

XMAC02

Métodos Matemáticos para Análise de Dados

Aula 18 – Teste de Duas Proporções

Teste de duas proporções

2

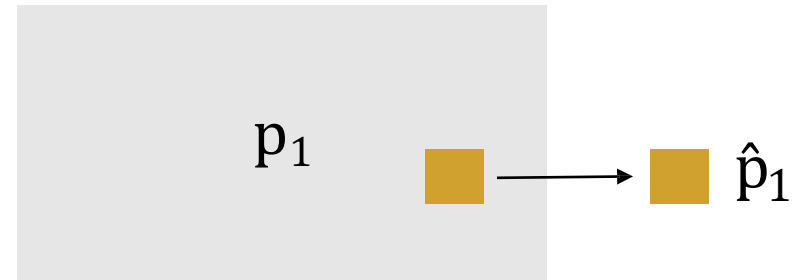
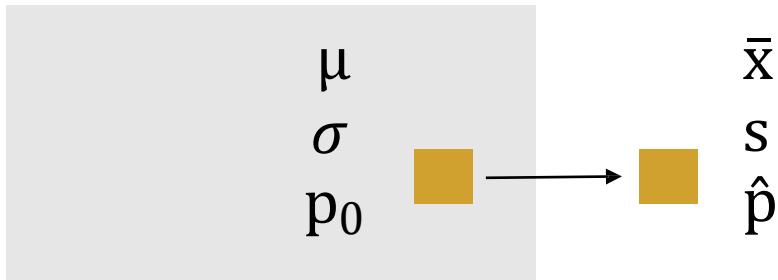
□ Condições

- ▣ Amostra aleatória
- ▣ Observações independente
- ▣ Dados devem conter apenas duas categorias (sucesso/falha ou sim/não)
- ▣ Dados binomiais devem ser aproximados para uma distribuição normal
 - $Np \geq 10$ e $(1-p) \geq 10$ (dados devem ter ao menos 10 sucessos e 10 falhas)
 - Em alguns livros, $Np \geq 5$ e $(1-p) \geq 5$

Teste de duas proporções

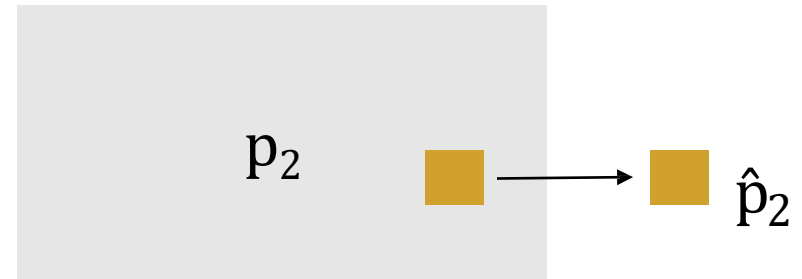
3

- Como representar proporções em amostras e na população.



Teste de uma proporção

$$z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$



Teste de duas proporções

4

Proporções esperadas são iguais?

$$\begin{array}{l} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_a: p_1 - p_2 \neq 0 \end{array}$$

Sim

Pooled

$$\bar{p} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{(n_1 + n_2)}$$

$$Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Não

Un-pooled

$$\begin{array}{l} H_0: p_1 - p_2 = d \\ H_a: p_1 - p_2 \neq d \end{array}$$

$$Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}}$$

Teste de duas proporções

5

- ❑ Exemplo: Em uma amostra de 200 itens de um fornecedor A foram encontrados 30 itens defeituosos. Em outra amostra de 100 itens de um fornecedor B foram encontrados 10 defeituosos. Há uma diferença significativa na qualidade dos produtos desses fornecedores? Nível de confiança: 95%.
- ❑ Primeiro passo é verificar se podemos fazer aproximação para distribuição normal
 - A: 30 defeituosos e 170 não defeituosos ✓
 - B: 10 defeituosos e 90 não defeituosos ✓

Teste de duas proporções

6

- Exemplo: Em uma amostra de 200 itens de um fornecedor A foram encontrados 30 itens defeituosos. Em outra amostra de 100 itens de um fornecedor B foram encontrados 10 defeituosos. Há uma diferença significativa na qualidade dos produtos desses fornecedores? Nível de confiança: 95%.
 - ▣ $\hat{p}_1 = 30/200 = 0,15$
 - ▣ $\hat{p}_2 = 10/100 = 0,10$
 - ▣ $n_1 = 200$
 - ▣ $n_2 = 100$

