

# XMAC02

## Métodos Matemáticos para Análise de Dados

Aula 12 – Teste de Hipótese

# Teste de Hipótese

2

- ❑ É um método de inferência estatística que nos permite inferir sobre um parâmetro populacional com base numa estatística amostral.
- ❑ Exemplo:
  - ▣ Máquina envasa milhares de perfumes diariamente com média de 150 ml e desvio padrão de 2 ml
  - ▣ Observando uma amostra queremos saber se a máquina está funcionando corretamente

# Significância Estatística

3

- ❑ Após realizar um teste de hipótese, observa-se que a média de volume envasado mudou para 150,2 ml
- ❑ Estatisticamente é possível comprovar que a máquina não está funcionando corretamente
- ❑ Devo parar a máquina imediatamente e realizar ajustes, considerando que isso fará com que a produção seja interrompida por várias horas?

# Significância Prática

4

## □ Situação A

- Máquina fabrica 1 milhão de frascos de perfume por dia, e o custo de cada unidade é elevado
- Neste caso, 0,2 ml em média a mais em cada frasco pode representar um prejuízo considerável para a empresa. Então 0,2 ml a mais tem significância prática

## □ Situação B

- Máquina fabrica 1 mil frascos por dia, e o custo de cada unidade é baixo
- Nesta caso, não é conveniente parar a máquina imediatamente. O procedimento de ajuste pode ser feito durante um período de inatividade (fim de semana)

# Etapas do Teste de Hipótese

5

- 1) Definir a hipótese nula
- 2) Definir a hipótese alternativa
- 3) Definir uma probabilidade de erro (erro alpha).
- 4) Realizar o teste estatístico (p.e.: teste t ou teste z)
- 5) Definir o valor crítico
- 6) Interpretar resultados

# Etapas do Teste de Hipótese

6

- 1) Definir a hipótese nula
- 2) Definir a hipótese alternativa
- 3) Definir uma probabilidade de erro (erro alpha).
- 4) Realizar o teste estatístico (p.e.: teste t ou teste z)
- 5) Definir o valor crítico
- 6) Interpretar resultados

# Hipótese Nula vs Alternativa

7

- ❑ Julgamento criminal
- ❑ Hipótese nula ( $H_0$ ): Acusado é inocente
- ❑ Hipótese alternativa ( $H_a$ ): Acusado é culpado. É necessário provar a culpa.
- ❑ Conclusão da corte: culpado (há provas) ou não culpado (não há evidências ou provas suficientes)

# Hipótese Nula vs Alternativa

8

- ❑ Julgamento criminal
- ❑ Hipótese nula ( $H_0$ ): Acusado é inocente
- ❑ Hipótese alternativa ( $H_a$ ): Acusado é culpado. É necessário provar a culpa.
  
- ❑ Em termos estatísticos:
  - ❑ Rejeita a hipótese nula, ou
  - ❑ Falha em rejeitar a hipótese nula



