



1. Uma urna contém 5 bolas brancas, 4 vermelhas e 3 azuis. Extraem-se sucessivamente três bolas, ao acaso e por um processo sem reposição. Determine a probabilidade de que:

- a) nenhuma seja vermelha
- b) exatamente uma seja vermelha
- c) todas sejam de mesma cor



Resolução:

$$\text{a) } P(\text{nenhuma vermelha}) = P(\bar{V} \cap \bar{V} \cap \bar{V}) = \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} = \frac{14}{55}$$

$$\text{b) } P(\text{exatamente uma vermelha}) = P(V \cap \bar{V} \cap \bar{V}) \cdot 3 = \frac{4}{12} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{10} \cdot 3 = \frac{28}{55}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\text{todas da mesma cor}) &= P(B \cap B \cap B) + P(V \cap V \cap V) + P(A \cap A \cap A) \\ &= \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} + \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{44} \end{aligned}$$



2. As probabilidades de 3 jogadores A, B e C marcarem um gol quando cobram um pênalti são: $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{4}{5}$ e $P(C) = \frac{7}{10}$.

Se cada um cobrar uma única vez, qual a probabilidade de que:

a) não saia um gol?

b) pelo menos um marque um gol?



As probabilidades de 3 jogadores A, B e C marcarem um gol quando cobram um pênalti são: $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{4}{5}$ e $P(C) = \frac{7}{10}$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\text{n\~ao sair gol}) &= P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = \\ &= \frac{1}{3} * \frac{1}{5} * \frac{3}{10} = \frac{1}{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\text{pelo menos um marque um gol}) &= \\ &= 1 - P(\text{n\~ao sair gol}) = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50} \end{aligned}$$



3. Da produção diária de peças de uma determinada máquina, 10% são defeituosas. Retiram-se 5 peças da produção dessa máquina. Qual a probabilidade de que:

- a) no máximo duas sejam boas? **R: 0,00856**
- b) pelo menos quatro sejam boas? **R: 0,91854**
- c) exatamente três sejam boas? **R: 0,0729**
- d) pelo menos uma seja defeituosa? **R: 0,40951**



Da produção diária de peças de uma determinada máquina, 10% são defeituosas. Retiram-se 5 peças da produção dessa máquina. Qual a probabilidade de que:

a) $P(\text{no máximo duas sejam boas}) =$
 $P(0B) + P(1B) + P(2B) = P(DDDDD) + P(BDDDD) \cdot 5 +$
 $+ P(BBDDD) \cdot 10 = (0,1)^5 + 0,9 \cdot (0,1)^4 \cdot 5 + (0,9)^2 \cdot (0,1)^3 \cdot 10 =$
 $0,00001 + 0,00045 + 0,0081 = 0,00856$

b) $P(\text{pelo menos quatro sejam boas}) = P(4B) + P(5B) =$
 $P(BBBBD) \cdot 5 + P(BBBBB) = (0,9)^4 \cdot (0,1) \cdot 5 + (0,9)^5$
 $= 0,32805 + 0,59049 = 0,91854$



Da produção diária de peças de uma determinada máquina, 10% são defeituosas. Retiram-se 5 peças da produção dessa máquina. Qual a probabilidade de que:

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\text{exatamente três sejam boas}) &= \\ &= P(\text{BBBDD}) \cdot 10 = (0,9)^3 \cdot (0,1)^2 \cdot 10 = 0,0729 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(\text{pelo menos uma seja defeituosa}) &= 1 - P(\text{nenhuma D}) = \\ &= 1 - P(5B) = 1 - (0,9)^5 = 1 - 0,59049 = 0,40951 \end{aligned}$$



4. Uma urna contém 5 bolas verdes, 4 azuis e 5 brancas. Retiram-se, ao acaso e sem reposição, 4 bolas desta urna. Qual a probabilidade de obter:

a) exatamente 3 bolas azuis?

R: 0,03996

b) pelo menos uma bola verde?

