

- Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal, dan minimal.
 - Optimal adalah kondisi atau nilai yang memberikan hasil terbaik atau paling menguntungkan dalam suatu konteks tertentu. Maksimal merujuk pada nilai tertinggi atau paling besar yang dapat dicapai dalam suatu rangkaian nilai atau data. Minimal merujuk pada nilai terendah atau paling kecil yang dapat dicapai dalam suatu rangkaian nilai atau data.
- Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.
 - Nilai optimal dapat sama dengan maksimal jika dalam suatu konteks, nilai maksimal juga memberikan hasil yang optimal. Contohnya, dalam permasalahan mencari keuntungan maksimal, jika nilai keuntungan maksimal juga merupakan hasil yang optimal, maka nilai optimal dan maksimal akan sama.
- Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.
 - Nilai optimal dapat sama dengan minimal jika dalam suatu konteks, nilai minimal juga memberikan hasil yang optimal. Contohnya, dalam permasalahan mencari biaya minimal, jika nilai biaya minimal juga merupakan hasil yang optimal, maka nilai optimal dan minimal akan sama.
- Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier? Tuliskan dan jelaskan dengan singkat bagian-bagian tersebut.
 - Suatu model optimisasi linier umumnya terdiri dari tiga bagian:

- Fungsi Obyektif (Objective Function): Menentukan apa yang ingin dicapai atau dioptimalkan dalam permasalahan. Misalnya, maksimisasi keuntungan atau minimisasi biaya.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

- Constraint (Pembatasan): Merupakan batasan atau kondisi yang harus dipenuhi dalam permasalahan. Constraint biasanya ditentukan oleh persamaan atau pertidaksamaan. Contohnya, ketersediaan sumber daya, batasan produksi, atau pembatasan waktu.

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \leq b_i \quad i = 1, \dots, m$$

Atau:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \geq b_i \quad i = 1, \dots, m$$

- Variabel Decision: Variabel-variabel yang nilainya harus ditentukan atau diubah untuk mencapai solusi optimal. Variabel-variabel ini dapat diatur dalam model matematika untuk menggambarkan keputusan yang harus dibuat.

$$x_j \geq 0, \text{ atau } x_j \leq 0,$$

Variable tanpa Batasan:

$$j = 1, \dots, n$$

- Jelaskan apa yang dimaksud dengan point.
 - Point (titik) merujuk pada koordinat dalam ruang atau bidang. Dalam konteks optimisasi linier, point mengacu pada solusi yang memenuhi semua constraint dan memberikan nilai optimal untuk fungsi obyektif.
- Jelaskan apa yang dimaksud dengan feasible region.
 - Feasible region (daerah yang mungkin) adalah wilayah di dalam ruang atau bidang yang memenuhi semua constraint dalam permasalahan. Ini adalah kumpulan semua point yang memenuhi pembatasan yang ditetapkan.
- Jelaskan apa yang dimaksud dengan infeasible region.
 - Infeasible region (daerah yang tidak mungkin) adalah wilayah di dalam ruang atau bidang yang tidak memenuhi satu atau lebih constraint dalam permasalahan. Ini adalah kumpulan point yang tidak memenuhi pembatasan yang ditetapkan.
- Di manakah seharusnya solusi optimal terletak?
 - Solusi optimal harus terletak pada feasible region. Ini berarti solusi harus memenuhi semua constraint dalam permasalahan dan memberikan nilai optimal untuk fungsi obyektif.
- Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana.
 - Dalam permasalahan minimisasi linier, nilai terkecil terkait dengan mencari nilai optimal yang merupakan nilai minimal untuk fungsi obyektif. Sedangkan dalam permasalahan maksimasi linier, nilai terbesar terkait dengan mencari nilai optimal yang merupakan nilai maksimal untuk fungsi obyektif.
- Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier? Tuliskan kasus-kasus yang dimaksud tersebut.
 - Dalam suatu permasalahan optimisasi linier, terdapat tiga kasus:
 - Solusi Unik: Hanya ada satu solusi yang memenuhi semua constraint dan memberikan nilai optimal untuk fungsi obyektif.
 - Solusi Tidak Terbatas: Terdapat banyak solusi yang memenuhi semua constraint dan memberikan nilai optimal yang sama untuk fungsi obyektif.
 - Tidak Ada Solusi: Tidak ada solusi yang memenuhi semua constraint dan memberikan nilai optimal untuk fungsi obyektif.
- Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.
 - Variabel slack adalah variabel yang diperkenalkan dalam bentuk standar suatu permasalahan optimisasi linier untuk mengubah pertidaksamaan menjadi persamaan. Variabel slack memiliki nilai non-negatif dan digunakan untuk memastikan bahwa semua constraint terpenuhi. Misalnya, jika terdapat constraint " $Ax \leq b$ ", maka variabel slack (s) ditambahkan sehingga menjadi " $Ax + s = b$ ", di mana $s \geq 0$.
- Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.
 - Variabel excess adalah variabel yang diperkenalkan dalam bentuk standar suatu permasalahan optimisasi linier untuk mengubah pertidaksamaan menjadi persamaan. Variabel excess memiliki nilai non-negatif dan digunakan untuk memastikan bahwa semua constraint terpenuhi. Misalnya, jika terdapat constraint " $Ax \geq b$ ", maka variabel excess (e) ditambahkan sehingga menjadi " $Ax - e = b$ ", di mana $e \geq 0$.