# Hipótese Nula vs Alternativa

## Máquina de envasar perfumes

9

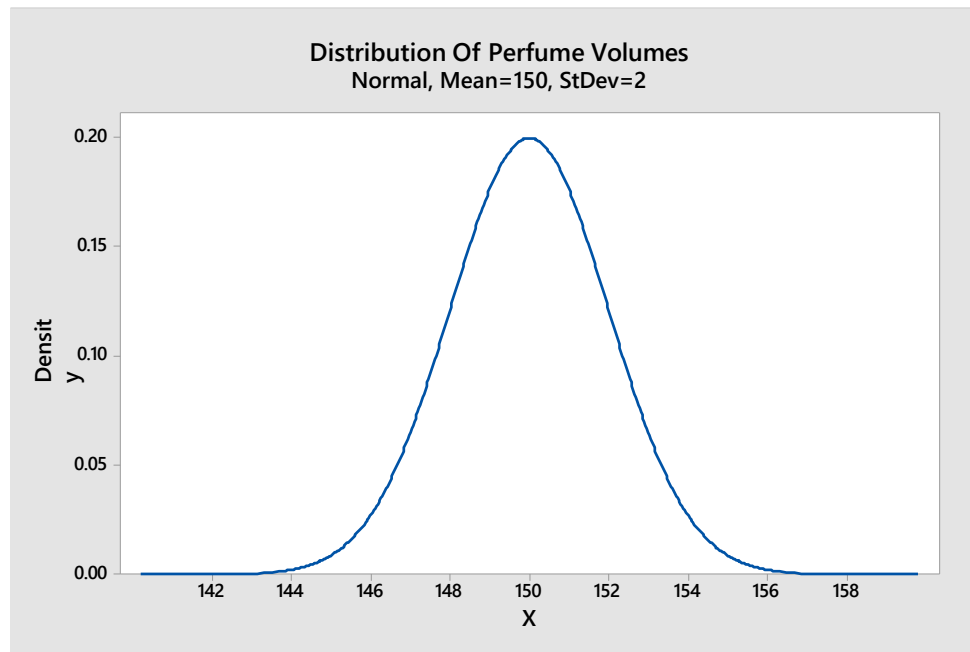
- ❑ Hipótese nula ( $H_0$ ): A máquina está preenchendo os frascos com 150 ml
- ❑ Hipótese alternativa ( $H_a$ ): A máquina não está preenchendo os frascos com 150 ml

# Hipótese Nula vs Alternativa

## Máquina de envasar perfumes

10

- Qual seria a conclusão ao se analisar uma única amostra com:
  - ▣ 150,2 ml; 147 ml; 156 ml; 140 ml ?



# Etapas do Teste de Hipótese

11

- 1) Definir a hipótese nula
- 2) Definir a hipótese alternativa
- 3) Definir uma probabilidade de erro (erro alpha).**
- 4) Realizar o teste estatístico (p.e.: teste t ou teste z)
- 5) Definir o valor crítico
- 6) Interpretar resultados

# Probabilidade de erro

12

- Toda vez que tiramos conclusões sobre a população com base numa amostra há uma chance da conclusão estar incorreta.
  - ▣ A probabilidade de erro, ou erro alpha, nos diz qual é essa chance
    - Geralmente  $\alpha = 0,05$
    - Assim, a cada 20 inferências, uma estará errada
  - ▣ Se a inferência for mais crítica, fazemos  $\alpha = 0,01$
  - ▣ Se for pouco crítica, fazemos  $\alpha = 0,1$

