

Optimal, maksimal, minimal #16

1. Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal, dan minimal.

Jawab:

Optimal: Optimal merujuk pada kondisi atau solusi yang memberikan hasil terbaik atau paling optimal dalam konteks yang diberikan.

Maksimal: Maksimal merujuk pada nilai tertinggi atau hasil terbesar yang dapat dicapai dalam suatu konteks. Dalam model optimasi linear, kita ingin mencari solusi yang memberikan nilai fungsi tujuan sebesar mungkin.

Minimal: Minimal merujuk pada nilai terendah atau hasil terkecil yang dapat dicapai dalam suatu konteks. Dalam model optimasi linear, kita ingin mencari solusi yang memberikan nilai fungsi tujuan sekecil mungkin.

2. Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya

Jawab:

Nilai optimal dapat sama dengan nilai maksimal dalam permasalahan optimisasi linier jika tujuan permasalahan adalah memaksimalkan fungsi objektif. Dalam hal ini, mencapai nilai optimal berarti mencapai nilai maksimal.

3. Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Jawab:

Nilai optimal dapat sama dengan nilai minimal dalam permasalahan optimisasi linier jika tujuan permasalahan adalah meminimalkan fungsi objektif. Dalam hal ini, mencapai nilai optimal berarti mencapai nilai minimal.

Contoh : Misalnya, kita memiliki fungsi objektif untuk meminimalkan biaya produksi suatu barang. Jika solusi optimal mencapai nilai minimum biaya produksi, maka nilai optimal dan minimal akan sama.

Bentuk umum model optimisasi linier #17

1. Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier?

Jawab:

Tiga

2. Tuliskan dan jelaskan dengan singkat bagian-bagian tersebut.

Jawab:

- Fungsi Objektif (Objective Function): Fungsi objektif menentukan tujuan optimisasi dalam permasalahan linier. secara matematis dinyatakan sebagai: $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$
- Batasan (Constraints): Batasan menetapkan keterbatasan atau pembatasan dalam permasalahan linier. Batasan ini dapat berupa persamaan atau ketaksamaan yang membatasi nilai variabel keputusan.
- Variabel keputusan adalah variabel-variabel yang nilainya harus ditentukan untuk mencapai solusi optimal dalam permasalahan linier.

Point, feasible region, infeasible region #18

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan *point*.

Jawab: Dalam konteks optimisasi linier, "point" mengacu pada titik-titik dalam ruang solusi yang memenuhi semua batasan permasalahan linier. "point" adalah himpunan nilai yang sesuai untuk setiap variabel keputusan.

2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan *feasible region*.

Jawab: Daerah yang dapat dicapai (*feasible region*) dalam masalah ini adalah kumpulan dari semua titik yang memenuhi batasan permasalahan linier.

3. Jelaskan apa yang dimaksud dengan *infeasible region*.

Jawab: Jika terdapat titik-titik yang tidak berada dalam daerah yang dapat dicapai, maka dikatakan bahwa mereka berada dalam daerah yang tidak dapat dicapai (*infeasible region*).

4. Di manakah seharusnya solusi optimal terletak?

Jawab: Solusi optimal adalah titik dalam *feasible region* yang memberikan nilai ekstrem (maksimum atau minimum) dari fungsi objektif dalam permasalahan optimisasi linier.

5. Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana.

Jawab: Dalam permasalahan minimisasi linier, kita mencari nilai terkecil yang mungkin dari fungsi objektif dalam ruang solusi yang memenuhi batasan. Solusi optimal pada kasus ini berada di titik terkecil dalam *feasible region*.

6. Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier?

Jawab: Ada empat kasus yang perlu dipertimbangkan dalam suatu permasalahan optimisasi linier: A unique optimal solution, An infinite number of optimal solutions, No feasible solutions, dan An unbounded solution

7. Tuliskan kasus-kasus yang dimaksud tersebut.

Jawab:

-A unique optimal solution: Hanya ada satu titik dalam *feasible region* yang merupakan solusi optimal.

-An infinite number of optimal solutions: Ada lebih dari satu titik dalam *feasible region* yang merupakan solusi optimal. Dalam kasus ini, semua titik-titik ini memberikan nilai ekstrem yang sama untuk fungsi objektif

-No feasible solutions: Tidak ada titik dalam *feasible region* yang memenuhi semua batasan. Dalam kasus ini, permasalahan linier tidak memiliki solusi yang memenuhi batasan-batasan yang diberikan.

-An unbounded solution: Solusi tak terbatas (*unbounded solution*) terjadi dalam permasalahan optimisasi linier ketika fungsi objektif dapat terus meningkat atau menurun tanpa batas saat titik dalam daerah yang dapat dicapai didekati.