- Apakah syarat nilai dari variabel slack dan excess?
 - Variabel slack dan excess harus memiliki nilai non-negatif. Syaratnya adalah slack dan excess harus lebih besar atau sama dengan nol: $s \geq 0$ dan $e \geq 0$.
- Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan?
 - Untuk mengubah constraint pertidaksamaan menjadi persamaan, kita dapat memperkenalkan variabel surplus (surplus variable) jika constraint awal adalah "kurang dari atau sama dengan" (\leq) atau variabel defisit (deficit variable) jika constraint awal adalah "lebih dari atau sama dengan" (\geq). Misalnya, jika ada constraint " $Ax \leq b$ ", kita dapat menambahkan variabel surplus (s) sehingga menjadi " $Ax + s = b$ ". Jika ada constraint " $Ax \geq b$ ", kita dapat menambahkan variabel defisit (d) sehingga menjadi " $Ax - d = b$ ".
- Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu?
 - Jika constraint kurang dari suatu nilai tertentu, kita dapat menambahkan variabel surplus (s) dan memperkenalkan variabel slack (l) sebagai perbedaan antara batasan dan nilai tertentu. Misalnya, jika ada constraint " $Ax \leq c$ ", di mana c adalah nilai tertentu, kita dapat menambahkan variabel surplus (s) sehingga menjadi " $Ax + s = c$ " dan menambahkan variabel slack (l) sehingga menjadi " $s + l = c - Ax$ ".
- Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu?
 - Jika constraint lebih dari suatu nilai tertentu, kita dapat menambahkan variabel defisit (d) dan memperkenalkan variabel slack (l) sebagai perbedaan antara nilai tertentu dan batasan. Misalnya, jika ada constraint " $Ax \geq c$ ", di mana c adalah nilai tertentu, kita dapat menambahkan variabel defisit (d) sehingga menjadi " $Ax - d = c$ " dan menambahkan variabel slack (l) sehingga menjadi " $l + d = Ax - c$ ".
- Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas.
 - Beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dapat ditulis dalam bentuk perkalian matriks. Misalnya, jika terdapat constraint " $2x + 3y = 5$ " dan " $4x - 2y = 8$ ", dapat dituliskan dalam bentuk perkalian matriks sebagai berikut:
- Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian matriks.
 - $\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \end{bmatrix}$
- Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat.
 - Variabel decision adalah variabel yang nilainya harus ditentukan atau diubah dalam permasalahan optimisasi linier. Variabel ini mewakili keputusan yang harus diambil untuk mencapai solusi optimal.
- Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat.
 - Fungsi obyektif adalah fungsi matematika yang harus dioptimalkan dalam permasalahan. Fungsi ini menggambarkan apa yang ingin dicapai dalam permasalahan tersebut, seperti maksimisasi keuntungan atau minimisasi biaya.
- Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision.
 - Variabel decision dan fungsi obyektif saling terkait dalam permasalahan optimisasi linier. Variabel decision digunakan untuk mencapai solusi optimal yang memaksimalkan atau meminimalkan fungsi obyektif. Dalam mengoptimalkan nilai

variabel decision, kita mencari nilai-nilai yang memberikan nilai maksimal atau minimal untuk fungsi obyektif.