# Probabilidade de erro

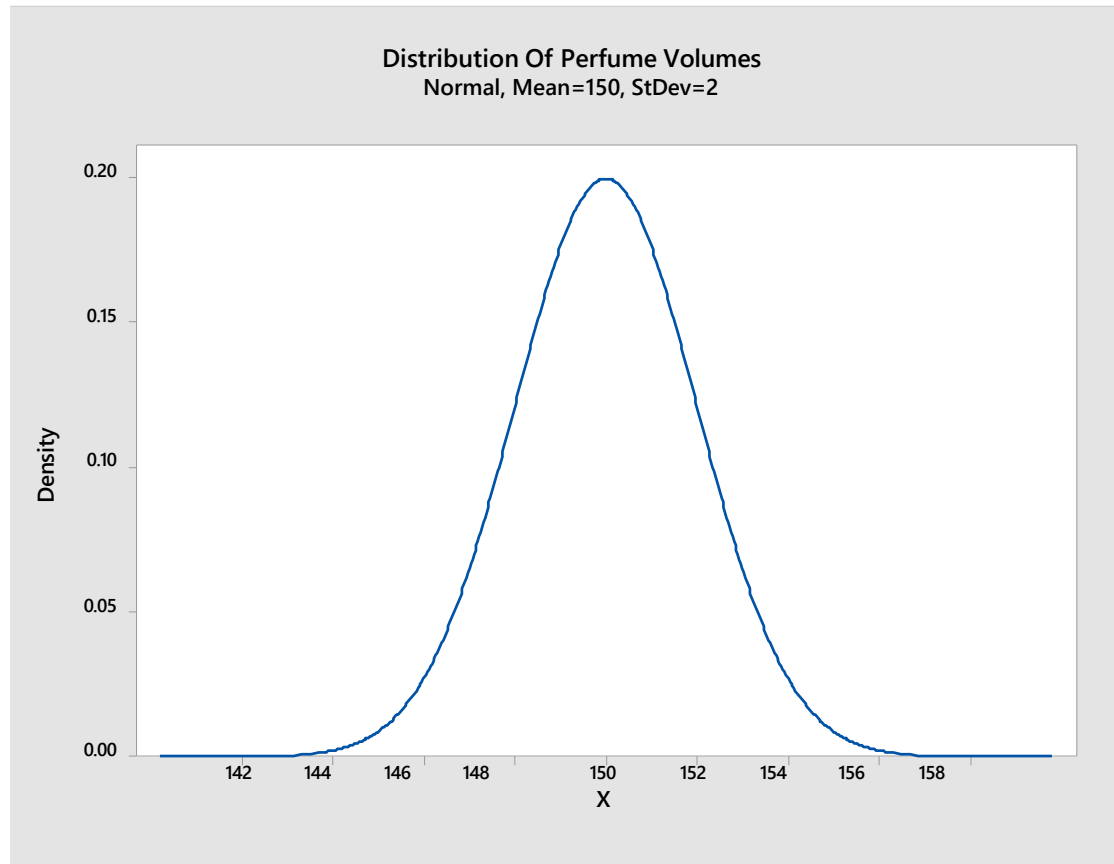
13

		Verdade	
		$H_0$ está correta	$H_a$ está correta
Conclusão	Confirmar $H_0$ / Rejeitar $H_a$	Conclusão Correta	Erro tipo II ( $\beta$ )
	Confirmar $H_a$ / Rejeitar $H_0$	Erro tipo I ( $\alpha$ )	Conclusão Correta (Potência)

