e $f(2) = 6$ obtenha B e k.

Dado ln1,25 = 0,22.

$f(1) = 5 = 10 - Be^{-k}$ e portanto: $B = 5e^{k}$

$f(2) = 6 = 10 - Be^{-2k}$, então: $-4 = -5e^{k}e^{-2k} \implies$

$$\frac{4}{5} = e^{-k} \; (aplicar\ ln\ dos\ dois\ lados) \implies k = \ln\left(\frac{5}{4}\right) = \ln(1,25) = 0,22$$

Lembrando que: $B = 5e^{k} = 5e^{0,22} \approx 6,25$