Teste de duas proporções

7

- ▣ $\hat{p}_1 = 30/200 = 0,15$
- ▣ $\hat{p}_2 = 10/100 = 0,10$
- ▣ $n_1 = 200, n_2 = 100$

$$\bar{p} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{(n_1 + n_2)} = \frac{30 + 10}{100 + 200} = 0,1333$$

$$z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{(0,15 - 0,10)}{\sqrt{0,133(1 - 0,133) \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{100} \right)}}$$

$$z_{cal} = 1,20$$

8

- | z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | .5000 | .4960 | .4920 | .4880 | .4840 | .4801 | .4761 | .4721 | .4681 | .4641 |
| 0.1 | .4602 | .4562 | .4522 | .4483 | .4443 | .4404 | .4364 | .4325 | .4286 | .4247 |
| 0.2 | .4207 | .4168 | .4129 | .4090 | .4052 | .4013 | .3974 | .3936 | .3897 | .3859 |
| 0.3 | .3821 | .3783 | .3745 | .3707 | .3669 | .3632 | .3594 | .3557 | .3520 | .3483 |
| 0.4 | .3446 | .3409 | .3372 | .3336 | .3300 | .3264 | .3228 | .3192 | .3156 | .3121 |
| 0.5 | .3085 | .3050 | .3015 | .2981 | .2946 | .2912 | .2877 | .2843 | .2810 | .2776 |
| 0.6 | .2743 | .2709 | .2676 | .2643 | .2611 | .2578 | .2546 | .2514 | .2483 | .2451 |
| 0.7 | .2420 | .2389 | .2358 | .2327 | .2296 | .2266 | .2236 | .2206 | .2177 | .2148 |
| 0.8 | .2119 | .2090 | .2061 | .2033 | .2005 | .1977 | .1949 | .1922 | .1894 | .1867 |
| 0.9 | .1841 | .1814 | .1788 | .1762 | .1736 | .1711 | .1685 | .1660 | .1635 | .1611 |
| 1.0 | .1587 | .1562 | .1539 | .1515 | .1492 | .1469 | .1446 | .1423 | .1401 | .1379 |
| 1.1 | .1357 | .1335 | .1314 | .1292 | .1271 | .1251 | .1230 | .1210 | .1190 | .1170 |
| 1.2 | .1151 | .1131 | .1112 | .1093 | .1075 | .1056 | .1038 | .1020 | .1003 | .0985 |
| 1.3 | .0968 | .0951 | .0934 | .0918 | .0901 | .0885 | .0869 | .0853 | .0838 | .0823 |
| 1.4 | .0808 | .0793 | .0778 | .0764 | .0749 | .0735 | .0721 | .0708 | .0694 | .0681 |
| 1.5 | .0668 | .0655 | .0643 | .0630 | .0618 | .0606 | .0594 | .0582 | .0571 | .0559 |
| 1.6 | .0548 | .0537 | .0526 | .0516 | .0505 | .0495 | .0485 | .0475 | .0465 | .0455 |
| 1.7 | .0446 | .0436 | .0427 | .0418 | .0409 | .0401 | .0392 | .0384 | .0375 | .0367 |
| 1.8 | .0359 | .0351 | .0344 | .0336 | .0329 | .0322 | .0314 | .0307 | .0301 | .0294 |
| 1.9 | .0287 | .0281 | .0274 | .0268 | .0262 | .0256 | .0250 | .0244 | .0239 | .0233 |
| 2.0 | .0228 | .0222 | .0217 | .0212 | .0207 | .0202 | .0197 | .0192 | .0188 | .0183 |
| 2.1 | .0179 | .0174 | .0170 | .0166 | .0162 | .0158 | .0154 | .0150 | .0146 | .0143 |
| 2.2 | .0139 | .0136 | .0132 | .0129 | .0125 | .0122 | .0119 | .0116 | .0113 | .0110 |
| 2.3 | .0107 | .0104 | .0102 | .0099 | .0096 | .0094 | .0091 | .0089 | .0087 | .0084 |
| 2.4 | .0082 | .0080 | .0078 | .0075 | .0073 | .0071 | .0069 | .0068 | .0066 | .0064 |
| 2.5 | .0062 | .0060 | .0059 | .0057 | .0055 | .0054 | .0052 | .0051 | .0049 | .0048 |
| 2.6 | .0047 | .0045 | .0044 | .0043 | .0041 | .0040 | .0039 | .0038 | .0037 | .0036 |
| 2.7 | .0035 | .0034 | .0033 | .0032 | .0031 | .0030 | .0029 | .0028 | .0027 | .0026 |
| 2.8 | .0026 | .0025 | .0024 | .0023 | .0023 | .0022 | .0021 | .0021 | .0020 | .0019 |
| 2.9 | .0019 | .0018 | .0018 | .0017 | .0016 | .0016 | .0015 | .0015 | .0014 | .0014 |
| 3.0 | .0013 | .0013 | .0013 | .0012 | .0012 | .0011 | .0011 | .0011 | .0010 | .0010 |
| 3.1 | .0010 | .0009 | .0009 | .0009 | .0008 | .0008 | .0008 | .0008 | .0007 | .0007 |
| 3.2 | .0007 | .0007 | .0006 | .0006 | .0006 | .0006 | .0006 | .0005 | .0005 | .0005 |
| 3.3 | .0005 | .0005 | .0005 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0003 |
| 3.4 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0002 |
| 3.5 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 |
| 3.6 | .0002 | .0002 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 |
| 3.7 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 |
| 3.8 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 |
| 3.9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | | | | | | |

Teste de duas proporções

$$z_{\text{cal}} = 1,20$$

$$z_{\text{crítico}} = 1,96$$

$$H_0: p = p_0$$

$$H_a: p \neq p_0$$