# Erro tipo I ( $\alpha$ )

14

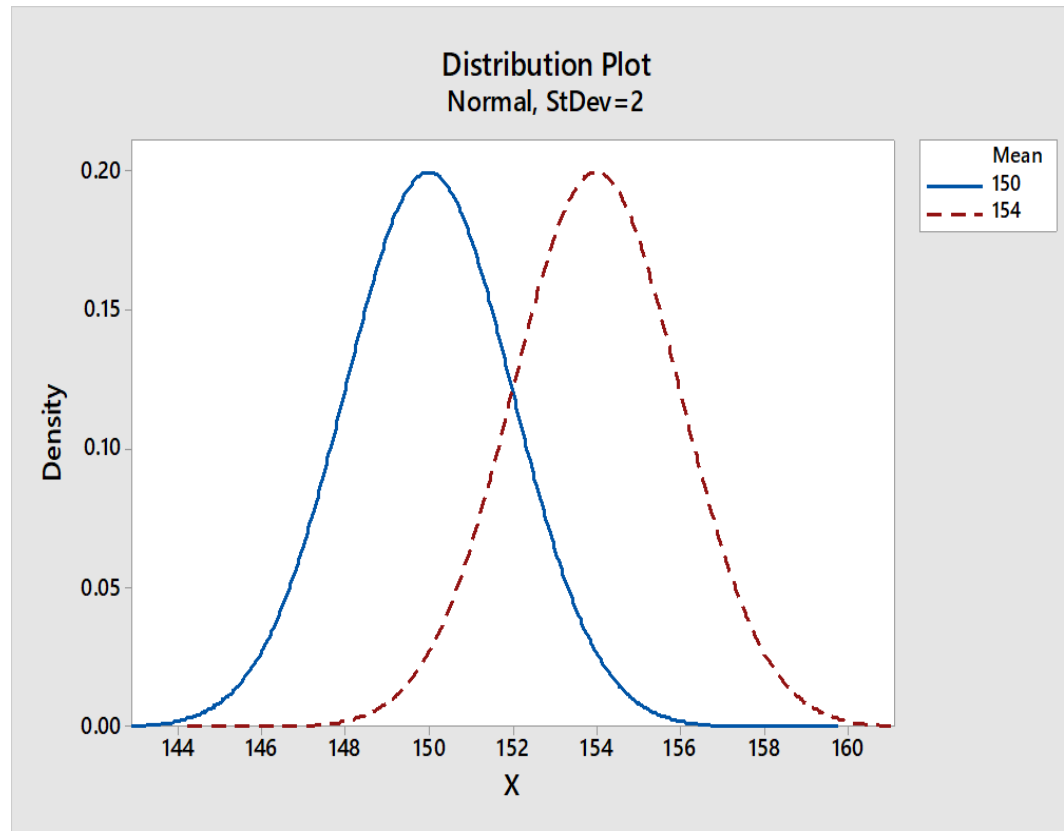
❑ 1 amostra = 155 ml,  $\alpha = 0.05$



# Erro tipo II ( $\beta$ )

15

□ 1 amostra = 152



# Erro tipo I ( $\alpha$ ) vs Erro tipo II ( $\beta$ )

16

	Erro tipo I ( $\alpha$ )	Erro tipo II ( $\beta$ )
Nome	Risco do produtor/ <b>Nível de significância</b>	Risco do consumidor
1 – erro é chamado	<b>Nível de confiança</b>	Potência do teste
Alarme de incêndio	Alarme falso levando a inconveniência	Alarme não soa levando a um desastre
Julgamento	Inocente declarado culpado	Culpado declarado inocente
Método de controle	Níveis pré-determinados de 1%, 5% e 10%	Controlado através do tamanho da amostra
Efeitos	Custo desnecessário	Defeitos / perdas / catástrofes



# Erro tipo I ( $\alpha$ ) vs Erro tipo II ( $\beta$ )

17

	Erro tipo I ( $\alpha$ )	Erro tipo II ( $\beta$ )
Nome	Risco do produtor/ <b>Nível de significância</b>	Risco do consumidor
1 – erro é chamado	<b>Nível de confiança</b>	Potência do teste

- ❑ Risco do produtor ( $\alpha$ )
  - ❑ Amostra tem um número anormal de defeitos, mas lote é bom (pode ocorrer com  $\alpha = 0,05$  ou  $\alpha = 0,1$ )
- ❑ Risco do consumidor ( $\beta$ )
  - ❑ Amostra tem pouco defeito, mas lote é ruim (pode ocorrer se amostra é pequena)

# Erro tipo I ( $\alpha$ ) vs Erro tipo II ( $\beta$ )

18

	Erro tipo I ( $\alpha$ )	Erro tipo II ( $\beta$ )
Nome	Risco do produtor/ <b>Nível de significância</b>	Risco do consumidor
1 – erro é chamado	<b>Nível de confiança</b>	Potência do teste

## ❑ Nível de confiança

▣  $C = 0,90; 0,95; 0,99$  (90%, 95%, 99%)

## ❑ Nível de significância

▣  $\alpha = 1 - C$

▣  $\alpha = 0,10; 0,05; 0,01$

# Erro tipo I ( $\alpha$ ) vs Erro tipo II ( $\beta$ )

19

	Erro tipo I ( $\alpha$ )	Erro tipo II ( $\beta$ )
Nome	Risco do produtor/ <b>Nível de significância</b>	Risco do consumidor
1 – erro é chamado	<b>Nível de confiança</b>	Potência do teste

## ❑ Potência

- ❑ Erro tipo II: Falha em rejeitar a hipótese nula quando a hipótese nula é falha.
- ❑ Potência: Probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando a hipótese nula é falha, ou
  - Potência é a capacidade de um teste de rejeitar corretamente a hipótese nula.

# Etapas do Teste de Hipótese

20

- 1) Definir a hipótese nula
- 2) Definir a hipótese alternativa
- 3) Definir uma probabilidade de erro (erro alpha).
- 4) Realizar o teste estatístico (p.e.: teste t ou teste z)
- 5) Definir o valor crítico
- 6) Interpretar resultados

