Домашнє завдання №1
20.0?.2?

a) $T(n) = \begin{cases} 1, & n \leq a, a > 0 \\ T(n-a)+1, & n > a \end{cases}$

Ну тут ми віднімаємо a от моменту,

поки аргумент(n) не стане $\leq a$

$n \leq k \cdot a$, $k \in \mathbb{R}^{+}$.

$\frac{n}{a} \leq k$

1) $a \in \mathbb{N}$ $\wedge$ $a \mid n$, тоді нам буде потрібно $k = \frac{n}{a}$ відняти

a від $n \Rightarrow T(n) = k = \frac{n}{a}$

2) $(a \notin \mathbb{N}) \oplus (a \nmid n)$, $n \leq k \cdot a$, $\frac{n}{a} \leq k$, але $\frac{n}{a} \notin \mathbb{N}$,

причому $n - \left[\frac{n}{a}\right] \cdot a > 0$, тоді у цьому випадку

$\left[T(n) = ceil(\frac{n}{a}), \right.$ ну і чи 2 випадки однакові, при умові,

що $ceil$ не збільшує натуральне число на 1. $\leftarrow$ Відповідь

б) $T(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ T(n-1) + 2^n, & n \geq 1 \end{cases}$

очевидна закономірність $\swarrow$

$T(n) = T(n-1) + 2^n = T(n-2) + 2^{n-1} + 2^n = \ldots = \sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1$

$T(n) = 2^{n+1} - 1$

c) $T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 2T(\left[n/2\right]) + 1, & n \geq 2 \end{cases}$

ціла частина $\swarrow$

очевидно, що n-сть операцій рекурсивного виклику буде $\left[\log_2 n\right] = m \in \mathbb{N}$,

$T(n) = 2T(\left[n/2\right]) + 1 = 2^2 T(\left[n/4\right]) + 1 = \ldots = \sum_{k=0}^{m} 2^k$, де $m = \left[\log_2 n\right]$

$T(n) = \sum_{k=0}^{\left[\log_2 n\right]} 2^k = 2^{\left[\log_2 n\right]+1} - 1$

d) $T(n) = \begin{cases} 1, & n=1 \\ aT([n/a]) + n, & n \geq 2, a \geq 2. \end{cases}$

Тут буде теж саме, аналогічно с)

n - кість операцій до трив. випадку: $[\log_2 n] = m \in \mathbb{N}$

$T(n) = aT([n/a]) + n = a^2 T([n/a^2]) + a[n/a] + n = \ldots = \sum_{k=0}^{m} a^k \cdot [\frac{n}{a^k}]$

$$T(n) = \sum_{k=0}^{[\log_2 n]} a^k [\frac{n}{a^k}]$$