R: 0,8741



4. Uma urna contém 5 bolas verdes, 4 azuis e 5 brancas. Retiram-se, ao acaso e sem reposição, 4 bolas desta urna. Qual a probabilidade de obter:

a) $P(\text{exatamente 3 bolas azuis}) = P(A A A \bar{A}) =$

$$\frac{4}{14} * \frac{3}{13} * \frac{2}{12} * \frac{10}{11} * 4 = 0,03996$$

b) $P(\text{pelo menos uma bola verde}) = 1 - P(\text{nenhuma verde}) =$

$$= 1 - P(\bar{V} \bar{V} \bar{V} \bar{V}) = 1 - \frac{9}{14} * \frac{8}{13} * \frac{7}{12} * \frac{6}{11} = 0,8741$$



5. Uma caixa contém 6 lâmpadas de 40W, 3 de 60W e 1 de 100W. Retiram-se 5 lâmpadas com reposição. Qual a probabilidade de que saiam:

a) 3 de 40W, 1 de 60W e 1 de 100W? **R: 0,1296**

b) 4 de 40W e 1 de 60W **R: 0,1944**

c) Não saia nenhuma de 60W **R: 0,1681**



5. Uma caixa contém 6 lâmpadas de 40W, 3 de 60W e 1 de 100W. Retiram-se 5 lâmpadas com reposição. Qual a probabilidade de que saiam 3 de 40W, 1 de 60W e 1 de 100W?

a) $P(3 \text{ de } 40W, 1 \text{ de } 60W \text{ e } 1 \text{ de } 100W) = P(40 \ 40 \ 40 \ 60 \ 100) =$
 $(0,6)^3 \cdot (0,3) \cdot (0,1) \cdot 20 = 0,1296$

b) $P(4 \text{ de } 40W \text{ e } 1 \text{ de } 60W) = P(40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 60) =$
 $= (0,6)^4 \cdot (0,3) \cdot 5 = 0,1944$

c) $P(\text{Não saia nenhuma de } 60W) = P(\overline{60} \ \overline{60} \ \overline{60} \ \overline{60} \ \overline{60}) =$
 $(0,7)^5 = 0,1681$



6. A caixa A tem 9 cartas numeradas de 1 a 9. A caixa B tem 5 cartas numeradas de 1 a 5. Uma caixa é escolhida ao acaso e uma carta é retirada. Se o número é par, qual a probabilidade de que a carta sorteada tenha vindo de A?

Resp: $10/19$



A caixa A tem 9 cartas numeradas de 1 a 9. A caixa B tem 5 cartas numeradas de 1 a 5. Uma caixa é escolhida ao acaso e uma carta é retirada. Se o número é par, qual a probabilidade de que a carta sorteada tenha vindo de A?

$$\text{Resolução: } P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(P | A) = \frac{4}{9}, \quad P(B) = \frac{1}{2} \text{ e } P(P | B) = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} P(P) &= P(A \cap P) + P(B \cap P) = P(A) \cdot P(P|A) + P(B) \cdot P(P|B) = \\ &= \frac{1}{2} * \frac{4}{9} + \frac{1}{2} * \frac{2}{5} = \frac{19}{45} \end{aligned}$$

$$P(A|P) = \frac{P(A \cap P)}{P(P)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{19}{45}} = \frac{2}{9} * \frac{45}{19} = \frac{10}{19}$$



7. A probabilidade de um indivíduo da classe A comprar um carro é de $\frac{3}{4}$, da classe B é de $\frac{1}{5}$ e da classe C é de $\frac{1}{20}$. As probabilidades dos indivíduos comprarem um carro da marca x são $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{10}$ dado que sejam das classes A, B e C respectivamente. Certa loja vendeu um carro da marca x. Qual a probabilidade de que o indivíduo que o comprou seja da classe B?

Resp: $\frac{4}{7}$



A probabilidade de um indivíduo da classe A comprar um carro é de $\frac{3}{4}$, da B é de $\frac{1}{5}$ e da C é de $\frac{1}{20}$. As probabilidades dos indivíduos comprarem um carro da marca x são $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{10}$ dado que sejam das classes A, B e C respectivamente. Certa loja vendeu um carro da marca x. Qual a probabilidade de que o indivíduo que o comprou seja da classe B?

$$P(A \cap x) = \frac{3}{4} * \frac{1}{10} = \frac{3}{40} ; P(B \cap x) = \frac{1}{5} * \frac{3}{5} = \frac{3}{25} e$$

$$P(C \cap x) = \frac{1}{20} * \frac{3}{10} = \frac{3}{200}$$

$$P(x) = P(A \cap x) + P(B \cap x) + P(C \cap x) = \frac{21}{100}$$

$$P(B|x) = \frac{P(B \cap x)}{P(x)} = \frac{\frac{3}{25}}{\frac{21}{100}} = \frac{3}{25} * \frac{100}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$



8. Uma caixa contém 3 moedas: uma não viciada, outra com 2 caras e uma terceira viciada, de modo que a probabilidade de ocorrer cara nesta moeda é de 0,2. Uma moeda é selecionada ao acaso da caixa. Saiu cara. Qual a probabilidade de que a terceira moeda tenha sido a selecionada?