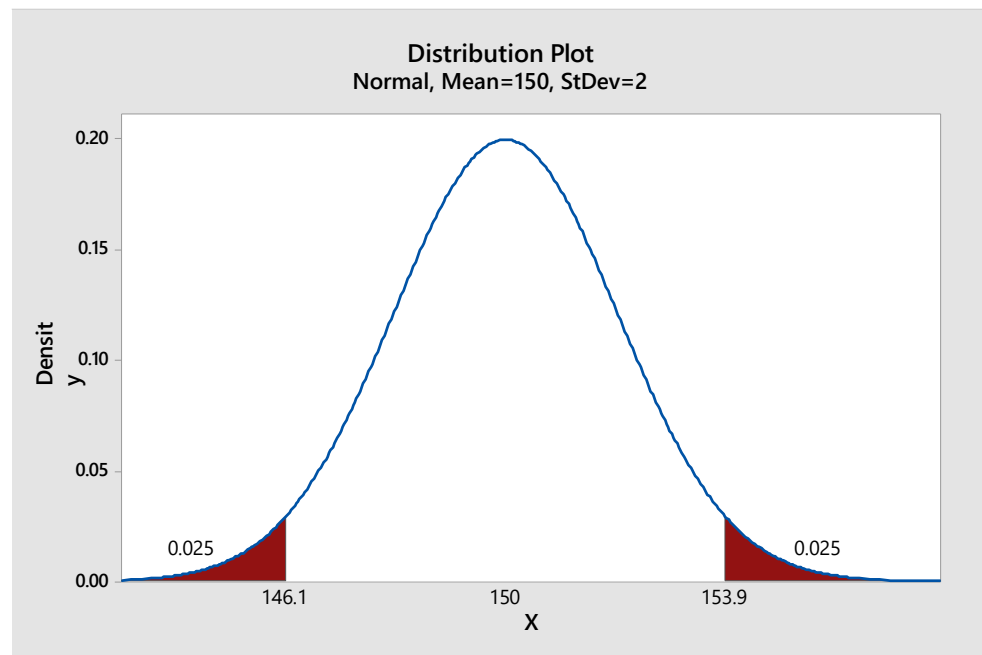
# Teste de Hipótese

21

- ❑ Tomamos um frasco de perfume da linha de produção e ele contém 153,8 ml
- ❑ Considerando um nível de confiança de 95%, nossa hipótese nula será verdadeira ou falsa?