Variabel slack dan excess #19

1. Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Jawab:

Variabel slack adalah variabel buatan yang ditambahkan ke dalam permasalahan optimisasi linier untuk mengubah batasan-batasan kesetaraan menjadi batasan ketaksamaan dalam bentuk standar. Ilustrasinya:

$$2x_1 + x_2 + s_1 = 40$$

$$x_1 + 2x_2 + s_2 = 50$$

Dalam hal ini, kita menambahkan variabel slack s_1 dan s_2 untuk mengubah batasan-batasan tersebut menjadi batasan ketaksamaan. Variabel slack membantu kita memodelkan batasan kesetaraan sebagai batasan ketaksamaan yang dapat digunakan dalam metode simplex.

Setelah menambahkan variabel slack, kita dapat menulis ulang batasan-batasan tersebut sebagai:

$$2x_1 + x_2 + s_1 \leq 40$$

$$x_1 + 2x_2 + s_2 \leq 50$$

2. Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Jawab: Excess variable adalah variabel buatan yang digunakan dalam permasalahan optimisasi linier untuk mengubah batasan ketaksamaan menjadi batasan kesetaraan dalam bentuk standar.

Misalkan kita memiliki permasalahan optimisasi linier berikut:

Maximize: $4x_1 + 2x_2$

Subject to:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 10$$

Untuk mengubah batasan-batasan ini menjadi bentuk kesetaraan dalam bentuk standar, kita dapat menggunakan variabel excess e_1 dan e_2 :

$$3x_1 + 2x_2 + e_1 = 12$$

$$2x_1 + 5x_2 + e_2 = 10$$

3. Apakah syarat nilai dari variabel slack dan excess?

Jawab:

Variabel Slack: Nilai variabel slack harus lebih besar atau sama dengan nol ($s \geq 0$). Nilai variabel excess juga harus lebih besar atau sama dengan nol ($e \geq 0$).

Bentuk standar umum #20

1. Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan?

Jawab:

Untuk mengubah pertidaksamaan menjadi persamaan, kita dapat menambahkan variabel non-negatif baru yang disebut "slack variables" ke setiap pertidaksamaan. Slack variables akan memastikan bahwa pertidaksamaan berubah menjadi persamaan dengan memperhatikan keterbatasan tersebut.

2. Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu?

Jawab:

Jika constraint kurang dari suatu nilai tertentu, kita dapat menambahkan variabel non-negatif baru yang disebut "surplus variables" untuk mengubahnya menjadi constraint persamaan. Variabel surplus akan menunjukkan jumlah kelebihan atau surplus dari nilai constraint tersebut

3. Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu?

Jawab:

Jika constraint lebih dari suatu nilai tertentu, kita dapat menambahkan "slack variables" untuk mengubahnya menjadi constraint persamaan. Slack variables akan menunjukkan jumlah kekurangan atau selisih dari nilai constraint tersebut

4. Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas.

Jawab:

a) Pertidaksamaan menjadi persamaan:

Constraint asli: $2x + 3y \leq 10$

Constraint yang diubah: $2x + 3y + s = 10$ (dengan menambahkan slack variable s)

b) Constraint kurang dari suatu nilai tertentu:

Constraint asli: $4x + 2y < 8$

Constraint yang diubah: $4x + 2y + s = 8$ (dengan menambahkan surplus variable s)

c) Constraint lebih dari suatu nilai tertentu:

Constraint asli: $3x - 2y > 5$

Constraint yang diubah: $3x - 2y + s = 5$ (dengan menambahkan slack variable s)

4. Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian matriks.

Jawab:

$$A x \leq b$$

Matriks A:

$$[2 \ 3]$$

$$[4 \ 1]$$

$$[1 \ 2]$$

Vektor x:

$$[x_1]$$

$$[x_2]$$

Alief Pascal Taruna-20922321

Pemrograman Sains-Tugas Daring Asinkron 17 Juni 2023

Vektor b:

[10]

[5]

[7]

Dalam bentuk persamaan: $Ax + s = b$, dengan s sebagai slack variables.

Variabel decision dan fungsi obyektif #21

- **Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat.**

Jawab:

Variabel decision adalah variabel-variabel yang nilainya dapat dipilih atau diatur untuk mencapai tujuan tertentu dalam suatu masalah optimisasi. Variabel-variabel ini mewakili keputusan yang harus diambil atau pilihan yang harus dibuat dalam konteks masalah yang sedang dihadapi.

- **Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat.**

Jawab:

Fungsi obyektif adalah suatu ekspresi matematis yang menggambarkan tujuan yang ingin dicapai dalam masalah optimisasi. Fungsi ini dapat berupa fungsi untuk memaksimalkan atau meminimalkan suatu nilai. Fungsi obyektif biasanya tergantung pada variabel-variabel keputusan dan digunakan sebagai kriteria untuk mengukur kualitas solusi optimal.