Resp: $\frac{2}{17}$



Uma caixa contém 3 moedas: uma não viciada, outra com 2 caras e uma terceira viciada, de modo que a probabilidade de ocorrer cara nesta moeda é de 0,2. Uma moeda é selecionada ao acaso da caixa. Saiu cara. Qual a probabilidade de que a terceira moeda tenha sido a selecionada?

A: moeda 1 ; B: moeda 2 ; C: moeda 3

$$P(A \cap c) = \frac{1}{3} * \frac{1}{2} = \frac{1}{6} ; P(B \cap c) = \frac{1}{3} \text{ e } P(C \cap c) = \frac{1}{3} * \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

$$P(c) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{17}{30}$$

$$P(C|c) = \frac{P(C \cap c)}{P(c)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{15} * \frac{30}{17} = \frac{2}{17}$$



9. Uma empresa produz o produto X em 3 fábricas distintas A, B e C. A produção de A é 2 vezes a de B e a de C é 2 vezes a de B. O produto X é armazenado em um depósito central. As proporções de produção defeituosa são 5% de A, 3% de B e 4% de C. Retira-se uma unidade de X do depósito e verifica-se que é defeituosa. Qual a probabilidade de que tenha sido fabricada por B?

Resp: 0,14286.



Uma empresa produz o produto X em 3 fábricas distintas A, B e C. A produção de A é 2 vezes a de B e a de C é 2 vezes a de B. O produto X é armazenado em um depósito central. As proporções de produção defeituosa são 5% de A, 3% de B e 4% de C. Retira-se uma unidade de X do depósito e verifica-se que é defeituosa. Qual a probabilidade de que tenha sido fabricada por B?

$$A: P(A) = 2p \quad ; \quad B: P(B) = p \quad ; \quad C: P(C) = 2p$$

$$P(d|A) = 0,05 \quad ; \quad P(d|B) = 0,03 \quad \text{e} \quad P(d|C) = 0,04$$

$$P(d) = 2p \cdot 0,05 + p \cdot 0,03 + 2p \cdot 0,04 = 0,1p + 0,03p + 0,08p = 0,21p$$

$$P(B|d) = \frac{P(B \cap d)}{P(d)} = \frac{0,03p}{0,21p} = 0,14286$$



10. Em uma prova caíram dois problemas. Sabe-se que 132 alunos acertaram o primeiro, 86 erraram o segundo, 120 acertaram os dois e 54 acertaram apenas um problema.

Qual a probabilidade de que um aluno, colhido ao acaso:

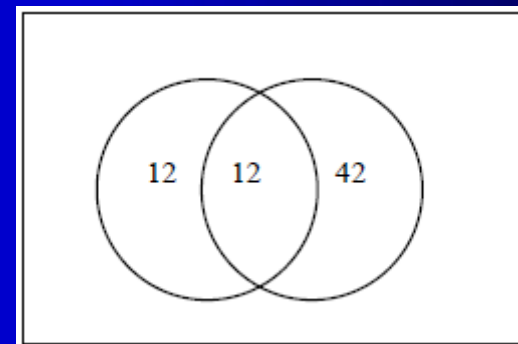
a) não tenha acertado nenhum problema?

b) tenha acertado apenas o segundo problema?



Em uma prova caíram dois problemas. Sabe-se que 132 alunos acertaram o primeiro, 86 erraram o segundo, 120 acertaram os dois e 54 acertaram apenas um problema.

a) Probabilidade de não ter acertado nenhum problema?



Resolução:

Número de alunos que acertaram apenas o primeiro = $132 - 120 = 12$

Número de alunos que acertaram apenas o segundo = $54 - 12 = 42$

Número de alunos que acertaram o segundo = $120 + 42 = 162$

Número de alunos que fizeram a prova = $n(B) + n(CB) = 162 + 86 = 248$

Número de alunos que acertaram pelo menos um = $12 + 120 + 42 = 174$

Número de alunos que não acertaram nenhum = $248 - 174 = 74$



Em uma prova caíram dois problemas. Sabe-se que 132 alunos acertaram o primeiro, 86 erraram o segundo, 120 acertaram os dois e 54 acertaram apenas um problema.

a) Probabilidade de não ter acertado nenhum problema?

Resolução:

$$\text{a) } P(\text{nenhum acerto}) = \frac{74}{248} = 0,29839$$

$$\text{b) } P(\text{tenha acertado apenas o segundo}) = \frac{42}{248} = 0,16935$$