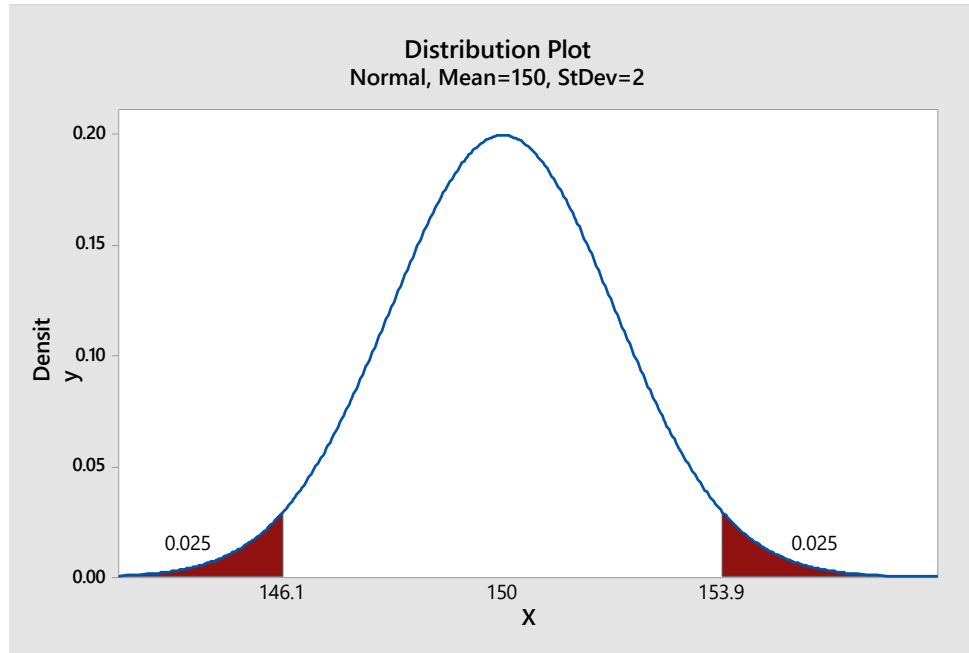
$$H_0: \mu = 150\text{cc}$$

$$H_a: \mu \neq 150\text{cc}$$



# Teste de Hipótese

22



$$H_0: \mu = 150\text{cc}$$

$$H_a: \mu \neq 150\text{cc}$$

$$\sigma = 2$$

$$C = 0,95$$

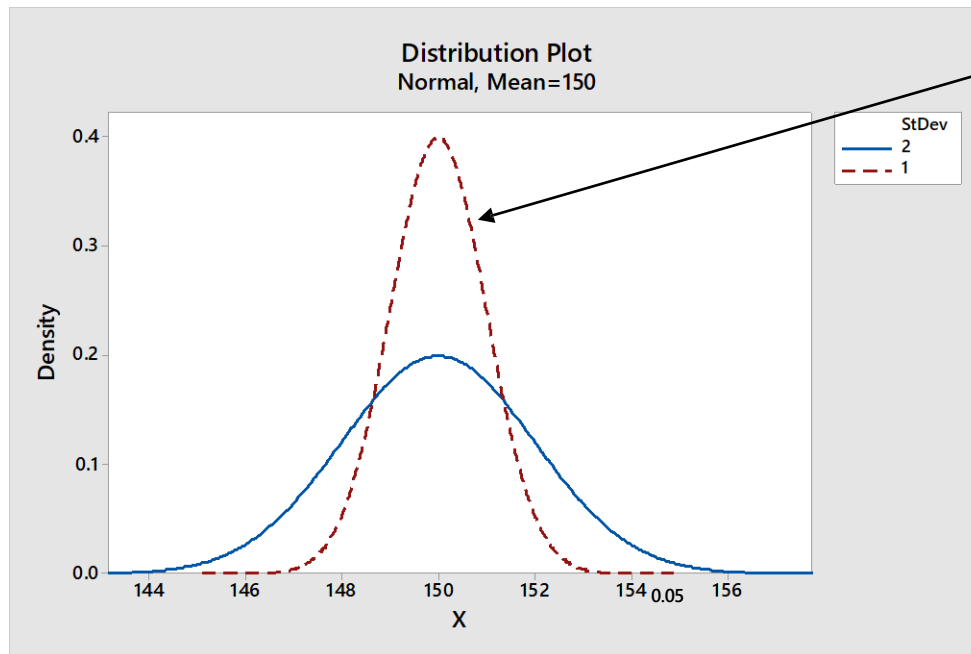
$$-1,96\sigma \text{ a } +1,96\sigma$$

153,8 ok

# Teste de Hipótese

23

- Agora foram coletados 4 frascos e a média dos frascos foi 153,8 ml. Devemos rejeitar ou aceitar a hipótese nula?