7. Studi kasus 1

- Pelajari studi kasus 1.
- Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, tuliskan fungsi obyektifnya.
- Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya.

✓ Studi kasus 1

$$A = x_1; B = x_2$$

Fungsi obyektif optimisasi linear maksimum sales:

$$S = 12,75x_1 + 15,25x_2$$

Constraints:

$$0,25x_1 + 0,15x_2 \leq 21,85$$

$$0,125x_1 + 0,35x_2 \leq 29,5$$

$$x_1 \leq 18,5$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

- ✓ Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, maka fungsi obyektifnya menjadi:

$$C = x_3$$

$$S = 12,73x_1 + 15,25x_2 + 13,50x_3$$

- ✓ Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, maka constraint tambahannya menjadi:

Kebutuhan material P dan Q untuk produk C adalah sebagai berikut:

$$C = aP + bQ$$

Constraints:

$$0,25x_1 + 0,15x_2 + ax_3 \leq 21,85$$

$$0,125x_1 + 0,35x_2 + bx_3 \leq 29,5$$

$$x_1 \leq 18,5$$

$$x_3 \leq 16,5$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

8. Studi kasus 2

- Pelajari studi kasus 2.
- Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya.
- Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya.

✓ Studi kasus 2

$$X = x_1; Y = x_2$$

Fungsi objektif optimisasi linear maksimum profit:

$$P = 4,75x_1 + 3,55x_2$$

Constraints:

$$\begin{aligned}4,5x_1 + 7,25x_2 &\leq 415 \\6,45x_1 + 3,65x_2 &\leq 292 \\10,85x_1 + 4,85x_2 &\leq 420 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

- ✓ Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, maka constraints nya menjadi:

$$\begin{aligned}4,5x_1 + 7,25x_2 &\leq 420 \\6,45x_1 + 3,65x_2 &\leq 300 \\10,85x_1 + 4,85x_2 &\leq 400 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

- ✓ Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, maka fungsi objektifnya menjadi:

$$P = 5,25x_1 + 7,45x_2$$

9. Studi kasus 3

- Pelajari studi kasus 3.
- Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya?

- ✓ Studi kasus 3

$$P = x_1; Q = x_2$$

Fungsi objektif optimisasi linear minimal cost:

$$C = 4,55x_1 + 3,55x_2$$

Constraints:

$$\begin{aligned}9,75x_1 + 22,95x_2 &\geq 5045 \\18,15x_1 + 12,15x_2 &\geq 450,75 \\13,95x_1 + 18,85x_2 &\geq 325,15 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

- ✓ Karena pada studi kasus 3 optimisasi linear yang dicari adalah minimal cost atau cost terkecil untuk diet yang sesuai dengan ketentuan kebutuhan karbohidrat, lemak, dan protein minimum dengan dua tipe makanan P dan Q. Hal tersebut yang membedakan studi kasus 3 dengan studi kasus 1 dan 2 dimana yang dicari adalah optimisasi linear maksimal.

10. Studi kasus 4

- Pelajari studi kasus 4.
- Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).
- Mengapa constraint diturunkan dari batasan tersebut?

✓ Studi kasus 4

Corn = x_1 ; *Barley* = x_2 ; *Wheat* = x_3

Fungsi objektif optimisasi linear maksimum profit:

$$P = 135 \times 1,70 \times x_1 + 45 \times 3,05 \times x_2 + 100 \times 2,25 \times x_3$$

$$P = 229,5x_1 + 137,25x_2 + 225x_3$$

Constraints:

$$135x_1 + 45x_2 + 100x_3 \leq 3895$$

$$95x_1 + 205x_2 + 115x_3 \leq 16850$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 140$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

- ✓ batasan sumber daya (resource limitation) adalah pembatasan yang ada dalam suatu permasalahan optimisasi terkait dengan ketersediaan atau penggunaan sumber daya yang terbatas. Dalam konteks ini sumber daya berupa Storage (bushels), funds (\$), dan Land (acres).
- ✓ Constraint (batasan) diturunkan dari batasan sumber daya dalam optimisasi pada studi kasus 4 karena batasan sumber daya tersebut membatasi kemampuan atau ketersediaan yang ada dalam mencapai solusi optimal. Sehingga Batasan tersebut digunakan untuk memastikan bahwa penggunaan sumber daya tidak melampaui keterbatasan yang ada.