- **Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision.**

Jawab:

Fungsi obyektif dan variabel keputusan saling terkait dalam suatu masalah optimisasi. Variabel keputusan mempengaruhi nilai dari fungsi obyektif, karena nilai variabel-variabel tersebut akan digunakan dalam perhitungan fungsi obyektif. Tujuan dari masalah optimisasi adalah untuk menemukan nilai-nilai variabel keputusan yang mengoptimalkan (maksimalkan atau meminimalkan) nilai fungsi obyektif. Dengan mengubah nilai variabel keputusan, kita dapat mencari solusi yang memberikan nilai fungsi obyektif yang optimal.

Studi kasus 1 #22

1. Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, tuliskan fungsi obyektifnya.

Jawab:

Jika terdapat tambahan produk C dengan harga jual \$13.50, maka dapat memperbarui fungsi tujuan (objective function) sebagai berikut:

Objective Function:

$$\text{Maximize } S = 12.75X_1 + 15.25X_2 + 13.50X_3$$

Subject to the constraints:

$$0.25x_1 + 0.15x_2 + X_3 \leq 21.85$$

$$0.125x_1 + 0.35x_2 + X_3 \leq 29.5$$

$$x_1 \leq 18.5$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$X_3 \geq 0$$

2. Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya.

Jawab:

Dalam kasus ini, jika produk C dapat terjual sejumlah 16.5 pound per minggu, kita dapat menambahkan batasan tambahan pada produksi dan penjualan produk C. Berikut adalah constraint tambahannya:

$$X_3 \leq 16.5$$

Batasan ini menjamin bahwa jumlah total produksi dan penjualan dari produk A, B, dan C tidak boleh melebihi 16.5 pound per minggu.

Studi kasus 2 #23

1. Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya.

Jawab:

$$4.5x + 7.25y \leq 420 \text{ (Machine M1 constraint)}$$

$$6.45x + 3.65y \leq 300 \text{ (Machine M2 constraint)}$$

$$10.85x + 4.85y \leq 400 \text{ (Machine M3 constraint)}$$

$$x \geq 0 \text{ (Non-negativity constraint)}$$

$$y \geq 0 \text{ (Non-negativity constraint)}$$

2. Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya.

Jawab:

Jika keuntungan dari produk pertama (X) menjadi \$5.25 dan keuntungan dari produk kedua (Y) menjadi \$7.45, kita dapat memperbarui fungsi tujuan (objective function) sebagai berikut:

Objective Function:

$$\text{Maximize } P = 5.25x + 7.45y$$

Studi Kasus 3 #24

1. Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya?

Jawab:

Dalam kasus ini, fungsi objektif harus diminimumkan karena kita mencari biaya minimal untuk memenuhi kebutuhan diet minimum. Tujuan kita adalah untuk mencari kombinasi makanan dengan biaya yang paling rendah yang memenuhi persyaratan nutrisi minimum yang telah ditetapkan.

.Pada kasus sebelumnya, tujuan optimisasi adalah untuk mencari nilai maksimum dari fungsi objektif, seperti maksimalkan penjualan atau maksimalkan keuntungan. Namun, dalam kasus ini, tujuan optimisasi adalah untuk mencari nilai minimum dari fungsi objektif, yaitu biaya minimum.

Jadi, perbedaan utama kasus ini dengan kasus sebelumnya adalah tujuan optimisasi yang berbeda, yaitu mencari biaya minimum daripada nilai maksimum.

Studi Kasus 4 #25

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).

Jawab:

Batasan sumber daya (resource limitation) mengacu pada keterbatasan yang ada dalam masalah optimisasi yang disebabkan oleh ketersediaan atau kapasitas terbatas dari suatu sumber daya. Sumber daya ini dapat berupa hal seperti lahan, dana, waktu, atau kapasitas penyimpanan. Batasan sumber daya membatasi pilihan dan keputusan yang dapat diambil dalam mencapai solusi optimal.

2. Mengapa constraint diturunkan dari batasan tersebut?

Jawab:

Constraint (kendala) diturunkan dari batasan sumber daya karena constraint merupakan representasi matematis dari keterbatasan sumber daya yang ada dalam masalah optimisasi. Constraint menetapkan batasan-batasan yang harus dipatuhi oleh variabel keputusan dalam mencari solusi optimal. Dengan memasukkan constraint ke dalam model optimisasi, kita memastikan bahwa solusi yang dihasilkan memenuhi keterbatasan yang ada dan layak dari segi sumber daya yang tersedia. Dengan kata lain, constraint memastikan bahwa solusi yang dihasilkan adalah solusi yang memadai dalam konteks sumber daya yang terbatas.