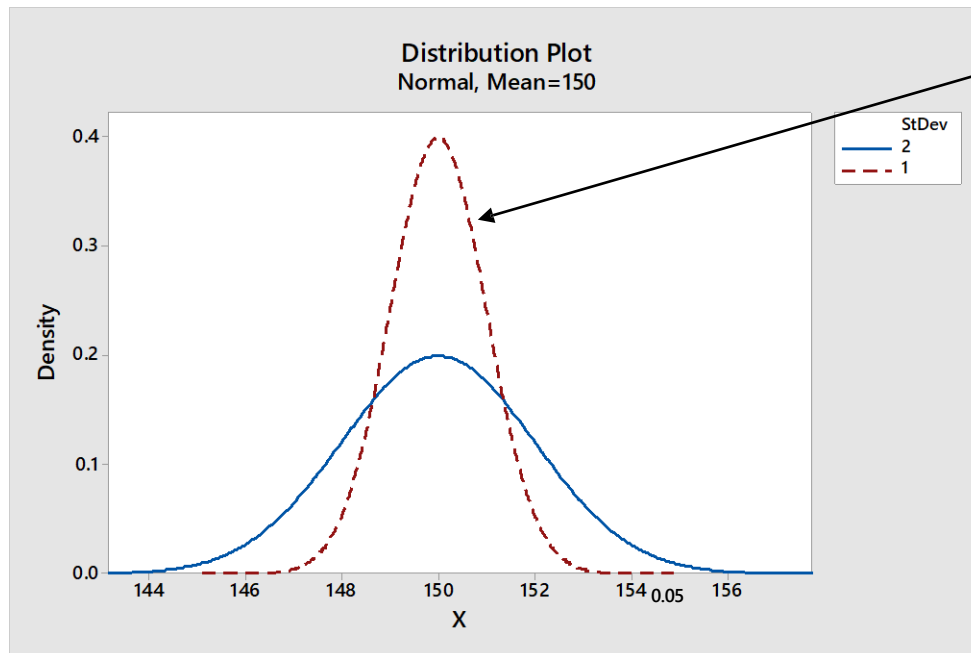


$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

# Teste de Hipótese

24

- Agora foram coletados 4 frascos e a média dos frascos foi 153,8 ml. Devemos rejeitar ou aceitar a hipótese nula?



$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma = 2$$

$$C = 0,95$$

$$-1,96\sigma \text{ a } +1,96\sigma$$

$$153,8 \text{ X}$$



# Teste de Hipótese

25

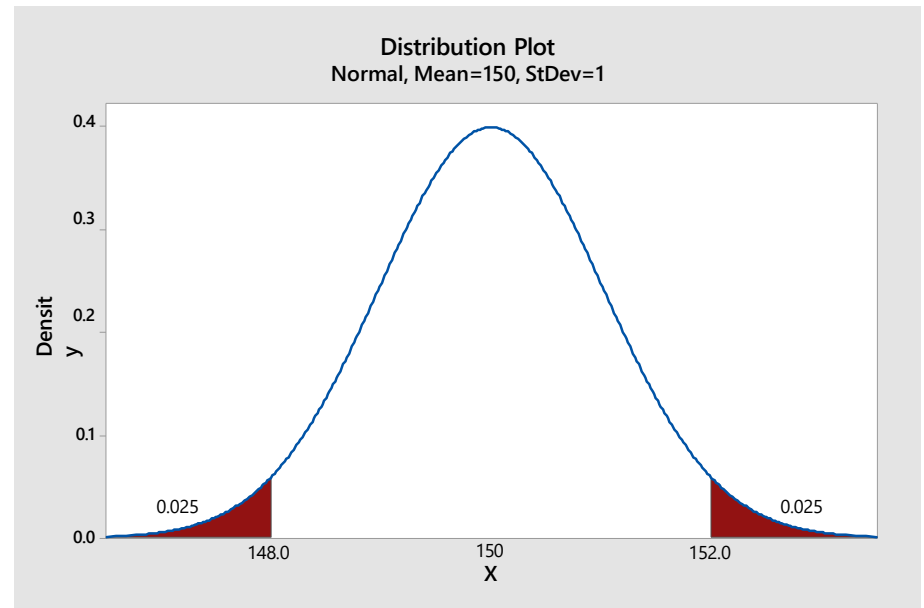
$$z_{cal} = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\sigma_x / \sqrt{n}} \quad z_{cal} = \frac{(153.8 - 150)}{2 / \sqrt{4}} = 3.8$$

Para  $\alpha = 0.05$  e teste de duas caudas, temos 0.025 em cada cauda.

