Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Elétrica

ELE075 – Sistemas Nebulosos

Lista de Exercícios 1

1. Utilizando a função característica, prove a seguinte propriedade dos conjuntos clássicos:
   $\bar{\bar{A}} = A$ (Involução) $A \cup (A \cap B) = A$ (Absorção) $A \cap \bar{A} = \emptyset$ (Contradição)
   $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ (De Morgan)

2. Usando os operadores clássicos de união, intersecção e complemento, verifique se as seguintes propriedades são válidas para conjuntos nebulosos
   $\bar{\bar{A}} = A$ (Involução) $A \cup (A \cap B) = A$ (Absorção) $A \cap \bar{A} = \emptyset$ (Contradição)
   $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ (De Morgan)

3. Prove que o complemento de Sugeno $N(a) = \frac{1-a}{1+sa}$ com $s \in (-1, \infty)$ atende aos axiomas n1, n2 e n4. Obs: a é um conjunto nebuloso;
   (n1): $N(0) = 1$ e $N(1) = 0$
   (n2): $N(a) \geq N(b)$ se $a \leq b$
   (n4): $N(N(a)) = a$

4. Prove que a soma probabilística $S(a, b) = a + b - ab$ atende aos axiomas s1, s2, s3 e s4. Obs: a e b são conjuntos nebulosos;
   (s1): $S(0,0) = 0$ e $S(a, 0) = S(0, a) = 0$
   (s2): $S(a, b) \leq S(c, d)$ se $a \leq c$ e $b \leq d$
   (s3): $S(a, b) = S(b, a)$
   (s4): $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$

5. Prove que a soma Limitada $S(a, b) = \min(1, a + b)$ atende aos axiomas s1, s2, s3 e s4. Obs: a e b são conjuntos nebulosos;
   (s1): $S(0,0) = 0$ e $S(a, 0) = S(0, a) = 0$
   (s2): $S(a, b) \leq S(c, d)$ se $a \leq c$ e $b \leq d$
   (s3): $S(a, b) = S(b, a)$
   (s4): $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$

6. Prove que o Produto $T(a,b) =$ ab atende aos axiomas t1, t2, t3 e t4. Obs: a e b são conjuntos nebulosos;
   (t1):$T(0,0) = 0$ e $T(a,1) = T(1,a) = a$
   (t2): $T(a,b) \leq T(c,d)$ se $a \leq c$ e $b \leq d$
   (t3): $T(a,b) = T(b,a)$
   (t4): $T\big(a, T(b,c)\big) = T(T(a,b),c)$

7. Prove que o Produto Limitado $T(a,b) = \max(0,\ \mathrm{a} + \mathrm{b} - 1)$ atende aos axiomas t1, t2, t3 e t4. Obs: a e b são conjuntos nebulosos;
   (t1):$T(0,0) = 0$ e $T(a,1) = T(1,a) = a$
   (t2): $T(a,b) \leq T(c,d)$ se $a \leq c$ e $b \leq d$
   (t3): $T(a,b) = T(b,a)$
   (t4): $T\big(a, T(b,c)\big) = T(T(a,b),c)$

8. Usando a Lei de De-Morgan Generalizada $T(a,b) = \mathrm{N}\Big(\mathrm{S}\big(\mathrm{N(a)}, \mathrm{N(b)}\big)\Big)$, mostre que a Soma Probabilística $S(a,b) = a + b - ab$ e o Produto $T(a,b) =$ ab são operadores duas em relação ao complemento de Zadeh $N(a) = 1 - a$

9. Escreva um programa em Python que implemente as funções de pertinência descritas a seguir:
   - **função de pertinência triangular:**
     trimf (x, a , b , c), onde x é um vetor representando a variável de interesse; a, b e c representam os vértices (parâmetros) da função.
   - **função de pertinência trapezoidal:**
     trapmf (x, a , b , c, d), onde x é um vetor representando a variável de interesse; a, b, c e d representam os vértices (parâmetros) da função.
   - **função de pertinência gaussiana:**
     gaussmf (x, c, sigma), onde x é um vetor representando a variável de interesse; c e sigma representam o centro e a largura (parâmetros) da função.
     * ver equação da função Gaussiana nos slides do curso
   - **função de pertinência Sino Generalizada:**
     gbellmf (x, c, sigma, inc), onde x é um vetor representando a variável de interesse; c e sigma representam o centro e a largura (parâmetros) da função; inc é o parâmetro de inclinação nos *crossover points*
     * ver equação da função Sino Generalizada nos slides do curso
   - **função de pertinência sigmoidal:**
     sigmf (x, a, c), onde x é um vetor representando a variável de interesse; a eontrola a inclinação da função no *crossover point x = c;*
     - ver equação da função Sigmoide nos slides do curso

     Testar (plotar) todas as funções para 0 <= x <= 10, com diferentes parametrizações, conforme mostrado nos slides do curso.