Z crítico = 1.96

$$H_0: \mu = 150\text{cc}$$

$$H_a: \mu \neq 150\text{cc}$$



## 26

- | z   | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | .5000 | .4960 | .4920 | .4880 | .4840 | .4801 | .4761 | .4721 | .4681 | .4641 |
| 0.1 | .4602 | .4562 | .4522 | .4483 | .4443 | .4404 | .4364 | .4325 | .4286 | .4247 |
| 0.2 | .4207 | .4168 | .4129 | .4090 | .4052 | .4013 | .3974 | .3936 | .3897 | .3859 |
| 0.3 | .3821 | .3783 | .3745 | .3707 | .3669 | .3632 | .3594 | .3557 | .3520 | .3483 |
| 0.4 | .3446 | .3409 | .3372 | .3336 | .3300 | .3264 | .3228 | .3192 | .3156 | .3121 |
| 0.5 | .3085 | .3050 | .3015 | .2981 | .2946 | .2912 | .2877 | .2843 | .2810 | .2776 |
| 0.6 | .2743 | .2709 | .2676 | .2643 | .2611 | .2578 | .2546 | .2514 | .2483 | .2451 |
| 0.7 | .2420 | .2389 | .2358 | .2327 | .2296 | .2266 | .2236 | .2206 | .2177 | .2148 |
| 0.8 | .2119 | .2090 | .2061 | .2033 | .2005 | .1977 | .1949 | .1922 | .1894 | .1867 |
| 0.9 | .1841 | .1814 | .1788 | .1762 | .1736 | .1711 | .1685 | .1660 | .1635 | .1611 |
| 1.0 | .1587 | .1562 | .1539 | .1515 | .1492 | .1469 | .1446 | .1423 | .1401 | .1379 |
| 1.1 | .1357 | .1335 | .1314 | .1292 | .1271 | .1251 | .1230 | .1210 | .1190 | .1170 |
| 1.2 | .1151 | .1131 | .1112 | .1093 | .1075 | .1056 | .1038 | .1020 | .1003 | .0985 |
| 1.3 | .0968 | .0951 | .0934 | .0918 | .0901 | .0885 | .0869 | .0853 | .0838 | .0823 |
| 1.4 | .0808 | .0793 | .0778 | .0764 | .0749 | .0735 | .0721 | .0708 | .0694 | .0681 |
| 1.5 | .0668 | .0655 | .0643 | .0630 | .0618 | .0606 | .0594 | .0582 | .0571 | .0559 |
| 1.6 | .0548 | .0537 | .0526 | .0516 | .0505 | .0495 | .0485 | .0475 | .0465 | .0455 |
| 1.7 | .0446 | .0436 | .0427 | .0418 | .0409 | .0401 | .0392 | .0384 | .0375 | .0367 |
| 1.8 | .0359 | .0351 | .0344 | .0336 | .0329 | .0322 | .0314 | .0307 | .0301 | .0294 |
| 1.9 | .0287 | .0281 | .0274 | .0268 | .0262 | .0256 | .0250 | .0244 | .0239 | .0233 |
| 2.0 | .0228 | .0222 | .0217 | .0212 | .0207 | .0202 | .0197 | .0192 | .0188 | .0183 |
| 2.1 | .0179 | .0174 | .0170 | .0166 | .0162 | .0158 | .0154 | .0150 | .0146 | .0143 |
| 2.2 | .0139 | .0136 | .0132 | .0129 | .0125 | .0122 | .0119 | .0116 | .0113 | .0110 |
| 2.3 | .0107 | .0104 | .0102 | .0099 | .0096 | .0094 | .0091 | .0089 | .0087 | .0084 |
| 2.4 | .0082 | .0080 | .0078 | .0075 | .0073 | .0071 | .0069 | .0068 | .0066 | .0064 |
| 2.5 | .0062 | .0060 | .0059 | .0057 | .0055 | .0054 | .0052 | .0051 | .0049 | .0048 |
| 2.6 | .0047 | .0045 | .0044 | .0043 | .0041 | .0040 | .0039 | .0038 | .0037 | .0036 |
| 2.7 | .0035 | .0034 | .0033 | .0032 | .0031 | .0030 | .0029 | .0028 | .0027 | .0026 |
| 2.8 | .0026 | .0025 | .0024 | .0023 | .0023 | .0022 | .0021 | .0021 | .0020 | .0019 |
| 2.9 | .0019 | .0018 | .0018 | .0017 | .0016 | .0016 | .0015 | .0015 | .0014 | .0014 |
| 3.0 | .0013 | .0013 | .0013 | .0012 | .0012 | .0011 | .0011 | .0011 | .0010 | .0010 |
| 3.1 | .0010 | .0009 | .0009 | .0009 | .0008 | .0008 | .0008 | .0008 | .0007 | .0007 |
| 3.2 | .0007 | .0007 | .0006 | .0006 | .0006 | .0006 | .0006 | .0005 | .0005 | .0005 |
| 3.3 | .0005 | .0005 | .0005 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0003 |
| 3.4 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0002 |
| 3.5 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 |
| 3.6 | .0002 | .0002 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 |
| 3.7 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 |
| 3.8 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 |
| 3.9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 |       |       |       |       |       |       |